

流体ブリッジの作動特性に関する研究

(第2報：動特性に関する理論解析)

濱 邦 彦*

(昭和47年5月30日受理)

1. ま え が き

第1報¹⁾において油や水のような流体の流れにおいて4個の流体抵抗をもって形成される流体ブリッジを用いて、流体アクチュエータを駆動する際の定常状態における基礎流量方程式を求め、流体アクチュエータの定常速度を調べ、実験結果と理論演算結果との比較検討を行ない、流体ブリッジの定常特性について報告した。

本報文では上記の流体ブリッジを用いて流体アクチュエータを駆動する際の過渡特性について理論解析し、若干の実験研究を加え整理しまとめることができたのでここに報告する次第である。

本報文の目的および意図する点は、良く制御の分野において使用される油圧サーボ系のノズル・フラップ弁や負重合の案内弁および噴射管弁などは、丁度4個の流体抵抗より形成される流体ブリッジ(図1)に置き換えることができる。

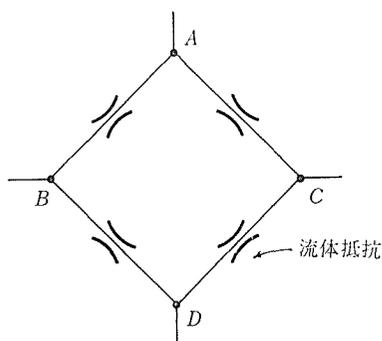


図1 流体ブリッジ

このような考えのもとに本研究の第1報¹⁾においては電気分野において良く使われるブリッジと同様な考えに基礎をおき、非線形となる流体抵抗の場合にも簡単に流量の変化を検知することが可能であることを示し、しかもサーボ系の過渡応答・動特性を知るうえで重要な要素となる流量の定常値を算出し、流体ブリッジで流体アクチュエータを駆動する際の定常速度を明らかにし、流体ブリッジの特性も合わせて明確にした。

第2報として本報文では、流体ブリッジで流体アクチュエータを駆動する際の過渡状態における基礎流量方程式を導出し、その際のアクチュエータの立上り速度について相当時定数をもって評価し、考察を試み、流体ブリッジ・サーボ系の動特性を明らかにすることを目的としたものである。

* 機械工学教室 助手

2. 前 提

本報文においてはつぎのことを前提としている。

(ただし前提(2)を除く残り9項目の前提は第1報と全く同じである)

- (1) 絞りの流体抵抗の両端における圧力差は、これを通して流れる流量の自乗に比例する。このときの比例定数を絞りの流体抵抗値とする。
- (2) 管路の両端の圧力差は、絞りの流体抵抗の両端の圧力差と管路中の流体の慣性による圧力降下との和である。
- (3) 作動流体は水とする。
- (4) 水は非圧縮性流体である。
- (5) 水の粘性による圧力降下は絞りの部分に集中していると考えられることができる。
- (6) 絞りの部分の長さは管路部分の長さに比較して非常に短いので、絞り部分の水の慣性による圧力降下の影響は無視することができる。
- (7) 流体ブリッジにおける圧力供給口A、放水口Dおよび分岐口B、Cにおいては断面積が大きくそこでの速度はほとんど0と見做すことができるので、流れの動圧は無視することができる。
- (8) 流体ブリッジの四辺の管路の長さおよび管路の内径は等しいものとする。
- (9) 中立時における流体の四辺の抵抗値は等しい。
- (10) 重力の影響は無視する。

3. 記号および単位

本報文においてはつぎの記号および単位を使用する。またその符号はつぎのように規定する。

P_1 : 流体ブリッジのA点の圧力	}	$\text{kg/cm}^2 \cdot \text{gauge}$
P_2 : 流体ブリッジのB点の圧力		
P_3 : 流体ブリッジのC点の圧力		
P_a : 流体ブリッジのD点の圧力でありこの P_a は大気圧と考える ので $P_a = 0 \text{ kg/cm}^2 \cdot \text{gauge}$		
(圧力 P_1, P_2, P_3 は正または0である)		
R_1 : 管路AB間にある絞りの流体抵抗値	}	$\text{kg} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}^8$
R_2 : 管路BD間にある絞りの流体抵抗値		
R_3 : 管路AC間にある絞りの流体抵抗値		
R_4 : 管路CD間にある絞りの流体抵抗値		
R : 中立時における流体ブリッジの四辺の抵抗値		
r : 絞りの流体抵抗値 R_2 および R_4 の抵抗値の変化分		
r' : 対角線管路BC間にある絞りの流体抵抗値 (絞りの流体抵抗値は全て常に正符号である)		

q	: 対角線管路BCを流れる対角線流量 (BからCへ流れる方向を正符号とする)	}	cm^3/s		
q_1	: 管路ABを流れる流量 (AからBへ流れる方向を正符号とする)				
q_2	: 管路BDを流れる流量 (BからDへ流れる方向を正符号とする)				
q_3	: 管路ACを流れる流量 (AからCへ流れる方向を正符号とする)				
q_4	: 管路CDを流れる流量 (CからDへ流れる方向を正符号とする)				
q_s	: 定常状態における対角線流量				
q_{1s}	: 管路ABの定常状態における流量				
q_{2s}	: 管路BDの定常状態における流量				
q_{3s}	: 管路ACの定常状態における流量				
q_{4s}	: 管路CDの定常状態における流量				
q_{\max}	: 対角線管路BCを流れる最大対角線流量				
q_c	: $\sqrt{P_1/2R}$				
ρ	: 水の密度			}	$\text{kg}\cdot\text{s}^2/\text{cm}^4$
L	: 流体ブリッジの四辺の配管長さ				
l	: 対角線管路BCの配管長さ	}	cm		
B	: 流体ブリッジの四辺の配管断面積				
b	: 対角線管路BCの配管断面積	}	cm^2		
A	: ピストン断面積				
M	: 負荷質量	}	$\text{kg}\cdot\text{s}^2/\text{cm}$		
l_0	: q/q_c				
l_1	: q_1/q_c	}	$\text{kg}\cdot\text{s}^2/\text{cm}^5$		
l_3	: q_3/q_c				
m	: r'/R ($0 \leq m$)				
n	: r/R ($0 \leq n \leq 1$)				
α	: $\left(\frac{M}{A^2} + \frac{\rho lb}{b^2}\right)$				
β	: $\frac{\rho L}{B}$				
Te	: 時定数			}	sec(s)
T	: 相当時定数				
t	: 時間				
T_α	: $\frac{\alpha}{Rq_c}$				
T_β	: $\frac{\beta}{Rq_c}$				

