

RCアクティブフィルタの解析と設計

工藤 道夫*・三浦 興己**

(昭和46年2月12日受理)

第1章 ま え が き

能動フィルタは受動素子としての C および R を適当に能動素子と組み合わせて所望のフィルタ特性を持たせたものである。したがって受動素子としてはインダクタンスを必要としないので最近では I. C. 回路の発達に伴い各方面で盛んに研究が行われている。

従来よりこれの実現には各種の回路方式が提案されている。本論文では回路構成の容易さ、あるいは低利得の能動素子でも使用できるなどの点より制御電源形を対象とし、各種の設計上の問題点を明らかにした。

まずこの種の高次フィルタの基本要素となる2次フィルタに着目し、受動素子をインバーダンスコンバータで互いに分離することによって回路の設計を従来の場合より容易にした。そして与えられた所望のフィルタ特性と共に、回路の安定条件などを満足させるための設計手順を示した。この際用いられる能動素子の特性は通常、理想的なものとは異なり、増幅利得は無限大でなく、かつ有限な実効時定数を持った1次特性で表わされる場合が多い。したがってこれ等のフィルタ特性に及ぼす影響も設計上の立場より定量的に明らかにした。

つぎに、高次フィルタは従来2次フィルタを縦続接続して合成されるが、各段の2次伝送関数を実現するための回路設計が厄介であり、また素子感度も大きくなることが考えられる。しかし1段だけの2次フィルタと簡単な受動回路を単に組み合わせればこれ等の欠点は改善できると思われる。

こゝでは前者の回路設計を容易にすることを対象として扱った。すなわち系の伝達関数の極の位置を適当にとれば、たとえば低域フィルタの場合、7次程度迄の最平坦特性が良好に得られることを明らかにした。

第2章 一般式の誘導

一般に受動形フィルタはインダクタンス、キャパシタンス、抵抗から構成されるがここで扱うRCアクティブフィルタは受動素子としてのキャパシタンス、抵抗と能動素子を組み合わせたフィルタである。インダクタンスを避けた理由は低周波ではその形状は大きく、また重量も大きくなること、またI.C.化を考える場合にインダクタンスを形成することが困難であることなどである。したがってRCアクティブフィルタは特に低周波で、

* 電子工学教室 教授

** 大学院修士課程

また回路の小型化に対して非常に有利となる。

これは大別すると制御電源形、負性インピーダンス変換器を利用したもの、ジャイレータを用いたものに分けられる。

ここでは回路構成が簡単で能動素子の利得がそれほど高い必要がないこと、また受動素子による回路中の損失を簡単に補償できるなどの利点をもつ制御電源形を対象とした。

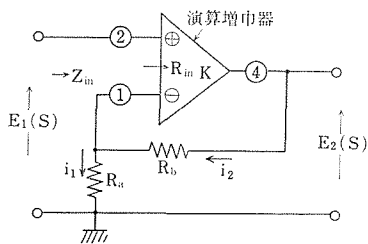


図 2-1 演算増幅器(利得に)を用いた増幅部

2・1 能動素子について

能動素子はここでは演算増幅器を用いて実現しており、その回路構成は図 2-1 に示す。

反転入力端子①に電圧帰還をかけ、他方の非反転入力端子②に入力を加える。

いま演算増幅器の利得を K とする。演算増幅器の入力インピーダンスを無限大とするならば入力端子には電流が流れ込まない。

この場合 E_1 , E_2 について次式が得られる。

$$E_2(S) = \frac{1}{\frac{1}{K} + \frac{R_a}{R_a + R_b}} E_1(S) = \frac{R_a + R_b}{R_a} E_1(S) = A E_1(S) \quad (2-1)$$

ただし $K \gg 1.0$

したがって回路の利得 A は R_a , R_b だけで決められる。この場合、負帰還がかかっているので A は非常に安定化された利得である。

また演算増幅器自身の入力インピーダンスを R_{in} とすると増幅部の入力インピーダンス Z_{in} は次式となる。

$$Z_{in} = R_{in}(1 + K \cdot A) \quad (2-2)$$

すなわち増幅部の実効的な入力インピーダンスは負帰還によって非常に大きくなる。

2・2 フィルタの回路構成

高次 (n 次) フィルタの伝達関数は一般には n 次の多項式で与えられるが回路の構成しやすさ、調整の容易さなどから従来、2次フィルタに分解して高次のフィルタを構成することが多い。

たとえば Butterworth のフィルタの場合は、任意数の2次フィルタを連続接続して高次フィルタを構成している。しかし、これ等の場合、能動素子を多く用いるので回路構成が複雑となり、かつ経済的にも不利である。

そこで本論文では後述するように1段だけの能動素子と、受動回路とを適当に組み合わせて高次フィルタの特性を良好に実現することを考えた。

この節ではまず系の基本要素となる2次フィルタについて示す。前節で述べた制御電源形の能動素子と受動 RC 回路を組み合わせた2次フィルタの構成図を図 2-2 に示す。

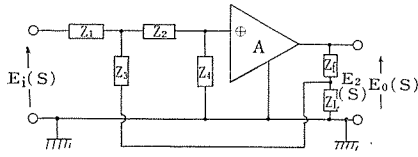


図 2-2 制御電源形のフィルタの回路構成

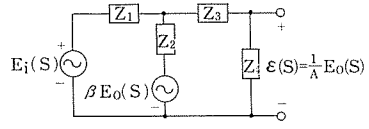


図 2-3 図 2-2 の等価回路

図 2-2 の等価回路を図 2-3 のように作り，回路中の各電圧についての回路方程式より出力 $E_o(S)$ に対する伝達関数を求める．

$$\frac{E_o(S)}{E_i(S)} = \frac{1}{Z_1} \times \left\{ \frac{1}{-\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}\right) \frac{Z_2 + Z_4}{Z_4} - \frac{1}{AZ_2} - \frac{\beta}{Z_3}} \right\} \quad (2-3)$$

ただし

$$\beta = \frac{E_2(S)}{E_o(S)} = \frac{\{-(Z_2 + Z_4)Z_f + AZ_3Z_4\}Z_L}{AZ_4(Z_3Z_L + Z_3Z_f + Z_LZ_f)}$$

Z_1, Z_2, \dots は S 関数

上式において $Z_3 \gg Z_L, Z_f$ とすれば

$$\beta = \frac{Z_L}{Z_f + Z_L} \quad (2-4)$$

第 3 章 2 次フィルタ

3.1 理想的な能動素子の場合

能動素子として理想的な演算増幅器を用いる．すなわち入力インピーダンスが無限大，出力インピーダンスが無視でき，増幅利得は周波数に拘らず一定であり，かつ充分に大きいものとする．

3.1.1 回路の解析と設計—I

ここではまず従来行われて来た回路構成について検討する．

3.1.1.1 H.P.E.

イ 出力の周波数特性

高域フィルタの場合，受動素子を図 3-1 のように配列する．

(2-1) 式において， $Z_1(S) = 1/SC_1$ ， $Z_2(S) = R_1$ ， $Z_3(S) = 1/SC_2$ ， $Z_4(S) = R_2$ ， $R_f = R_L$ とする．

