

最小歯数差ハイポサイクロイド減速機の効率

両角宗晴*・八重島公郎**・平田幸吉***

(昭和46年10月30日受理)

1. 緒 言

1段で得られる減速比が $1/20 \sim 1/100$ の範囲で、入力軸と出力軸が一直線上にあって、しかも軸数が少なく、小型軽量に作り得るものとしては、ハイポサイクロイド減速機が最適であり、それに用いる内歯車と、それにかみあうピニオンの歯数差が少なければ少ないほど大きな減速比が得られ、歯数差が1枚となったとき最大の減速比が得られる。つまりハイポサイクロイド減速機の利点を最大限に生かすためには、歯数差を少なくすることが必須の条件である。

しかしこのように歯数差が少なくなると、トロコイド干渉その他いろいろな干渉を生じ易い。そこで筆者の一人は転位インボリュート内歯車の干渉問題について解析的研究を行ない、その結果内歯車とピニオンの転位係数を相対的かつ合理的に選択すれば、工具圧力角 20° または 14.5° の並歯のピニオンカッタによって、かみあい率を1以上にして、しかも全く干渉のない歯数差1枚の内歯車を得ることができた。¹⁾ なお遊星歯車の絶対回転を、そのまま1:1で出力軸に取り出すための機構としては、現在、調節孔とピン、ユニバーサル継手、あるいはオルダム継手などが用いられているが、これに代るものとして、あらたに全く干渉のない、しかもかみあい率1以上の歯数差零の転位内歯車についても研究した。²⁾ 一部には歯に転位を与えると、効率が甚だしく低下すると考えて、転位歯車を用いないために、かみあい率1以上の1枚差や2枚差の内歯車が得られなかったが、転位内歯車の効率について理論的に考察した結果、³⁾ とくに歯数差が0枚、1枚、2枚のように歯数差の少ない転位内歯車のかみあい効率は、かなり高い値を示し、標準内歯車に比して、ほとんど変りなく、効率の点から考えても転位を避ける必要は全くなく、ハイポサイクロイド減速機には歯数差1枚および零枚の転位インボリュート内歯車を用いることが、コンパクトという特色を大きく生かす途であると考えられる。そこで筆者らは1枚差の転位内歯車と零枚差の転位内歯車を組合せて、減速比 $1/40$ と $1/80$ の極めてコンパクトな減速機を設計試作しその性能実験を行なった。

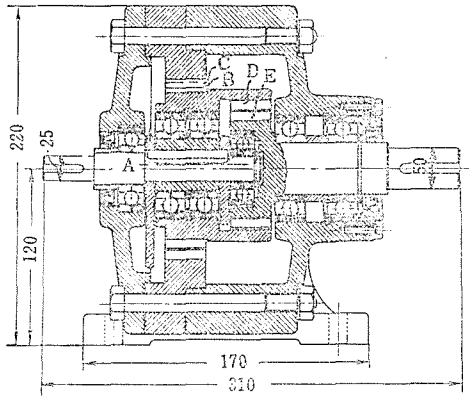
2. 試作したハイポサイクロイド減速機

第1図のごとき構造のハイポサイクロイド減速機を設計試作した。第2図は試作した減

* 精密工学教室 教授

** 精密工学教室 助手

*** 精密工学教室 技官



第1図 試作した減速機の構造

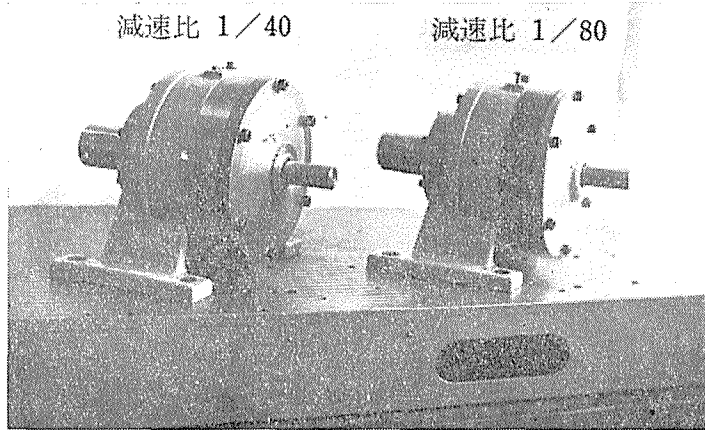
速比1/40と1/80の減速機の写真であり、1,800*r.p.m.*を1/40または1/80に減速して、1.5馬力を伝えんとするものである。この減速機に用いた歯車の諸元を第1表に示す。歯車の材質はいづれもS45Cとし、それぞれギヤシェーパー切りした。