(なお $l'_0, l'_1, l'_3, q'_c, \dots$ 等の記号に“'”がついているものは線形ブリッジの場合の $l_0, l_1, l_3, q_c, \dots$ である)

4. 過渡状態の基礎流量方程式

過渡状態における流体ブリッジの対角線流量 q に関する基礎流量方程式を求めるために

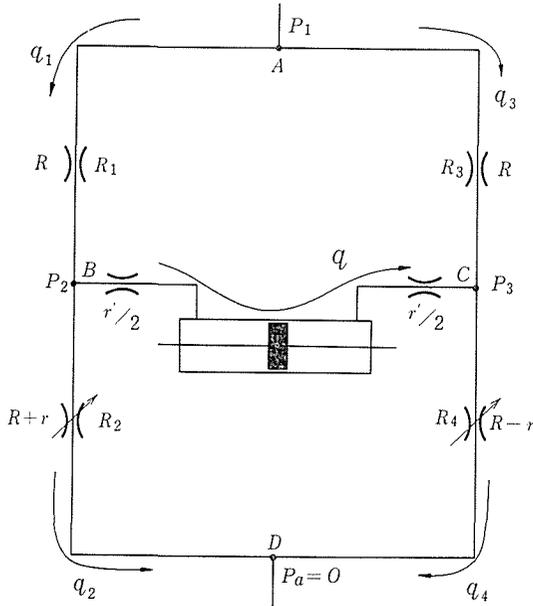


図2 流体ブリッジ概略図

図2に示される負荷をもつ流体アクチュエータを接続した流体ブリッジについて考える. まず流体ブリッジが中正の状態より管路BD間の流体抵抗値 R_2 が r だけ増大し, 管路CD間の流体抵抗値 R_4 が同量 r だけ減少した場合において, 対角線管路BCを流れる対角線流量 q に関する基礎流量方程式を求める. このような状態においては対角線流量 q は正である.

前提(9)より中立時においては流体ブリッジの四辺の流体抵抗値は等しいことより

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R \tag{1}$$

また流体抵抗値 R_2 および R_4 が $\pm r \text{ kg} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}^8$ ($r \geq 0$) だけステップ状に変化した場合において流体ブリッジの四辺の流体抵抗値はつぎのように表わされる.

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= R \\ R_2 &= R + r \\ R_3 &= R \\ R_4 &= R - r \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

前提(1)および(2)より管路ABDについて非定常状態における圧力の平衡の関係から次式を得る.

$$P_1 - P_a = R \cdot q_1^2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_1}{dt} + (R + r) \cdot q_2^2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_2}{dt} \tag{3}$$

一方対角点Bに連続の法則を適用すれば

$$q_2 = q_1 - q \tag{4}$$

式(4)を式(3)に代入し, かつ $P_a = 0$ とおけば

$$\begin{aligned}
 P_1 &= R \cdot q_1^2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_1}{dt} + (R+r) \cdot (q_1 - q)^2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{d}{dt}(q_1 - q) \\
 &= R \cdot q_1^2 + (R+r) \cdot (q_1 - q)^2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \left(2 \frac{dq_1}{dt} - \frac{dq}{dt} \right)
 \end{aligned} \tag{5}$$

同様に管路ACDについて非定常状態における圧力の平衡を考えると

$$P_1 - P_a = R \cdot q_3^2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_3}{dt} + (R-r) \cdot q_4^2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_4}{dt} \tag{6}$$

対角点Cに連続の法則を適用して

$$q_4 = q_3 + q \tag{7}$$

式(7)を式(6)に代入し、かつ前と同様に $P_a = 0$ とおけば

$$\begin{aligned}
 P_1 &= R \cdot q_3^2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_3}{dt} + (R-r) \cdot (q_3 + q)^2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{d}{dt}(q_3 + q) \\
 &= R \cdot q_3^2 + (R-r) \cdot (q_3 + q)^2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \left(2 \frac{dq_3}{dt} + \frac{dq}{dt} \right)
 \end{aligned} \tag{8}$$

式(5)より $\frac{dq_1}{dt}$ を求めると

$$\frac{dq_1}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B}{\rho L} \left[P_1 - R \cdot q_1^2 - (R+r) \cdot (q_1 - q)^2 \right] + \frac{1}{2} \cdot \frac{dq}{dt} \tag{9}$$

式(8)より $\frac{dq_3}{dt}$ を求めると

$$\frac{dq_3}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B}{\rho L} \left[P_1 - R \cdot q_3^2 - (R-r) \cdot (q_3 + q)^2 \right] - \frac{1}{2} \cdot \frac{dq}{dt} \tag{10}$$

つぎに対角線管路についての流量方程式はつぎのようにして導かれる。点Aと点Cとの間の圧力差は、点Aと点Bの圧力差および点Bと点Cとの間の圧力差との和に等しいから

$$R \cdot q_1^2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_1}{dt} + r' \cdot q^2 + \left(\frac{M}{A^2} + \frac{\rho lb}{b^2} \right) \cdot \frac{dq}{dt} = R \cdot q_3^2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_3}{dt} \tag{11}$$

ただし $\frac{M}{A^2} \cdot \frac{dq}{dt}$ は負荷質量のためにおこる圧力降下である。

ここで

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha &= \frac{M}{A^2} + \frac{\rho lb}{b^2} \\
 \beta &= \frac{\rho L}{B}
 \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

