

インボリュートフェースギヤの嚙合効率について

両角宗晴*

(昭和47年5月31日受理)

1. 緒言

インボリュートフェースギヤはピニオンにインボリュート平歯車やインボリュートはすば歯車を用いた交叉軸歯車, または食違軸歯車であり, 普通のギヤンジェーパにアタッチメントを取付けて, ピニオンカッタにより容易に歯切りが出来, しかも組立調整も楽であり, 十分実用性がある. 筆者はすでにこれら歯車についての解析的研究を行ない, これらフェースギヤの設計と工作に必要な総合限界線図と嚙合率線図を作成し, さらにフェースギヤを歯切りするためのアタッチメントも試作し, それを用いて多くのフェースギヤを設計, 歯切りし, これらフェースギヤの設計と工作の基礎を確立した¹⁾²⁾. しかしこれらフェースギヤが実用化されるためには嚙合効率の高いことが必要である. そこでこれらインボリュートフェースギヤの実用化に資するため, これら歯車の嚙合効率の理論的計算式を求め, さらに嚙合効率測定装置を作り, 実際に歯切りしたフェースギヤについてその嚙合効率を測定し, オフセット量の大小およびピニオンの歯すじのねじれ方向とねじれ角の大小が嚙合効率に及ぼす影響を明らかにし, これらを図表化し, インボリュートフェースギヤの設計に準拠を与えた.

2. フェースギヤの嚙合効率の計算式

(1) ピニオンとフェースギヤの歯すじのねじれ方向が互に異方向の場合

第1図(a)は右ねじれのピニオンを右側にオフセットして左ねじれのフェースギヤに嚙合わせた状態を示し, ピニオンのピッチ円柱とフェースギヤのピッチ平面との接触線上の一点 P において嚙合が行なわれるものとする. (b)図は左ねじれのピニオンを左側にオフセットして右ねじれのフェースギヤに嚙合わせたもので, (a)図を裏から見れば, (b)図になるから, (a)図で成立することはそのまま(b)図にも適用することができる. いまピニオンの歯直角モジュールを m_n , 歯直角圧力角を α_n , ピニオンとフェースギヤの歯数をそれぞれ N_1, N_2 , 転がり円半径を r_1, r_2 , ねじれ角を γ_1, γ_2 , 回転角速度を ω_1, ω_2 , 歯数比を $i(=N_2/N_1)$, オフセット量を a , オフセットアングルを β とする. 第1図(a), (b)はオフセット量 a が小さく, したがってオフセットアングル β が γ_1 より小さいため, フェースギヤの歯すじのねじれ方向がピニオンのねじれ方向と反対になっている場合である. この場合次式が成立する.

* 精密工学教室 教授

この場合 $\beta = 0$ とすれば $\gamma_1 = \gamma_2$ となり、はすばピニオンをオンセンタで嚙合せた場合になる。前にのべたごとく、第1図(a), (b)は $\gamma_1 > \beta$ の場合であるから $\cot \gamma_1 < \cot \beta$ であり、これに(4)式を用いて次式を得る。

$$\frac{a}{m_n} < \frac{N_1 i \sin \gamma_1}{2}, \quad (6)$$

または

$$\sin \gamma_1 > \frac{2\left(\frac{a}{m_n}\right)}{N_1 i}, \quad (6')$$

または

$$N_1 > \frac{2\left(\frac{a}{m_n}\right)}{i \sin \gamma_1}. \quad (6'')$$

つまり(6)式、(6')式または(6'')式が成立するような場合に、第1図(a), (b)の嚙合状態となるのである。この場合両歯車は歯すじの方向に沿って互に v_s なる速度で滑りながら嚙合うから、歯すじに沿って摩擦力が作用する。いまピニオンがフェースギヤに及ぼす力を考える。歯直角断面において作用する法線力を P_N 、ピニオンとフェースギヤの転がり円に作用する円周力をそれぞれ $P_{U I}$ 、 $P_{U II}$ 、ピニオンとフェースギヤの転がり円の円周速度を v_1 、 v_2 、歯すじ直角方向の速度を v_n 、歯面間の摩擦係数を μ 、摩擦角を $\rho (= \tan^{-1} \mu)$ とすれば、ピニオンを駆動するとき第1図(a), (b)から次式を得る。