第1表 試作減速機歯車の諸元

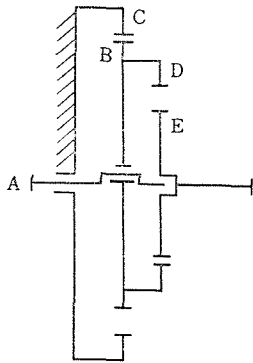
減速比	1/40				1/80			
	一枚差内歯車		零枚差内歯車		一枚差内歯車		零枚差内歯車	
	ピニオン(B)	内歯車(C)	ピニオン(E)	内歯車(D)	ピニオン(B)	内歯車(C)	ピニオン(E)	内歯車(D)
歯形	並歯		並歯		並歯		並歯	
モジュール <i>m</i>	3.5		4		1.75		3.5	
圧力角 α_c	20°		20°		20°		20°	
歯数	$z_B=40$	$z_C=41$	$z_E=29$	$z_D=29$	$z_B=80$	$z_C=81$	$z_E=35$	$z_D=35$
縦転位係数	$x_B=-0.8$	$x_C=0.2$	$x_E=-0.4$	$x_D=0.7$	$x_B=-1.0$	$x_C=0$	$x_E=-0.5$	$x_D=0.3638$
横転位係数	$u_B=0$	$u_C=0$	$u_E=0.4$	$u_D=0.6$	$u_B=0$	$u_C=0$	$u_E=0.2$	$u_D=0.2$
中心距離 <i>a</i>	3.284		3.284		1.642		1.642	
法線背隙 S_n	0.2		0.2		0.1		0.1	
嚙合率 <i>s</i>	1.39		1.13		1.33		1.37	

3. 減速比と効率の計算式

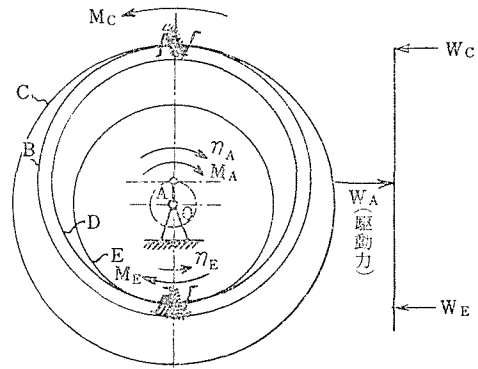
第3図は歯車の作用線図であり、キャリアAが駆動体で、内歯車Cは固定され、この内歯車Cには歯車Bがかみあい、内歯車Dは歯車Bと一体になっており、歯車Eにかみあっている。いまこの減速機の減速比と効率を計算するための理論式を求める。歯車B、C、D、Eの歯数をそれぞれ z_B 、 z_C 、 z_D 、 z_E とすれば、出力軸の回転数 n_E と入力軸の回転数 n_A との比である減速比 $u\left(=\frac{n_E}{n_A}\right)$ は次表から求められる。



第2図 試作した減速機



第3図 歯車の作用線図



第4図 歯車Bに作用する力の釣り合い

第2表 減速比を求めるための数表

	A	C	B	D	E
全体を同時回転	n_A	n_A	n_A	n_A	n_A
キャリア固定	0	$-n_A$	$-n_A \cdot \frac{z_C}{z_B}$	$-n_A \cdot \frac{z_C}{z_B}$	$-n_A \cdot \frac{z_C \cdot z_D}{z_B \cdot z_E}$
合計	n_A	0	$n_A \left(1 - \frac{z_C}{z_B}\right)$	$n_A \left(1 - \frac{z_C}{z_B}\right)$	$n_A \left(1 - \frac{z_C \times z_D}{z_B \cdot z_E}\right)$