とおくと式(11)は

$$\alpha \cdot \frac{dq}{dt} = R \cdot q_3^2 - R \cdot q_1^2 - r' \cdot q^2 + \beta \cdot \frac{d}{dt}(q_3 - q_1) \tag{13}$$

式(9)の q_1 に関する時間的変化率を式(12)の β を使って表わすと

$$2 \frac{dq_1}{dt} = \frac{1}{\beta} [P_1 - R \cdot q_1^2 - (R + r) \cdot (q_1 - q)^2] + \frac{dq}{dt} \tag{14}$$

同様に式(10)の q_3 に関する時間的変化率を式(12)の β を使って表わすと

$$2 \frac{dq_3}{dt} = \frac{1}{\beta} [P_1 - R \cdot q_3^2 - (R - r) \cdot (q_3 + q)^2] - \frac{dq}{dt} \tag{15}$$

式(14)および式(15)の $\frac{dq_1}{dt}$, $\frac{dq_3}{dt}$ の値を式(13)に代入することにより次式を得ることができる。

$$2(\alpha + \beta) \cdot \frac{dq}{dt} = -2r' \cdot q^2 + 2r \cdot q^2 + r \cdot (q_1^2 + q_3^2) - 2(R - r) \cdot q_3 q - 2(R + r) \cdot q_1 q \tag{16}$$

式(14), (15)および(16)の3つの式は各管路を流れる非定常状態における流量の変化状況を示す運動方程式であるから、この3つの式は流体ブリッジの基礎流量方程式である。

したがって各管路を流れる流体に関する基礎流量方程式を整理するとつぎに示されるような簡単な関数におくことができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dq_1}{dt} &= f_1\left(q_1, q, \frac{dq}{dt}\right) \dots\dots\dots (i) \\ \frac{dq_3}{dt} &= f_3\left(q_3, q, \frac{dq}{dt}\right) \dots\dots\dots (ii) \\ \frac{dq}{dt} &= f(q, q_1, q_3) \dots\dots\dots (iii) \end{aligned} \right\} \tag{17}$$

これらの関係式(17)より供給源圧力 P_1 が与えられたときの対角線流量 q は、対角線抵抗 r' および流体ブリッジの四辺の流体抵抗値の変化分 r の関数として求めることができる。

この場合初期条件として $t < 0$ すなわち流体抵抗値 R_2, R_4 にステップ状入力を加えない状態においては絞りの流体抵抗値の変化分 r は0であるから対角線流量 q は0である。また管路ABおよびACを流れる流量 q_1 および q_3 は等しく、第1報で明らかにしたようにその値は $\sqrt{P_1/2R}$ である。すなわち

$$q_1 = q_3 = \sqrt{\frac{P_1}{2R}} \tag{18}$$

(管路BDおよびCDを流れる流量 q_2 , q_4 も q_1 , q_3 に等しいがここでは必要ない)
式(18)で与えられる流量は供給圧力 P_1 が規定されれば一定となるのでこれを q_c とおけば

$$q_c = \sqrt{\frac{P_1}{2R}} \quad (19)$$

時間 t が0以上($t \geq 0$)になれば絞りの流体抵抗値が r だけ変化するので対角線流量 q も変化する. この場合式(17)の解法の方法としてはまず $\frac{dq}{dt} = 0$, $q = 0$ と仮定して式(17)の(i)と(ii)とによりそれぞれ $\frac{dq_1}{dt}$ および $\frac{dq_3}{dt}$ を求め, これらより q_1 および q_3 を得て式(17)の(iii)に代入して対角線流量変化 $\frac{dq}{dt}$ を導き出し, 最終的に求めるべき対角線流量 q をこれらの方法により知ることができる.

したがって対角線流量 q は関係式(17)の基礎流量方程式を満足しながら変化するが, $t \rightarrow \infty$ では各管路の流量変化率 $\frac{dq}{dt}$, $\frac{dq_1}{dt}$ および $\frac{dq_3}{dt}$ は消滅し, 各管路を流れる流量は第1報¹⁾において明確化されたように P_1/R および抵抗値の変化分 r , 対角線抵抗値 r' によって定まる定常流量値 q_{1s} , q_{2s} , q_{3s} , q_{4s} および q_s となる.

つぎに $l_0 = \frac{q}{q_c}$, $l_1 = \frac{q_1}{q_c}$, $l_3 = \frac{q_3}{q_c}$, $m = \frac{r'}{R}$ および $n = \frac{r}{R}$ とにおいて式(14), (15), (16)をつぎのように無次元化する.

$$\frac{2\beta}{Rq_c} \cdot \frac{dl_1}{dt} = \left[2 - l_1^2 - (1+n) \cdot (l_1 - l_0)^2 \right] + \frac{\beta}{Rq_c} \cdot \frac{dl_0}{dt} \quad (20)$$

$$\frac{2\beta}{Rq_c} \cdot \frac{dl_3}{dt} = \left[2 - l_3^2 - (1-n) \cdot (l_3 + l_0)^2 \right] - \frac{\beta}{Rq_c} \cdot \frac{dl_0}{dt} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{2(\alpha + \beta)}{Rq_c} \cdot \frac{dl_0}{dt} &= 2(n-m) \cdot l_0^2 + n \cdot (l_1^2 + l_3^2) \\ &\quad - 2(1-n) \cdot l_3 l_0 - 2(1+n) \cdot l_1 l_0 \end{aligned} \quad (22)$$

ここで $T_\alpha = \frac{\alpha}{Rq_c}$, $T_\beta = \frac{\beta}{Rq_c}$ とおくと式(20), (21)および(22)は最終的につぎのような関係式に変形される.

$$T_\beta \cdot \frac{d}{dt}(2l_1 - l_0) = 2 - l_1^2 - (1+n) \cdot (l_1 - l_0)^2 \quad (23)$$

$$T_\beta \cdot \frac{d}{dt}(2l_3 + l_0) = 2 - l_3^2 - (1-n) \cdot (l_3 + l_0)^2 \quad (24)$$

$$(T_\alpha + T_\beta) \cdot \frac{dl_0}{dt} = (n-m) \cdot l_0^2 + n \cdot \frac{l_1^2 + l_3^2}{2} - (1-n) \cdot l_3 l_0 - (1+n) \cdot l_1 l_0 \quad (25)$$

以上より無次元表示された対角線流量 l_0 についての基礎流量方程式は式(23), (24)および式(25)によって表わされる.

