

# 遊星歯車機構の効率評価の簡単な 分りよい方法について

両 角 宗 晴 \*

(昭和46年10月30日受理)

## 1. 緒 言

遊星歯車機構を設計する際、あらかじめその遊星歯車機構の理論効率値を計算により求め、効率について十分検討しておく必要がある。歯車機構の伝導損失は主として歯車のかみあい損失と軸受損失および油をかきまぜはねとばすための損失であるが、軸受損失はかみあい損失に比して小であり、実際の伝導効率の測定値は、かみあい効率の計算値にかなり良く一致する。(しかしキャリヤの速度が大きく油浴潤滑が行なわれているときは、流体損失を考慮しなければならない)

遊星歯車機構の歯車のかみあい損失による理論効率の計算法としては、多くの研究者によりいろいろな方法が発表されており、その式の形も種々様々である。<sup>1)~6)</sup> このうちの Radzimovsky と Кудрявцев の理論についてのくわしい紹介,<sup>7),8)</sup> Poppinga の理論の紹介<sup>9)</sup> なども行なわれている。しかしその解法はいづれもやや難解であり、とかく適用を誤るおそれがある。そこで筆者は適用を誤るおそれのないもっとわかり易い計算法について考察し、これにより 2K-H 型や 3K 型の遊星歯車機構のかみあい効率の理論的計算式の一覧表を作成し、これら理論式が他の研究者の求めた理論式に一致することを確かめた。

## 2. 遊星歯車機構の効率

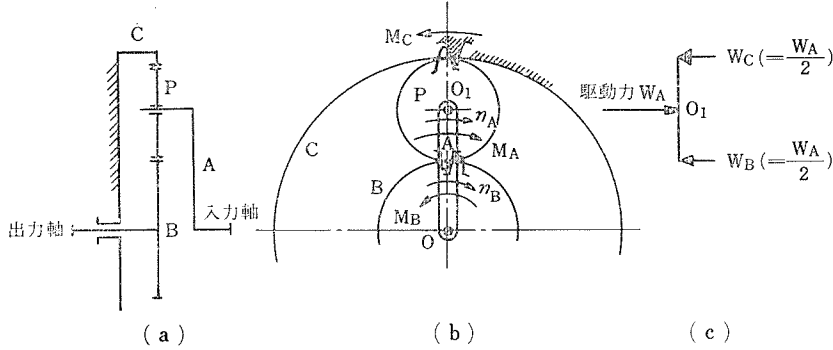
遊星歯車機構において、キャリヤが回転して遊星歯車に公転が与えられたときのかみあい効率は、キャリヤ固定の時の効率のように簡単には求められない。しかし歯車に生ずる摩擦損失は、歯面に加わる圧力と、歯の相互間の相対的滑りによって生ずると考えることができるから、歯面に作用する力が同じで、その相対滑り速度が同じならば、遊星歯車機構のキャリヤが動いていても固定されていても、歯車のかみあい摩擦損失は同じであると考えることができる。そこで機構全体にキャリヤと反対方向の回転を与えて、キャリヤの回転(つまり遊星歯車の公転)を止めても、各部にかかる力および各部の間の関係運動には変りがないから、摩擦損失には変化がないという考え方から出発して効率の理論式を求めることができる。

---

\* 精密工学教室 教授

2・1 2K-H型遊星歯車機構の効率の理論式

いま第1図(a)に示すごとく、太陽内歯車Cを固定し、キャリアAを時計回転方向(正方向とする)に $n_A$ 回転駆動して太陽外歯車Bを回転させる場合、従動歯車Bの回転数 $n_B$ と効率 $\eta$ を求める。 $n_B$ は第1表を用いて容易に求められる。



第1図 2K-H型遊星歯車機構

第1表 重ね合わせ法による回転数の求め方

	C	P	B	A
全体を同時回転	$n_A$	$n_A$	$n_A$	$n_A$
キャリア固定	$-n_A$	$-n_A \cdot \frac{z_C}{z_P}$	$n_A \cdot \frac{z_C}{z_P} \cdot \frac{z_P}{z_B}$	0
合計	0	$n_A \cdot \left(1 - \frac{z_C}{z_P}\right)$	$n_A \cdot \left(1 + \frac{z_C}{z_B}\right)$	$n_A$

これより次式を得る。

$$n_B = n_A \left(1 + \frac{z_C}{z_B}\right) = n_A (1 + i_0). \tag{1}$$

ただし  $i_0 = z_C/z_B$ ,  $z_B, z_C$  はそれぞれ歯車BとCの歯数。つまりBはAと同方向(正方向)に回転して増速させられることがわかる。さて第1図(b)に示すごとくキャリアAをO点のまわりに右方向に $n_A$ 回転させると、太陽外歯車Bを右方向に $n_B$ 回転させるから遊星歯車の中心点 $O_1$ には $W_A$ なる力、遊星歯車Pと太陽歯車Bとのかみあい点において歯車Bの歯から遊星歯車Pの歯にかかる反力 $W_B$ 、および固定太陽内歯車Cの歯から遊星歯車Pの歯にかかる力 $W_C$ が第1図(c)の状態となって平衡を保ち、遊星歯車Pは内歯車の歯を支点とした“てこ”と考えることができる。これより力 $W_A, W_B, W_C$ によるO点のまわりのモーメント $M_A, M_B, M_C$ の方向が第1図(b)のごとく定まる。いまこれらモーメントの釣り合いの式を作ると

