Journal of the Faculty of Engineering, Shinshu University, No. 38, 1975
信州大学工学部紀要　第38号

差動歯車機構の効率計算式について
(第1報　2K-H 型差動歯車機構)

両　角　宗　晴*

(昭和50年5月28日受理)

On the Efficiency Formulas of the Differential Gears
(1st Report, 2K-H Type Differential Gears)

Muneharu MOROZUMI

The theoretical estimation of the efficiency of differential gears is of value in revealing the characteristics of different kinds of differential gears.

A differential is a simple planetary train in which all the three principal memer rotate. Then one of them is the driver, and the other two are followers, or vice versa.

The calculation of the efficiency of differential gears fundamentally differs from that of stationary gears with the carriers locked to the housings.

The calculation of efficiency of differential gears is more difficult than that of stationary gear trains.

In this paper, the author treats the derivation of efficiency formulas of differential gears, and the efficiency formulas of differential gears are obtained.

For the purpose of calculating the efficiency of differential gears, these formulas require knowing only the number of teeth and the efficiency of the stationary gear trains.

1　緒　　　言

遊星歯車機構は入力軸，出力軸および補助軸の三本の基本軸からなっており，これら遊星歯車機構の種類は非常に多いが，そのうちで2ケの太陽歯車と1ケのキャリヤが基本軸となるものを，2K-H 型遊星歯車機構と呼ぶ．そして2つの軸に駆動を与えたとき，第3の軸がそれらの作用を同時に受けて回転したり，または1つの軸を駆動して他の2本の軸がある関係をもって被動される装置を 2K-H 型差動歯車機構と呼ぶ．これら 2K-H 型差動歯車機構を設計する際，あらかじめその機構の理論効率値を計算により求め，効率について十分検討しておく必要がある．2K-H 型差動歯車機構のかみあい損失による理論効率の計算法としてはいくつかの研究が発表されており，その式の形も種々様々である[1)~6)]．

* 精密工学教室　教授

そのうちで Radzimovsky の理論が最もわかり易い．しかし Radzimovsky は 2K–H 型差動歯車機構の一種類の形式について述べているにすぎない．そこで筆者は，すでに筆者が誘導した 2K–H 型遊星歯車機構の効率計算式[7]を Radzimovsky の方法に用いて，2K–H 型差動歯車機構のすべての効率計算式を求めた．

2 差動歯車機構の効率計算式の誘導

2.1 形式 I の差動歯車機構

図1に示すごとき 2K–H 型差動歯車機構で，軸AとCを入力軸とし，キャリヤSが出力軸である場合の効率 η を求める．この場合太陽外歯車軸Aを時計回転方向（正方向とする）に ω_a なる角速度で回転させ，同時に太陽内歯車軸Cを ω_c で回転させると，キャリヤSは次式のごとき ω_s なる角速度で回転する．

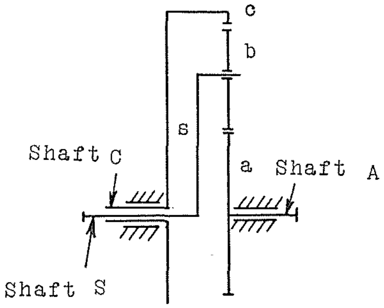


Fig. 1 2K–H Differential

$$\omega_s = \frac{Z_a\omega_a + Z_c\omega_c}{Z_a + Z_c} \tag{1}$$

ただし Z_a, Z_c はそれぞれ歯車 a，c の歯数とする．この差動歯車機構はつぎのごとき 2 つの成分遊星歯車装置からなるものと考えることができる．すなわち，内歯車 c を固定し，太陽外歯車 a のみの回転によって生じたキャリヤの角速度 ω_{s1} と，キャリヤに伝達される出力 N_{o1} の遊星歯車装置，および外歯車 a を固定し，内歯車 c のみの回転によって生じたキャリヤの角速度 ω_{s2} と，キャリヤに伝達される出力 N_{o2} の遊星歯車装置からなると考える．

第1成分遊星歯車装置

$\omega_c = 0$ であるから式 (1) より次式を得る．

$$\omega_{s1} = \frac{Z_a\,\omega_a}{Z_a + Z_c}. \tag{2}$$

そしてこの遊星歯車装置の効率 η_1 は

$$\eta_1 = \frac{1 + i_o\eta_o}{1 + i_o}. \tag{3}$$

[8]