まず入力としては電圧源 $E_i(S)$ の場合を考えこの時の伝達関数を求めれば，

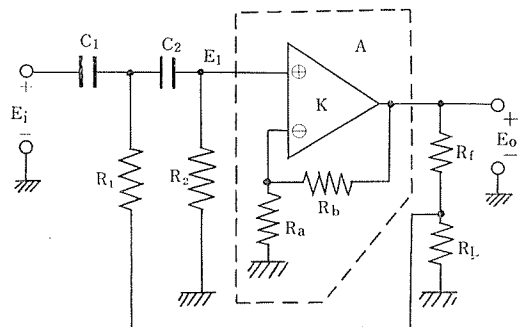


図 3-1 高域フィルタ (2 次特性)

$$G_1(S) = \frac{E_0(S)}{E_i(S)} = \frac{AS^2C_1^2R_1^2mn}{S^2C_1^2R_1^2mn + SC_1R_1\{1+m+mn(1-A_0)\}+1}$$

ただし $C_2 = mC_1, \quad R_2 = nR_1$

$$A_0 = A\beta, \quad A = \frac{R_a + R_b}{R_a} = \frac{1}{2}$$

$$\beta = \frac{R_L}{R_L + R_f}, \quad R_1 \gg R_f, \quad R_L$$
(3-1)

(3-1)式を折点角周波 ω_0 で正規化すれば

$$\frac{E_0(P)}{E_i(P)} = \frac{AP^2}{P^2 + \lambda P + 1}$$

ただし, $P = \frac{S}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{mn}C_1R_1}$

$$\lambda = \frac{1+m+mn(1-A_0)}{\sqrt{mn}}$$
(3-2)

つぎに入力が電流源 $I_i(S)$ の場合について伝達関数を求めれば

$$G_2(S) = \frac{E_0(S)}{I_i(S)} = \frac{1 + SC_1R_1b}{AR_1SC_1R_1}$$

ただし, $b = m + mn(1 - A_0)$

(3-3)

(3-2)式で $P = j\Omega$ とおき λ をパラメータとした利得特性を図 3-2 に示す.

折点角周波数附近の立ち上がり特性の傾斜が λ により変化する. なお λ を零に収斂させた場合の利得のピーク値が折点角周波数 ω_0 , すなわち $\Omega = 1$ で現われる.

また位相 $\angle G_1(j\Omega)$ は (3-4) 式で与えられ, λ をパラメータとして計算すると図 3-3 になる.

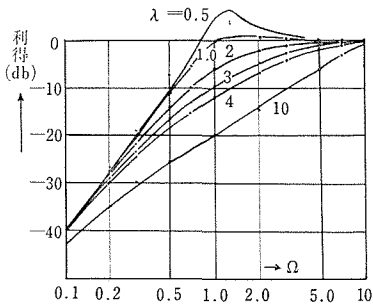


図 3-2 利得の周波数特性

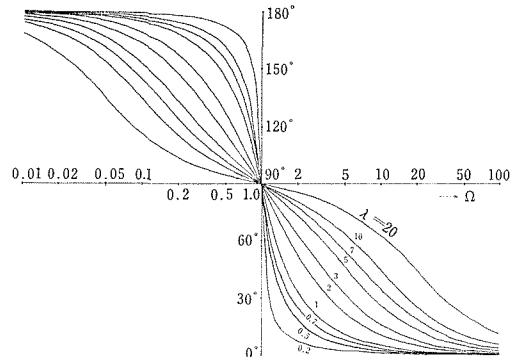


図 3-3 位相特性

$$\phi = \tan^{-1} \left| -\frac{\lambda\Omega}{1 - \Omega^2} \right| \tag{3-4}$$

(ロ) 出力の安定性

すでに述べた電圧源と電流源との場合の伝達関数よりフルビッツの判別法により出力の安定条件を考える. すなわち (3-3) 式の b を用いて示せば, 結果的に電圧源の場合は, $1 + b > 0$ であり, 電流源の場合は $b > 0$ である. したがって両方を共に満足する条件は $b > 0$ となる. したがって $A_0 > 1$ では $n < 1/(A_0 - 1)$ である.

一方2次系のダンピングファクタに相当する λ は (3-2) 式より m, n, A_0 で与えられる. そこでいま安定条件を満足し, かつ所望の λ を与える m, n の計算例を示せば図3-4になる.

(ハ) 入出力インピーダンス

理想的な演算増幅部の入力インピーダンスは無限大と考えると回路の入力端子からの入力インピーダンス $Z_{in}(j\Omega)$ は次式となる.

$$Z_{in}(j\Omega) = R_1 \left\{ \frac{\Omega mn(1 + b\Omega^2) - j\sqrt{mn}\{mn(1 - \Omega^2) + b(1 + b)\Omega^2\}}{\Omega(mn + b^2\Omega^2)} \right\} \tag{3-5}$$

上式より $|Z_{in}|$ は計算できる.

たとえば λ, A_0, m, n に対する入力インピーダンスと R_1 との比の計算例を示せば図3-5のような傾向となる. 同図よりわかるように通過帯域 $\Omega \geq 1$ における $|Z_{in}/R_1|$ は飽和の傾向を示す. したがって $\Omega = 1.0$ の場合を入力インピーダンスの目出として取るようにすれば (3-5) 式より

$$|Z_{in}| = \frac{R_1 \sqrt{mn}(1 + b)}{\sqrt{mn + b^2}} \tag{3-6}$$

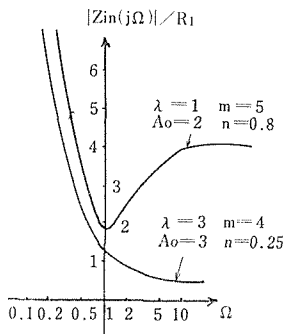


図3-5 $|Z_{in}(j\Omega)|$ の計算例

信号源インピーダンスを R_g とすれば $|Z_{in}| \gg R_g$ となるように $|Z_{in}|$ を選ぶのが適当である. したがって設計に際してはこれより R_1 が決められる.

出力インピーダンスはループ利得によって充分改善されるので実際に計算すれば分かるが, 非常に小さくなる.