$$M_A - M_B - M_C = 0 \tag{2}$$

いまこの遊星歯車機構の効率を  $\eta$  とすれば

$$\eta = \frac{M_B}{M_A} \cdot \left| \frac{n_B}{n_A} \right|. \quad (3)$$

つぎに第1表において“合計”という欄に示した運動をする機構全体に、キャリアと反対方向の回転 ( $-n_A$ ) を与えてキャリアを固定した場合の運動が“キャリア固定”の欄に示してあり、これら“合計”と“キャリア固定”の欄の運動はいずれも各要素にかかる力も各要素の関係運動も変りがないから、摩擦損失には変化がない。このことからこの遊星歯車機構の効率を求めることができる。すなわち“キャリア固定”の欄において、内歯車Cの回転数  $n_C'$  は  $n_C' = -n_A$  で負方向、歯車Bの回転数  $n_B'$  は  $n_B' = n_A \cdot \frac{z_C}{z_B} = n_A \cdot i_0$  で正方向である。いまモーメントの方向と回転の方向が同方向のものを入力側、互に反対方向のものを出力側と考えると、この場合  $M_C$  は負方向、 $M_B$  も負方向であるから、歯車Cが入力側で歯車Bが出力側となり、キャリアAを固定したときの基準効率  $\eta_0$  は次式で表わすことができる。

$$\eta_0 = \frac{M_B}{M_C} \cdot \left| \frac{n_B'}{n_C'} \right| = \frac{M_B}{M_C} \cdot i_0. \quad (4)$$

しかるに(2)式より

$$M_C = M_A - M_B.$$

これを(4)式に代入すると

$$\eta_0 = \frac{M_B}{M_A - M_B} \cdot i_0.$$

これより

$$\frac{M_B}{M_A} = \frac{\eta_0}{\eta_0 + i_0}. \quad (5)$$

(1)式と(5)式を(3)式に代入すると

$$\eta = \frac{M_B}{M_A} \cdot \left| \frac{n_B}{n_A} \right| = \frac{\eta_0 (1 + i_0)}{\eta_0 + i_0}. \quad (6)$$

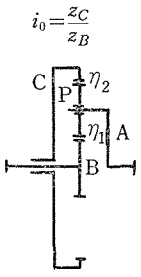
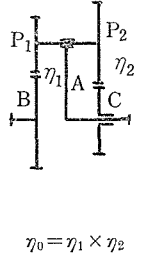
いま歯車BとPのかみあい効率を  $\eta_1$ 、歯車PとCのかみあい効率を  $\eta_2$  とすれば

$$\eta_0 = \eta_1 \cdot \eta_2. \quad (7)$$

(6)式は歯車Cを固定し、キャリアAを駆動して歯車Bを従動させた時の効率を求める式であるが、同様の方法により、Cを固定しBを駆動してAを従動させるとき、Bを固定しAを駆動してCを従動させるとき、およびBを固定しCを駆動してAを従動させるときの速比と効率の式を求めることができ、これら速比と効率を表わす式を第2表に示す。

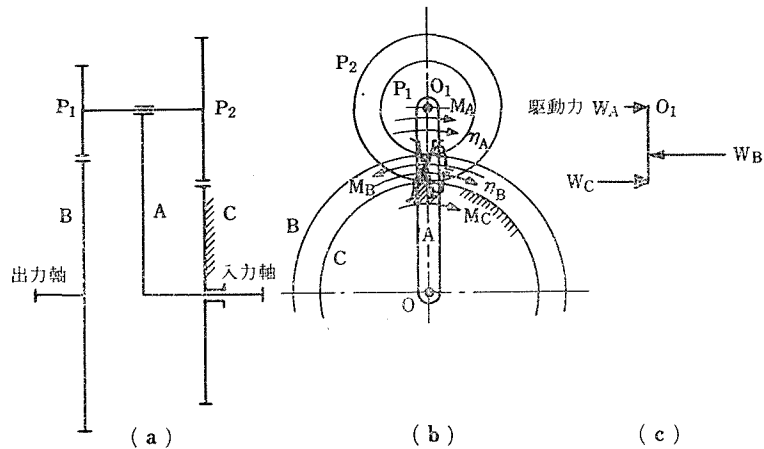
第2表 2K-H型遊星歯車機構の速比と理論効率

$i_0$  : 歯数比       $u$  : 速比  $\left( = \frac{\text{従動軸の回転数}}{\text{駆動軸の回転数}} \right)$        $\gamma$  : キャリヤを固定したときの基準減速比  
 $\eta_0$  : キャリヤを固定したときの基準効率       $\eta$  : 遊星歯車機構の効率

