

磁気回路の反磁界係数

山田 一*・脇若弘之**

(昭和48年5月31日受理)

1. ま え が き

磁気回路にギャップがあるとき、ギャップに面した磁心の両端に磁極を生じ、そのため逆向きの磁界、すなわち反磁界を生ずる。

現在使用されている大半の磁気素子はギャップのある磁気回路を形成しており、巻鉄心や積層鉄心も厳密な意味でギャップのある磁気回路である。ギャップのない磁気回路といえるのは環状磁心の場合だけである。したがって、いま、対象としている磁気回路の反磁界係数が何らかの方法で正確に求まるとすれば、材料の磁気特性から反磁界の影響を考慮して、ただちにその磁気素子の磁気特性が導かれることになり、各種の磁気素子の設計、解析がきわめて合理的になることはあきらかである。

反磁界係数の値が、理論的に厳密に求まるのは、平等磁界中におかれた回転楕円体磁心の場合に限られている。磁心が楕円体以外の形のときには、平等磁界中におかれても、楕円体の場合と異なり、磁心は均一に磁化されず、反磁界の大きさと方向は場所によって異なるため、反磁界係数は位置の関数となる。一般に、不規則な磁化を受けている磁心については、その反磁界係数を求めることは困難である。このためか、各研究者の間では反磁界係数に対し必ずしも一致した解釈がみられず、また開磁路に対する適用も十分ではないようである。

本論文では、反磁界係数に対する先人たちの過去70余年間の研究を経て、やっと定着化しつつある反磁界係数の解釈と導き方を説明し、寸法比(=長軸/短軸)に依存する反磁界係数を最近のデータから整理して検討した。あわせて、反磁界係数を $B-H$ ループのずれ補正にだけでなく、反磁界係数を考慮して、磁気素子を適切に解析した例を示した。最後に、今後解決すべき問題点を指摘して参考に供した。

2. 磁気回路の反磁界係数

2.1 反磁界係数の基本式

棒状磁心を磁界中におくと磁心の内部の磁束分布は図1に示したようになる。これは図2に示したように磁心が磁化され外部磁界 H_0 と逆方向の反磁界を生ずる考えられる。このとき棒状磁心の見かけ上の磁気特性 $B(H_0)$ とその材料(反磁界のない環状)の磁気特性 $B(H)$ との間には、図3に示したような関係がある。反磁界係数を N として、有効磁

* 電気工学教室 助教授

** 大学院修士課程

界 H 、反磁界 H_d と外部磁界 H_0 との間には、周知のようにつぎの関係が成立する。

$$H = H_0 - H_d \quad (1)$$

$$H_d = N \frac{J}{\mu_0} \quad (2)$$

$$B = \mu_0 H + J \quad (3)$$

ここに、 B : 磁束密度 [T], J : 磁化の強さ [T], $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m] : 真空の透磁率 ($1[\text{T}] = 1[\text{Wb/m}^2] = 10[\text{kG}]$)

式 (2), (3) を式 (1) に代入し、 B で割ると

$$\frac{H}{B} = \frac{H_0}{B} - \frac{N}{\mu_0} \left(1 - \frac{\mu_0 H}{B} \right) \quad (4)$$

ここで、材料の比透磁率を μ_s 、磁心の実効比透磁率（見かけ上の比透磁率）を μ_e とすれば、

$$B = \mu_0 \mu_s H = \mu_0 \mu_e H_0 \quad (5)$$

となり、式 (5) を式 (4) に代入して、 N を求めれば、

$$N = \frac{\mu_s - \mu_e}{\mu_s - 1} \cdot \frac{1}{\mu_e} \quad (6)$$

となる。上式が反磁界係数 N の基本式であり、 $\mu_s \geq 1$ の場合には、式 (1) と式 (5) を考慮して

$$N = \frac{1}{\mu_e} - \frac{1}{\mu_s} = \frac{\mu_0 H_d}{B} \quad (7)$$

また、 $\mu_s \gg \mu_e > 1$ の場合（あるいは、 $N\mu_s \gg 1$ ）には、

$$N = \frac{1}{\mu_e} = \frac{\mu_0 H_0}{B} \quad (8)$$

となる。反磁界係数 N は、満足しているそれぞれの条件に応じて、式 (7) あるいは式 (8) を用いることができる。

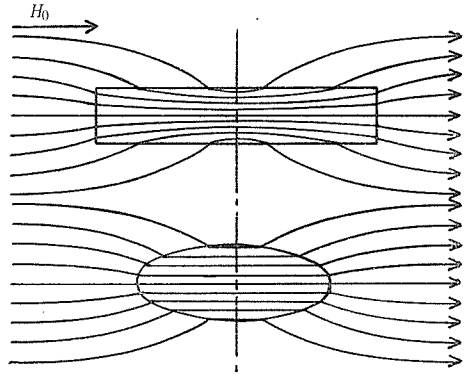


図1 平等磁界中にある棒状磁心（上）と回転楕円体磁心（下）の磁化

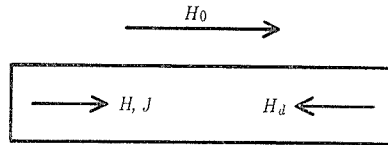


図2 棒状磁心の反磁界

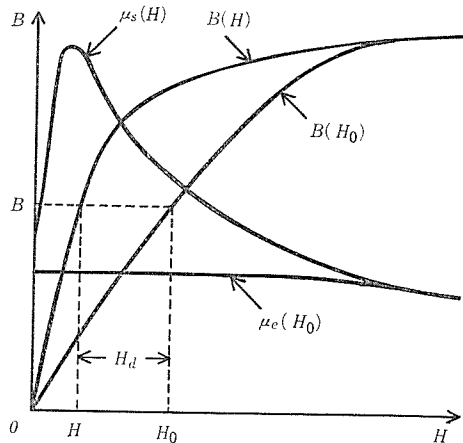


図3 反磁界の求め方

この章では、ギャップのある磁気回路の代表である棒状磁心、ギャップの長さを可変にした円弧状磁心およびギャップがきわめて小さいカットコアについての反磁界係数について考察することにする。