(二) 設計手順

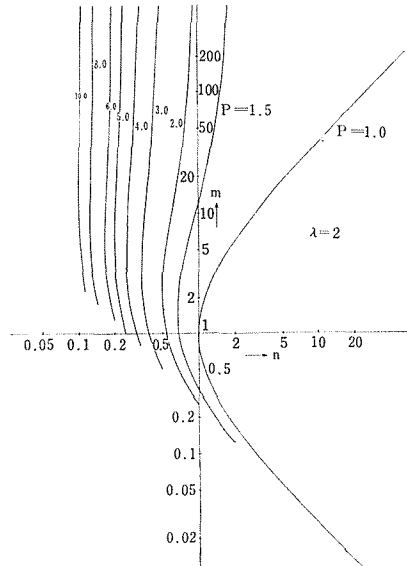


図3-4 p, m, n の定量関係 (ただし $\lambda=2.0$)

遮断角周波数 ω_{01} は高域側における飽和の利得(すなわち通過域利得)より 3 db 減った利得のときのものとする。

図 3-2 より分かるように λ の値によって遮断角周波数 ω_{01} と折点角周波数 ω_0 との比は異なるが、それ等の定量関係は次式で与えられる。

$$\Omega_{01} = \frac{\omega_{01}}{\omega_0} = \sqrt{\frac{\lambda^2 - 2 + \sqrt{\lambda^4 - 4\lambda^2 + 8}}{2}} \quad (3-7)$$

以上の結果より設計手順はつぎのようになる。

- 与えられた立ち上がり特性より λ を決める。
- 通過帯域の利得より R_a, R_b を決める。
- 回路構成の容易さより $\beta=1.0$, かつ m, n の实用範囲を $0.1\sim 10$ とし, 素子の選び易さより m は整数となるようにする。この時図 3-4 より A_0 に対して m, n が決められる。
- 与えられた遮断角周波数と (3-2), (3-7) 両式より $R_1 C_1$ を計算する。

◦ 信号源抵抗に対する入力インピーダンスの選定より R_1 が決まる。

◦ したがって C_1 が決まり C_2, R_2 が求められる。

3.1.1.2 L.P.F

伝達関数の誘導と周波数特性

低減通過フィルタの電圧源の場合の伝達関数を矢張り折点角周波数 ω_0 で正規化して示せば図 3-6 の等価回路より次式となる。

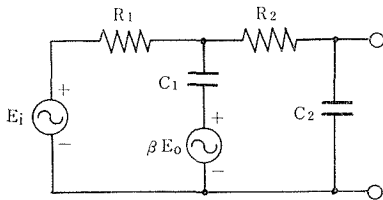


図 3-6 低域フィルタ(2次)の等価回路

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_0(P)}{E_i(P)} &= \frac{A}{p^2 + LP + 1} \\ \text{ただし, } P &= \frac{S}{\omega_0} \\ C_2 &= mC_1, \quad R_2 = nR_1 \\ L &= \frac{1 - A_0 + m(1+n)}{\sqrt{mn}} \\ A_0 &= A\beta, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{mn} C_1 R_1} \end{aligned} \right\} (3-8)$$

伝達関数より利得特性を高域フィルタの場合と同様に計算すれば図 3-7 となる。この場合 $\Omega=1.0$ の軸に関して L.P.F. の特性は, H.P.F. の場合と対称となる。すなわち周波数変換の考えより一方より他方は容易に求められることになる。

回路の安定条件はやはりフルビッツの判別法により求め、次のようになる。

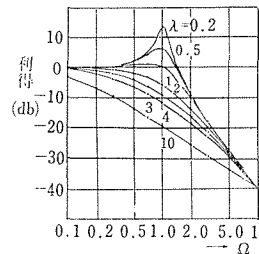


図 3-7 低域フィルタ(2次)の利得特性

$$L = \frac{1 - A_0 + m(1 + n)}{\sqrt{mm}} > 0 \tag{3-9}$$

3・1・2 回路の解析と設計—II

(インピーダンスコンバータを挿入した場合)

前節で扱った従来の場合に対して図3-8のようにインピーダンスコンバータを受動素子の間に挿入する。

この場合受動回路が独立に分離されるので設計が従来の場合よりも容易に行なえる。

まず出力に対する伝達関数を従来の場合と同じように誘導すれば

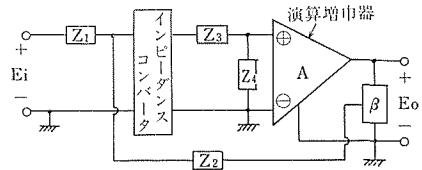


図3-8 インピーダンスコンバータを挿入した場合の回路構成

$$\frac{E_0(S)}{E_i(S)} = \frac{AZ_2Z_4}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4) - A_0Z_1Z_4} \tag{3-10}$$

3・1・2・1 L. P. F.

(イ) 出力の誘導とその安定性

まずL. P. F. の場合を対象とすると図3-8において $Z_1(S) = R_1$, $Z_2(S) = 1/SC_1$, $Z_3(S) = R_2$, $Z_4(S) = 1/SC_2$ とする。

(3-10)式より出力の伝達関数は

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_0(S)}{E_i(S)} &= \frac{A}{S^2Z_1^2m_1m_2 + SZ_1(1 + m_1m_2 - A_0) + 1} \\ \text{ただし, } R_2 &= m_1R_1, \quad C_2 = m_2C_1 \\ R_1C_1 &= Z_1, \quad Z_2 = C_2R_2 = m_1R_2Z_1 \end{aligned} \right\} \tag{3-11}$$

この場合もやはり折点角周波数 ω_0 で正規化すれば,

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_0(P)}{E_i(P)} &= \frac{A}{P^2 + MP + 1} \\ \text{ただし, } P &= \frac{S}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{1}{Z_1\sqrt{m_1m_2}} \\ M &= \frac{1 - A_0 + m_1m_2}{\sqrt{m_1m_2}} \end{aligned} \right\} \tag{3-12}$$

上式でMはダンピングファクタに相当する。そして、通過域の利得 A_0 とダンピングファクタMが与えられると一義的に m_1m_2 の積が定まるので前節の場合に較べて m_1m_2 すなわち回路素子の選定が設計に際して容易となる。

つぎにフルビッツの判別法により出力の安定条件を考えれば(3-12)式より、つぎの結果が得られる。

$$1 + m_1 m_2 - A_0 > 0 \quad (3-13)$$

(ロ) 入出力インピーダンス

すでに述べたように演算増幅器には負帰還がかかっているため増幅部の入力インピーダンスは無限大、また出力インピーダンスは無視できると考えて差し支えない。

L. P. F. の場合の回路の入力インピーダンスを計算し $P = j\Omega$ とおけば次式が得られる。

$$\frac{Z_{in}(j\Omega)}{R_1} = \frac{\{m_1 m_2 A_0 - (A_0 - 1)^2\} \Omega - m_1 m_2 \Omega^3 + j m_1 m_2 \Omega^3 + j(m_1 m_2)^{3/2} \Omega^2 + j(m_1 m_2)^{1/2} (1 - A_0)}{\Omega \{ (1 - A_0)^2 + m_1 m_2 \Omega^2 \}} \quad (3-14)$$

$Z_{in}(j\Omega)/R_1$ の実数部は単調に減少し $\Omega \leq \sqrt{A_0 - \frac{(A_0 - 1)^2}{m_1 m_2}}$ で負になり、次式で示すような飽和値に達する。

$$R_e \left\{ \frac{Z_{in}(j\Omega)}{R_1} \right\} = 1 - \frac{m_1 m_2 A_0}{(A_0 - 1)^2} \quad (3-15)$$