形 式	駆動 従動 固定	速 比	減速機の効率式	和栗明氏の式 <sup>4)</sup>	高橋崇氏の式 <sup>5)</sup>	
 <p><math>i_0 = \frac{z_C}{z_B}</math></p> <p><math>\eta_0 = \eta_1 \times \eta_2</math></p>	A   B   C	$u = \frac{n_B}{n_A} = 1 + i_0$	$\eta = \frac{\eta_0(1+i_0)}{\eta_0+i_0}$	$\eta = \frac{\eta_0(1-\gamma)}{\eta_0-\gamma}$ $\gamma = -i_0$		
	B   A   C	$u = \frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{1+i_0}$	$\eta = \frac{1+\eta_0 i_0}{1+i_0}$	$\eta = \frac{1-\eta_0 \gamma}{1-\gamma}$ $\gamma = -i_0$	$\eta = \eta_0 + \frac{1}{1+\frac{z_C}{z_B}}(1-\eta_0)$	
	A   C   B	$u = \frac{n_C}{n_A} = 1 + \frac{1}{i_0}$	$\eta = \frac{\eta_0(1+i_0)}{1+i_0 \eta_0}$			
	C   A   B	$u = \frac{n_A}{n_C} = \frac{1}{1+\frac{1}{i_0}}$	$\eta = \frac{\eta_0+i_0}{1+i_0}$			
	同方向増速					
 <p><math>z_B &gt; z_C</math></p> <p><math>0 &lt; i_0 = \frac{z_C \cdot z_{P1}}{z_B \cdot z_{P2}} &lt; 1</math></p> <p><math>\eta_0 = \eta_1 \times \eta_2</math></p>	A   B   C	$u = \frac{n_B}{n_A} = 1 - i_0$	$\eta = \frac{1-i_0}{1-\eta_0 i_0}$	$\eta = \frac{\gamma-1}{\gamma-\eta_0}$ $\gamma = 1/i_0$	$\eta = \frac{1}{1+(1-\eta_0) \frac{z_C \cdot z_{P1}}{z_B z_{P2} - z_C z_{P1}}}$	
	B   A   C	$u = \frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{1-i_0}$	$\eta = \frac{\eta_0-i_0}{\eta_0(1-i_0)}$	$\eta = \frac{\eta_0 \gamma - 1}{\eta_0(\gamma-1)}$ $\gamma = 1/i_0$		
	A   C   B	$u = \frac{n_C}{n_A} = 1 - \frac{1}{i_0}$	$\eta = \frac{\eta_0(1-i_0)}{1-\eta_0 i_0}$	$\eta = \frac{\eta_0(1-\gamma)}{\eta_0-\gamma}$ $\gamma = 1/i_0$		
	逆方向減速	$\frac{1}{2} < i_0 < 1$				
	逆方向増速	$0 < i_0 < \frac{1}{2}$				
	C   A   B	$u = \frac{n_A}{n_C} = \frac{1}{1-\frac{1}{i_0}}$	$\eta = \frac{\eta_0-i_0}{1-i_0}$	$\eta = \frac{\eta_0 \gamma - 1}{\gamma-1}$ $\gamma = 1/i_0$		
	逆方向減速	$\frac{1}{2} < i_0 < 1$				
逆方向増速	$0 < i_0 < \frac{1}{2}$					

この表には和栗明氏の式<sup>4)</sup>と高橋崇氏の式<sup>5)</sup>も併記したが、これらの式を変形するといづれも筆者の求めた式に一致することがわかり、しかも筆者の求めた効率計算式は歯数と基準効率を用いて容易に、しかも適用を誤まることなく効率値を求めることができる。

つぎに第2図のごとき 2K-H 型遊星歯車機構において、歯車Cを固定しキャリアAを駆動して歯車Bを従動させるときの速比と効率の式を求める。この場合  $z_B > z_C$  とする。 $n_B$  は第3表を用いて容易に求められる。



第2図 2K-H型遊星歯車機構

第3表 重ね合わせ法による回転数の求め方

	C	P <sub>2</sub>	P <sub>1</sub>	B	A
全体を同時回転	$n_A$	$n_A$	$n_A$	$n_A$	$n_A$
キャリア固定	$-n_A$	$n_A \cdot \frac{z_C}{z_{P2}}$	$n_A \cdot \frac{z_C}{z_{P2}}$	$-n_A \cdot \frac{z_C}{z_{P2}} \cdot \frac{z_{P1}}{z_B}$	0
合計	0	$n_A \cdot \left(1 + \frac{z_C}{z_{P2}}\right)$	$n_A \cdot \left(1 + \frac{z_C}{z_{P2}}\right)$	$n_A \cdot \left(1 - \frac{z_C}{z_{P2}} \cdot \frac{z_{P1}}{z_B}\right)$	$n_A$

これより次式を得る。

$$n_B = n_A \left(1 - \frac{z_C \cdot z_{P1}}{z_B \cdot z_{P2}}\right) = n_A (1 - i_0) \tag{8}$$

ただし

$$i_0 = \frac{z_C \cdot z_{P1}}{z_B \cdot z_{P2}}$$

そして  $z_B > z_C$  であるから  $0 < i_0 < 1$ 。

したがって  $n_B$  は  $n_A$  と同方向になるから第2図 (b) と (c) が得られ、これより次式を得る。

$$M_A - M_B + M_C = 0, \quad (9)$$

$$\eta = \frac{M_B}{M_A} \cdot \left| \frac{n_B}{n_A} \right|. \quad (10)$$

第3表の“キャリア固定”の欄より

$n_C' = -n_A$  で負方向,  $n_B' = -n_A \cdot i_0$  で負方向なることがわかり,  $M_C$  は正方向,  $M_B$  は負方向であるから, 歯車  $B$  が入力側, 歯車  $C$  が出力側となり, キャリヤ  $A$  を固定したときの基準効率  $\eta_0$  は次式で表わすことができる。

$$\eta_0 = \frac{M_C}{M_B} \cdot \left| \frac{n_C'}{n_B'} \right| = \frac{M_C}{M_B} \cdot \frac{1}{i_0}. \quad (11)$$