ただし

$$i_o = \frac{Z_c}{Z_a}. \tag{4}$$

そして η_o はキャリヤを固定したときの基準効率であり，歯車 a と b のかみあい効率を η_o'，歯車 b と c のかみあい効率を η_o'' とすれば，

$$\eta_o = \eta_o' \times \eta_o''. \tag{5}$$

このときの軸Aからの入力 N_{i1} は

$$N_{i1} = \frac{N_{o1}}{\eta_1}. \tag{6}$$

第2成分遊星歯車装置

$\omega_a = 0$ であるから，式 (1) より

$$\omega_{s2} = \frac{Z_c\,\omega_c}{Z_a + Z_c}. \tag{7}$$

この遊星歯車装置の効率 η_2 は

$$\eta_2 = \frac{i_o + \eta_o{}^{9)}}{1 + i_0}. \tag{8}$$

このときの軸Cからの入力 N_{i2} は

$$Ni_2 = \frac{N_{o2}}{\eta_2}. \tag{9}$$

したがって全体の効率 η は

$$\eta = \frac{N_o}{Ni} = \frac{N_o}{N_{i1} + N_{i2}} = \frac{N_o}{\dfrac{N_{o1}}{\eta_1} + \dfrac{N_{o2}}{\eta_2}}. \tag{10}$$

いま出力トルクをTとすると

$$N_o = T\,\omega_s = T\,(\omega_{s1} + \omega_{s2}) = N_{o1} + N_{o2}.$$

すなわち

$$T = \frac{N_o}{\omega_s} = \frac{N_{o1}}{\omega_{s1}} = \frac{N_{o2}}{\omega_{s2}}.$$

これより

$$N_{o1} = \frac{\omega_{s1}}{\omega_s} N_o = \frac{Z_a\,\omega_a}{Z_a\,\omega_a + Z_c\,\omega_c} N_o, \tag{11}$$

$$N_{o2} = \frac{\omega_{s2}}{\omega_s} N_o = \frac{Z_c\,\omega_c}{Z_a\,\omega_a + Z_c\,\omega_c} N_0. \tag{12}$$

式 (11)，(12) を式 (10) に代入すると

$$\eta = \frac{Z_a\,\omega_a + Z_c\,\omega_c}{\dfrac{Z_a\,\omega_a}{\eta_1} + \dfrac{Z_c\,\omega_c}{\eta_2}} = \frac{\omega_a + i_o\,\omega_c}{\dfrac{\omega_a}{\eta_1} + \dfrac{i_o\,\omega_c}{\eta_2}}. \tag{13}$$

つぎに軸Aが入力軸で，軸 C と S が出力軸になる場合の効率 η を求める．この場合，式 (1) より次式を得る．

$$\omega_a = \left(1 + \frac{Z_c}{Z_a}\right)\,\omega_s - \frac{Z_c}{Z_a}\omega_c. \tag{14}$$

この場合もつぎのような2つの成分遊星歯車装置からなるものと考える．

第1成分遊星歯車装置

太陽内歯車 c を固定し，太陽外歯車 a を駆動，キャリヤ S が従動の遊星歯車装置では，$\omega_c=0$ であるから式 (14) より次式を得る．

$$\omega_{a1}=\left(1+\frac{Z_c}{Z_a}\right)\omega_s. \tag{15}$$

このときの効率 η_1 は

$$\eta_1=\frac{1+i_o\eta_o}{1+i_o}. \tag{16}$$

[10]

そして軸 S への出力 N_{o1} は

$$N_{o1}=N_{i1}\eta_1. \tag{17}$$

第2成分遊星歯車装置

キャリヤ S を固定し，太陽外歯車 a を駆動，太陽内歯車 c が従動の遊星歯車装置では，$\omega_s=0$ であるから式 (14) より次式を得る．

$$\omega_{a2}=-\frac{Z_c}{Z_a}\omega_c. \tag{18}$$

このときの効率 η_2 は

$$\eta_2=\eta_o. \tag{19}$$

そして軸 C への出力 N_{o2} は

$$N_{o2}=N_{i2}\eta_2. \tag{20}$$

したがって全体の効率 η は

$$\eta=\frac{N_o}{N_i}=\frac{N_{o1}+N_{o2}}{N_i}=\frac{N_{i1}\eta_1+N_{i2}\eta_2}{N_i}. \tag{21}$$