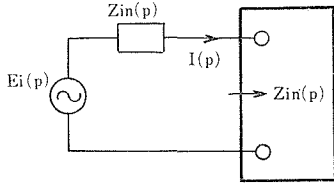


図3-9 インピーダンス $Z'_{in}(P)$ を接続した場合

すなわち、能動素子を含んだ回路においては、ある周波数範囲では負性抵抗が現われ、回路条件によっては不安定になる潜在的な可能性がある。

たとえば入力端子からのフィルタの入力インピーダンスは(3-14)式で与えられる。

これに図3-9のように、あるインピーダンス $Z'_{in}(P)$ を接続する場合 $Z_{in}'(P)$ として次式を考える。

$$\left. \begin{aligned} \frac{Z_{in}'(P)}{R_1} &= \frac{X_1}{X_3} - \frac{X_2}{P X_3} \\ \text{ただし、} X_1 &= -\frac{1}{4} m_1 m_2 - (A_0 - 1)^2 + A_0 m_1 m_2 \\ X_2 &= \frac{1}{4} (m_1 m_2)^{3/2} + (m_1 m_2)^{1/2} (1 - A_0) \\ X_3 &= \frac{1}{4} m_1 m_2 + (A_0 - 1)^2 \end{aligned} \right\} \quad (3-16)$$

すなわち、第1項は抵抗分、第2項はキャパシタンスに相当することが分かる。この場合の入力端の電流は

$$I(P) = \frac{E_i(P)}{Z_{in}(P) + Z_{in}'(P)} = \frac{E_i(P) \times P(1 - A_0 + P \overline{m_1 m_2}^{1/2}) \left\{ \frac{m_1 m_2}{4} + (A_0 - 1)^2 \right\}}{A_0 (m_1 m_2)^{3/2} \left(P^2 + \frac{1}{4} \right)} \quad (3-17)$$

すなわち $I(P)$ は $P = \pm j\frac{1}{2}$ に極をもち発振することになる。

以上のようにこの回路は潜在的に不安定なものである。

(ハ) 設計例および実例

すでに述べたように通過帯域の利得 A_0 とダンピングファクタ M より一義的に $m_1 m_2$ が決まるので m_1, m_2 の選定に際して従来の場合より非常に容易となる。

またその他の設計手順については3-1節の場合と同様である。

つぎに設計例として遮断周波数は1KHz, 遮断域の傾きは40db/dec, 通過帯域の利得は12dbの場合を示す。 $M=1.0, A_0=4, \Omega_{01}=1.27$ となり, $m_1 m_2=5.3, \omega_0=4.94 \times 10^3$ が決まる。信号imp.Rgを500Ωとして入力インピーダンス Z_{in} はその20倍10KΩとすれば $R_1=29.3K\Omega, C_1=3 \times 10^3 PF$ となる。 $m_1=2.65, m_2=2$ と決めて $R_2=77.6K\Omega, C_2=6 \times 10^3 PF_0$ 実測は図3-11に示す。

図3-10はダンピングファクタ M をパラメータとした実測例であり, 図3-11は上の設計例の遮断周波数を変えて実測したものである。

計算値と実測値とは良く一致した。

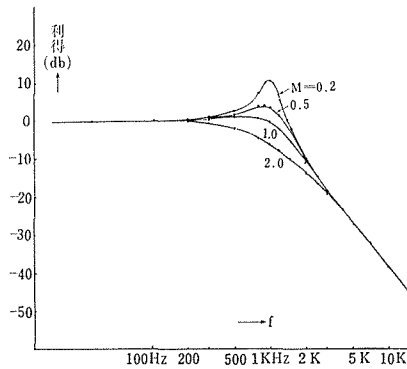


図3-10 利得特性の実測例

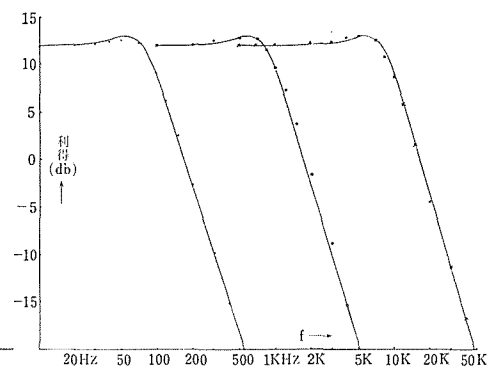


図3-11 遮断周波数を変えた場合の実測例 (実線: 計算値)

3.1.2.2 H.P.F.の場合

(イ) 出力の誘導とその安定性

高域フィルタの場合は前節のL.P.F.の場合に準じて扱うことができる。

図3-8において $Z_1(S) = 1/SC_1, Z_2(S) = R_2, Z_3(S) = 1/SC_2, Z_4 = R_2$ と素子を決める。

この場合もやはり折点角周波数 ω_0 で正規化すれば出力の伝達関数は

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_o(P)}{E_i(P)} &= \frac{AP^2}{P^2 + NP + 1} \\ \text{ただし, } P &= \frac{S}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{1}{Z_1 \sqrt{n_1 n_2}} \\ R_1 C_1 &= Z_1, \quad C_2 = n_1 C_1, \quad R_2 = n_2 R_1 \\ N &= \frac{1 + n_1 n_2 (1 - A_0)}{\sqrt{n_1 n_2}} \end{aligned} \right\} \quad (3-18)$$

したがって回路の安定性は $N > 0$ である. また入力インピーダンスは

$$\frac{Z_{in}(j\Omega)}{R_1} = \frac{\Omega\{1 + n_1n_2(1 - A_0)\Omega^2\} - j\sqrt{n_1n_2}[1 - \Omega^2 + \Omega^2(1 - A_0)\{1 + n_1n_2(1 - A_0)\}]}{\Omega\{1 + n_1n_2(1 - A_0)^2 - \Omega^2\}} \quad (3-19)$$

その他の設計手順は L. P. F. の場合と同様に考えることができる.

(ロ) 設計例および実測

設計例として遮断周波数は 1 KHz, 遮断域の傾きは 40db/dec. 通常帯域の利得は 12db

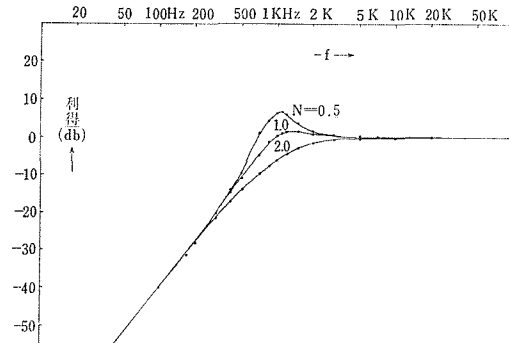


図 3-12 利得特性の実測例

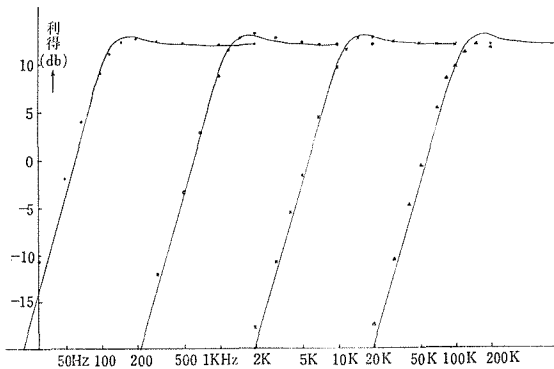


図 3-13 遮断周波数を変えた場合の実測例
(実線は計算値)

の高域フィルタの場合を示す.

$N=1.0$, $A_0=4$, $\Omega_{01}=0.786$ となり $n_1n_2=0.1885$, $w_0=8.0 \times 10^3$ が決まる.