しかるに (9) 式より  $M_C = M_B - M_A$  であり, これを (11) 式に代入すると

$$\frac{M_B}{M_A} = \frac{1}{1 - \eta_0 i_0}. \quad (12)$$

(10) 式に (8) 式と (12) 式を代入すると

$$\eta = \frac{M_B}{M_A} \cdot \left| \frac{n_B}{n_A} \right| = \frac{1 - i_0}{1 - \eta_0 i_0}. \quad (13)$$

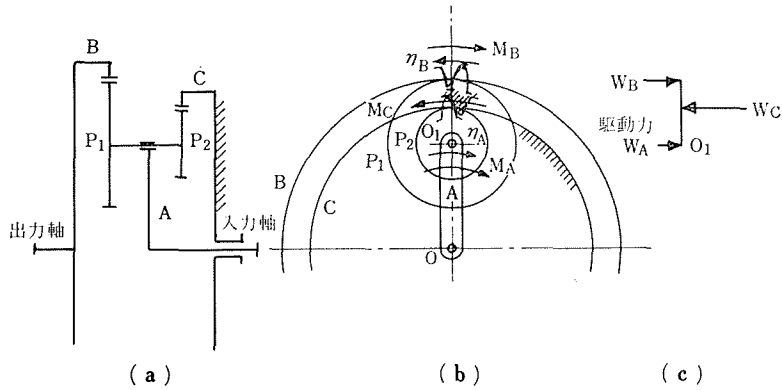
$\eta_0$  は歯車  $B$  と  $P_1$  のかみあい効率  $\eta_1$  と歯車  $C$  と  $P_2$  とのかみあい効率  $\eta_2$  との積である。(13) 式は歯車  $C$  を固定し, キャリヤ  $A$  を駆動して歯車  $B$  を従動させたときの効率を求める式であるが, 同様の方向により  $C$  を固定し  $B$  を駆動して  $A$  を従動させるとき,  $B$  を固定し  $A$  を駆動して  $C$  を従動させるとき, および  $B$  を固定し  $C$  を駆動して  $A$  を従動させるときの速比と効率の式を求めることができる。これら速比と効率の式を第2表に示す。この表には和栗明氏の式<sup>4)</sup> と高橋崇氏の式<sup>5)</sup> も併記したが, これらの式を変形するといずれも筆者の求めた式に一致する。

つぎに第3図のごとき 2K-H 型遊星歯車機構において, 歯車  $C$  を固定し, キャリヤ  $A$  を駆動して歯車  $B$  を従動させるときの速比と効率の式を求める。この場合  $z_B > z_C$  とする。これより次式を得る。

$$n_B = n_A \left( 1 - \frac{z_C \cdot z_{P1}}{z_B \cdot z_{P2}} \right) = n_A (1 - i_0). \quad (14)$$

ただし 
$$i_0 = \frac{z_C \cdot z_{P1}}{z_B \cdot z_{P2}}$$

そして  $z_B > z_C$  であるから  $1 < i_0$ 。



第3図 2K-H型遊星歯車機構

第4表 重ね合わせ法による回転数の求め方

	C	P <sub>2</sub>	P <sub>1</sub>	B	A
全体を同時回転	n <sub>A</sub>	n <sub>A</sub>	n <sub>A</sub>	n <sub>A</sub>	n <sub>A</sub>
キャリア固定	-n <sub>A</sub>	-n <sub>A</sub> · $\frac{z_C}{z_{P_2}}$	-n <sub>A</sub> · $\frac{z_C}{z_{P_2}}$	-n <sub>A</sub> · $\frac{z_C}{z_{P_2}} \cdot \frac{z_{P_1}}{z_B}$	0
合計	0	n <sub>A</sub> · $\left(1 - \frac{z_C}{z_{P_2}}\right)$	n <sub>A</sub> · $\left(1 - \frac{z_C}{z_{P_2}}\right)$	n <sub>A</sub> · $\left(1 - \frac{z_C}{z_{P_2}} \cdot \frac{z_{P_1}}{z_B}\right)$	n <sub>A</sub>

したがって n<sub>B</sub> は n<sub>A</sub> と反対方向になるから第3図 (b) と (c) が得られ、これより次式を得る。

$$M_A + M_B - M_C = 0, \tag{15}$$

$$\eta = \frac{M_B}{M_A} \cdot \left| \frac{n_B}{n_A} \right|. \tag{16}$$

第4表の“キャリア固定”の欄より

n<sub>C</sub>' = -n<sub>A</sub> で負方向, n<sub>B</sub>' = -n<sub>A</sub>i<sub>0</sub> で負方向なることがわかり, M<sub>C</sub> は負方向, M<sub>B</sub> は正方向であるから, 歯車Cが入力側, 歯車Bが出力側となり, キャリアAを固定したときの基準効率 η<sub>0</sub> は次式で表わすことができる。

$$\eta_0 = \frac{M_B}{M_C} \cdot \left| \frac{n_B'}{n_C'} \right| = \frac{M_B}{M_C} \cdot i_0 \tag{17}$$

しかるに (15) 式より M<sub>C</sub> = M<sub>A</sub> + M<sub>B</sub> であり, これを (17) 式に代入すると

$$\frac{M_B}{M_A} = \frac{\eta_0}{i_0 - \eta_0} \tag{18}$$

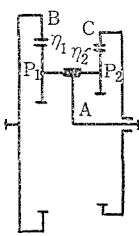
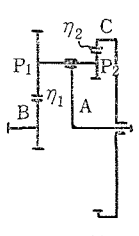
(16)式に(14)式と(18)式を代入すると

$$\eta = \frac{M_B}{M_A} \cdot \left| \frac{n_B}{n_A} \right| = \frac{\eta_0(i_0 - 1)}{i_0 - \eta_0} \tag{19}$$