しかるに入力トルクを T とすれば

$$N_i=T\omega_a=T(\omega_{a1}+\omega_{a2})=N_{i1}+N_{i2}.$$

すなわち

$$T=\frac{N_i}{\omega_a}=\frac{N_{i1}}{\omega_{a1}}=\frac{N_{i2}}{\omega_{a2}}.$$

これより

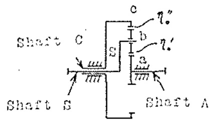
$$N_{i1}=\frac{\omega_{a1}}{\omega_a}N_i=\frac{(Z_a+Z_c)\omega_s}{(Z_a+Z_c)\omega_s-Z_c\omega_c}N_i, \tag{22}$$

$$N_{i2}=\frac{\omega_{a2}}{\omega_a}N_i=\frac{-Z_c\omega_c}{(Z_a+Z_c)\omega_s-Z_c\omega_c}N_i. \tag{23}$$

式 (22)，(23) を式 (21) に代入すると

Table 1　Speed Ratio and Efficiency Formulas for 2K–H Type Differential Gears

Type I



Gear Ratio $i_o = \frac{Z_c}{Z_a}$

Stationary Efficiency $\eta_o = \eta_o' \times \eta_o''$

Driver	Follower	Angular Velocity	Efficiency of Differentials	Efficiency of Component Planetary Trains
A, C	S	$\omega_s = \frac{\omega_a + i_o\omega_c}{1 + i_o}$	$\eta = \frac{\omega_a + i_o\omega_c}{\frac{\omega_a}{\eta_1} + \frac{i_o\omega_c}{\eta_2}}$	$\eta_1 = \frac{1+i_o\eta_o}{1+i_o}$, $\eta_2 = \frac{i_o+\eta_o}{1+i_o}$
A, S	C	$\omega_c = -\frac{1}{i_o}\omega_a + (1+\frac{1}{i_o})\omega_s$	$\eta = \frac{(1+i_o)\omega_s - \omega_a}{\frac{(1+i_o)\omega_s}{\eta_2} - \frac{\omega_a}{\eta_1}}$	$\eta_1 = \eta_o$, $\eta_2 = \frac{(1+i_o)\eta_o}{1+i_o\eta_o}$
C, S	A	$\omega_a = (1+i_o)\omega_s - i_o\omega_c$	$\eta = \frac{(1+i_o)\omega_s - i_o\omega_c}{\frac{(1+i_o)\omega_s}{\eta_2} - \frac{i_o\omega_c}{\eta_1}}$	$\eta_1 = \eta_o$, $\eta_2 = \frac{(1+i_o)\eta_o}{i_o+\eta_o}$
A	C, S	$\omega_a = (1+i_o)\omega_s - i_o\omega_c$	$\eta = \frac{(1+i_o)\omega_s\eta_1 - i_o\omega_c\eta_2}{(1+i_o)\omega_s - i_o\omega_c}$	$\eta_1 = \frac{1+i_o\eta_o}{1+i_o}$, $\eta_2 = \eta_o$
C	A, S	$\omega_c = -\frac{1}{i_o}\omega_a + (1+\frac{1}{i_o})\omega_s$	$\eta = \frac{(1+i_o)\omega_s\eta_1 - \omega_a\eta_2}{(1+i_o)\omega_s - \omega_a}$	$\eta_1 = \frac{i_o+\eta_o}{1+i_o}$, $\eta_2 = \eta_o$
S	A, C	$\omega_s = \frac{\omega_a + i_o\omega_c}{1+i_o}$	$\eta = \frac{\omega_a\eta_2 + i_o\omega_c\eta_1}{\omega_a + i_o\omega_c}$	$\eta_1 = \frac{(1+i_o)\eta_o}{1+i_o\eta_o}$, $\eta_2 = \frac{(1+i_o)\eta_o}{i_o+\eta_o}$

$$\eta = \frac{(Z_a + Z_c)\omega_s\,\eta_1 - Z_c\,\omega_c\,\eta_2}{(Z_a + Z_c)\omega_s - Z_c\,\omega_c} = \frac{(1 + i_o)\omega_s\,\eta_1 - i_o\omega_c\,\eta_2}{(1 + i_o)\omega_s - i_o\,\omega_c.} \tag{24}$$