2・2 棒状磁心の反磁界係数

棒状磁心を平等磁界中において磁化したとき、その軸上の磁束分布は、図4に示す一連の放物線群で表わされ、一般に次式で表わすことができる^{50), 56)}。

$$B_x = B_0 \left(1 - C \frac{4x^2}{l^2} \right) \tag{9}$$

$$N = \frac{1}{m^2} \left(1n \frac{km}{2} - 1 \right) \tag{10}$$

$$B = \frac{\mu_0 H_0}{N}, \quad m = \frac{l}{d} \tag{11}$$

式(9)、(10)における係数 C と k の値は、寸法比 m と材質によって異なるが、 $m = 4 \sim 30$ の範囲では、 $C = 0.6 \sim 0.7$ 、 $k = 3.0$ という値によって、実測値と良く一致する⁵⁶⁾。式(10)から明らかのように、 N は m と k の関数であり、 k は磁心の形状、測定条件、磁心材料に依存している。

回転楕円体の磁心の場合には、磁心が均一に磁化されることから、反磁界は一定、すなわち反磁界係数は定数であるのに対して、楕円体以外の磁心の場合には、均一に磁化されないことから、反磁界は位置によってそれぞれ異なった値をとる。したがって、反磁界係数は、位置の関数として表わさなければならないし、当然中心反磁界係数 N_0 、平均磁界係数 \bar{N} 、部分反磁界係数 N_x の三通りの定義^{50), 51)}を考え、それぞれの用途に応じてそれらを用いることが必要になってくる。すなわち、図5に表わしたように、長さ l 、直径 d

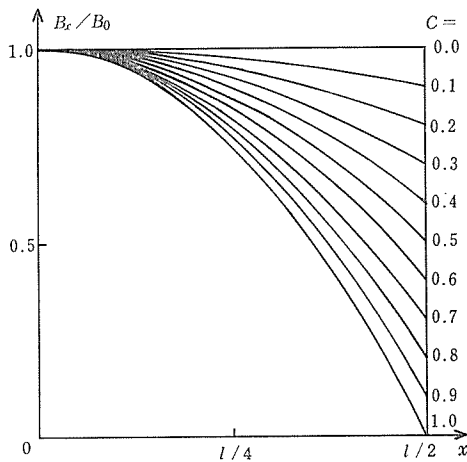


図4 棒状磁心軸上の磁束分布(式(9))

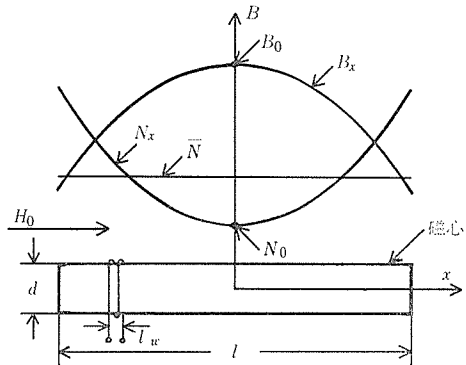


図5 反磁界係数の解釈

($= 2r$) の棒状磁心を外部磁界 H_0 で磁化した場合、磁心の長手方向 (x 軸) の部分反磁界係数 N_x は位置 x において断面 (断面積 A) において積分した値であり、次式で表わされる。

$$N_x = \frac{1}{A} \int N(r, x) dA = \frac{\mu_0 H_0}{\frac{1}{l_w} \int_0^{l_w} B_x dx} \quad (12)$$

ここに、 l_w : さぐりコイルの長さ

次に、磁心の中心 O の断面における中心反磁界係数 N_0 は ballistic な反磁界係数 (N_b) とも呼ばれているが、次式で表わされる。

$$N_0 = \frac{1}{A} \int N(r, 0) dA = \frac{\mu_0 H_0}{B_0} \quad (13)$$

さらに、磁心の全体積 V について平均値を考えた平均反磁界係数 \bar{N} は、magnetometric な反磁界係数 (N_m) とも呼ばれ、次式で表わされる。

$$\bar{N} = \frac{1}{V} \int N(r, x) dV = \frac{\mu_0 H_0}{\frac{1}{l} \int_0^l B_x dx} \quad (14)$$

磁心の寸法比 m の値によっては、 \bar{N} の値が N_0 の値よりも 1 桁くらい大きい時があるので、これまでの反磁界係数のデータを使用する際これらの三つの反磁界係数を区別して用いることはきわめて重要である。

磁心の反磁界係数は、磁心の断面の形状によっても変化し、その結果を図 6 に示した。図 6 には、回転楕円体の反磁界係数もあわせて示してある。図 6 において、円柱状磁心の平均反磁界係数 \bar{N}_0 を基準にとり、正多角形の断面をもつ棒状磁心の平均磁界係数を \bar{N} として、その偏差 $\xi = (\bar{N} - \bar{N}_0) \times 100/\bar{N}_0$ によって整理したグラフが図 7 である。これから明らかなように断面が円といちじるしく異なる正三角形の場合でもその偏差はわずか 2% 以内であり、ここで、等価直径 d_{eq} の概念^{49), 52)} を導入することができる。すなわち、

$$d_{eq} = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (15)$$

式 (15) を用いて等価寸法比 $m = l/d_{eq}$ を表わすことが可能となる。

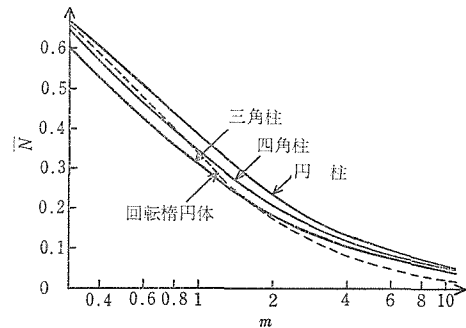


図 6 磁心の断面形状に依存する平均反磁界係数 (\bar{N})