$$P_{U I} = P_N \cos \alpha_n \cos \gamma_1 + \mu P_N \sin \gamma_1,$$

$$P_{U II} = P_N \cos \alpha_n \cos \gamma_2 + \mu P_N \sin \gamma_2.$$

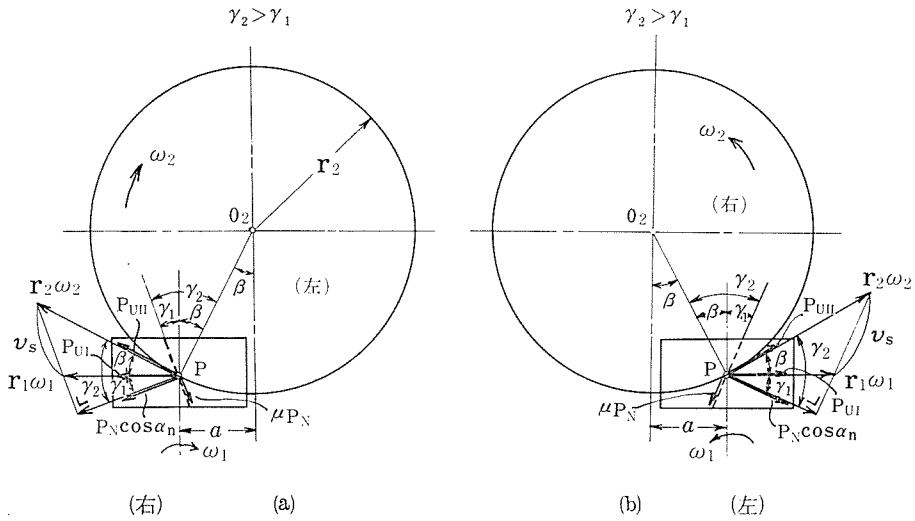
原動軸に加える動力は $P_{U I} v_1$ であり、従動軸は $P_{U II} v_2$ なる動力を出すから(ただし歯形に沿っての摩擦損失、推力軸受で消費される動力などは一応無視し、歯すじに沿う滑りだけを考える)このときの嚙合効率 η は次式で表わされる。

$$\eta = \frac{P_{U II} v_2}{P_{U I} v_1}.$$

しかるに(3)式より

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\cos \gamma_1}{\cos \gamma_2},$$

$$\therefore \eta = \frac{P_N \cos \alpha_n + \mu P_N \tan \gamma_2}{P_N \cos \alpha_n + \mu P_N \tan \gamma_1} \cdot \frac{\cos \alpha_n + \mu \tan \gamma_2}{\cos \alpha_n + \mu \tan \gamma_1} \cdot \frac{1 + \mu \tan \gamma_2}{1 + \mu \tan \gamma_1} = \frac{1 + \mu \tan(\gamma_1 - \beta)}{1 + \mu \tan \gamma_1} \quad (7)$$



第2図 ヘリカルフェースギヤの噛合状態

フェースギヤ駆動のときは、摩擦力が反対方向に作用するから、次式が成立する。

$$P_{U\text{I}} = P_N \cos \alpha_n \cos \gamma_1 - \mu P_N \sin \gamma_1,$$

$$P_{U\text{II}} = P_N \cos \alpha_n \cos \gamma_2 - \mu P_N \sin \gamma_2.$$

$$\therefore \eta = \frac{P_{U\text{I}} v_1}{P_{U\text{II}} v_2} = \frac{\cos \alpha_n - \mu \tan \gamma_1}{\cos \alpha_n - \mu \tan \gamma_2} = \frac{1 - \mu \tan \gamma_1}{1 - \mu \tan \gamma_2} = \frac{1 - \mu \tan \gamma_1}{1 - \mu \tan(\gamma_1 - \beta)}. \quad (8)$$

つぎに第2図(a)に示すごとく、右ねじれのピニオンを左側にオフセットし、左ねじれのフェースギヤに噛合させた場合 [(b)図は(a)図を裏から見たものであり、(a)図の場合に成立することはそのまま(b)図にも適用できる]、(1)式と(3)式はそのまま成立し、(2)式の代りに次式が成立する。

$$\gamma_2 = \beta + \gamma_1. \quad (9)$$

(1)式、(3)式、(9)式から次式を得る。

$$\cot \beta = \frac{m_n N_2}{2a \cos \gamma_1} + \tan \gamma_1. \quad (10)$$

これより

$$r_2 = a \sqrt{1 + \left(\frac{m_n N_2}{2a \cos \gamma_1} + \tan \gamma_1 \right)^2}. \quad (11)$$