以上の解法と同様にして形式Ｉの 2K-H 型差動歯車機構の角速度と効率の計算式を求め，表１に示した．

2.2　形式 II の差動歯車機構

図２に示すごとき 2K–H 型差動歯車機構で，軸ＡとＤを入力軸とし，キャリヤＳが出力軸の場合の効率 η を求める．この場合 $Z_a > Z_d$，したがって $Z_a Z_c > Z_b Z_d$ とする．この装置の角速度は次式から計算される．

$$\omega_s = \frac{Z_a\,Z_c\,\omega_a - Z_b\,Z_d\,\omega_d}{Z_a\,Z_c - Z_b\,Z_d}. \tag{25}$$

この場合もつぎのような２つの成分遊星歯車装置からなるものと考える．

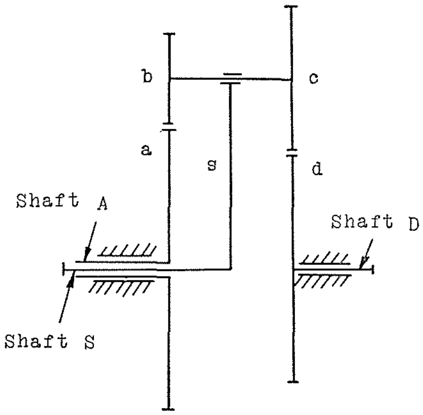


Fig. 2 2K–H Differential

第1成分遊星歯車装置

太陽外歯車 a を固定し，太陽外歯車 d を駆動，キャリヤ S が従動の遊星歯車装置では $\omega_a=0$ であるから式 (25) より次式を得る．

$$\omega_{s1}=-\frac{Z_b Z_d \omega_d}{Z_a Z_c - Z_b Z_d}. \tag{26}$$

このときの効率 η_1 は

$$\eta_1=\frac{\eta_o-i_o}{1-i_o}.^{11)} \tag{27}$$

ただし

$$i_o=\frac{Z_b Z_d}{Z_a Z_c}<1. \tag{28}$$

そして軸Dからの入力 N_{i1} は

$$N_{i1}=\frac{N_{o1}}{\eta_1}. \tag{29}$$

第2成分遊星歯車装置

太陽外歯車 d を固定，太陽外歯車 a を駆動，キャリヤ S が従動の遊星歯車装置では，$\omega_d=0$ であるから式 (25) より次式を得る．

$$\omega_{s2}=\frac{Z_a Z_c \omega_a}{Z_a Z_c - Z_b Z_d}. \tag{30}$$

このときの効率 η_2 は

$$\eta_2=\frac{\eta_o-i_o}{(1-i_o)\eta_o}.^{12)} \tag{31}$$

このときの軸Aからの入力 N_{i2} は

$$N_{i2}=\frac{N_{o2}}{\eta_2}. \tag{32}$$

したがって全体の効率 η は

$$\eta=\frac{N_o}{N_i}=\frac{N_o}{N_{i1}+N_{i2}}=\frac{N_o}{\dfrac{N_{o1}}{\eta_1}+\dfrac{N_{o2}}{\eta_2}}. \tag{33}$$

いま出力トルクを T とすれば

$$N_o=T\omega_s=T(\omega_{s1}+\omega_{s2})=N_{o1}+N_{o2}.$$

すなわち

$$T=\frac{N_o}{\omega_s}=\frac{N_{o1}}{\omega_{s1}}=\frac{N_{o2}}{\omega_{s2}}.$$

これより

$$N_{o1}=\frac{\omega_{s1}}{\omega_s}N_o=\frac{-Z_b\,Z_d\,\omega_d}{Z_a\,Z_c\,\omega_a-Z_b\,Z_d\,\omega_d}N_o, \tag{34}$$

$$N_{o2}=\frac{\omega_{s2}}{\omega_s}N_o=\frac{Z_a\,Z_c\,\omega_a}{Z_a\,Z_c\,\omega_a-Z_b\,Z_d\,\omega_d}N_o. \tag{35}$$