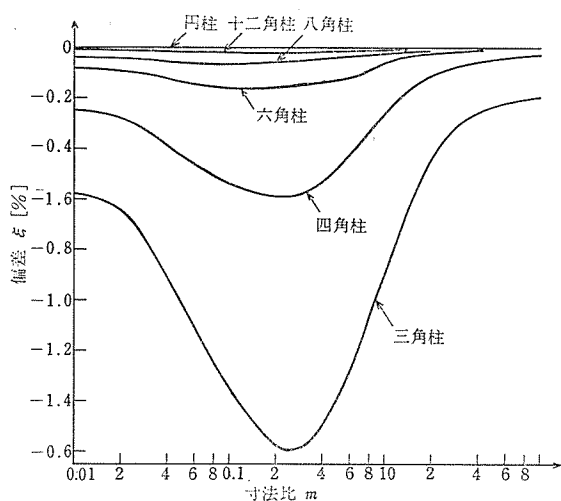


図7 円柱状磁心の \bar{N} に対する正多角形の断面の棒状磁心の \bar{N} の偏差

表1 円弧状磁心

No.	$\theta_g [^\circ]$	m
1	330	1.01
2	300	2.02
3	270	3.03
4	240	4.04
5	210	5.05
6	180	6.06
7	150	7.07
8	120	8.08
9	90	9.09
10	60	10.01
11	35	10.9
12	10	11.8

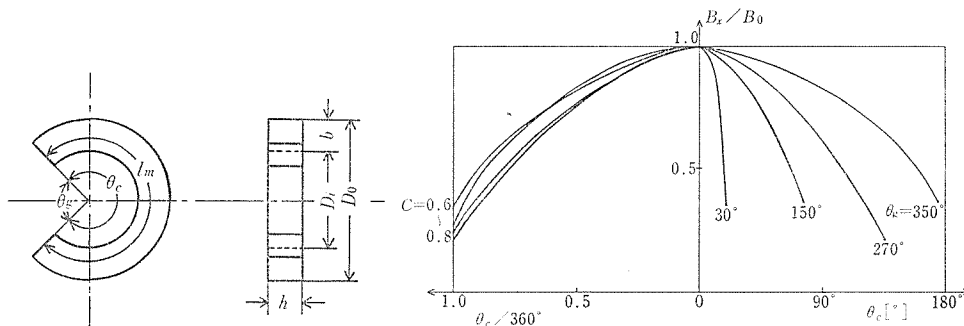


図8 円弧状磁心の形状

図9 円弧状磁心軸上の磁束分布

2.3 円弧状磁心の反磁界係数

棒状磁心の場合、一般的な磁化条件ではその磁気特性は線形であるが、円弧状磁心の場合には、そのギャップの程度に関係して非線形特性が入ってくる。しかし、この場合にも式(10)は k の値を若干修正することによって十分使用できる。いま、円弧状磁心の各寸法を図8のように定めると、その寸法比 m は

$$m = \frac{r\theta_c}{d} = 2.79 \frac{r_D + 1}{r_D - 1} \cdot \frac{1 - \lambda}{\sqrt{r_h}} \tag{16}$$

となる。ここに、 $r_D = D_o/D_i$, $r_h = h/b$, $\lambda = \theta_g/2\pi$

図8に示したような円弧状磁心を、表1に示したように11種作成し、これらの磁心の交流磁界 (50Hz) における軸上の磁束分布の測定結果を図9に示した。測定条件は磁化力正

弦波であり $H_0 = 8.40[\text{A/cm}]$ の均一磁界で測定し、磁心中央の磁束密度 B_0 は $0.06[\text{T}]$ ($\theta_c = 30^\circ$) $\sim 0.2[\text{T}]$ ($\theta_c = 350^\circ$) の範囲にあった。図9からわかるように、式(9)の C の値は実験誤差の範囲内で $0.6 \sim 0.8$ の領域におさまった。また、 $\theta_c = 350^\circ$ の磁心でも、ギャップの長さが 5.7 mm と比較的大きいため、 $H_0 = 8.40[\text{A/cm}]$ でも、ほぼ線形の磁気特性を示している。

円弧状磁心の場合、パーミアンス法により与えられる反磁界係数の式は、もれ磁束を無視すると、つぎの式で与えられている。

$$N = \frac{l_g}{l_c + l_g} = \frac{\theta_g}{360} \quad (17)$$

この式から計算された N 、式(10)から計算される N および、Bozorth のデータから引用した $N_{0\infty}$ の値を図10に示した。図からわかるように、 θ_g が大きくなるにともない、式(17)と式(10)の値は異なってくる。パーミアンス法から反磁界係数を求めるためには、ここでもれ磁束の磁路をいろいろ工夫してやらねばならず、経験的要素が多く入ってくるが、磁束分布法では、この点実測値と一致する計算値が式(10)から容易に得られるので便利である。