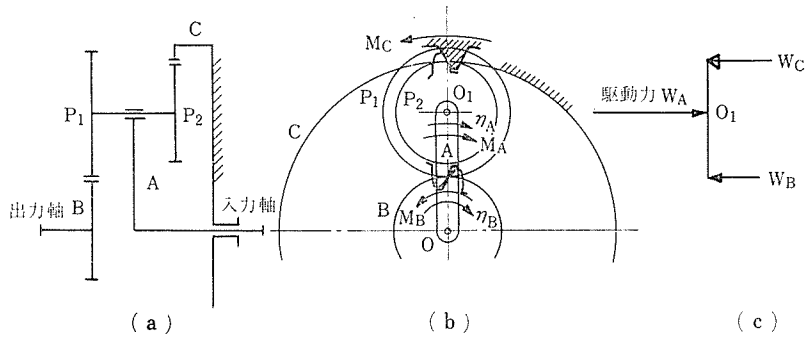
この式は歯車Cを固定し、キャリアAを駆動して歯車Bを従動させたときの効率の式であるが、同様の方法により、Cを固定しBを駆動してAを従動させるとき、Bを固定しAを駆動してCを従動させるとき、およびBを固定しCを駆動してAを従動させるときの速比と効率の式を求めることができる。これら速比と効率の式を第5表に示す。この表に和栗明氏の式<sup>4)</sup>を併記したが、これら式を変形するといづれも筆者の求めた式に一致する。つぎに第4図のごとき2K-H型遊星歯車機構において歯車Cを固定し、キャリアAを駆動して、歯車Bを従動させるときの速比と効率の式を求める。

第5表 2K-H型遊星歯車機構の速比と理論効率

$i_0$ : 歯数比     $u$ : 速比 (= 従動軸の回転数 / 駆動軸の回転数)     $\gamma$ : キャリヤを固定したときの基準減速比  
 $\eta_0$ : キャリヤを固定したときの基準効率     $\eta$ : 遊星歯車機構の効率

形 式	駆動   従動   固定	速 比	減速機の効率式	和栗明氏の式 <sup>4)</sup>
$z_B > z_C$ $1 < i_0 = \frac{z_C \cdot z_{P1}}{z_B \cdot z_{P2}}$  $\eta_0 = \eta_1 \times \eta_2$	A   B   C	$u = \frac{n_B}{n_A} = 1 - i_0$	$\eta = \frac{\eta_0(i_0 - 1)}{i_0 - \eta_0}$	$\eta = \frac{\eta_0(1 - \gamma)}{\eta_0 - \gamma}$
	逆方向減速	..... $1 < i_0 < 2$ のとき		
	逆方向増速	..... $i_0 > 2$ のとき		$\gamma = i_0$
	B   A   C	$u = \frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{1 - i_0}$	$\eta = \frac{\eta_0 i_0 - 1}{i_0 - 1}$	$\eta = \frac{\eta_0 \gamma - 1}{\gamma - 1}$
	逆方向増速	..... $1 < i_0 < 2$ のとき		
	逆方向減速	..... $i_0 > 2$ のとき		$\gamma = i_0$
A   C   B	$u = \frac{n_C}{n_A} = 1 - \frac{1}{i_0}$	$\eta = \frac{i_0 - 1}{i_0 - \eta_0}$	$\eta = \frac{\gamma - 1}{\gamma - \eta_0}$	
C   A   B	$u = \frac{n_A}{n_C} = \frac{1}{1 - \frac{1}{i_0}}$	$\eta = \frac{\eta_0 i_0 - 1}{\eta_0(i_0 - 1)}$	$\eta = \frac{\eta_0 \gamma - 1}{\eta_0(\gamma - 1)}$	
$i_0 = \frac{z_C \cdot z_{P1}}{z_B \cdot z_{P2}}$  $\eta_0 = \eta_1 \times \eta_2$	A   B   C	$u = \frac{n_B}{n_A} = 1 + i_0$	$\eta = \frac{\eta_0(1 + i_0)}{\eta_0 + i_0}$	$\eta = \frac{\eta_0(1 - \gamma)}{\eta_0 - \gamma}$
	同方向増速			
	B   A   C	$u = \frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{1 + i_0}$	$\eta = \frac{1 + \eta_0 i_0}{1 + i_0}$	$\eta = \frac{1 - \eta_0 \gamma}{1 - \gamma}$
	同方向減速			$\gamma = -i_0$
	A   C   B	$u = \frac{n_C}{n_A} = 1 + \frac{1}{i_0}$	$\eta = \frac{\eta_0(1 + i_0)}{1 + \eta_0 i_0}$	
	C   A   B	$u = \frac{n_A}{n_C} = \frac{1}{1 + \frac{1}{i_0}}$	$\eta = \frac{\eta_0 + i_0}{1 + i_0}$	