式 (34), (35) を式 (33) に代入すると

$$\eta=\frac{Z_a\,Z_c\,\omega_a-Z_b\,Z_d\,\omega_d}{\dfrac{Z_a\,Z_c\,\omega_a}{\eta_2}-\dfrac{Z_b\,Z_d\,\omega_d}{\eta_1}}=\frac{\omega_a-i_o\,\omega_d}{\dfrac{\omega_a}{\eta_2}-\dfrac{i_o\,\omega_d}{\eta_1}}. \tag{36}$$

つぎに軸Aが入力軸で，軸SとDが出力軸になる場合の効率 η を求める．この場合，式 (25) より次式を得る．

$$\omega_a=\left(1-\frac{Z_b\,Z_d}{Z_a\,Z_c}\right)\omega_s+\frac{Z_b\,Z_d}{Z_a\,Z_c}\omega_d. \tag{37}$$

第1成分遊星歯車装置

キャリヤSを固定し，太陽外歯車aが駆動，太陽外歯車dが従動の遊星歯車装置では，$\omega_s=0$ であるから，式 (37) より次式を得る．

$$\omega_{a1}=\frac{Z_b\,Z_d}{Z_a\,Z_c}\omega_d. \tag{38}$$

この場合の効率 η_1 は

$$\eta\ =\eta_0. \tag{39}$$

このとき軸Dへの出力 N_{01} は

$$N_{o1}=N_{i1}\,\eta_1. \tag{40}$$

第2成分遊星歯車装置

太陽外歯車dを固定し，太陽外歯車aを駆動，キャリヤSが従動の遊星歯車装置では，$\omega_d=0$ であるから式 (37) より

$$\omega_{a2}=\left(1-\frac{Z_b\,Z_d}{Z_a\,Z_c}\right)\omega_s. \tag{41}$$

この場合の効率 η_2 は

$$\eta_2=\frac{\eta_o-i_o}{(1-i_o)\eta_o}\ ^{13)}. \tag{42}$$

このときの軸Sへの出力 N_{o2} は

$$N_{o2}=N_{i2}\,\eta_2. \tag{43}$$

したがって全体の効率 η は

$$\eta = \frac{N_o}{N_i} = \frac{N_{o1} + N_{o2}}{N_i} = \frac{N_{i1}\,\eta_1 + N_{i2}\,\eta_2}{N_i}\,. \tag{44}$$

しかるに入力トルクをTとすれば

$$N_i = T\,\omega_a = T(\omega_{a1} + \omega_{a2}) = N_{i1} + N_{i2}.$$

すなわち

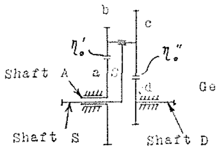
$$T = \frac{N_i}{\omega_a} = \frac{N_{i1}}{\omega_{a1}} = \frac{N_{i2}}{\omega_{a2}}\,.$$

これより

$$N_{i1} = \frac{\omega_{a1}}{\omega_a} N_i = \frac{Z_b\,Z_d\,\omega_d}{(Z_a\,Z_c - Z_b\,Z_d)\omega_s + Z_b\,Z_d\,\omega_d} N_i, \tag{45}$$