この場合 $\beta = 0$ とすれば $\gamma_1 = \gamma_2$ となり、ほぼピニオンをオンセンタで噛合させた場合になる。ピニオン駆動のときは次式が成立する。

$$P_{U I} = P_N \cos \alpha_n \cos \gamma_1 - \mu P_N \sin \gamma_1,$$

$$P_{U II} = P_N \cos \alpha_n \cos \gamma_2 - \mu P_N \sin \gamma_2.$$

$$\therefore \eta = \frac{P_{U II} v_2}{P_{U I} v_1} = \frac{\cos \alpha_n - \mu \tan \gamma_2}{\cos \alpha_n - \mu \tan \gamma_1} = \frac{1 - \mu \tan \gamma_2}{1 - \mu \tan \gamma_1} = \frac{1 - \mu \tan(\beta + \gamma_1)}{1 - \mu \tan \gamma_1}. \quad (12)$$

フェースギヤ駆動のときは

$$P_{U I} = P_N \cos \alpha_n \cos \gamma_1 + \mu P_N \sin \gamma_1,$$

$$P_{U II} = P_N \cos \alpha_n \cos \gamma_2 + \mu P_N \sin \gamma_2.$$

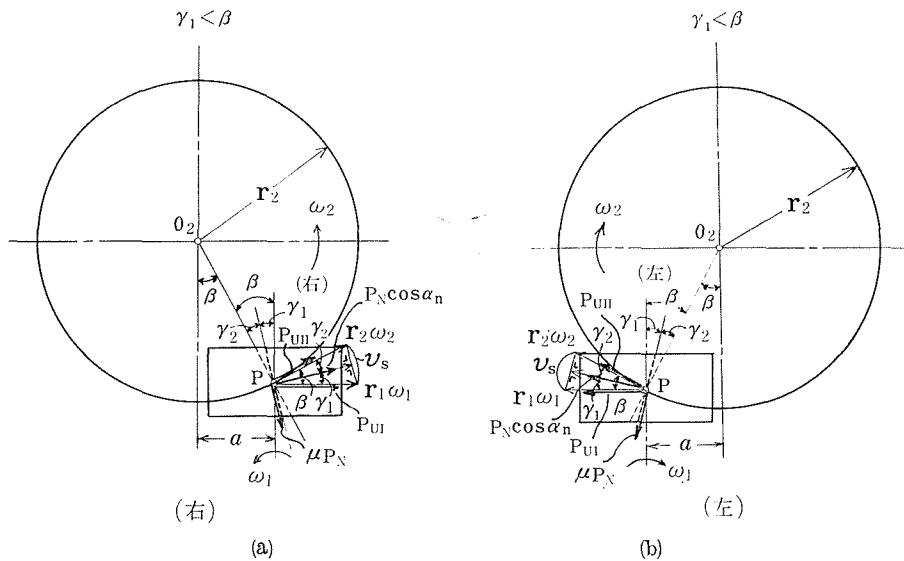
$$\therefore \eta = \frac{P_{U I} v_1}{P_{U II} v_2} = \frac{\cos \alpha_n + \mu \tan \gamma_1}{\cos \alpha_n + \mu \tan \gamma_2} = \frac{1 + \mu \tan \gamma_1}{1 + \mu \tan \gamma_2} = \frac{1 + \mu \tan \gamma_1}{1 + \mu \tan(\beta + \gamma_1)}. \quad (13)$$

(2) ピニオンとフェースギヤの歯すじのねじれ方向が互に同方向の場合

第1図(a), (b)におけるオフセット量 a を大きくし、したがって β を大きくすれば、フェースギヤの歯すじ方向は変り、第3図(a), (b)に示すごとく、(a)図では右ねじれのピニオンに右ねじれのフェースギヤが嚙合うことになり、(b)図では左ねじれのピニオンに左ねじれのフェースギヤが嚙合うことになる。この場合(1)式、(3)式はそのまま成立し、(2)式の代りに次式が成立する。

$$\gamma_2 = \beta - \gamma_1. \quad (14)$$

(1)式、(3)式、(14)式より次式を得る。



第3図 ヘリカルフェースギヤの嚙合状態

$$\cot \beta = \frac{m_n N_2}{2a \cos \gamma_1} - \tan \gamma_1. \quad (15) \text{ [(4)式に同じ]}$$

これより

$$r_2 = a \sqrt{1 + \left(\frac{m_n N_2}{2a \cos \gamma_1} - \tan \gamma_1 \right)^2}. \quad (16) \text{ [(5)式に同じ]}$$

この場合 $\beta = 0$ とすれば $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ となり, 平歯車をオンセンタで嚙合せた場合になる.