第4図 2K-H型遊星歯車機構

第6表 重ね合わせ法による回転数の求め方

	C	P <sub>2</sub>	P <sub>1</sub>	B	A
全体を同時回転	n <sub>A</sub>	n <sub>A</sub>	n <sub>A</sub>	n <sub>A</sub>	n <sub>A</sub>
キャリア固定	-n <sub>A</sub>	-n <sub>A</sub> · $\frac{z_C}{z_{P2}}$	-n <sub>A</sub> · $\frac{z_C}{z_{P2}}$	n <sub>A</sub> · $\frac{z_C}{z_{P2}}$ · $\frac{z_{P1}}{z_B}$	0
合計	0	n <sub>A</sub> · $\left(1 - \frac{z_C}{z_{P2}}\right)$	n <sub>A</sub> · $\left(1 - \frac{z_C}{z_{P2}}\right)$	n <sub>A</sub> · $\left(1 + \frac{z_C}{z_{P2}} \cdot \frac{z_{P1}}{z_B}\right)$	n <sub>A</sub>

これより次式を得る.

$$n_B = n_A \left(1 + \frac{z_C \cdot z_{P1}}{z_B \cdot z_{P2}}\right) = n_A (1 + i_0). \tag{20}$$

ただし

$$i_0 = \frac{z_C \cdot z_{P1}}{z_B \cdot z_{P2}}$$

したがって n<sub>B</sub> は n<sub>A</sub> と同方向になるから、第4図(b)と(c)が得られ、これより次式を得る.

$$M_A - M_B - M_C = 0, \tag{21}$$

$$\eta = \frac{M_B}{M_A} \cdot \left| \frac{n_B}{n_A} \right|. \tag{22}$$

第6表の“キャリア固定”の欄より n<sub>C</sub>' = -n<sub>A</sub> で負方向、n<sub>B</sub>' = n<sub>A</sub> ·  $\frac{z_C \cdot z_{P1}}{z_B \cdot z_{P2}} = n_A \cdot i_0$  で正方向なることがわかり、M<sub>C</sub> は負方向、M<sub>B</sub> は負方向であるから、歯車Cが入力側、歯車Bが出力側となり、キャリアAを固定したときの基準効率 η<sub>0</sub> は次式で表わすことができる.

$$\eta_0 = \frac{M_B}{M_C} \cdot \left| \frac{n_B'}{n_C'} \right| = \frac{M_B}{M_C} \cdot i_0. \tag{23}$$

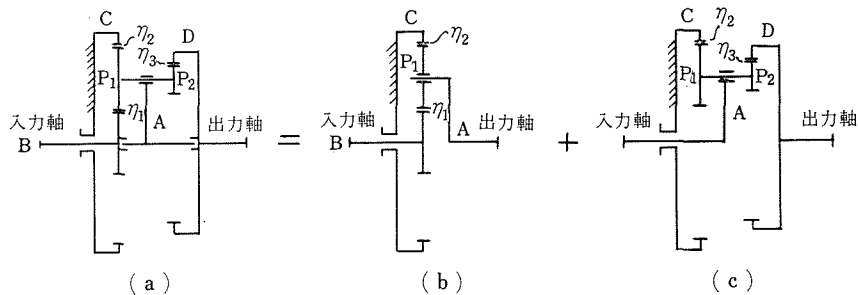
しかるに (21) 式より  $M_C = M_A - M_B$  であり、これを (23) 式に代入すると

$$\frac{M_B}{M_A} = \frac{\eta_0}{i_0 + \eta_0} \tag{24}$$

(22) 式に (20) 式と (24) 式を代入すると

$$\eta = \frac{M_B}{M_A} \cdot \left| \frac{n_B}{n_A} \right| = \frac{\eta_0(1+i_0)}{i_0 + \eta_0}. \tag{25}$$

この式は歯車  $C$  を固定し、キャリア  $A$  を駆動して歯車  $B$  を従動させたときの効率の式であるが、同様の方法により、 $C$  を固定し、 $B$  を駆動して  $A$  を従動させるとき、 $B$  を固定し、 $A$  を駆動して  $C$  を従動させるとき、および  $B$  を固定し、 $C$  を駆動して  $A$  を従動させるときの速比と効率の式を求めることができる。これら速比と効率の式を第 5 表に示す。この表に和栗明氏の式<sup>4)</sup>を併記したが、これら式を変形すると、いずれも筆者の求めた式に一致する。



第 5 図 3K 型遊星歯車機構

### 2.2 3K 型遊星歯車機構の効率の理論式

第 5 図に示すごとき 3K 型遊星歯車機構の効率を求めるための式は、前記 2K-H 型遊星歯車機構の式の組み合わせから求めることができる。いま  $z_C > z_D$  とし、第 5 図 (a) において太陽内歯車  $C$  を固定し、太陽外歯車  $B$  を駆動して太陽内歯車  $D$  を回転させる場合の従動軸の回転数  $n_D$  と効率  $\eta$  の式を求める。この 3K 型は第 5 図 (b) の 2K-H 型と (c) の 2K-H 型の組み合わせと考えることができる。いま歯車  $B$  と  $P_1$  のかみあい効率を  $\eta_1$ 、歯車  $P_1$  と  $C$  のかみあい効率を  $\eta_2$ 、歯車  $P_2$  と  $D$  のかみあい効率を  $\eta_3$  とすれば、(b) 図に対しては、第 2 表から

$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{1 + i_0}, \quad \eta_b = \frac{1 + (\eta_1 \cdot \eta_2) i_0}{1 + i_0}.$$

ただし 
$$i_0 = \frac{z_C}{z_B}.$$

(c) 図に対しては第 5 表から

$$\frac{n_D}{n_A} = 1 - \frac{1}{i_0'}, \quad \eta_c = \frac{i_0' - 1}{i_0' - (\eta_2 \cdot \eta_3)}.$$