これより減速比 u として次式が得られる.

$$u = \frac{n_E}{n_A} = \left(1 - \frac{z_C \cdot z_D}{z_B \cdot z_E}\right). \tag{1}$$

しかるに $\frac{z_C \cdot z_D}{z_B \cdot z_E} > 1$ であるから, $\frac{n_E}{n_A} < 0$ となり, n_E は n_A と逆方向に回転する. したがって第4図に示すごとく, キャリヤAを時計回転方向に n_A 回転させて歯車Bの中心に W_A なる駆動力を作用させると, 歯車Eは反時計方向に n_E 回転し, 歯車Eから歯車Dに対して反力 W_E が作用する.

歯車Bは固定内歯車Cとのかみあい点を支点とする“てこ”と考えられるから, その支点において, 歯車Bは内歯車Cから W_C なる力がかかり, これら W_A, W_E, W_C なる力は第4図のごとき方向を有して釣合いを保つ. したがってこれら W_A, W_E, W_C なる力によるキャリヤAの中心点Oに関するモーメント M_A, M_E, M_C の方向がわかり, M_A, M_E, M_C の間には次式が成立する.

$$M_A + M_E - M_C = 0. \quad (2)$$

いまこの減速機の効率を η とすれば

$$\eta = \frac{M_E}{M_A} \cdot \left| \frac{n_E}{n_A} \right|. \quad (3)$$

いま第2表の第3行目の欄に示すように, キャリヤAを固定したときの歯車Cの回転数を n_C' , 歯車Eの回転数を n_E' とすれば

$$n_C' = -n_A. \quad (4)$$

$$n_E' = -n_A \times \frac{z_C \cdot z_D}{z_B \cdot z_E} \quad (5)$$

したがって n_A の回転方向を正とすれば, $n_C' < 0$, $n_E' < 0$ となり, また M_C の方向は負方向, M_E の方向は正方向であり, モーメントと回転方向が同方向のものを入力側, 反対方向のものを出力側と考え, 歯車BとCのかみあい効率を η_1 , DとEとのかみあい効率を η_2 とすれば, 次式が成立する.

$$M_E \cdot |n_E'| = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot M_C \cdot |n_C'|, \quad (6)$$

これに(2)式, (4)式, (5)式を代入して次式を得る.

$$\frac{M_E}{M_A} = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{\frac{z_C \cdot z_D}{z_B \cdot z_E} - \eta_1 \cdot \eta_2} \quad (7)$$

(1)式と(7)式を(3)式に代入すれば

$$\eta = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2 \left(\frac{z_C \cdot z_D}{z_B \cdot z_E} - 1 \right)}{\frac{z_C \cdot z_D}{z_B \cdot z_E} - \eta_1 \cdot \eta_2}. \quad (8)$$

この式はつぎのようにしても求められる. すなわち, キャリヤを止めても止めなくても,

各部にかかる力が変化しないで、かつ各部の相對運動が変らなければ、キャリヤの動きには無關係に、かみあい摩擦損失には変りがないということからも (8) 式が求められる。つまりキャリヤが回転しているときの齒のかみあい摩擦損失を L_a とし、キャリヤが止っているときの齒のかみあい摩擦損失を $L_b (=L_a)$ とすれば、

$$\eta = \frac{M_A n_A - L_a}{M_A n_A} = 1 - \frac{L_a}{M_A n_A} = 1 - \frac{L_b}{M_A n_A}. \quad (9)$$

しかるに

$$L_b = M_C \cdot |n_C'| (1 - \eta_1 \cdot \eta_2). \quad (10)$$

これより

$$\eta = 1 - \frac{M_C \cdot |n_C'|}{M_A \cdot |n_A|} (1 - \eta_1 \cdot \eta_2). \quad (11)$$

しかるに

$$M_E \cdot |n_E'| = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot M_C \cdot |n_C'|.$$

これに $M_E = M_C - M_A$ を代入すれば

$$\frac{M_C}{M_A} = \frac{\frac{z_C \cdot z_D}{z_B \cdot z_E}}{\frac{z_C \cdot z_D}{z_B \cdot z_E} - \eta_1 \cdot \eta_2}. \quad (12)$$