5 流体ブリッジを線形と考えた場合について の過渡状態における基礎流量方程式

まず前提(1)をつぎのように書き改める。

“絞りの流体抵抗の両端における圧力差は、これを通して流れる流量に比例する。このときの比例定数を絞りの流体抵抗値とする”

前述の非線形流体ブリッジにおける式(1)および式(2)は流体ブリッジを線形と考えた場合にもそのまま成立する。

つぎに上述の前提より管路A B Dについて非定常状態における圧力の平衡の関係から次式を得る。

$$P_1 - P_a = R \cdot q_1 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_1}{dt} + (R + r) \cdot q_2 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_2}{dt} \quad (26)$$

$P_a = 0$, $\frac{\rho L}{B} = \beta$ でありまた連続の法則(4)はこの場合にも当てはまるから

$$\therefore P_1 = R \cdot q_1 + \beta \cdot \frac{dq_1}{dt} + (R + r) \cdot (q_1 - q) + \beta \cdot \frac{d}{dt}(q_1 - q) \quad (27)$$

同様に管路A C Dについて非定常状態における圧力の平衡を考えると

$$P_1 - P_a = R \cdot q_3 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_3}{dt} + (R - r) \cdot q_4 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_4}{dt} \quad (28)$$

連続の式(7)はそのまま成立するからこれを式(28)に代入することにより

$$\therefore P_1 = R \cdot q_3 + \beta \cdot \frac{dq_3}{dt} + (R - r) \cdot (q_3 + q) + \beta \cdot \frac{d}{dt}(q_3 + q) \quad (29)$$

前の非線形流体ブリッジの場合と同様にして、対角線管路についての非定常状態における圧力の平衡は点Aと点Cとの間の圧力差について考えればよい。この圧力差は点Aと点Bの圧力差と点Bと点Cとの間の圧力差との和に等しいから

$$R \cdot q_1 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_1}{dt} + r' \cdot q + \left(\frac{M}{A^2} + \frac{\rho b}{b^2} \right) \cdot \frac{dq}{dt} = R \cdot q_3 + \frac{\rho L}{B} \cdot \frac{dq_3}{dt} \quad (30)$$

上式を式(12)を使って簡略化すると

$$R \cdot q_1 + \beta \cdot \frac{dq_1}{dt} + r' \cdot q + \alpha \cdot \frac{dq}{dt} = R \cdot q_3 + \beta \cdot \frac{dq_3}{dt} \quad (31)$$

また式(27)より式(29)を差引いて供給圧力 P_1 を消去すると

$$2\beta \cdot \frac{d}{dt}(q_1 - q_3) + 2R \cdot (q_1 - q_3) + r \cdot (q_1 + q_3) - 2R \cdot q - 2\beta \cdot \frac{dq}{dt} = 0 \quad (32)$$

式(30)より $R \cdot (q_1 - q_3)$ を求めその値を式(32)に代入し整理すれば

$$2(\alpha + \beta) \cdot \frac{dq}{dt} = r \cdot (q_1 + q_3) - 2(R + r') \cdot q \quad (33)$$

この場合も前の非線形流体ブリッジの場合と同様につきのように定義される流量 q_c' を考える。すなわち絞りの流体抵抗値の変化分 r が0である $t < 0$ の領域においては対角線流量 q は0である。また管路A BおよびA Cを流れる流量 q_1 および q_3 は等しく、書き改めた線形流体ブリッジの場合の前提より

$$q_1 = q_3 = \frac{P_1}{2R} \quad (34)$$

式(34)で示される流量 q_1 および q_3 は供給圧力 P_1 が規定されれば一定となる値であるのでこれを q_c' とおけば

$$q_c' = \frac{P_1}{2R} \quad (35)$$

式(33)の両辺を $R \cdot q_c'$ で割り、 $l_0' = \frac{q}{q_c'}$, $l_1' = \frac{q_1}{q_c'}$, $l_3' = \frac{q_3}{q_c'}$ および $m = \frac{r'}{R}$, $n = \frac{r}{R}$ とおけばつきのように無次元化された対角線流量 q すなわち l_0' に関する基礎流量方程式を得ることができる。

$$\frac{\alpha + \beta}{R} \cdot \frac{dl_0'}{dt} = n \cdot \frac{l_1' + l_3'}{2} - (1 + m) \cdot l_0' \quad (36)$$

この式(36)の線形流体ブリッジの対角線流量 q (無次元表示は l_0') に関する基礎流量方程式を前に求めた非線形流体ブリッジの基礎流量方程式(25)と比較すると、式そのものは非常に簡単になっているが、 q_1 および q_3 (無次元表示は l_1' および l_3') は各管路を流れる流量の定常流量値 q_{1s} および q_{3s} とは異なるので、結局式(36)だけでは対角線流量 q は求めることができず、式(27), (29)および式(36)の連立微分方程式を解かなければならない。

そこで式(27)および式(29)を $\frac{dq_1}{dt}$, $\frac{dq_3}{dt}$ について整理し無次元表示すればそれぞれつぎのようになる。

式(27)より

$$\frac{\beta}{R} \cdot \frac{d}{dt}(2l_1' - l_0') = 2 - l_1' - (1 + n) \cdot (l_1' - l_0') \quad (37)$$

$T_{\beta}' = \frac{\beta}{R}$ とおくと

$$T_{\beta}' \cdot \frac{d}{dt}(2l_1' - l_0') = 2 - l_1' - (1 + n) \cdot (l_1' - l_0') \quad (38)$$