ただし 
$$i_0' = \frac{z_D \cdot z_{P1}}{z_C \cdot z_{P2}}.$$

これより

$$\frac{n_D}{n_B} = \frac{n_A}{n_B} \times \frac{n_D}{n_A} = \frac{i_0' - 1}{i_0' (1 + i_0)}, \quad (26)$$

$$\eta = \eta_b \times \eta_c = \frac{(1 + \eta_1 \eta_2 i_0) (i_0' - 1)}{(1 + i_0) (i_0' - \eta_2 \eta_3)}. \quad (27)$$

このようにして 3K 型遊星歯車機構の速比と理論効率の式として第 7 表を得た。表中に Кудрявцев 氏の求めた効率の式<sup>6),7)</sup>も併記したが<sup>8)</sup>、これらの式を変形するといづれも筆者の求めた式に一致することがわかる。例えば第 7 表の一番上の欄にある式について検討すると、Кудрявцев 氏の式は

$$\eta = \frac{1 - i_{BC}^A \cdot \eta_{BC}^A \cdot i_{DB}^C}{1 - i_{DC}^A \cdot \eta_{DC}^A \cdot i_{DB}^C}.$$

ここで  $\eta_{BC}^A$  はキャリア A を固定し、B を駆動要素とし、C を従動要素としたときの効率を表わすから、 $\eta_{BC}^A = \eta_1 \cdot \eta_2$ 、また  $\eta_{DC}^A = \eta_2 \cdot \eta_3$ 、 $i_{BC}^A$  はキャリア A を固定したときの駆動要素 B の回転数を従動要素 C の回転数で割った値（駆動要素と従動要素の回転方向が互に逆になるときは負の値）であるから、

$$i_{BC}^A = \frac{n_B'}{n_C'} = -\frac{z_C}{z_B} = -i_0,$$

$$i_{DC}^A = \frac{n_D'}{n_C'} = \frac{z_C \cdot z_{P2}}{z_D \cdot z_{P1}} = \frac{1}{i_0'},$$

$$i_{DB}^C = \frac{i_0' - 1}{i_0' (1 + i_0)} \quad [ (26) \text{ 式} ].$$

第7表 3K型遊星歯車機構の速比と理論効率

$$i_0 = \frac{z_C}{z_B} \quad i_0' = \frac{z_D z_{P1}}{z_C z_{P2}} \quad i_0'' = \frac{z_D z_{P1}}{z_B z_{P2}} = i_0 \cdot i_0'$$

$i_{BC}^A$  はキャリヤAを固定したときの駆動要素 B の回転数を従動要素 C の回転数で割った値 (駆動要素と従動要素の回転方向が互に逆になるときは負の値となる)

$\eta_{BC}^A$  はキャリヤAを固定し, B を駆動要素とし, C を従動要素としたときの効率

形式	駆動	従動	固定	速 比	減速機の効率式	クドリヤフツエフ氏の式 <sup>6),7)</sup>	
	B	D	C	$u = \frac{n_D}{n_B} = \frac{i_0' - 1}{i_0'(1 + i_0)}$	$\eta = \frac{(1 + \eta_1 \eta_2 i_0)(i_0' - 1)}{(1 + i_0)(i_0' - \eta_2 \eta_3)}$	$\eta = \frac{1 - i_{BC}^A \eta_{BC}^A}{1 - i_{DC}^A \eta_{DC}^A} \times i_{DB}^C$	
	同方向減速						
	D	B	C	$u = \frac{n_B}{n_D} = \frac{i_0'(1 + i_0)}{i_0' - 1}$	$\eta = \frac{(1 - \eta_2 \eta_3 i_0')(1 + i_0)}{(1 - i_0')(i_0 + \eta_1 \eta_2)}$	$\eta = \frac{1 - (i_{DC}^A / \eta_{CD}^A)}{1 - (i_{BC}^A / \eta_{CB}^A)} \times i_{BD}^C$	
	同方向増速						
	B	C	D	$u = \frac{n_C}{n_B} = \frac{1 - i_0'}{1 + i_0''}$	$\eta = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 + \eta_1 \eta_2 i_0'')(i_0' - 1)}{(1 + i_0'')(i_0' - \eta_2 \eta_3)}$	$\eta = \frac{1 - i_{BD}^A \eta_{BD}^A}{1 - i_{CD}^A \eta_{CD}^A} \times i_{CB}^D$	
逆方向減速							
C	B	D	$u = \frac{n_B}{n_C} = \frac{1 + i_0''}{1 - i_0'}$	$\eta = \frac{(i_0' - \eta_2 \eta_3)(1 + i_0'')}{(i_0' - 1)(i_0'' + \eta_1 \eta_2)}$	$\eta = \frac{1 - (i_{CD}^A / \eta_{DC}^A)}{1 - (i_{BD}^A / \eta_{DB}^A)} \times i_{BC}^D$		
逆方向増速							
	B	D	C	$u = \frac{n_D}{n_B} = \frac{i_0' - 1}{i_0'(1 + i_0)}$	$\eta = \frac{\eta_2 \eta_3 (1 + \eta_1 \eta_2 i_0)(1 - i_0')}{(1 + i_0)(1 - \eta_2 \eta_3 i_0')}$	$\eta = \frac{1 - (i_{BC}^A \eta_{BD}^A / \eta_{CD}^A)}{1 - (i_{DC}^A / \eta_{CD}^A)} \times i_{DB}^C$	
	逆方向減速						
	D	B	C	$u = \frac{n_B}{n_D} = \frac{i_0'(1 + i_0)}{i_0' - 1}$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_2 (\eta_2 \eta_3 - i_0')(1 + i_0)}{(1 - i_0')(i_0 + \eta_1 \eta_2)}$	$\eta = \frac{1 - i_{DC}^A \eta_{DC}^A}{1 - (i_{BC}^A \eta_{DC}^A / \eta_{DB}^A)} \times i_{BD}^C$	
	逆方向増速						
	B	C	D	$u = \frac{n_C}{n_B} = \frac{1 - i_0'}{1 + i_0''}$	$\eta = \frac{(1 + \eta_1 \eta_2 i_0'')(1 - i_0')}{(1 + i_0'')(1 - \eta_2 \eta_3 i_0')}$	$\eta = \frac{1 - (i_{BD}^A \eta_{BC}^A / \eta_{DC}^A)}{1 - (i_{CD}^A / \eta_{DC}^A)} \times i_{CB}^D$	
同方向減速							
C	B	D	$u = \frac{n_B}{n_C} = \frac{1 + i_0''}{1 - i_0'}$	$\eta = \frac{(\eta_2 \eta_3 - i_0')(1 + i_0'')}{(1 - i_0')(i_0'' + \eta_1 \eta_2)}$	$\eta = \frac{1 - (i_{CD}^A \eta_{CD}^A)}{1 - (i_{BD}^A \eta_{CD}^A / \eta_{CB}^A)} \times i_{BC}^D$		
同方向増速							
上図いづれの場合でも適用可	C	D	B	$u = \frac{n_D}{n_C} = \frac{i_0(1 + i_0'')}{i_0''(1 + i_0)}$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_2 (i_0 + \eta_1 \eta_2)(1 + i_0'')}{(1 + i_0)(1 + \eta_1 \eta_2 i_0'')}$		
	同方向減速						
	D	C	B	$u = \frac{n_C}{n_D} = \frac{i_0''(1 + i_0)}{i_0(1 + i_0'')}$	$\eta = \frac{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 \eta_2 + i_0'')(1 + i_0)}{(1 + i_0'')(1 + \eta_1 \eta_2 i_0)}$		
	同方向増速						