Table 2 Speed Ratio and Efficiency Formulas for 2K–H Type Differential Gears

Type II



$Z_a > Z_d$

$(Z_a Z_c > Z_b Z_d)$

Gear Ratio $i_o = \dfrac{Z_b\,Z_d}{Z_a\,Z_c} < 1$

Stationary Efficiency $\eta_o = \eta_o' \times \eta_o''$

Driver	Follower	Angular Velocity	Efficiency of Differentials	Efficiency of Component Planetary Trains
A, D	S	$\omega_s = \dfrac{\omega_a - i_o\,\omega_d}{1 - i_o}$	$\eta = \dfrac{\omega_a - i_o\,\omega_d}{\dfrac{\omega_a}{\eta_2} - \dfrac{i_o\,\omega_d}{\eta_1}}$	$\eta_1 = \dfrac{\eta_o - i_o}{1 - i_o}$, $\eta_2 = \dfrac{\eta_o - i_o}{(1-i_o)\eta_o}$
A, S	D	$\omega_d = \dfrac{1}{i_o}\omega_a + (1 - \dfrac{1}{i_o})\omega_s$	$\eta = \dfrac{\omega_a - (1-i_o)\omega_s}{\dfrac{\omega_a}{\eta_1} - \dfrac{(1-i_o)\omega_s}{\eta_2}}$	$\eta_1 = \eta_o$, $\eta_2 = \dfrac{(1-i_o)\eta_o}{1 - i_o\eta_o}$
D, S	A	$\omega_a = (1-i_o)\omega_s + i_o\,\omega_d$	$\eta = \dfrac{(1-i_o)\omega_s + i_o\,\omega_d}{\dfrac{i_o\,\omega_d}{\eta_1} + \dfrac{(1-i_o)\omega_s}{\eta_2}}$	$\eta_1 = \eta_o$, $\eta_2 = \dfrac{1 - i_o}{1 - i_o\eta_o}$
A	D, S	$\omega_a = (1-i_o)\omega_s + i_o\,\omega_d$	$\eta = \dfrac{i_o\,\omega_d\,\eta_1 + (1-i_o)\omega_s\,\eta_2}{(1-i_o)\omega_s + i_o\,\omega_d}$	$\eta_1 = \eta_o$, $\eta_2 = \dfrac{\eta_o - i_o}{(1-i_o)\eta_o}$
D	A, S	$\omega_d = \dfrac{1}{i_o}\omega_a + (1 - \dfrac{1}{i_o})\omega_s$	$\eta = \dfrac{\omega_a\eta_1 + (i_o - 1)\omega_s\,\eta_2}{(i_o - 1)\omega_s + \omega_a}$	$\eta_1 = \eta_o$, $\eta_2 = \dfrac{\eta_o - i_o}{1 - i_o}$
S	A, D	$\omega_s = \dfrac{\omega_a - i_o\,\omega_d}{1 - i_o}$	$\eta = \dfrac{\omega_a\eta_2 - i_o\,\omega_d\,\eta_1}{\omega_a - i_o\,\omega_d}$	$\eta_1 = \dfrac{(1-i_o)\eta_o}{1 - i_o\eta_o}$, $\eta_2 = \dfrac{1 - i_o}{1 - i_o\eta_o}$

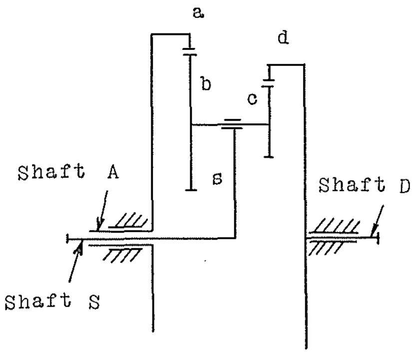
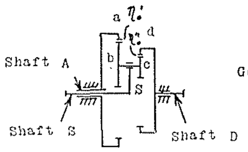