第3図(a),(b)は $\gamma_1 < \beta$ のときの嚙合であるから, $\cot \gamma_1 > \cot \beta$ であり, (15)式を用いて次式を得る.

$$\frac{a}{m_n} > \frac{N_1 i \sin \gamma_1}{2}, \quad (17)$$

または

$$\sin \gamma_1 < \frac{2 \left(\frac{a}{m_n} \right)}{N_1 i}, \quad (17')$$

または

$$N_1 < \frac{2 \left(\frac{a}{m_n} \right)}{i \sin \gamma_1} \quad (17'')$$

が得られる. つまり (17)式, (17')式または(17'')式が成立するときに第3図(a),(b)の嚙合状態となるのである. そして第1図(a),(b)と第3図(a),(b)において,

$$\frac{a}{m_n} = \frac{N_1 i \sin \gamma_1}{2} \quad (18)$$

となったとき, $\gamma_1 = \beta$, $\gamma_2 = 0$ となるのである.

さてピニオン駆動のとき,

$$P_{U I} = P_N \cos \alpha_n \cos \gamma_1 + \mu P_N \sin \gamma_1,$$

$$P_{U II} = P_N \cos \alpha_n \cos \gamma_2 - \mu P_N \sin \gamma_2.$$

$$\therefore \eta = \frac{P_{U II} v_2}{P_{U I} v_1} = \frac{\cos \alpha_n - \mu \tan \gamma_2}{\cos \alpha_n + \mu \tan \gamma_1} = \frac{1 - \mu \tan \gamma_2}{1 + \mu \tan \gamma_1} = \frac{1 - \mu \tan(\beta - \gamma_1)}{1 + \mu \tan \gamma_1}. \quad (19)$$

フェースギヤ駆動のときは

$$P_{U I} = P_N \cos \alpha_n \cos \gamma_1 - \mu P_N \sin \gamma_1,$$

$$P_{U\text{II}} = P_N \cos \alpha_n \cos \gamma_2 + \mu P_N \sin \gamma_2.$$

$$\therefore \eta = \frac{P_{U\text{I}} v_1}{P_{U\text{II}} v_2} = \frac{\cos \alpha_n - \mu \tan \gamma_1}{\cos \alpha_n + \mu \tan \gamma_2} = \frac{1 - \mu \tan \gamma_1}{1 + \mu \tan \gamma_2} = \frac{1 - \mu \tan \gamma_1}{1 + \mu \tan(\beta - \gamma_1)}. \quad (20)$$

いま η の極大値を与える γ_1 を求めるために、(19)式に対して $\frac{\partial \eta}{\partial \gamma_1} = 0$ を計算して次式を得る。

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}(\beta + \rho). \quad (21)$$

このときの η_{\max} は

$$\eta_{\max} = \frac{1 + \cos(\beta + \rho)}{1 + \cos(\beta - \rho)}. \quad (22)$$