同様に式(29)より

$$\frac{\beta}{R} \cdot \frac{d}{dt}(2l_3' + l_0') = 2 - l_3' - (1 - n) \cdot (l_3' + l_0') \quad (39)$$

すなわち

$$T_{\beta}' \cdot \frac{d}{dt}(2l_3' + l_0') = 2 - l_3' - (1 - n) \cdot (l_3' + l_0') \quad (40)$$

また $T_{\alpha}' = \frac{\alpha}{R}$ とおけば式(34)はつぎのようになる

$$(T_{\alpha}' + T_{\beta}') \cdot \frac{dl_0'}{dt} = n \cdot \frac{l_1' + l_3'}{2} - (1 + m) \cdot l_0' \quad (41)$$

したがって式(38), (40)および式(41)が線形流体ブリッジの場合の対角線流量 q (無次元表示 l_0') に関する基礎流量方程式である.

表1 非線形流体ブリッジおよび線形流体ブリッジの場合における対角線流量 q に関する基礎流量方程式の比較

	非線形流体ブリッジ	線形流体ブリッジ
I	$T_{\beta} \cdot \frac{d}{dt}(2l_1 - l_0) = 2 - l_1^2 - (1 + n) \cdot (l_1 - l_0)^2$	$T_{\beta}' \cdot \frac{d}{dt}(2l_1' - l_0') = 2 - l_1' - (1 + n) \cdot (l_1' - l_0')$
II	$T_{\beta} \cdot \frac{d}{dt}(2l_3 + l_0) = 2 - l_3^2 - (1 - n) \cdot (l_3 + l_0)^2$	$T_{\beta}' \cdot \frac{d}{dt}(2l_3' + l_0') = 2 - l_3' - (1 - n) \cdot (l_3' + l_0')$
III	$(T_{\alpha} + T_{\beta}) \cdot \frac{dl_0}{dt} = (n - m) \cdot l_0^2 + n \cdot \frac{l_1^2 + l_3^2}{2} - (1 - n) \cdot l_3 l_0 - (1 + n) \cdot l_1 l_0$	$(T_{\alpha}' + T_{\beta}') \cdot \frac{dl_0'}{dt} = n \cdot \frac{l_1' + l_3'}{2} - (1 + m) \cdot l_0'$
	$l_0 = \frac{q}{q_c}, \quad l_1 = \frac{q_1}{q_c}, \quad l_3 = \frac{q_3}{q_c}, \quad m = \frac{r'}{R}, \quad n = \frac{r}{R}$ $q_c = \sqrt{\frac{P_1}{2R}}, \quad T_{\alpha} = \frac{\alpha}{Rq_c}, \quad T_{\beta} = \frac{\beta}{Rq_c}$	$l_0' = \frac{q}{q_c'}, \quad l_1' = \frac{q_1}{q_c'}, \quad l_3' = \frac{q_3}{q_c'}, \quad m = \frac{r'}{R}, \quad n = \frac{r}{R}$ $q_c' = \frac{P_1}{2R}, \quad T_{\alpha}' = \frac{\alpha}{R}, \quad T_{\beta}' = \frac{\beta}{R}$

表1はこれら非線形流体ブリッジおよび線形流体ブリッジの場合における基礎流量方程式の比較である. 表中の絞りの流体抵抗値 R , r および r' は非線形・線形の場合において前提の相違より定義が異なり, したがってそれぞれの場合における単位も自然と変化する. すなわち非線形の場合には $[\text{kg} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}^8]$ であるが, 線形の場合には $[\text{kg} \cdot \text{s} / \text{cm}^5]$ となり丁度流量の単位 $[\text{cm}^3 / \text{s}]$ だけ変化している.

表中の式 I, II は非線形の場合と線形の場合とにおいてその式の形が非常に良く似ており, 流量 l_1, l_0 の 2 乗の 2 乗の部分が線形の場合 (流量 l_1', l_0') においては 1 乗になっているだけの違いである. しかし式 III においてはその形が大分変わっており非線形の場合には $l_3 l_0$ および $l_1 l_0$ に関する 2 つの項があらわれている.

ところで非線形流体ブリッジの場合における式 III はつぎのように変形される.

$$(T_\alpha + T_\beta) \cdot \frac{dl_0}{dt} = (n - m) \cdot l_0^2 + n \cdot \frac{l_1^2 + l_3^2}{2} + \{n \cdot (l_3 - l_1) - (l_3 + l_1)\} l_0 \quad (42)$$

式(42)より明らかなように T_α および T_β が一定であるとき、すなわち供給圧力 P_1 が一定であれば、絞りの流体抵抗値の変化分 r の無次元抵抗値 n が増加するとき、また m が減少するとき対角線流量の流量変化率 $\frac{dl_0}{dt}$ はだんだんと大きくなってゆく。このことは線形ブリッジの場合も同様である。すなわち供給圧力 P_1 の如何にかかわらず T_α' の値は一定であるから、 n の値が大きいとき、また m の値が小さいとき流量変化率 $\frac{dl_0'}{dt}$ は大きくなる。

6. 理論演算結果およびその検討

流体ブリッジの対角線流量 q すなわち無次元表示された l_0 は、基礎流量方程式(23)、(24)および式(25)の連立微分方程式を電子計算機により近似解法することにより求めることができる。以下にその理論演算結果を示す。

本論文において電子計算機演算に使用した数値はつぎのとおりである。

- 供給圧力 P_1 は $P_1 = 1.0 \text{ kg/cm}^2 \cdot \text{gauge}$,
- 中正時における流体ブリッジの四辺の流体抵抗値 R は $R = 1.2 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}^8$,
- 流体ブリッジの四辺の配管長さ L は対角線管路 BC の配管の長さ l に等しく
 $L = l = 10 \text{ cm}$,
- 流体ブリッジの四辺の配管断面積 B は対角線管路 BC の配管断面積 b に等しく
 $B = b = 0.785 \text{ cm}^2$ (直径 1 cm の管)
- 水の密度 ρ は圧力 1.033 kg/cm^2 (1 atm)、温度 10°C における値を用いる。
 $\rho = 1.02 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}^4$,
- ピストン断面積 A は $A = 10 \text{ cm}^2$,
- 負荷質量 M は重量 1 kg に相当するものと仮定する。 $M = 1.02 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}$,