ただし  $i_0 = \frac{z_C}{z_B}, \quad i_0' = \frac{z_D \cdot z_{P1}}{z_C \cdot z_{P2}}$

これより  $\eta$  を求めると

$$\eta = \frac{(1 + \eta_1 \eta_2 i_0)(i_0' - 1)}{(1 + i_0)(i_0' - \eta_2 \eta_3)}$$

これは筆者の求めた式(27)に一致しており、しかも Кудрявцев 氏の式よりも筆者の求めた式の方が計算が容易であることは明らかである。

### 3. 結 言

遊星歯車として最も基本的な 2K-H 型遊星歯車機構と 3K 型遊星歯車機構の理論効率を計算するための計算式について考察し、基準効率と歯数比を用いてこれら遊星歯車機構の理論効率を計算するための計算式のわかりやすい導き方を明らかにし、その方法を用いて 2K-H 型と 3K 型の遊星歯車機構の速比と効率の式の一覧表を作成し、得られた理論式が他の研究者の求めた式に一致することを示した。最後に本研究に助力された石田憲治君に感謝の意を表す。

### 文 献

- 1) H. E. Merritt, Gear Trains, Pitman & Sons (London), (1947)
- 2) R. Poppinga, Stirnrad Planetengetriebe, Franckh'sche Verlag, (Stuttgart), (1949)
- 3) E. I. Radzimovsky, Planetary Gear Drives, Mach. Design, 28, No. 3, (1956)
- 4) 和栗明, 歯車の設計と製作, 日本機械学会(昭和31-4)
- 5) 高橋崇, 遊星歯車機構を用いた減速機の効率, 機械の研究, 9巻7号, (昭32-7) (Radzimovsky 氏の理論を基として, 数種の遊星歯車機構のかみあい効率の計算式を誘導している)
- 6) В. Н. Кудрявцев Планетарные передачи, Машиностроение, (Москва), (1966)
- 7) 仙波正荘, 歯車10巻, 日刊工業, (昭42-11)
- 8) 矢田恒二, 遊星歯車機構の伝達比と能率の計算, 日本機械学会誌, 71巻590号, (昭43-3)
- 9) 矢田恒二, 遊星歯車機構(伝達比と能率の計算法について) 日本機械学会第 281 回講習会教材, (昭42-7)

### Summary

#### On the Simple and Clear Method of Estimating the Efficiency of Planetary Gear Systems

Muneharu MOROZUMI

(Department of Precision Engineering, Faculty of Engineering)

The theoretical estimation of the efficiency of planetary gear trains is of value in revealing the characteristics of different kinds of trains.

In this century many authors investigated the efficiency of planetary gear trains.

The calculation of the efficiency of planetary gear trains fundamentally differ from those of stationary gears with the carriers locked to the housings.

Calculation of the efficiency of planetary gear trains is more difficult than that of stationary gear trains.

In this paper, the author treats the derivation of efficiency formulas for planetary gear systems, and a simple and clear method for calculating the efficiency of planetary gear systems is obtained.

For calculating the efficiency of planetary gear systems, these formulas require knowing only the number of teeth and the efficiency of the stationary gear trains.

In this way the practical engineer is provided with a method of calculating the efficiency of planetary gear systems without needing the much previous knowledge.