以上述べたフェースギヤの嚙合効率計算式をまとめると第1表のようになる。

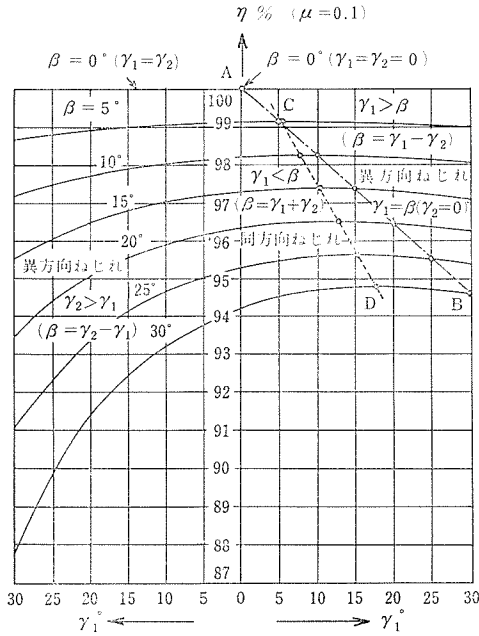
第1表 フェースギヤの嚙合効率計算式

| | 第1図(a), (b) | 第2図(a), (b) | 第3図(a), (b) |
|--------------|--|--|--|
| | $\frac{a}{m_n} \leq \frac{N_1 i \sin \gamma_1}{2} \quad (6)$ $\gamma_2 = \gamma_1 - \beta \quad (2)$ $\gamma_1 \geq \beta$ | $\gamma_2 = \beta + \gamma_1 \quad (9)$ $\gamma_2 \geq \gamma_1$ | $\frac{a}{m_n} \geq \frac{N_1 i \sin \gamma_1}{2} \quad (17)$ $\gamma_2 = \beta - \gamma_1 \quad (14)$ $\gamma_1 \leq \beta$ |
| ピニオン 駆動 | $\eta = \frac{1 + \mu \tan(\gamma_1 - \beta)}{1 + \mu \tan \gamma_1} \quad (7)$ | $\eta = \frac{1 - \mu \tan(\beta + \gamma_1)}{1 - \mu \tan \gamma_1} \quad (12)$ | $\eta = \frac{1 - \mu \tan(\beta - \gamma_1)}{1 + \mu \tan \gamma_1} \quad (19)$ |
| フェース ギヤ駆動 | $\eta = \frac{1 - \mu \tan \gamma_1}{1 - \mu \tan(\gamma_1 - \beta)} \quad (18)$ | $\eta = \frac{1 + \mu \tan \gamma_1}{1 + \mu \tan(\beta + \gamma_1)} \quad (13)$ | $\eta = \frac{1 - \mu \tan \gamma_1}{1 + \mu \tan(\beta - \gamma_1)} \quad (20)$ |

これらフェースギヤではオフセット量 a は $a \leq \frac{1}{2} r_2$ と制限する。これは $a > \frac{1}{2} r_2$ とすると、フェースギヤの歯切りのとき、トリミングなどの為、歯切りが不可能となるからである。しかしハイポイドギヤの場合も $a \leq \frac{1}{2} r_2$ としているから、特に a が小さ過ぎるということはない。したがって $\sin \beta = \frac{a}{r_2} \leq \frac{1}{2}$ となり、 $\beta \leq 30^\circ$ となる。

3. フェースギヤの嚙合効率線図とその検討

いま $\mu = 0.1$, $30^\circ \geq \beta \geq 0^\circ$, $30^\circ \geq \gamma_1 \geq 0^\circ$ としてピニオン駆動のときの嚙合効率 η を第1表の式を用いて計算し、これを線図に描いて第4図を得た。第4図において一点鎖線 AB は $\gamma_1 = \beta$ ($\gamma_2 = 0$) を示し、この AB 線より右側の部分は $\gamma_1 > \beta$ で第1図(a), (b)の嚙



第4図 ピニオン駆動のときのフェースギヤの嚙合効率線図

合効率を与え、 AB 線から左で縦軸 OA までの部分は $\gamma_1 < \beta$ で、第3図(a),(b)の嚙合効率を与え、さらに縦軸 OA より左側の部分は第2図(a),(b)の嚙合効率を与える。 AB 線から左で縦軸 OA までの領域に最大効率を与える γ_1 と η が存在し、 γ_1 と η はそれぞれ(21)式と(22)式で与えられ、点線 CD で示してある。この図から嚙合効率向上という見地からは、第1図(a),(b)または第3図(a),(b)のフェースギヤの嚙合が第2図(a),(b)の嚙合よりすぐれていることがわかる。