(4) 式と (12) 式を (11) 式に代入すれば (8) 式が得られる。さて $z_C = z_B + 1$, $z_D = z_E$ とすれば、(1) 式と (8) 式より

$$u = \frac{n_E}{n_A} = -\frac{1}{z_B}, \quad (13)$$

$$\eta = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{1 + z_B (1 - \eta_1 \cdot \eta_2)}. \quad (14)$$

つまり試作減速機の減速比は (13) 式により表わされるから、減速比が 1/40 のときは $z_B = 40$ 、減速比が 1/80 のときは $z_B = 80$ とすればよい。そして減速機の効率は (14) 式から求められる。さて、歯数差が 1 枚の転位インボリュート内齒車のかみあい効率 η_1 と、歯数差が零の転位インボリュート内齒車のかみあい効率 η_2 はつぎのごとき筆者の求めた理論式³⁾により計算することができる。

$$\eta_1 = 1 - \pi\mu \left(\frac{1}{z_B} - \frac{1}{z_C} \right) \frac{e_0 + e_1}{t_e}.$$

ただし

$$\frac{e_1}{t_e} = \frac{z_C}{2\pi} (\tan\alpha_b - \tan\alpha_{kC}),$$

$$\frac{e_0}{t_e} = \frac{z_B}{2\pi} (\tan\alpha_b - \tan\alpha_{kB}),$$

$$\text{inv } \alpha_b = \text{inv } \alpha_c + 2 \tan \alpha_c \cdot \frac{x_C - x_B - \frac{1}{2\sin \alpha_c} \left(\frac{S_n}{m} \right)}{z_C - z_B},$$

$$\cos \alpha_{kB} = \frac{z_B \cdot \cos \alpha_c}{z_B + 2 + 2x_B},$$

$$\cos \alpha_{kC} = \frac{z_C \cdot \cos \alpha_c}{z_C - 2 + 2x_C}.$$

(15)

この場合、

m : モジュール μ : 歯面の摩擦係数 t_e : 法線ピッチ ($=\pi m \cos \alpha_c$),

α_c : 工具圧力角 α_b : かみあい圧力角 α_{kB} : 歯車 B の歯先圧力角

α_{kC} : 内歯車 C の歯先圧力角 x_B : 歯車 B の転位係数 x_C : 内歯車 C の転位係数

S_n : 法線バックラッシ

また歯数差零の転位インボリュート内歯車のかみあい効率 η_2 は次式から計算される。

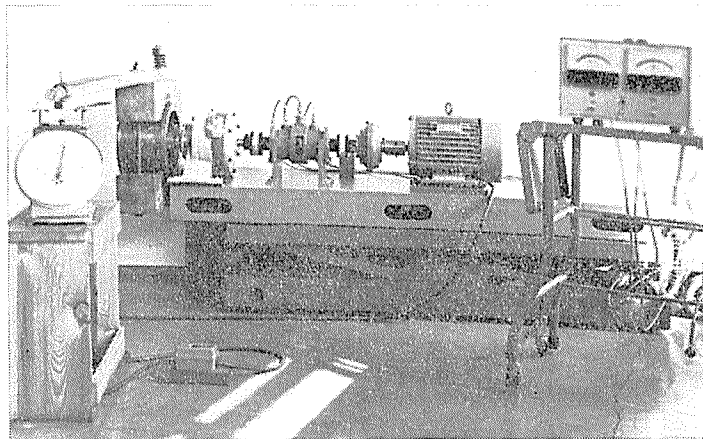
$$\eta_2 = 1 - \mu \left(\frac{a}{r_g} \right). \quad (16)$$

ただし a : 中心距離, r_g : 基礎円半径.