Fig. 3 2K–H Differential

Table 3 Speed Ratio and Efficiency Formulas for 2K–H Type Differential Gears

Type III



$Z_a > Z_d$

$(Z_a Z_c < Z_b Z_d)$

Gear Ratio $i_0 = \dfrac{Z_b Z_d}{Z_a Z_c} > 1$

Stationary Efficiency $\eta_0 = \eta_0' \times \eta_0''$

Driver	Follower	Angular Velocity	Efficiency of Differentials	Efficiency of Component Planetary Trains
A , D	S	$\omega_s = \dfrac{\omega_a - i_0 \omega_d}{1 - i_0}$	$\eta = \dfrac{i_0 \omega_d - \omega_a}{\dfrac{i_0 \omega_d}{\eta_2} - \dfrac{\omega_a}{\eta_1}}$	$\eta_1 = \dfrac{i_0 \eta_0 - 1}{i_0 - 1}$, $\eta_2 = \dfrac{i_0 \eta_0 - 1}{(i_0 - 1)\eta_0}$
A , S	D	$\omega_d = \dfrac{1}{i_0}\omega_a + (1 - \dfrac{1}{i_0})\omega_s$	$\eta = \dfrac{(i_0 - 1)\omega_s + \omega_a}{\dfrac{(i_0 - 1)\omega_s}{\eta_1} + \dfrac{\omega_a}{\eta_2}}$	$\eta_1 = \dfrac{i_0 - 1}{i_0 - \eta_0}$, $\eta_2 = \eta_0$
D , S	A	$\omega_a = (1 - i_0)\omega_s + i_0 \omega_d$	$\eta = \dfrac{i_0 \omega_d + (1 - i_0)\omega_s}{\dfrac{i_0 \omega_d}{\eta_1} + \dfrac{(1 - i_0)\omega_s}{\eta_2}}$	$\eta_1 = \eta_0$, $\eta_2 = \dfrac{(i_0 - 1)\eta_0}{i_0 - \eta_0}$
A	D , S	$\omega_a = (1 - i_0)\omega_s + i_0 \omega_d$	$\eta = \dfrac{(1 - i_0)\omega_s \eta_1 + i_0 \omega_d \eta_2}{i_0 \omega_d + (1 - i_0)\omega_s}$	$\eta_1 = \dfrac{i_0 \eta_0 - 1}{i_0 - 1}$, $\eta_2 = \eta_0$
D	A , S	$\omega_d = \dfrac{1}{i_0}\omega_a + (1 - \dfrac{1}{i_0})\omega_s$	$\eta = \dfrac{(i_0 - 1)\omega_s \eta_1 + \omega_a \eta_2}{(i_0 - 1)\omega_s + \omega_a}$	$\eta_1 = \dfrac{i_0 \eta_0 - 1}{(i_0 - 1)\eta_0}$, $\eta_2 = \eta_0$
S	A , D	$\omega_s = \dfrac{\omega_a - i_0 \omega_d}{1 - i_0}$	$\eta = \dfrac{i_0 \omega_d \eta_1 - \omega_a \eta_2}{i_0 \omega_d - \omega_a}$	$\eta_1 = \dfrac{i_0 - 1}{i_0 - \eta_0}$, $\eta_2 = \dfrac{(i_0 - 1)\eta_0}{i_0 - \eta_0}$

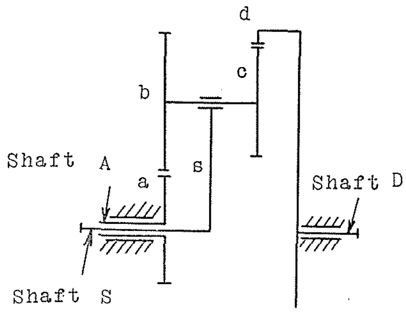
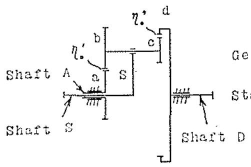