入力インピーダンスを考慮して各素子を次のように決める.

$C_1=0.03\mu F$, $R_1=9.6K\Omega$, $C_2=3 \times 10^3 PF$, $R_2=18K\Omega$ ($n_1=0.1$, $n_2=1.885$) 実測は図(3-13)に示す. 計算値と実測とは良く一致した.

図3-12はダンピングファクタ N をパラメータとした実測例である.

図3-13は上の設計例の遮断周波数を変えて実測したものである.

3.2 能動素子が理想的でない場合

前節では理想的な演算増幅器を用いた場合について述べたが, 通常能動素子は一次特性の場合

が多い. そこで, ここでは有限な増幅部の利得および時定数がフィルタ特性および出力の安定領域にどのように影響するかを検討する.

なお, ここでは特に影響が大きいと思われる H. P. F. の場合について検討したが, L. P. F. の場合についてもこれに準じて扱い得るとと思われる.

3・2・1 1次遅れ特性の場合

通常の D.C. アンプは直流から有限周波数までの帯域をもち、そこから 20db/dec. で減衰する。

(イ) 伝達関数の誘導

図 3-14に示すように能動素子の利得を K_{01} 、時定数を T_{01} とすれば、その伝達関数は

$$K(S) = \frac{K_{01}}{1 + ST_{01}} \quad (3-20)$$

これに負帰還をかけた伝達関数は

$$\left. \begin{aligned} A(S) &= \frac{K(S)}{1 + \alpha \cdot K(S)} = \frac{K_1}{1 + ST_1} \\ \text{ただし, } K_1 &= \frac{K_{01}}{1 + \alpha K_{01}}, \quad T_1 = \frac{T_{01}}{1 + \alpha K_{01}} \end{aligned} \right\} \quad (3-21)$$

したがってすでに示した図 3-1 の回路について入力電圧源の場合の伝達関数を求めると

$$\left. \begin{aligned} G(S) &= \frac{E_o(S)}{E_i(S)} = \frac{K_1/T_1 S^2}{S^3 + \left(\frac{1}{T_1} + a_0\right)S^2 + \left(1 + \frac{b_0}{T_1}\right)S + \frac{1}{T_1}} \\ \text{ただし, } a_0 &= \frac{1 + m + mn}{\sqrt{mn}}, \quad b_0 = \frac{1 + m + mn(1 - K_1\beta)}{\sqrt{mn}} \end{aligned} \right\} \quad (3-22)$$

上式よりフルビッツの判別法を用いて出力の安定条件を求めると、

$$b_0 > \frac{-a_0 T_1^2}{1 - a_0 T_1} \quad (3-23)$$

$T_1 \ll 1$ のとき $b_0 > 0$ となり、すでに述べた 3-1 節の場合と一致する。しかし T_1 が大きければ安定領域がその場合より増す。

つぎに入力が電流源の場合の伝達関数は

$$\frac{E_o(S)}{I_i(S)} = \frac{K_1 R_1 S C_1 R_1 m n}{S^2 T_1 C_1 R_1 b + S(T_1 + R_1 C_1 b) + 1} \quad (3-24)$$

この場合の安定条件は $b > -T_1/C_1 R_1$ で電圧源の場合と同様に $T_1 \ll 1$ のとき $b > 0$ となり 3-1 節の場合と一致する。そして T_1 が大きければ安定領域が増す。すなわち一次遅れの場合の方が理想的な増幅器の場合より安定領域が増す。

(ロ) 出力の周波数特性

3-22式で $S = j\omega$ として折点角周波数 ω_0 で正規化する。ここで $T_1 \ll 1.0$ とすれば利得

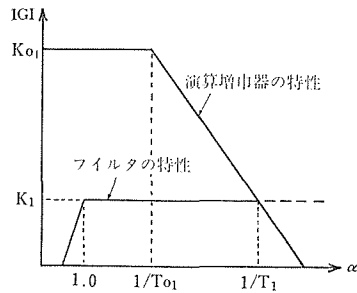


図 3-14 演算増幅器の周波数特性とフィルタ特性

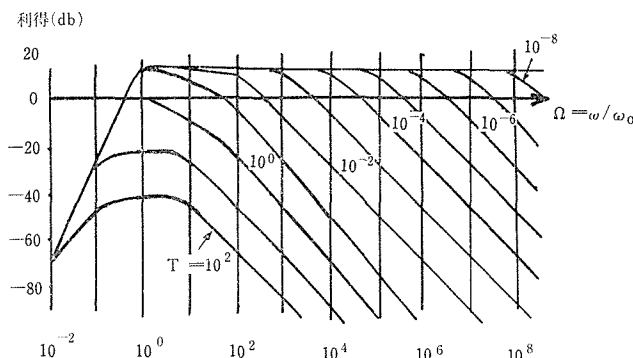


図 3-15 T_1 を変えた場合の利得の周波数特性

$\left| G\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right) \right|$ の立ち上がり特性は理想的な場合と一致し、 b_0 だけが傾斜に関係する。 T_1 が大きければ傾斜は同じであるが折点角周波数附近の利得は低下する。

図 (3-15) は T_1 をパラメータとして利得の周波数特性を示す。この場合、通過帯域の利得より 3 db 低下する場合の角周波数はほとんど実効時定数 T_1 で与えられ $1/T_1$ となることが同図より分かる。これは通過帯域の上限を示すことになり、充分なループ利得によって通過帯域は非常に改善されることが分かる。

位相特性は

$$\tan\phi = -\frac{(b_0 + T_1)\Omega - T_1\Omega^3}{1 - (1 - a_0T_1)\Omega^2} \quad (3-25)$$

上式で $T_1 \ll 1$ のときはやはり理想的な演算増幅器の場合と同じになる。

遮断角周波数 ω_{01} は高域側における飽和の利得 (通過域利得) より 3 db 減った利得のときのものとする。前節の理想的アンプの場合と同様にダンピングファクタの値によって折点角周波数 ω_0 と ω_{01}^2 との定量関係は結果だけを示すと次式となる。

$$\left. \begin{aligned} & \frac{K_1\Omega_{01}}{[1 - (1 + a_0T_1)\Omega_{01}^2]^2 + \{(b_0 + T_1)\Omega_{01} - T_1\Omega_{01}^3\}^2} = \frac{K_1}{\sqrt{2}} \\ & \text{ただし、} \Omega_{01} = \frac{\omega_{01}}{\omega_0} \end{aligned} \right\} \quad (3-26)$$

上式で $T_1 \ll 1$ とすれば前節の場合の (3-7) 式と一致する。

(ハ) 設計および実測例

結局、演算増幅器として一次遅れ特性の場合はループ利得によって、その実効の時定数 T_1 を改善すれば、それに応じてフィルタの通過帯域が非常に広がる。また時定数 T_1 が 10^{-2} より大きければ折点角周波数附近で利得が低下するから注意せねばならない。