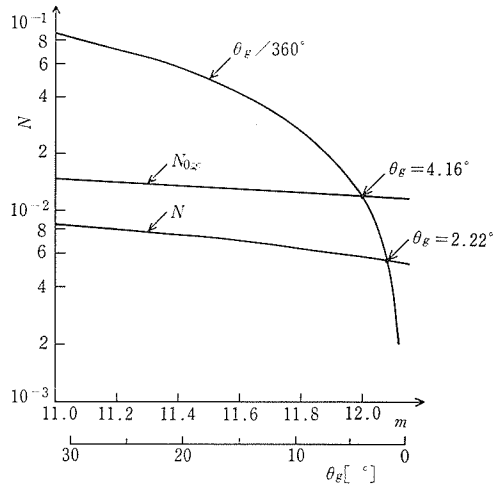


図10 円弧状磁心の反磁界係数

2.4 カットコアの反磁界係数

カットコアとは、“断面積および窓面積が一般的に長方形の形状をしており、コイルの装着が便利のように切断面（カット面）があり、単相用および三相用磁心の一種”である。

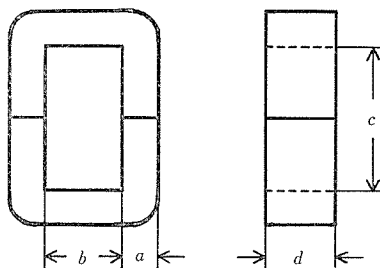


図11 C形カットコアの形状

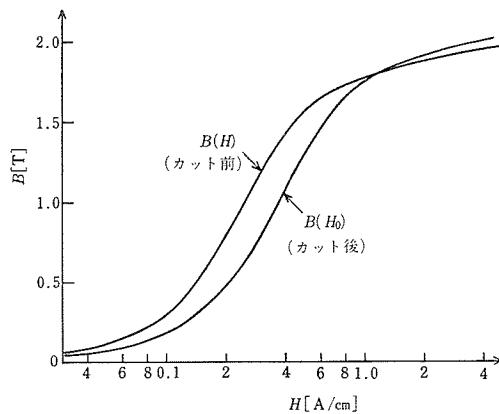


図12 カットコアの交流磁化曲線

表2 C形カッタコアの諸量

No.	m	l_m [cm]	A_e [cm ²]	W_i [kg]	摘 要
1	6.87	23.88	9.50	1.74	SC 209-50, 60Hz
2	6.87	24.49	9.99	1.86	“ , “
3	8.18	25.78	7.80	1.54	SC 108-40, “
4	8.31	26.3	7.87	1.60	“ , “
5	10.6	74.3	38.5	22.8	50Hz
6	17.4	48.0	6.0	2.2	“

ここでは、図11に示すような、冷間圧延された方向性けい素鋼帯を用いたC形カッタコアを用いた。

カッタコアの寸法比 m については、まだ定説がないので、ここでは便宜上 $m = (l_m/2) \cdot \sqrt{\pi/A_e}$ を用いることにする。実験に用いたカッタコアは表2に示した6種のもので、測定条件は、JIS C6442 (磁束正弦波条件) にしたがった。図12は、カッタコアの交流磁化曲線に特異性があることを示している。すなわち、ある磁化状態まではカット後の $B(H_0)$ のほうが、カット前の $B(H)$ よりも低い値を示しているが、それ以上になるとカッタコアの $B(H_0)$ の方が高い値になっている。これは、ある磁化状態以上では反磁界係数が負になることを意味して矛盾するが、カット前のコアが接着剤によって不当に磁気ひずみを大きくさせられたと解釈することができる。

カッタコアは部分磁化されているが、全磁路にわたって磁束分布がほぼ一様であるので $\bar{N} = N_0$ とおくことができる。図12に示した磁気特性から得られる比透磁率の変化は図13に示したようになり、このとき、 $N\mu_s \gg 1$ の条件は満足せず、 $\mu_s \gg 1$ の条件を満たすだ

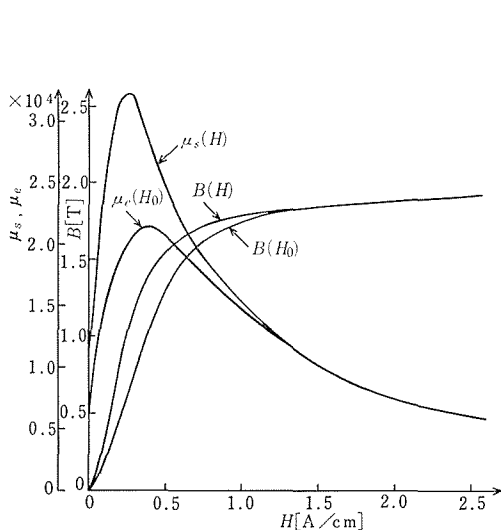


図13 カッタコアのカット前後の透磁率

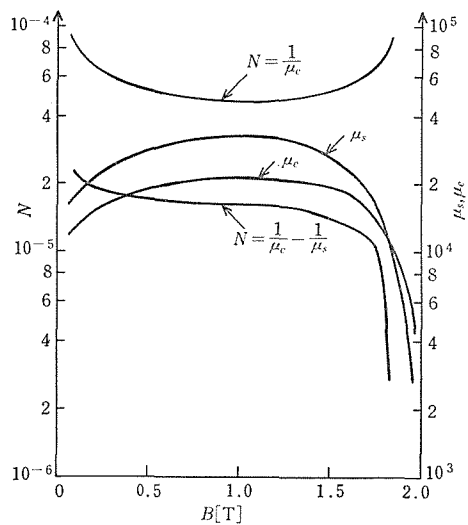


図14 カッタコアの磁束密度に依存する反磁界係数

けであるから、反磁界係数は、式(8)から求めることができず、式(7)から求めなければならない。図12、図13から求めた反磁界係数の値を図14に示した。図14には、参考のため式(8)から求めた反磁界係数の値を示してある。図14により、反磁界 H_d と反磁界係数 N が、磁束密度 B に依存することがわかる。