すなわち第1表の歯車について、 $\mu=0.1$ とし、(15)式と(16)式を用いて、 η_1 と η_2 を計算すると、減速比 1/40 のとき $\eta_1=99.65\%$, $\eta_2=99.40\%$, $\therefore \eta_1 \cdot \eta_2=99.05\%$, 減速比 1/80 のとき $\eta_1=99.83\%$, $\eta_2=99.70\%$, $\therefore \eta_1 \cdot \eta_2=99.53\%$. しかるに歯面の摩擦係数 μ は歯面法線荷重や歯面転がり速度および潤滑油の粘度などによって歯面のかみあい中複雑に変化するものであるが、⁴⁾ この場合近似的に歯面摩擦係数は、かみあい中一定値の $\mu=0.1$ と仮定した。また η_1 と η_2 を計算する(15)式と(16)式を求めるときもいくつかの仮定を設けており、もともと近似理論式であるから、減速比 1/40, 1/80 のいずれのときも $\eta_1 \cdot \eta_2$ の平均値として $\eta_1 \cdot \eta_2=99.3\%$ を採用することにし、この $\eta_1 \cdot \eta_2=99.3\%$ を(14)式に代入して減速機の効率 η を求めると、減速比 1/40 のとき $\eta=78\%$, 減速比 1/80 のとき $\eta=64\%$ を得る。

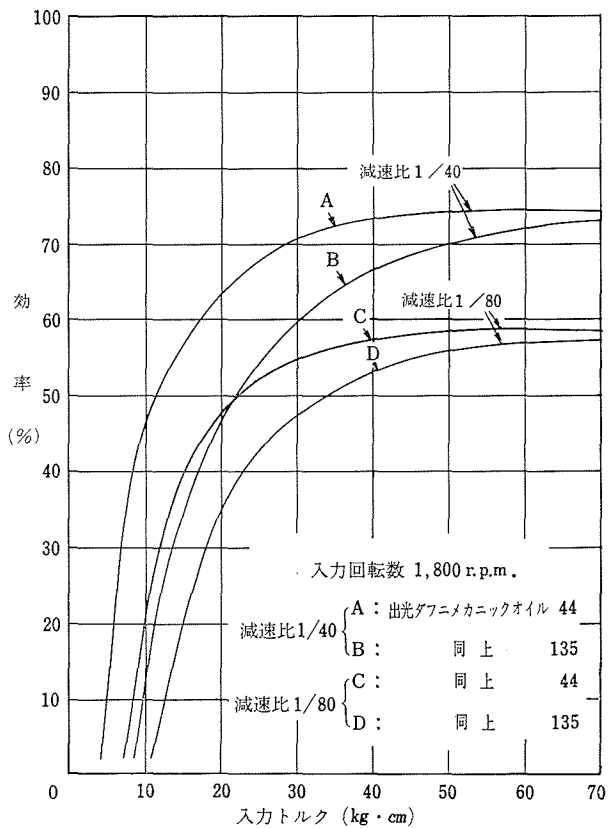
4. 減速機の効率測定

第5図は減速機の効率測定装置の写真を示す。すなわち3馬力、1,800*r. p. m.*の三相交流モータをパウダークラップリングと磁歪式トルクメータを介して減速機につなぎ、減速機の出力軸にはプロニーブレーキを装置して出力軸にトルクをかけ、入力軸のトルクは高千穂精機の磁歪式トルクメータで測定し、入力トルク T_i と出力トルク T_o から減速機の伝達効率 η を算出した。



第5図 効率測定装置

すなわち入力軸と出力軸の回転角速度をそれぞれ ω_i , ω_o とすれば、 $\eta = \frac{\omega_o \cdot T_o}{\omega_i \cdot T_i}$ であるから、減速比 1/40 のときは $\eta = \frac{T_o}{40T_i}$ 、減速比 1/80 のときは $\eta = \frac{T_o}{80T_i}$ から効率 η を算出することができる。なお磁歪式トルクメータの入力軸側と出力軸側に、それぞれリングフレックスクラップリングをとりつけて、トルクメータの軸のこじりを避けた。また減速機の潤滑油としては、出光のダフニメカニックオイル44と135の2種類について実験を行ない、いずれも400ccづつ入れた。なお実験前には30分のなじみ運転を行なった。この場合入力軸の回転数もトルクと同様にメータから直接に読み取れる。第6図は効率試験の結果をまとめたものであり、効率曲線 A と B は減速比 1/40 に対するものであり、 C と D は減速比 1/80 に対するもので、 A と C はメカニックオイル44、 B と D はメカニックオイル135に対するものである。この図で効率零のときの入力空転時に要する馬力を示す。効率は負荷増加とともに増し、次第に一定値に近づき、減速比 1/40 のとき最高値73% (理論効率78%) を得、減速比 1/80 のとき、最高値58% (理論効率64%) を得た。これら値はそれぞれ理論効率より少し低いが、これは軸受損失と潤滑油のかくはん損失によるものと考えられ、このことは粘度の大きいメカニックオイル135のときの効率がメカニックオイル44のときの効率より低くなっていることから明らかである。