上記のような数値を使用すれば、 α 、 β 、 q_c 、 T_α および T_β の値はそれぞれつぎのようになる。

$$\alpha = \frac{M}{A^2} + \frac{\rho b}{b^2} = 2.32 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}^5,$$

$$\beta = \frac{\rho L}{B} = 1.3 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}^5,$$

$$q_c = \sqrt{\frac{P_1}{2R}} = 2.04 \times 10 \text{ cm}^3/\text{s},$$

$$T_\alpha = \frac{\alpha}{Rq_c} = 9.48 \times 10^{-4} \text{ s},$$

$$T_\beta = \frac{\beta}{Rq_c} = 5.31 \times 10^{-4} \text{ s},$$

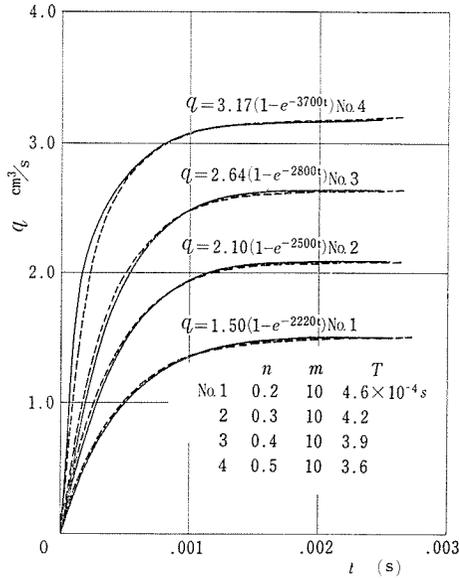


図3 $q-n$ 特性 ($P_1/R=8.3 \times 10^2 \text{cm}^6/\text{s}^2$)

(— 理論曲線
 (--- 一次おくれ近似曲線)

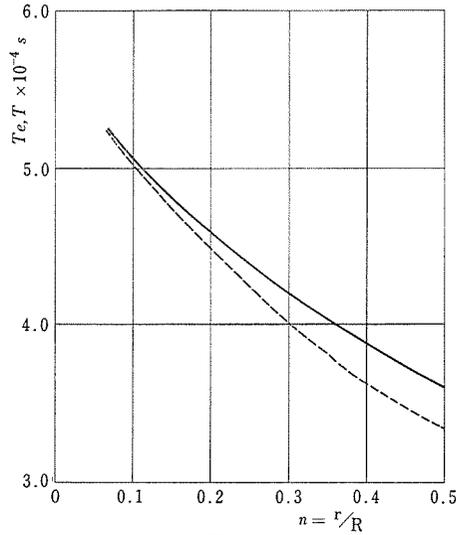


図4 $T_e, T-n$ 特性

($m=r'/R=10.0, P_1/R=8.3 \times 10^2 \text{cm}^6/\text{s}^2$)

(— 相当時定数 T
 (--- 時定数 T_e)

図3には流体ブリッジの対角線管路を流れる流量 q と絞りの流体抵抗値の変化分 r を無次元表示した n との間の特性について示したものである。図は縦軸には流量 q を cm^3/s の単位で示し、横軸には流体抵抗値がステップ状に変化した時点をとしたときの時間 t を sec の単位で示してある。また中正時に流体ブリッジの四辺の管路を流れる一定流量 q_c を決定する P_1/R の値は $8.3 \times 10^2 \text{cm}^6/\text{s}^2$ とした。図におけるグラフのパラメータとして $n (= r/R)$ をとり、 $n = 0.2, 0.3, 0.4$ および 0.5 の4段階の関係について示した。この図における対角線抵抗 r' を無次元化した $m (= r'/R)$ は一定とし $m = 10$ なる値を用いた。

図における実線は基礎流量方程式より求められた理論演算曲線であり、破線はこの理論曲線に最も近似される一次おくれ系の応答特性である。この場合の一次おくれ近似曲線は $t = 0.001 \text{sec}$ を規準にして求められた曲線であるが、二つの応答特性曲線はほとんど一致していることがわかり流体ブリッジで流体アクチュエータを駆動する際の対角線流量 q は、一次おくれ系に近似できることを示している。したがって流体アクチュエータの応答速度も一次おくれ系に近似されることは明らかである。

故にこれらの応答特性を一次おくれ系の場合における時定数 T_e と理論演算により求められる理論結果を一次おくれ系に仮定した場合における相当時定数 T との比較検討を行なうことは非常に有意義なことである。その比較の様子を図4に示す。

図において縦軸には相当時定数 T と時定数 T_e とを $\times 10^{-4} \text{s}$ で示し、横軸には絞りの流体抵抗値の変化分 r を無次元表示した $n (= r/R)$ を示した。無次元対角線抵抗 $m = r'/R$ は 10.0 、 $P_1/R = 8.3 \times 10^2 \text{cm}^6/\text{s}^2$ の場合である。図より明らかなようにステップ状入力 n の大きさ

が小さい程2つの時定数は比較的良く合致しているが、 n の値が大きくなれば次第に2つの時定数の間に開きがあらわれてくる。しかしグラフ上でこの開きのもっともはなはだしい $n=0.5$ の場合においても時定数 T_e と相当時定数 T との差は 2.5×10^{-5} sec程度に過ぎない。この差は対角線流量 q が定常状態になると思われる 0.0015 sec (図3より読み取った値)の1.7%以下である。したがってこの相当時定数 T を一次おくれ系の場合における時定数 T_e に置き換えてもその特性に何の変化もおこらない。