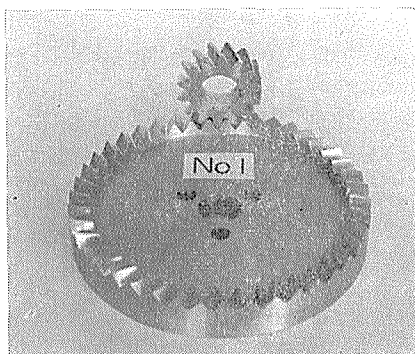
4. 嚙合効率の測定

第2表は嚙合効率測定のために歯切りしたピニオンとフェースギヤの組合せを示す。

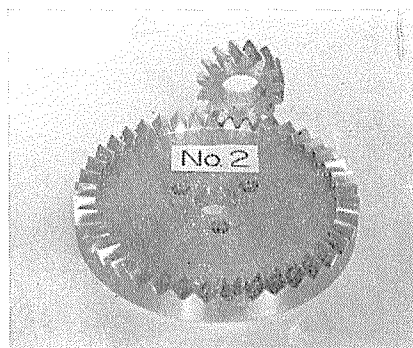
No.1 から No.10 までのうちで、No.1 と No.5 および No.9 はオフセ

第2表 嚙合効率測定のためのフェースギヤ

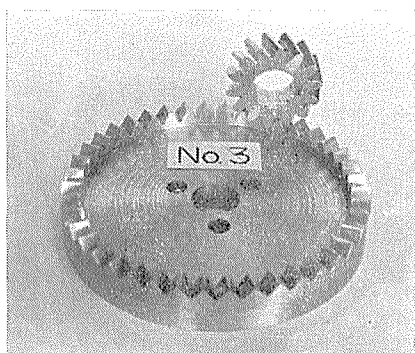
| 番号 | ピニオン | | | | | フェースギヤ | | | | | | a | β | $\eta\%$ | 適用図 |
|-------|-------|------------|-------|------------|----|--------|-----|--------|--------|------------|----------|------|---------|-----------|------------------|
| | m_n | α_n | N_1 | γ_1 | 歯幅 | N_2 | i | r_2 | 外径 | γ_2 | 歯幅 | | | | |
| No. 1 | 2.5 | 20° | 14 | 20° (左) | 15 | 42 | 3 | 57.93 | 138.36 | 20° (右) | 9.25 | 0 | 0° | 100 (98) | 第1図(b) |
| No. 2 | | | | | | | | 53.85 | 128.14 | 6°19' (右) | 10.25 | 12.5 | 13°25' | 97.6 (97) | 第1図(b) |
| No. 3 | | | | | | | | 54.86 | 127.22 | 8°8' (左) | 8.25 | 25 | 27°7' | 95.1 (95) | 第3図(b) |
| No. 4 | | | | | | | | 49.3.5 | 63.62 | 148.70 | 4°2' (左) | 11.0 | 25 | 23°8' | 95.8 (96) |
| No. 5 | 3 | 20° | 17 | 30° (左) | 15 | 34 | 2 | 58.89 | 139.98 | 30° (右) | 8.7 | 0 | 0° | 100 (99) | 第1図(b) |
| No. 6 | | | | | | | | 52.42 | 123.44 | 13°23' (右) | 8.7 | 15 | 16°38' | 96.8 (96) | 第1図(b) |
| No. 7 | 2.5 | 20° | 14 | 20° (右) | 15 | 42 | 3 | 61.70 | 146 | 31°41' (左) | 10.0 | 12.5 | 11°41' | 97.4 (97) | 第2図(a) |
| No. 8 | | | | | | | | 69.61 | 165 | 41°3' (左) | 10.0 | 25 | 21°3' | 94.7 (93) | 第2図(a) |
| No. 9 | 3.5 | | 22 | 0° | 10 | 33 | 1.5 | 57.75 | 133 | 0° | 7.5 | 0 | 0° | 100 (99) | 平歯車でオンセンタ |
| No.10 | 2 | | 20 | 0° | 15 | 60 | 3 | 63.24 | 142 | 18°26' (左) | 6.0 | 20 | 18°26' | 96.7 (96) | 第2図(a) 第3図(b) |



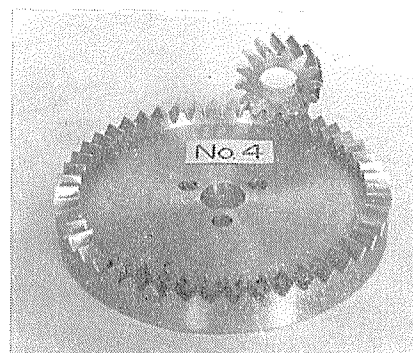
(a)



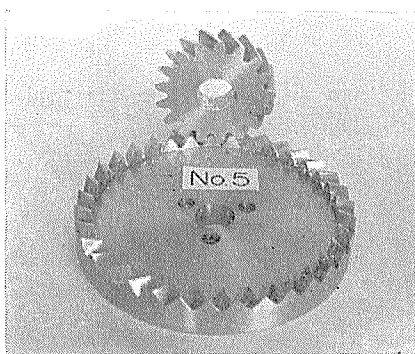
(b)