6種のカットコアについて、1.0[T]のときの反磁界係数 N と、それぞれの平均磁路の長さ l_m とから、 $N = 2\delta/l_m$ の関係式により、等価ギャップの長さ δ を求めると、その平均値は $\delta = 3.27 [\mu]$ となった。

これまでに棒状磁心、円弧状磁心およびカットコアについてのそれぞれの反磁界係数を求める基本的な考え方を説明したが、これらの結果と、従来までの成果を図15に示しておいた。

2.5 反磁界係数の応用例

反磁界の存在は、従来から磁気素子の磁気特性を低下させるものとして、反磁界を極力小さくするよう注意が払われてきた。これまで、反磁界係数は、 $B-H$ ループのずれ補正などにだけ用いられるものとされていたが、前述したように、反磁界係数がわかれば、その磁気素子のがわかり、回路定数を精確に求めることができるなどの積極的利用が可能となる。ここでは、反磁界係数を導入した磁気素子の新しい解析法についての一例を示すことにする。

図16のように、直線状ソレノイドの中に円柱状磁心がおかれたとき磁心の軸上に形成される磁束分布は、 $N\mu_s \gg 1$ の条件を満たし、次式で近似できる。

$$B_x = \frac{\mu_0 H_0}{N} \left\{ 1 - C \left(\frac{x}{l/2} \right)^2 \right\} \quad (18)$$

円柱状磁心の軸上の磁束分布 ϕ_x は、 A を磁心の断面積として、

$$\phi_x = AB_x = \frac{\pi d^2}{4} B_x \quad (19)$$

となる。巻線中の磁界の強さは、磁界の強さが一様であると見なせば、次式で与えられる。

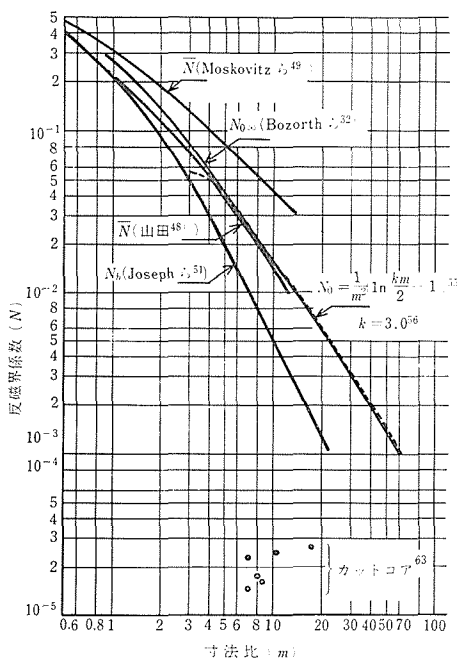


図15 反磁界係数と寸法比との関係

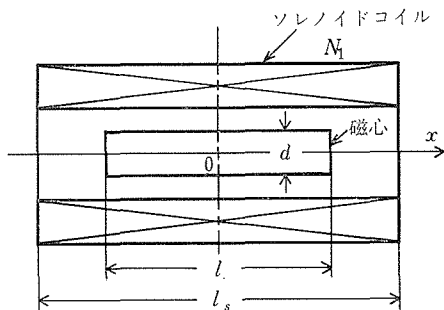


図16 ソレノイドコイル中におかれた棒状磁心

$$H_0 = \frac{N_1 I_1}{l_s} \quad (20)$$

式(19)に式(18), (20)と(10)を代入して, 整理すると

$$\phi_x = \frac{\pi \mu_0 l^2 N_1 I_1}{4 l_s (\ln km/2 - 1)} \left(1 - C \frac{4x^2}{l^2} \right) \quad (21)$$

となるので, このときの磁心部分のみによるインダクタンス L_c は, 次式となる.

$$\begin{aligned} L_c &= \frac{N_1}{I_1 l_s} \int_{-l/2}^{l/2} \phi_x dx \\ &= \frac{\pi \mu_0 l^3 N_1^2}{4 (\ln km/2 - 1)} \left(1 - \frac{C}{3} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

ここに, $\gamma = l/l_s$. 式(22)は, すでに述べたように磁心部分のみのインダクタンスであり, 実際には空気(ギャップ)部分のインダクタンスを加算して全インダクタンスを求めることができる. さらに磁心の変位の影響を考慮してインダクタンスの変化分を求めれば差動変圧器などの出力電圧を精確に算出することが可能になる⁵⁶⁾.

このような解析法は, 磁心の軸上の磁束分布に着目しているので磁束分布法とよぶことができ, この方法は, 開磁路に対して有効な解析手法の一つとなりうる.

3. 反磁界研究の展望

この章では, 反磁界についての研究過程を歴史的に展望して, 先達の足跡を回顧するとともに, 反磁界係数を研究する上での今後の問題点などを考察することにしよう.

3.1 反磁界の研究史

反磁界についての研究過程は, また磁気素子の研究史でもある. 磁気についての初歩的な知見はすでに紀元前からあったと言われているが, ここでは, 反磁界について近密な関連のある主な事項を歴代順に展望してみよう.

1898年, Holborn¹⁾は, 棒状磁心の有効磁極が, 磁界の強さによって移動することを見出し, 反磁界係数 N が, 寸法比 m , 透磁率 μ , 位置 x の関数であることを指摘しており, 筆者らは残念ながらこの原論文を入手していないが, 反磁界係数についての今日的な概念はほぼ形成されていたとみるべきであろう. その後, このことを確かめるためいろいろな角度から実験, 解析が行なわれ^{2)~7)}, 1923年になって Würschmidt は, ギャップのある環状磁心, 楕円体, 棒状磁心の反磁界を解析する際ベキ級数展開の形で磁化の強さ J を近似することを提案^{8), 9)}した. ベキ級数展開することにより J や N を近似しようとする動きはその後にも二三^{12), 16)}見られる.