図5は対角線管路を流れる流量 q と無次元対角線抵抗 $m (= \frac{r'}{R})$ との間の関係を示した。縦軸には対角線流量 q を cm^3/s の単位で、横軸には時間 t をsecの単位で示した。 P_1/R の値は前述の図3の場合と同じく $8.3 \times 10^2 \text{cm}^6/\text{s}^2$ である。図において実線で示された曲線は基礎流量方程式より求められた理論曲線を示し、破線は一次おくれ近似曲線を示した。これも先に述べた図

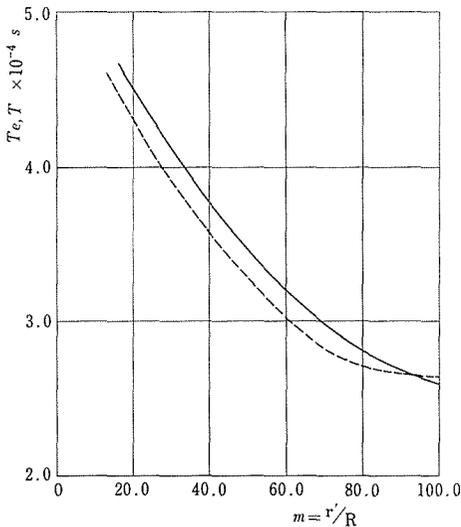


図6 T_e, T - m 特性
($n=r/R=0.1, P_1/R=8.3 \times 10^2 \text{cm}^6/\text{s}^2$)
(— 相当時定数 T)
(— 時定数 T_e)

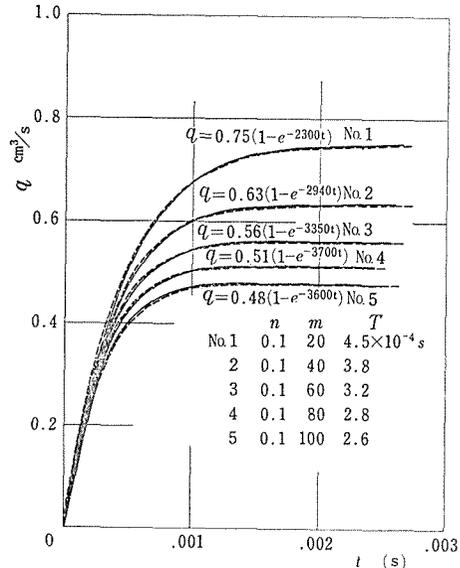


図5 q - m 特性 ($P_1/R=8.3 \times 10^2 \text{cm}^6/\text{s}^2$)
(— 理論曲線)
(— 一次おくれ近似曲線)

3の場合と同じく $t=0.001$ secを規準とした場合の一次おくれ近似曲線である。流体ブリッジの二辺の絞りの無次元流体抵抗値 $n (= \frac{r}{R})$ は0.1の場合であり、無次元対角線抵抗 $m (= \frac{r'}{R})$ をパラメータにとり m を20, 40, 60, 80および100の5段階について演算したものである。

図より明らかに読みとれるように理論曲線(実線)と一次おくれ近似曲線(破線)とは完全に良く一致しており、基礎流量方程式より求められる曲線を一次おくれ曲線で表わして良いことを示している。したがってこの場合にも対角線流量 q を一次おくれ系に近似することができ、最終的には流体アクチュエータの応答速度を一次おくれ系におきかえることができる。

これらの事項より応答特性を時定数を

媒介として評価することは重要なことであるので、つぎに一次おくれ系の場合における時定数 T_e と理論演算により求められる理論結果を一次おくれ系に仮定した場合における相当時定数 T との比較を行ない、その結果を図6に示した。図は流体ブリッジの二辺の絞りの無次元流体抵抗値を $n = \frac{r}{R} = 0.1$ にとり、 $\frac{P_1}{R} = 8.3 \times 10^2 \text{ cm}^6/\text{s}^2$ である。縦軸は時定数 T_e と相当時定数 T とを $\times 10^{-4} \text{ s}$ の単位でとり、横軸には無次元流体抵抗値 $m (= \frac{r'}{R})$ を $0 \sim 100.0$ の範囲で示した。

2つの時定数はほとんど傾向が類似しており、2つの間の相異は最大で $0.12 \times 10^{-4} \text{ s}$ である。この値は対角線流量 q が定常状態になるとと思われる 0.0015 s に対して 0.8% 以下の誤差にすぎない

したがって図4の T_e 、 $T-n$ 特性の場合と同様に、この相当時定数 T を一次おくれ系の場合における時定数 T_e におき換えることができる。図における傾向として m の値が大きくなるにしたがって時定数 T_e も相当時定数 T も段々と小さくなっている。その様子も $0 \leq m \leq 60$ の範囲では直線的に、 $m \geq 60$ の範囲では曲線的に減少し、 m の値が大きくな

ればなるほど2つの時定数は余り変化なくほとんど一定の値となる。すなわち m の値の大きな領域においては相当時定数 T も時定数 T_e も m に無関係になることがわかる。

図7は無次元対角線抵抗 $m (= \frac{r'}{R})$ が0の場合であって最も対角線流量 q が大きな場合、すなわち最大対角線流量 q_{\max} と n との関係を示したものである。図の縦軸には q_{\max} を cm^3/s の単位でとり、横軸には時間 t を sec の単位で示した。この場合の供給圧力 P_1 と絞りの流体抵抗値 R との比は $\frac{P_1}{R} = 50.0 \text{ cm}^6/\text{s}^2$ である。パラメータとして無次元流体抵抗値 n をとり、 n が 0.2 から 1.0 までを5段階に等分してそれぞれについて電子計算機により理論演算したものである。図に示された実線は基礎流量方程式より求められた最大対角線流量 q_{\max} に関する理論曲線であり、破線で示された曲線