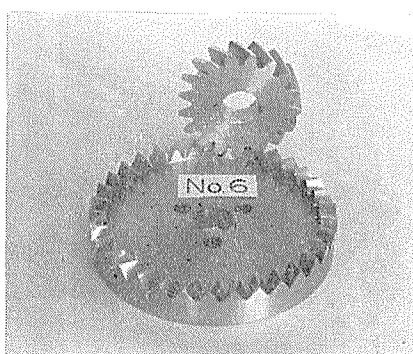
(c)



(d)

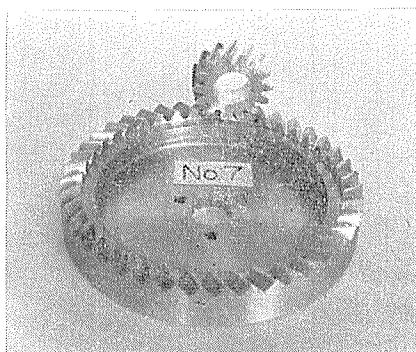


(e)

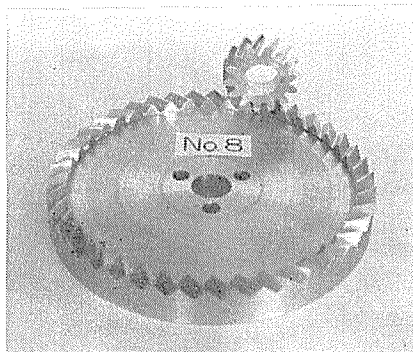


(f)

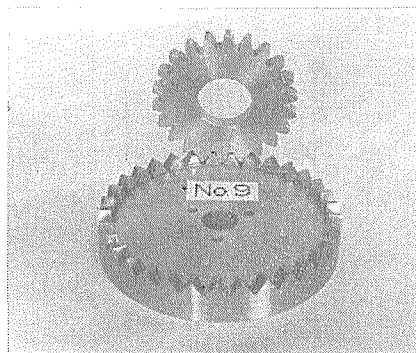
第5図



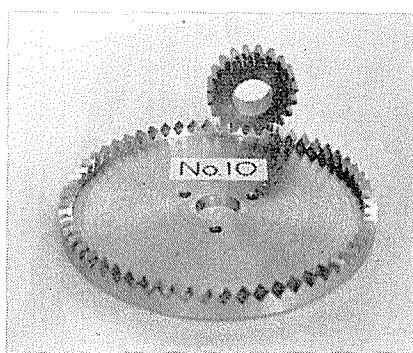
(g)



(h)

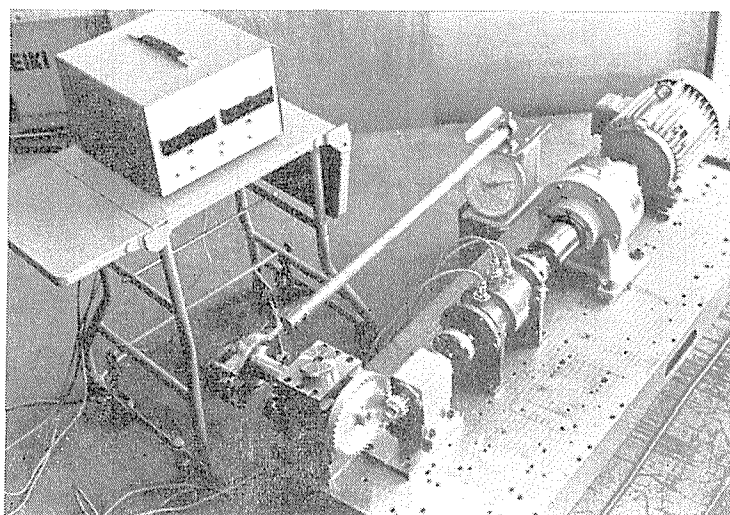


(i)



(j)