1941年になって, Stratton が, 平等電界中におかれた回転楕円体の試料の内部には均一な電界ができることを証明した. このため, 楕円体磁心については, 反磁界係数が理論的に導かれるようになった^{26), 27)}.

この間、実験的には、同一寸法比の磁心でも、測定コイルの長さ、磁心の直径、磁心の材質、印加磁界の強さ等により反磁界係数の値が変化することなどの種々の実験的報告^{10), 11), 17), 18), 21), 24), 29), 31)}がある。各寸法比 m の磁心について反磁界係数を求めた従来のデータ^{13)~15), 19), 20)}から、1939年 Warmuth が、 $m = 10 \sim 50$ についての $N_{0\infty}$ ($\mu_s = \infty$ 時の中央反磁界係数) を発表^{19), 20)}し、つづいて1942年には Bozorth と Chapin が、従来の成果^{14)~16), 19), 20), 22)}に基づいて、 $m = 0 \sim 2000$ についての反磁界係数 N_0 を表²⁵⁾にまとめた。その後 Bozorth は“Ferromagnetism”³²⁾を1951年に出版し、このデータは、今でもよく引用されている。このデータは、中心の反磁界係数 N_0 であることに注意して用いる必要がある。これに先立って Аркадьев は、1946年に中心の反磁界係数 N_0 と平均の反磁界係数 \bar{N} を区別するよう提案している。

この頃渦電流の影響^{30), 33)}により反磁界が異なることも確かめられたことは、交流励磁の上からも注目される。

1954年になって、Розенблат は、それまでの成果^{8), 16), 25)}を検討し、棒状磁心の軸上の磁束分布を放物線で近似し、反磁界係数 $N_{0\infty}$ を求める半経験式を提案^{34), 50)}した。この式は誤差 $\pm 1\%$ 程度で実測値とよく近似することが確かめられている。

数学的手段の発達とともに、反磁界を求める理論は急テンポに進展し始め、 $N_x + N_y + N_z = 1$ が一般的に成立することを証明^{36), 37), 42)}したり、1965年には Joseph と Schlömann が、楕円体以外の磁心の反磁界係数を求める一般的な理論を提出⁴⁷⁾し、1966年には Joseph が、この一般的な理論を円柱状、四角柱状磁心に適用した例を発表⁵¹⁾している。Moskovitz らは、反磁界係数をテンソル表示し、これまでの概念を理論的に整理して示している⁵²⁾。

工学的応用の立場からは、1965年に Okoshi が、抵抗回路網と電解液によるアナログシミュレーション法による反磁界の求め方⁴⁶⁾を示し、著者の一人は、1966年に交流磁化による円弧状磁心の反磁界係数⁴⁸⁾を実験的に検討し、同年に Moskovitz が、正多角形の断面の棒状磁心の反磁界⁴⁹⁾について検討するなどに始まって、1968年に著者の一人が、差動変圧器などの解析に反磁界係数を導入し、磁束分布法がこの種の磁気素子の解析に適用できた例^{55)~57)}などがあげられる。

さらに、最近になって、磁気記録に用いられる磁性薄膜等に関して、その反磁界係数を求め、磁性薄膜の磁気記録機構の解析、磁気エネルギーの評価などを検討するための試み^{54), 59), 60), 64)}がなされている。Schlömann は磁性薄膜の表面に粗さがある場合について検討してある程度の成果⁵⁹⁾を得られており、Колдасов は、平板状磁性薄膜に対して Розенблат の式を発展させた形の式を提案⁶⁴⁾している。

筆者らは先に、これらの内容の一部をまとめ、これまでの成果と問題点を整理して報告⁶³⁾したが今回さらに、いくつかの重要な文献、概念を追加して、ここにまとめた。

3・2 今後の問題点

反磁界係数を研究する上で、今後解決すべき主な問題点をあげると、次のようにまとめることができる。

(1) 磁化コイル 従来の反磁界係数は、すべて平等磁界中におかれた磁心に対して求め

られてきた。しかし、開磁路を形成している磁心の多くは、平等磁化されることは少く、部分磁化の場合が大半である。部分磁化されている磁心についての反磁界係数の研究は、まだきわめて少ないのが現状である⁵⁷⁾。したがって、磁化コイルの長さが磁心の磁路の長さより短い場合における反磁界係数の研究は、今後に残されている。この際、特に N_0 、 \bar{N} および N_x の区別は重要である。

(2) 寸法比 ギャップの長さが全磁路の長さに対してきわめて小さい磁心に対する寸法比の定義が、必ずしも確立されていない。たとえば、カットコアでは仕上げの精度にもよるが、全磁路の長さに対して数十 μ のギャップが存在している。しかし、反磁界係数は寸法比に依存せずに、 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ の範囲に分散している。ギャップがきわめて小さく非線形特性を持つ磁心に対しては、新しい寸法比の概念の導入が必要であろう。

(3) 交流磁化 これまでの反磁界係数についての検討は、その大半が直流磁化の場合に限られてきた。実際には、多くの磁心は交流磁化で使用されるため、後は渦電流の影響などを考慮して、交流磁化されている各種磁心の反磁界係数を積極的に求める必要がある。

(4) パーミアンス法との競合 従来から開磁路の解析にパーミアンス法が広く利用されているが計算精度に限界があることは周知の通りである。反磁界係数を考慮した磁束分布法もまだその適用範囲に限りがあるのが現状である。現時点では、前者の方法は中ギャップのある磁気回路（ギャップの長さが全磁路の数十分の一程度）に対して用いられ、また後者の方法は、大ギャップのある磁気回路（たとえば、棒状磁心など）に対して有効である。磁束分布法は、パーミアンス法のように経験的要素の採用が少なくすむので、一層の開発が望まれている。