安定領域は、この場合は理想的な増幅器の場合より広がる。

これらの条件を考慮すればフィルタの設計は理想的な増幅器の場合に準じて行なえる。

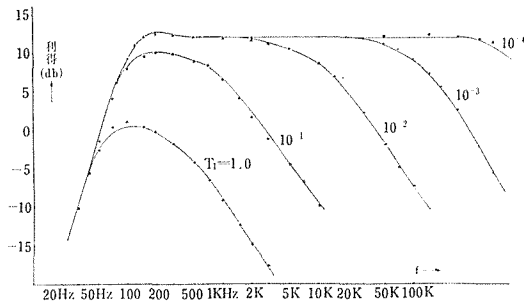


図3-16 利得特性の実測例
 T_1 : パラメータ (実値: 計算値)

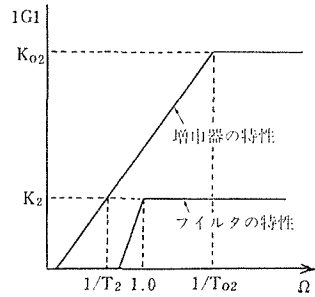


図3-17 増幅器の周波数特性とフィルタ特性

実測例を図3-16に示す。実線が理論値で各点が実測値である。

3.2.2 一次進み特性

高域フィルタの演算増幅部としてはA.C. アンプでも差し支えない。通常のA.C. 増幅部は有限の帯域幅をもち、 20db/dec. で減衰する。しかしここでは立ち下がりの遮断角周波数は十分に高いと近似した一次進み特性を持ったA.C. 増幅部を扱う。

(イ) 出力の伝達関数の誘導と安定判別

図3-17のように増幅器の利得を K_{02} 、時定数を T_{02} とすればその特性は次式で示される。

$$K(S) = \frac{ST_{02}K_{02}}{1 + ST_{02}} \tag{3-27}$$

これに負帰還をかければ伝達関数は

$$\left. \begin{aligned} A(S) &= \frac{K(S)}{1 + \alpha K(S)} = \frac{ST_2K_2}{1 + ST_2} \\ \text{ただし、} K_2 &= \frac{K_{02}}{1 + \alpha K_{02}}, T_2 = T_{02}(1 + \alpha K_{02}) \end{aligned} \right\} \tag{3-28}$$

この場合も矢張り図(3-1)の回路について出力に対する伝達関数を求めれば

$$\frac{E_0(P)}{E_i(P)} = \frac{P^3 T_2 K_2}{(1 + PT_2)(P^2 + \lambda P + 1)} \tag{3-29}$$

上式よりフルビッツの判別法により安定条件を求めれば次式となる。

$$\lambda(1 + \lambda T_2 + T_2^2) > 0 \tag{3-30}$$

$\lambda > 0$ のとき上式は常に満足される。つぎに $\lambda < 0$ でも $\lambda < -2$ のとき T_2 が次式の範囲

であれば安定条件は満足される.

$$\frac{-\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 4}}{2} < T_2 < \frac{-\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 4}}{2} \tag{3-31}$$

ここで T_2 が十分に大きければ理想的増幅部の場合の安定条件と一致する. また一次進み特性の増幅器の方が理想的増幅器の場合より安定領域が拡大する. このことは閉回路についての利得条件と位相条件の考察により物理的にも理解できる.

(ロ) 出力の周波数特性

次に (3-29) 式で $P=j\Omega$ として折点角周波数 ω_0 で正規化すればフィルタの周波数特性 $|G(j\Omega)|$ が得られる.

図 3-18 は (3-28) 式の実効時定数 T_2 をパラメータとしたフィルタの利得性を示したものである.

同図より分かるように $T_2 > 2.5$ になれば折点角周波数附近の立ち上がり特性は, ほとんど理想的な場合と一致するようになる.

また $T_2 < 0.5$ では折点角周波数附近でフィルタの遮断特性が悪くなる.

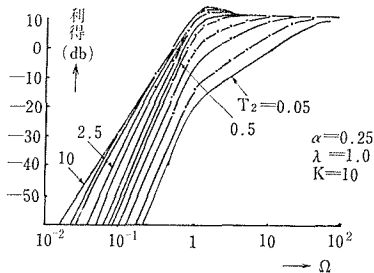


図 3-18 利得の周波数特性 (T_2 : パラメータ)

このことを考察するため図 (3-19) を考える. 同図の $T_{02n} (n=1, 2, \dots)$ は T_{02} の任意の数値である.

たとえば同図③ ($T_{023}=10^{-3}$) の場合は演算増幅部の利得は $\Omega=1.0$ 附近でフィルタの利得は $\Omega=1.0$ 附近でフィルタの利得より小さいためにフィルタの特性は非常に悪くなると考えられる. 結局 $\Omega=1.0$ 附近の利得を図示のように G_1 とすれば (3-28) 式より考えて次式が成立すれば良好なフィルタ特性になる.

$$\alpha G_1 \geq 1.0 \tag{3-32}$$

(ハ) 設計および実測

フィルタの折点角周波数 ω_0 , および演算増幅器の時定数 T_{02n} が与えられた場, Ω に対する実効的な折点角周波数は図 (3-14) に示すように $\Omega_n = 1/\omega_0 T_{02n}$ となる. したがって, この場合演算増幅部としては任意の n に対して常に $G_1 \alpha \geq 1.0$ を満足させるに十分な利得があれば, 良好なフィルタ特性が得られる.

また安定領域としては T_2 を (3-31) 式で与えられる範囲に 選べば理想的な場合に較べて広がる. これらの条件を考慮すれば, フィルタの設計は理想的な増幅器の場合に準じて

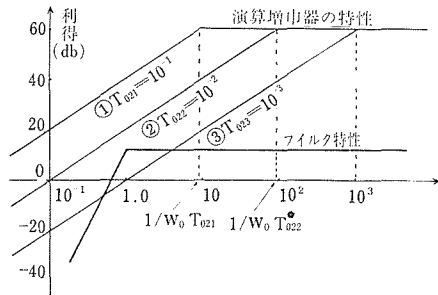


図 3-19 1 次進み増幅器の周波数特性のフィルタ特性との関係

行なえる。図3-20は増幅器の周波数特性を変えた場合についてフィルタ特性の実測例を示す。

第4章 高次フィルタについて

前節までに扱った2次フィルタを有限個、縦続接続して、従来高次フィルタを合成した。たとえば Butterworth 特性の実現なども明細に行なわれている。しかし、この場合、各段の回路設計が厄介であり

また素子感度も大きくなることが考えられる。そこで2次フィルタを1段だけとし、他は簡単な受動回路を単に組み合わせれば、これ等の欠点は改善できると思われる。ここでは前者の回路設計を容易にすることを対象として扱った。

なおここでは最平坦特性の低域フィルタについて扱うが、高域フィルタについても、これに準じて設計できる。

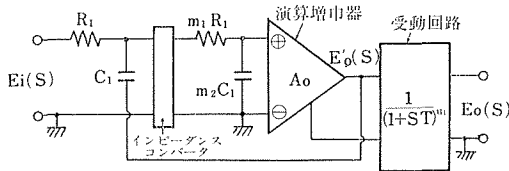


図4-1 回路構成

の出力に対する一般的な伝達関数を求め、それを折点角周波数 ω_0 で正規化すれば、

$$G(P) = \frac{E_0(P)}{E_i(P)} = \frac{A_0}{(P+1)^{u_1} (P^2 + MP + 1)^{u_2}}$$

ただし、 $u_1 = 0, 1, 2, \dots$
 $u_2 = 0, 1$
 $n = u_1 + 2u_2, P = \frac{S}{\omega_0}$