第6図 試作減速機の効率

5. 結 言

従来ハイポサイクロイド減速機の内歯車に転位を与えると、かみあい損失がかなり大きくなり、減速機には使用出来ないといわれていたが、歯数差1枚と零枚の転位インボリュート内歯車を用いた減速比1/40と1/80のコンパクトなハイポサイクロイド減速機を設計試作し、効率の理論的計算式を求め、さらに実際に効率の測定を行ない、かなり高い効率のものが得られることを明らかにした。

文 献

- 1) M. MOROZUMI : Interference Diagrams for Profile Shifted Involute Internal Gears, JSME, Proceedings of 1967 Semi International Symposium (gearing) 1967-9-6, p. 77
 または両角宗晴：転位インボリュート内歯車用干渉線図，信州大学工学部紀要，第22号（昭42-7），p. 65
- 2) 両角宗晴，八重島公郎：歯数差零の転位インボリュート内歯車に関する研究，信州大学工学部紀要，第27号（昭44-12）p. 149
- 3) 両角宗晴：特殊歯車の精密工作，(1)，(2)，機械の研究，第22巻，第4号，5号，(昭45-4,5)p. 606, p. 720
- 4) 寺内，熊本，木本，佐々木：平歯車の歯面摩擦について，日本機械学会論文集，32巻，242号（昭41-10），p. 1571

Summary

On the Efficiency of Hypo-Cycloid Reduction Gears having Minimum Difference in Number of Teeth between Internal Gear and Pinion

Muneharu MOROZUMI, Kōrō YAEJIMA and Kōkichi HIRATA
 (Department of Precision Engineering, Faculty of Engineering)

In this paper we deal with the trial manufacture of hypo-cycloid reduction gears with reduction ratio of 1:40 and 1:80 and the performance test of the manufactured reduction gears.

Planet gear in hypo-cycloid reduction gears makes revolution and rotation at the same time, and for the purpose of taking out the absolute rotation number, which is synthesized by the said revolution and rotation, directly with the ratio of 1:1 to the driven shaft positioned on the axis of revolution, the several methods have been used.

In such gearing, if the difference in number of teeth between an internal gear and a pinion can be made one, a considerably large reduction ratio can be obtained in one step, and using such internal gearing as having no difference in number of teeth and having the center distance which is equal to the radius of revolution of the above-mentioned planet gear, the absolute rotation number which is synthesized with the revolution and rotation of the planet gear can be taken out directly with the ratio of 1:1 to the driven shaft positioned on the axis of revolution, thus compact and durable reduction gearing having a high reduction ratio can be obtained.

However, practical internal gearing having the difference of one or zero in

number of teeth have not been obtained to date because of the interference which is peculiar to internal gearing.

One of the authors have succeeded in obtaining internal gears with the difference of one or zero in number of teeth and with the contact ratio of 1.0 or larger which have hitherto been regarded as being impossible with involute teeth, by providing adequate profile shift to the internal gear and the pinion of ordinary involute teeth, thus avoiding the interference by the internal gear.

By combining two internal gearsets having the difference of one or zero in number of teeth, the trial constructions of compact and durable hypo-cycloid reduction gears with reduction ratios of 1:40 and 1:80 are done respectively, and the performance test of the constructed reduction gears are carried out.

The efficiency is measured at various input horse power and 1,800rpm throughout the experiment.

In this performance test, these reduction gears showed a considerably high efficiency, and it can be seen that the experimental values agree well with the theoretical results.