4. あとがき

本研究から得られた主な成果は、次の事項に述べるようにまとめることができる。

(1) ギャップのある磁気回路には、中央、平均および部分反磁界係数の三種があることを明確にし、対象とする磁気素子および解析目的に応じて、それぞれの反磁界係数を使い分けるべきことを指摘した。

(2) 反磁界係数の研究過程は、磁気素子の研究史でもあることを具体的に説明し、巻末には反磁界（係数）に関する内外の主な研究成果を歴代順に整理して示した。

最後に、反磁界に対する今後の研究傾向について付言しておきたい。物理面から眺めると、一連の新しい計算機用磁気素子（たとえば、磁性薄膜、ワイヤメモリ、バブルドメイン等）の出現にも刺激されて、反磁界の理論的および実験的研究は執ように継続されていくものと思われる。また、工学面から見ると、各種磁気素子の実用的な解析・設計法の確立に関連して、反磁界を考慮した磁束分布法は、パーミアンス法と競合しながら進展して行くものと考えられる。

本論文が、今後の磁気素子の解析・設計および反磁界研究の一助となれば、幸である。

最後に、この研究の過程でご討論いただいた電気学会磁性材料常置専門委員会およびカットコア分科会の委員各位に対して謝意を表する次第である。

文 献

- 1) L. Holborn, Sits. Preuss. Akad. Wiss., 156-168 (1898)
- 2) C. G. Lamb, Phil. Mag., 48, 262-271 (1899)
- 3) C. Benedics: Über die Entmagnetisierungsfaktoren kreiszylindrischer Stäbe, Ann. Phys. (Leipzig), 6, 726-740 (1901)
- 4) G. F. C. Searle & T. G. Bedford, Phil. Trans. Roy. Soc., A 198, 33-104 (1902)
- 5) C. L. B. Shuddenmagen: The magnetizing factors for cylindrical iron rods, Proc. Amer. Acad., 43, 185-256 (1907)
- 6) S. P. Thompson & E. W. Moss: Phil. Mag., 17, 726 (1909)
- 7) В. К. Аркадьев, Журнал русского физико-химического общ. (Физич. отд.) 46, 22 (1914)
- 8) J. Würschmidt: Die Entmagnetisierungsfaktoren kreiszylindrischer Stäbe, Z. Phys., 19, 388-397 (1923)
- 9) J. Würschmidt: Theorie des Entmagnetisierungsfaktoren und Sucherung von Magnetisierungskurven, Vieweg, Braunschweig (1925)
- 10) М. А. Чупрова, Тр. гос. экспер. электротехн. инст., вып. 6 (1925)
- 11) O. E. Buckley & L. W. Mckeehan: Phys. Rev., 26, 261 (1926)
- 12) E. Dussler: Eine experimentelle Methode zur Bestimmung des ballistischen Entmagnetisierungsfaktors, Ann. Phz. (Leipzig), 86, 9, 66-94 (1928)
- 13) С. П. Будрин, Временник главной палаты мер и весов, вып. 4, 14, 61 (1930)
- 14) H. Neumann: Wiss. Veröff. Siemens-Konz., 10, 2, 55-71 (1931)
- 15) H. Neumann und K. Warmuth, Wiss. Veröff. Siemens-Konz., 11, 2, 25-35 (1932)
- 16) F. Stäblein und H. Schlechtweg: Über den Entmagnetisierungsfaktors zylindrischer Stäbe, Zeits. f. Physik, 95, 630-646 (1935)
- 17) В. К. Аркадьев: Электромагнитные процессы в металлах, ч. 1, ОНТИ (1935)
- 18) T. Nishina, Sci. Rep. Tohoku Imp. univ., 24, 254 (1935)
- 19) K. Warmuth: Über den ballistischen Entmagnetisierungsfaktor zylindrischer Stäbe, Arch. f. Elektrotech., 30, 761-779 (1936)
- 20) K. Warmuth, Arch. f. Elektrotech., 31, 124-130 (1937)
- 21) С. Е. Ростковская, Успехи рентгенотехники, вып. 1, 20 (1938)
- 22) K. Warmuth, Arch. f. Elektrotech., 33, 747-763 (1939)
- 23) J. A. Stratton: Electromagnetic theory, McGraw Hill, 212 (1941)
- 24) Р. И. Янус, В. С. Обухов и Л. А. Шубина, ЖТФ, 11, 936 (1941)
- 25) R. M. Bozorth & D. M. Chapin: Demagnetizing factors of rods, Appl. Phys., 13, May, 320 (1942)
- 26) E. C. Stoner: The demagnetizing factors for ellipsoids, Phil. Mag., 36, 803-821, Dec., (1945)
- 27) J. A. Osborn: Demagnetizing factors of the general ellipsoids, Phys. Rev., 67, p. 351 (1945)
- 28) В. К. Аркадьев: Проблемы ферромагнетизма и магнетодинамика, Изд. АН СССР, 129