(4-1)

上式で $P = j\Omega = j\frac{\omega}{\omega_0}$ とおけば出力に対する周波数の伝達関数 $G(j\Omega)$ が得られる。

4.2 設計条件

いま n 段の高次フィルタの設計の目安として次の条件を考慮する。

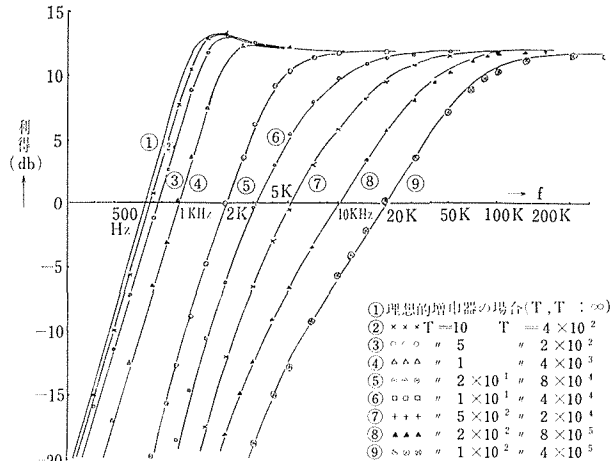


図3-20 利得特性の実測例 (実線は計算値)

4.1 伝達関数の導導

インピーダンスコンバータを挿入した2次フィルタに受動回路を接続して第 n 次の低域フィルタを構成する場合の回路構成を示せば第(4-1)図となる。

上図について第 n 次の低域フィルタ

(1) 2次フィルタは一段 (すなわち $u_2=1$) 用いるとする. したがって受動回路は $u_1 (=n-2)$ 段である.

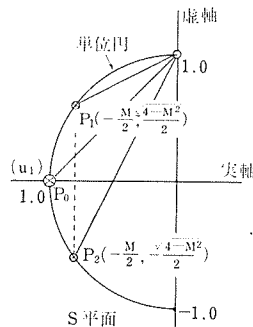
(2) 遮断点附近での減衰特性を鋭くするため(4-1)式の極の配置は図4-2のように単位円周上とする.

この場合の $G(P)$ の極は次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= -1 \quad (u_1 \text{ 個の重根}) \\ P_1, P_2 &= \frac{-M \pm j\sqrt{4-M^2}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (4-2)$$

(3) 遮断角周波数 (すなわち, 折点角周波数 ω_0) における利得 $|G(j\Omega)|$ は u_1, u_2 に拘らず直流附近の利得 $G(0)$ より $-3db$ とする.

いま図4-2で極の値の絶対値は次式で与えられる.



$$\left. \begin{aligned} \overline{SP}_0 &= \sqrt{2} \\ \overline{SP}_1 &= \sqrt{2 - \sqrt{4 - M^2}} \\ \overline{SP}_2 &= \sqrt{2 + \sqrt{4 - M^2}} \end{aligned} \right\} \quad (4-3)$$

上式の積をとれば,

$$\overline{SP}_0^{u_1} \times \overline{SP}_1 \times \overline{SP}_2 = (\sqrt{2})^{u_1} M \quad (4-4)$$

図4-2 S平面上のポールの位置

$\Omega=1.0$ のとき $|G(j\Omega)|$ が $G(0)$ より $3db$ 低い値となるためには上式より次の結果が得られる.

$$M = (\sqrt{2})^{1-u_1} \quad (4-5)$$

すなわち n 次フィルタのとき受動回路の段数が $u_1=n-2$ で与えられれば, ダンピングファクタ M は(4-5)式より決められる.

(4) 折点角周波数 ω_0 より高い減衰域では, $-20ndb/dec.$ の割合で減衰する.

(5) 折点角周波数 ω_0 より低い通過域では, 利得を $-3db$ 以内に留める.

つぎに出力の利得特性を(4-1)式より求めれば

$$G(\Omega) = \frac{1}{[(1 + \Omega^2)^{u_1} \{ (1 - \Omega^2)^2 + M^2 \Omega^2 \}]^{1/2}} \quad (4-6)$$

$|G(\Omega)|$ が通過域で単調減少するためには $\frac{d|G(\Omega)|}{d\Omega} < 0$ が必要であり, 計算結果よりこの条件は $n \leq 5.0$ で満足される.

そして5次以上の高次フィルタにおいては利得特性は $\Omega=1.0$ 附近で極値を持つようになる. そしてこの場合の極小値を持つ Ω を Ω_{min} とすれば

$$\left. \begin{aligned} \Omega_{min} &= \left[\frac{-(M^2 + u_1 M^2 - 2u_1) - \sqrt{D}}{2(2 + u_1)} \right]^{1/2} \\ \text{ただし, } D &= (M+2)(M-2)\{(u_1+1)M+2\}\{(u_1+1)M-2\} \end{aligned} \right\} \quad (4-7)$$

Ω_{min} における極小の利得が -3db 以内に抑えるためには計算より $n \leq 7$ が限界である。

図4-3は5~7次の周波数の利得特性 $|G(j\Omega)|$ の計算例を示したものである。

(6) つぎに受動回路の時定数を Z_{u1} とすれば次式が成立する。

$$\frac{1}{1 + SZ_{u1}} = \frac{1}{1 + P \frac{Z_{u1}}{Z_1 \sqrt{m_1 m_2}}} \quad (4-8)$$

図4-2で P_0 の座標は $(-1, 0)$ であるから $\frac{Z_{u1}}{Z_1 \sqrt{m_1 m_2}} = 1$ である。したがって受動回路の時定数は次式によって計算できる。

$$C_{u1} R_{u1} = Z_1 \sqrt{m_1 m_2} = \frac{1}{\omega_0} \quad (4-9)$$

4.3 回路設計および実測例

以上の設計の条件を考慮して第 n 次低域フィルタの設計手順を示す。

○遮断域の傾きより設計条件(4)と(4-1)式より受動回路の段数 u_1 を決める。

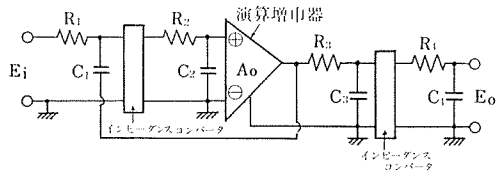


図4-3 低域フィルタ(4次)の回路構成

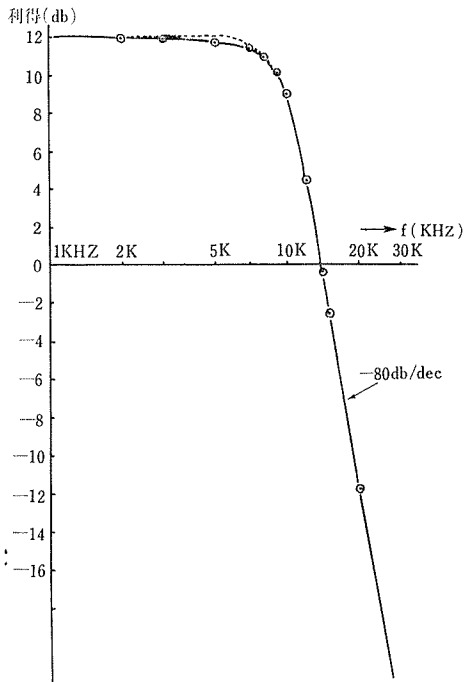


図4-4 低域フィルタ(4次)の実測例
遮断周波数: 10KHz (実線: 計算値)
通過域利得: 12db (点線: バタワース特性)