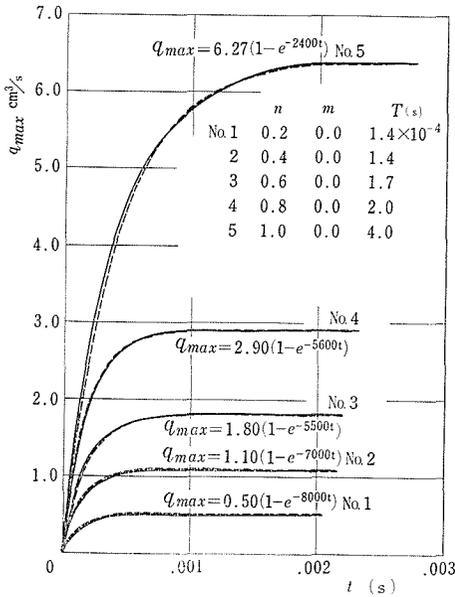


図7 $q_{\max}-n$ 特性 ($P_1/R=50.0 \text{ cm}^6/\text{s}^2$)

(— 理論曲線
 - - - 一次おくれ近似曲線)

は一次おくれ近似曲線である。このときの一次近似曲線は、No.1の場合は $t = 0.0002 \text{ sec}$ における理論値を規準とした曲線であり、No.2, No.3は $t = 0.0004 \text{ sec}$, No.4は $t = 0.0006 \text{ sec}$ および No.5は $t = 0.0008 \text{ sec}$ における理論値を規準としたときの近似曲線である。これら2つの曲線は非常に良く一致しており、最大対角線流量 q_{\max} は完全に一次おくれ系に近似できることを示している。したがってこの q_{\max} についても流体ブリッ

ジで流体アクチュエータを駆動する際のピストンの応答速度は一次おくれ系におくことができる。

このように最大対角線流量 q_{\max} は一次おくれ系におくことができるから、この場合も流体アクチュエータの応答特性を時定数で評価する。その結果は図8に示される。図における縦軸には時定数 T_e と相当時定数 T を $\times 10^{-4} \text{s}$ の単位で表わし、横軸には無次元流体抵抗値 n を0から1.0の範囲で示した。

2つの時定数はその傾向を同一にしており、2つの時定数の差は n が0から1.0の間において最大で $0.2 \times 10^{-4} \text{s}$ である。この差の最大は最大対角線流量が定常状態になると思われる時間のうちで最も小さい (No. 1の場合) 値 0.0005s に対して 4.0% の誤差である。

したがってこの相当時定数 T を一次おくれ系における時定数 T_e に置き換えることができ線形近似が可能となる。

ここで今までの時定数 T_e と相当時定数 T について示した図4および図6と大きく傾向を異にする点は、 n の値が大きくなるとともに T_e , T が両方とも段々と大きくなっていく点である。しかもその増加の様子が厳しく $n=0.2$ のとき $T=1.4 \times 10^{-4} \text{s}$, $T_e=1.3 \times 10^{-4} \text{s}$ であったものが、 $n=1.0$ になれば $T=4.0 \times 10^{-4} \text{s}$, $T_e=4.2 \times 10^{-4} \text{s}$ となり、約3倍の時定数をもっていることになる。これは今までの傾向には見ることのできない現象であり一つの大きな特徴である。

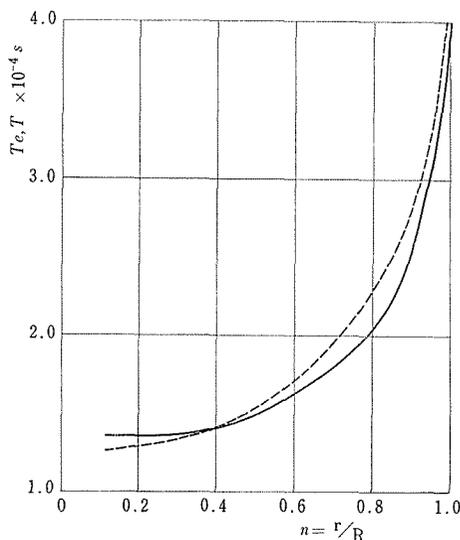


図8 T_e , $T-n$ 特性
($m=r'/R=0.0$, $P_1/R=50.0 \text{cm}^6/\text{s}^2$)
(— 相当時定数 T)
(--- 時定数 T_e)

7. 結 論

以上の報文をまとめるとつぎのような本報文に関する結論を得ることができる。

(1) 流体ブリッジの対角線流量 q は過渡状態において一次おくれ系に近似できる。したがって流体ブリッジの対角線流量を用いて駆動されるアクチュエータの応答速度も一次おくれ系に近似される。

(2) 流体抵抗値 r' を一定として r を大きくすれば相当時定数は小さくなり、アクチュエータの立上がり速度は大きくなる。

(3) 流体抵抗値 r を一定として r' を大きくすれば相当時定数は小さくなり、この場合もアクチュエータの立上がり速度は大きくなる。

(4) 流体ブリッジの対角線に流れ得る最大流量 q_{\max} は絞りの流体抵抗値 $r' = 0$ として求め、 r が増大するほど q_{\max} は大きくなり相当時定数も大きくなる。

(5) 以上求められた事項により流体ブリッジでアクチュエータを駆動する際のピストンの過渡特性を知ることができる。

8. 文献・参考資料

- 1) 第17回応用物理学関係連合学術講演会講演予稿集, P.283 “流体ブリッジの特性に関する研究 (I)” 濱・石垣(昭45-4)
および
第9回計測自動制御学会学術講演会予稿集(昭45-8) 濱・石垣・小林, P.203-204.

Summary

**The Study on Peculiarities of the Fluid Bridge When it Works
(The 2nd report : The result of operation of theoretical formula
on moving peculiarities.)**

Kunihiko HAMA

(Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering)

Nozzle flapper valve, the under lap pilot valve, and jet pipe valve of compressed oil servomechanism form a fluid bridge of four fluid resistances.

In the first report, we estimated the fundamental fluid equation and surveyed the regular speed and compared the result of the experiment with the result of operation of theoretical formula.

The aim of this report is to define the moving peculiarities of servomechanism estimating the fluid equation and determining the starting speed by means of the corresponding time constant.