- (1946)
- 29) R. M. Bozorth: *Rev. Mod. Phys.*, 19, 29 (1947)
 - 30) J. L. Snoek: *New developments of ferromagnetic materials*, Elsevier pub. co., p.102 (1949)
 - 31) Р. И. Янус: *Сбпосв. 70-летию акад. Иоффе*, Изд. АН СССР, 402 (1950)
 - 32) R. M. Bozorth: *Ferromagnetism*, D. van Nost., p.845 (1951)
 - 33) 長島・服部・中村・山本・伊藤, *電試い報*, 17, 9, p. 655 (1954)
 - 34) М. А. Розенблат: *Козффициенты размагничивания стержней высокой проницаемости*, ЖТФ, 16, 4, 637-661 (1954)
 - 35) P. Rhodes & G. Rowlands: *Demagnetizing energies of uniformly magnetised rectangular blocks*, *Proc. Leeds Phil. & Lit. Soc. Vol. 6*, p. 191 (1954)
 - 36) G. Rowlands, *thesis*, University of Leeds (1956)
 - 37) W. F. Brown, Jr. & A. H. Norrish: *Effect of a cavity on a single-domain magnetic particle*, *Phys. Rev.*, p. 1198 (1957)
 - 38) 篠原: *反磁界係数に関する近似計算*, *継電器研究会資料* (1958)
 - 39) S. Haraldson & B. Myrgren: *Demagnetizing functions for cylindrical rods*, *Ericsson Tech.*, 15, 2, 285-315 (1959)
 - 40) T. A. Baldwin: *A magnetic device for high-speed sensing of small currents*, *Communication and Electronics*, No. 2 (1961)
 - 41) W. F. Brown, Jr.: *Magnetostatic principle in ferromagnetism*, North-Holland Pub. Co. (1962)
 - 42) E. Schlömann: *A sum rule concerning the inhomogeneous demagnetizing field in non-ellipsoidal samples*, *J. Appl. Phys.*, 33, p. 2825 (1962)
 - 43) 菊池・三橋: *強磁性体の磁化に関する近似計算と検討*, 昭39電気4連大, 7 (1964)
 - 44) S. Chikazumi: *Physics of Magnetism*, John Wiley & Sons Inc. (1964)
 - 45) L. B. Schmidt, W. E. Case and R. D. Harrington: *Demagnetizing factors for oblate spheroids used in ferrimagnetic resonance experiments*, National Bureau of Standards, Boulder, Colo. Tech. Note 221 (1964)
 - 46) T. Okoshi: *Demagnetizing factors of rods and tubes computed from analog measurements*, *J. Appl. Phys.*, 36, p. 2382 (1965)
 - 47) R. L. Joseph & E. Schlömann: *Demagnetizing field in nonellipsoidal bodies*, *J. Appl. Phys.*, 36, p. 1576 (1965)
 - 48) 山田: *交流磁化による円弧状磁心の反磁界*, *信州大工紀要*, 21, 79-93 (1966)
 - 49) R. Moskowitz, E. D. Torre & M. M. Chen: *Tabulation of magnetometric demagnetization factors for regular polygonal cylinders*, *PIEE*, Sept., 1211 (1966)
 - 50) М. А. Розенблат: *Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники*, Изд. Наука, 99-102 (1966)
 - 51) R. L. Joseph: *Ballistic Demagnetizing factor in uniformly magnetized cylinders*, *J. Appl. phys.*, 37, p. 4639 (1966)
 - 52) R. Moskowitz & E. D. Torre: *Theoretical aspects of demagnetization tensors*, I. E. E. E., T-MAG vol. MAG 2 p. p. 739-744 (1966)

- 53) R. Moskowitz & E. D. Torre: The demagnetizing field in uniformly magnetized bodies of revolution, I. E. E. E., T-MAG vol. MAG 3 p. p. 84-86 (1967)
- 54) Wei-Hau Wu: Demagnetization adjustment of the anisotropy of magnetic thin films, I. E. E. E., T-MAG vol. MAG 3 p. p. 171-172 (1967)
- 55) 山田: 差動変圧器の変換理論, 電学誌, 88-6, 1073-1081 (1968)
- 56) 山田: 相互誘導形角変位変換器に関する研究, 東工大学位論文 (1968)
- 57) 山田・五十嵐: 三段形差動変圧器の解析, 信大工学部紀要, No. 27 (1969)
- 58) В. И. Чечерников, Магнитные измерения, Изд. МГУ. (1969)
- 59) E. Schlömann: Demagnetizing fields in thin magnetic films due to surface roughness, J. Appl. Phys., 41, p. 1617 (1970)
- 60) Г. Д. Колдасов, В. Б. Есиков: Экспериментальное исследование моделей внешних магнитных полей проскопленочных элементов, Изв. вузов СССР-Приборостроение, т. 13, 12 (1970)
- 61) 山田: 反磁界に関する文献, 電気学会カットコア分科会資料 No. B-65 (1972)
- 62) 山田・脇若: カットコアの反磁界係数, 同上 No. B-66 (1972)
- 63) 山田・脇若: 磁気回路と反磁界, 電気学会磁性材料研究会資料 MA G-72-2 (1972)
- 64) Г. Д. Колдасов: Размагничивающий фактор плоскопленочных элементов, Приборостроение, 15, 11, 66-70 (1972)

Summary

The Demagnetizing Factors in the Magnetic Circuits

Hajime YAMADA & Hiroyuki WAKIYAKA

(Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering)

It is well known that the surface divergence of the magnetization vector gives rise to a magnetic field, usually termed the demagnetizing field. The demagnetizing field is closely related to the demagnetizing factor. If the properties of the magnetic materials and its demagnetizing factors are known, the analytical design for the magnetic elements becomes very justifiable and easy.

In this paper, the following contents are described.

- (1) The concept of the demagnetizing factors in nonellipsoidal bodies (rods, circular cores with air-gap and cut-cores) is described systematically. The demagnetizing factors, therefore, in the magnetic circuits with air-gap are classified into the central (or ballistic), the average (or magnetometric) and the partial demagnetizing factors.
- (2) The history of the investigation on the demagnetizing fields is surveyed and adjusted using numerous references in Japan and abroad.
- (3) Finally, problem approaches to the demagnetizing factors are pointed out simply.