第5図



第6図 フェースギヤの効率測定装置

ットしないいわゆるオンセンタフェースギヤであり, No. 2, No. 3, No. 4, No. 6, No. 7, No. 8, No. 10 はオフセンタフェースギヤで, そのうち No. 10 はピニオンが平歯車であり, 他はヘリカルピニオンである. 第5図(a), (b), (c), (d), (e), (f), (g), (h), (i), (j) は No. 1 から No. 10 までのフェースギヤの写真である. これらフェースギヤのピニオンを駆動した場合の嚙合効率 η は, $\mu = 0.1$ と仮定して第1表の計算式を用いて計算し, その値を第2表の η の欄に示す. 括弧内の数値は, 以下述べる測定方法によって求めた実測値で, 大体理論値に近い値を示している. 第6図はフェースギヤの嚙合効率測定装置の写真を示す. すなわち3馬力の1,800rpmの三相交流モータに, 減速比 $1/40$ の減速機をつなぎ, この減速機の出力軸に磁歪式トルクメータ(使用範囲0~1kgm, 最小目盛0.01kgm)をつなぎ, さらに磁歪式トルクメータの出力軸を駆動ピニオン軸につなぐ. このピニオンに嚙合うフェースギヤの軸を支持する部分は, フェースギヤ軸がピニオン軸と正しく直角をなすように組付けてあり, しかも前後, 左右, 上下の三方向に正確に微動調整し得るようにしてあり, ピニオンとフェースギヤを正しく嚙合わせることが出来るようになっている. そしてフェースギヤ軸にはプロニーブレーキを装置して出力軸にトルクをかけ, 出力トルクはバネ式上皿自動秤(使用範囲200g~2kg, 最小目盛10g)により読み取った. そして磁歪式トルクメータで読み取った入力トルク T_1 と, プロニーブレーキより求めた出力トルク T_2 から, フェースギヤの嚙合効率 η を算出した. すなわち入力軸と出力軸の回転角速度をそれぞれ ω_1, ω_2 とすれば,

$$\eta = \frac{T_2 \omega_2}{T_1 \omega_1}$$

であり, $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{i}$ であるから

$$\eta = \frac{T_2}{iT_1} \quad (23)$$

となり, この式を用いて嚙合効率 η を算出することができる. この場合入力回転は45rpmであり, 入力トルクは0.2~0.5kgmの範囲について実験を行ない, その平均値の η を求めた. なお磁歪式トルクメータの入力軸側と出力軸側に, それぞれリングフレックスカップリングをとりつけて, トルクメータの軸のこじりを避けている. フェースギヤの潤滑油としては, 出光のダフニメカニックオイル44を用いた.

5. 結 言

インボリュートフェースギヤの嚙合効率の理論計算式を求め, さらに嚙合効率測定装置を作り, 実際に歯切りした10種類のフェースギヤについて嚙合効率測定を行ない, オフセット量の大小およびピニオンの歯すじのねじれ方向とねじれ角の大小が嚙合効率に及ぼす影響を明らかにし, フェースギヤの設計に準拠を与えた. 本研究は昭和45年度の文部省科学研究費補助金を受けて行なわれたものである. 終りにフェースギヤの嚙合効率測定装置の試作と, 効率測定に助力された八重島公郎, 平田幸吉の両氏に厚く感謝の意を表します.

文 献

- 1) 両角宗晴, インボリュートフェースギヤの研究, 信州大学工学部紀要, 第28号 (昭45-7) P. 89.
- 2) 両角宗晴, ヘリカルインボリュートフェースギヤの研究, 昭和45年度, 精機学会秋季大会学術講演前刷, (昭45-10) P. 275.

Summary

On the Efficiency of Involute Face Gears

Muneharu MOROZUMI

(Department of Precision Engineering, Faculty of Engineering)

Involute face gears are usually employed for connecting the intersecting shafts or the skew shafts.

This gear set is made of an involute spur pinion or helical involute pinion meshing with a face gear that is generated by a pinion cutter of the same size and form as the mating involute spur pinion or a helical involute pinion.

In this paper, the author deals with the derivation of the equations to be used for calculating the efficiency of the involute face gear sets, and the equations to be used for calculating the efficiency of the involute face gear sets are obtained, and then the author deals with the trial manufacture of involute face gears and the efficiency test of the manufactured face gears.

The efficiency is measured in various horse-power inputs and 45 rpm throughout the experiment.

In this efficiency test, these involute face gears showed a considerably high efficiency, and it can be seen that the experimental values agree well with the theoretical results.