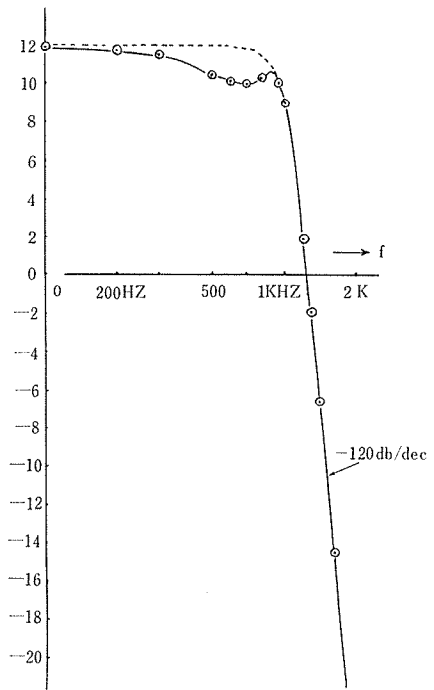


図4-5 低域フィルタ(6次)の実測例
遮断周波数: 1KHz (実線: 計算値)
通過域利得: 12db (点線: バタワース特性)

- したがって2 (4-5)式よりダンピングファクタ M を決める.
- 第3-1・2節を参照して2次フィルタを設計する.
- 設計条件(6)より受動回路の時定数 Z_{u1} が決まる

実例として図4-3に示す4次の低域フィルタを設計する.

遮断特性の傾きは 80db/dec . 通過域利得は 12db , 遮断周波数は 1KHz とすれば $u_1 = 2$, $M = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $A_0 = 4$, $m_1 m_2 = 4.5$, $Z_1 = 75 \times 10^{-5}$ とする.

信号 imp R_g を 500Ω とし入力インピーダンス Z_{in} はその20倍の $10\text{K}\Omega$ とすれば, $R_1 = 25\text{K}\Omega$, $C_1 = 3 \times 10^3\text{PF}$ とする. $m_1 = 1.5$, $m_2 = 3$ と決めて, $R_2 = 3.75\text{K}\Omega$, $C_2 = 6 \times 10^3\text{PF}$, $R_3 = 1.06 \times R_1 = 26.5\text{K}\Omega$, $C_3 = 2 \times C_1 = 6 \times 10^3\text{PF}$, $R_4 = 6.36 \times R_3 = 160\text{K}\Omega$, $C_4 = \frac{1}{3} \times C_1 = 10^3\text{PF}$.

図4-4および4-5はそれぞれ4次および6次のフィルタ特性の計算例および実測例を示し, 参考までに Butterworth 特性と比較してある.

第5章 あとがき

以上得られた主なものを要約すれば, つぎのようになる.

まず2次フィルタに対しては, 与えられた所望のフィルタ特性と共に系の安定条件あるいは入力インピーダンスなどを考慮した設計手順を明らかにした. その際インピーダンスコンバータを用いて受動素子を分離すれば, 与えられた A_0 , M に対して $m n$ の積が一義的に決定されるので回路設計が従来の場合より非常に容易となる.

H. P. Fに一次遅れ特性の能動素子を用いた場合, 通過帯域の上限角周波数は負帰還時の能動素子の実効の時定数によって $1/T_1$ で与えられる. したがって能動素子の時定数 T_{01} は負帰還によって実効的に充分小さく抑え, 所望の通過帯域を満足させねばならない. さらに一次進み特性の能動素子の時定数 T_{02} が小さ過ぎると, フィルタの折点角周波数附近の立ち上がり特性が損われる傾向を示す. したがってフィルタの折点角周波数附近における能動素子の利得に対しては (3-32) 式が必要となり, T_{02} の小さい程利得 G_1 の高いことが要求される.

以上のことを考慮すれば, 回路設計における手順は理想的な能動素子を用いた場合を参照すれば良い.

なお能動素子が一次特性の場合の出力の安定条件についても定量的に扱い, 理想的な場合に較べて出力の安定領域が広がることを明らかにした.

つぎに1段だけの2次フィルタと, インピーダンスコンバータによって分離した簡単な受動回路とを単に組み合わせた高次フィルタの合成を行ない, 回路設計を容易にした. この際, 系の伝達関数における極の配置を単位円上にとることにより, 鋭い高次フィルタ特性を得ることができた. またこの場合の設計手順についても述べた. たとえば L. P. F. の場合には7次(減衰特性は -140db/dec .) までの最平坦特性が良好に実現できることを明らかにした.

以上得られた諸結果については具体的な回路設計を行ない, 実測によっても確かめることができた. また, こゝで扱った高次フィルタが素子感度の点でも有利であることは今後

定量的に明らかにしたい。

なお、ここではL.P.F. と H.P.F. について述べたが、B.P.F.についても今後引続いて行ないたい。

文 献

- 1) Franklin F. KUO "Network Analysis and Synthesis" (Dec. 1965)
- 2) S. K. Mitra "Analysis and Synthesis of Linear active networks" (Aug. 1968)
- 3) J. G. Linvill, J. F. Gibbons "Transistors and Active circuits"
- 4) 藤井; 「電子科学」Vol. 19, No. 9, P. 78~82 (1969)
- 5) 三浦, 工藤; 電通学会信越支部大会論文集, No. 17 (昭45)
- 6) 工藤, 三浦; 電通学会信越支部大会論文集, No. 18 (昭45)
- 7) 工藤, 三浦; 信大工学部談話会記録 (昭45年11月)

Summary

The Consideration of R C Active Filter

Michio KUDO, Okimi MIURA

(Department of Electronic Engineering, Faculty of Engineering)

In this paper, we studied the RC Active filter which contains resistors, condensers as the passive elements, and the Active device. This filter needs no inductors as the passive element, therefore it is easily realized in the integrated circuit. Here, we studied the Active filter of controlled voltage source type, and gained various design materials quantitatively.

At first, in a quadratic filter, the fundamental element of the high degree filter, we simplified the circuit design by inserting the impedance convertor between the passive elements. Then we expressed the design process, which satisfy the given filtering characteristics and the stability condition of the system. Usually the characteristics of the active element are not ideal, i. e. the amplification gain is finite, and also the effective time constant of the circuit is finite.

Here, we calculated the output characteristics quantitatively with the above mentioned condition. Then we constructed the high degree, filter with one quadratic filter and other simple passive C, R. circuits only.

In this filter, we located the poles in the transfer function of the overall system adequately, and as example, we can realize the low pass filtering characteristics of 6, 7 degrees, in a good approximation.

We can also examine the above gained results experimentally.