Fig. 4 2K–H Differential

Table 4 Speed Ratio and Efficiency Formulas for 2K–H Type Differential Gears

Type IV



Gear Ratio $i_0 = \frac{Z_b \cdot Z_d}{Z_a \cdot Z_c}$

Stationary Efficiency $\eta_0 = \eta_0' \times \eta_0''$

Driver	Follower	Angular Velocity	Efficiency of Differentials	Efficiency of Component Planetary Trains
A, D	S	$\omega_s = \frac{\omega_a + i_0 \omega_d}{1 + i_0}$	$\eta = \frac{\omega_a + i_0 \omega_d}{\frac{\omega_a}{\eta_1} + \frac{i_0 \omega_d}{\eta_2}}$	$\eta_1 = \frac{1 + i_0 \eta_0}{1 + i_0}$, $\eta_2 = \frac{i_0 + \eta_0}{1 + i_0}$
A, S	D	$\omega_d = -\frac{1}{i_0}\omega_a + (1 + \frac{1}{i_0})\omega_s$	$\eta = \frac{\omega_a - (1 + i_0)\omega_s}{\frac{\omega_a}{\eta_2} - \frac{(1 + i_0)\omega_s}{\eta_1}}$	$\eta_1 = \frac{(1 + i_0)\eta_0}{1 + i_0 \eta_0}$, $\eta_2 = \eta_0$
D, S	A	$\omega_a = (1 + i_0)\omega_s - i_0 \omega_d$	$\eta = \frac{(1 + i_0)\omega_s - i_0 \omega_d}{\frac{(1 + i_0)\omega_s}{\eta_1} - \frac{i_0 \omega_d}{\eta_2}}$	$\eta_1 = \frac{(1 + i_0)\eta_0}{i_0 + \eta_0}$, $\eta_2 = \eta_0$
A	D, S	$\omega_a = (1 + i_0)\omega_s - i_0 \omega_d$	$\eta = \frac{(1 + i_0)\omega_s \eta_1 - i_0 \omega_d \eta_2}{(1 + i_0)\omega_s - i_0 \omega_d}$	$\eta_1 = \frac{1 + i_0 \eta_0}{1 + i_0}$, $\eta_2 = \eta_0$
D	A, S	$\omega_d = -\frac{1}{i_0}\omega_a + (1 + \frac{1}{i_0})\omega_s$	$\eta = \frac{\omega_a \eta_2 - (1 + i_0)\omega_s \eta_1}{\omega_a - (1 + i_0)\omega_s}$	$\eta_1 = \frac{i_0 + \eta_0}{1 + i_0}$, $\eta_2 = \eta_0$
S	A, D	$\omega_s = \frac{\omega_a + i_0 \omega_d}{1 + i_0}$	$\eta = \frac{\omega_a \eta_2 + i_0 \omega_d \eta_1}{\omega_a + i_0 \omega_d}$	$\eta_1 = \frac{(1 + i_0)\eta_0}{1 + i_0 \eta_0}$, $\eta_2 = \frac{(1 + i_0)\eta_0}{i_0 + \eta_0}$

$$N_{i2}=\frac{\omega_{a2}}{\omega_a}N_i=\frac{(Z_a\,Z_c-Z_b\,Z_d)\omega_s}{(Z_a\,Z_c-Z_b\,Z_d)\omega_s+Z_b\,Z_d\,\omega_d}N_i. \tag{46}$$

式 (45), (46) を式 (44) に代入すると

$$\eta=\frac{Z_b\,Z_d\,\omega_d\,\eta_1+(Z_a\,Z_c-Z_bZ_d)\,\omega_s\,\eta_2}{(Z_a\,Z_c-Z_b\,Z_d)\omega_s+Z_b\,Z_d\,\omega_d}=\frac{i_o\,\omega_d\,\eta_1+(1-i_o)\omega_s\,\eta_2}{(1-i_o)\omega_s+i_o\,\omega_d}. \tag{47}$$

以上と同様の方法により形式IIの 2K-H 型差動歯車機構の角速度と効率の計算式を求め，表 2 に示した.

2.3 形式 III の差動歯車機構

図 3 に示すごとき 2K-H 型差動歯車機構の効率を求める．この場合 $Z_a > Z_d$ とし，したがって $Z_a\,Z_c < Z_b\,Z_d$ となり，$i_o=\dfrac{Z_b\,Z_d}{Z_a\,Z_c}>1$ となる．そして前述の解法と同様にして形式IIIの差動歯車機構の角速度と効率の計算式を求め，表 3 に示した.

2.4 形式 IV の差動歯車機構

図 4 に示すごとき 2K-H 型差動歯車機構の角速度と効率の計算式を求め，表 4 に示した.

5 結　　　言

差動歯車として最も基本的な 2K-H 型差動歯車機構の効率を計算するための計算式について考察し，基準効率 η_0 と歯数比 i_0 を用いてこれら装置の効率を計算する式を導き，角速度と効率計算式の一覧表を作成した．最後に本研究に助力された竹内育夫，関谷俊生の両君に感謝の意を表します.

文　　　献

1) H. E. Merritt, Gears trains, Pitman & Sons, (1947)
2) R. Poppinga, Stirnrad Planetengetriebe, Franckh' sche Verlag, Stuttgart, (1949)
3) K. Seeliger, Planetengetriebe in drehzahlveränderlichen Antrieben, VDI-z. 101 (1959), 217.
4) E. I. Radzimovsky, Planetary gear drives, Mach. Design, 31, No. 12 (1959), 144.
5) W. Rössner, Die Leistungsübertragung durch Umlaufrädergetriebe, Industrieblatt, 63 (1963), 354.
6) B. H. Кудрявцев, Планетарные передачи, (1966)
7) 両角宗晴，遊星歯車機構の効率評価の簡単な分りよい方法について，信州大学工学部紀要，31号 (昭46—12), 105.
8)～13) 文献 7) のP. 108