

転位インボリュート内歯車の隅肉干渉限界線図

両角 宗晴*・八重島 公郎**

(昭和46年5月31日受理)

1. 緒 言

転位インボリュート内歯車は、かみあい性能上多くの利点を有するが、インボリュート干渉、トロコイド干渉、トリミングおよび隅肉干渉など多くの干渉を生じ易く、内歯車の設計と歯切りに際しては、これらの干渉について十分な検討をする必要がある。そこで筆者の一人は、転位内歯車のインボリュート干渉、トロコイド干渉およびトリミングについての総合干渉限界線図を作成した^{1),2),3)}。ピニオンカッタで歯切りされた標準内歯車かみあいにおける隅肉干渉については、すでに白井氏によって研究されているが⁴⁾、転位内歯車かみあいにおける隅肉干渉についてはふれられていない。

そこで、ピニオンカッタ、内歯車およびピニオンの三者の歯数と転位係数の組合せが隅肉干渉にいかなる影響をおよぼすかについて解析的研究を行い、内歯車の歯元における隅肉干渉、ピニオンカッタにより切削されたピニオンの歯元における隅肉干渉、およびラック形工具により切削されたピニオンの歯元における隅肉干渉について考察し、これらについて隅肉干渉限界線図を作成した。

2. 使用記号

- α_c : 工具圧力角
 m : モジュール
 Z_1 : ピニオンの歯数
 Z_2 : 内歯車の歯数
 Z_c : ピニオンカッタの歯数
 x_1 : ピニオンの転位係数
 x_2 : 内歯車の転位係数
 x_c : ピニオンカッタの転位係数
 h_k : 標準歯車の歯未のたけを m で割った値
 $h_k=1$ (並歯), $h_k>1$ (高歯), $h_k<1$ (低歯)
 α_b : 内歯車とピニオンのかみあい圧力角
 α_h : 内歯車の歯切り圧力角

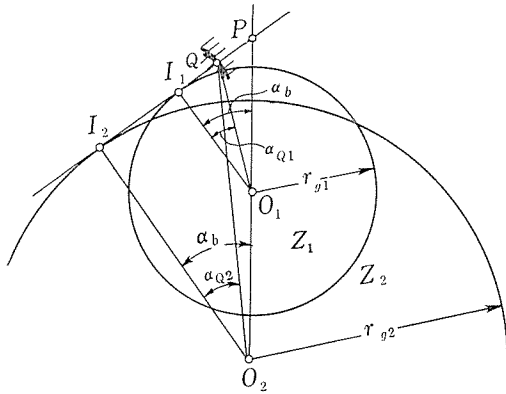
* 精密工学教室 教授

** 精密工学教室 助手

- α_h' : ピニオンの歯切り圧力角
- α_{k1} : ピニオンの歯先圧力角
- α_{k2} : 内歯車の歯先圧力角
- α_{kc} : ピニオンカッタの歯先圧力角
- α_{Q1r} : ピニオンの歯元隅肉の始まる点の圧力角
- α_{Q2r} : 内歯車の歯元隅肉の始まる点の圧力角
- s_n : 法線バックラッシ

3. 隅肉不干涉条件式

転位内歯車かみあいにおける隅肉干涉の理論的不干涉条件式は、すでに導かれているが^{1),2)}、これには内歯車の歯元隅肉が相手ピニオンの歯先と干涉する場合（以下、内歯車の歯元における隅肉干涉と呼ぶ）、およびピニオンの歯元隅肉が相手内歯車の歯先と干涉する場合（以下、ピニオンの歯元における隅肉干涉と呼ぶ）とがあり、後者の場合ピニオンがピニオンカッタにより切削される場合と、ピニオンがラック形工具により切削される場合との二種類がある。



第1図

いま第1図のごとく歯数 Z_2 、転位係数 x_2 の内歯車と、歯数 Z_1 、転位係数 x_1 のピニオンとが点 Q でかみあっているとす。このとき、内歯車の点 Q における圧力角を α_{Q2} とし、ピニオンの点 Q における圧力角を α_{Q1} とすると次式が成立する。

$$Z_2 \tan \alpha_{Q2} - Z_1 \tan \alpha_{Q1} = (Z_2 - Z_1) \tan \alpha_b \tag{1}$$

ただし、 α_b は内歯車とピニオンのかみあい圧力角であり次式で与えられる。

$$\text{inv } \alpha_b = \text{inv } \alpha_c + 2 \tan \alpha_c \frac{x_2 - x_1 - \frac{1}{2 \sin \alpha_c} \left(\frac{s_n}{m} \right)}{Z_2 - Z_1} \tag{2}$$

なお、内歯車、ピニオンおよびピニオンカッタの歯先圧力角 α_{k2} 、 α_{k1} および α_{kc} はDIN方式により、それぞれ次式で与えられる。

$$\cos \alpha_{k2} = \frac{Z_2 \cos \alpha_c}{Z_2 - 2h_k + 2x_2} \tag{3}$$

$$\cos \alpha_{k1} = \frac{Z_1 \cos \alpha_c}{Z_1 + 2h_k + 2x_1} \quad (4)$$

$$\cos \alpha_{kc} = \frac{Z_c \cos \alpha_c}{Z_c + 2.5h_k + 2x_c} \quad (5)$$

3.1 内歯車の歯元隅肉と相手ピニオンの歯先とが干渉しないための条件式

いま歯数 Z_c , 転位係数 x_c のピニオンカッタで内歯車を切削するときの内歯車の歯元隅肉の始まる点の圧力角を α_{Q2r} とし, 相手ピニオンの歯先かどにかみあう内歯車の歯元の点の圧力角を α_{Q2} とすると, 内歯車の歯元に隅肉干渉を生じないためには次式が成立しなければならない.

$$\alpha_{Q2r} \geq \alpha_{Q2} \quad (6)$$

ここで α_{Q2r} は次式で与えられる.

$$\tan \alpha_{Q2r} = \frac{Z_c}{Z_2} (\tan \alpha_{kc} - \tan \alpha_h) + \tan \alpha_h \quad (7)$$

ただし, α_{kc} は(5)式で与えられ, また α_h は歯数 Z_2 , 転位係数 x_2 の内歯車を工具圧力角 α_c , 歯数 Z_c , 転位係数 x_c のピニオンカッタで切削する場合の歯切り圧力角であり, 次式で与えられる.

$$\text{inv } \alpha_h = \text{inv } \alpha_c + 2 \tan \alpha_c \frac{x_2 - x_c}{Z_2 - Z_c} \quad (8)$$

また, (6) 式の α_{Q2} は(1) 式の α_{Q1} に(4) 式より得られる α_{k1} を代入して次式により与えられる.

$$\tan \alpha_{Q2} = \frac{Z_1}{Z_2} (\tan \alpha_{k1} - \tan \alpha_b) + \tan \alpha_b \quad (9)$$

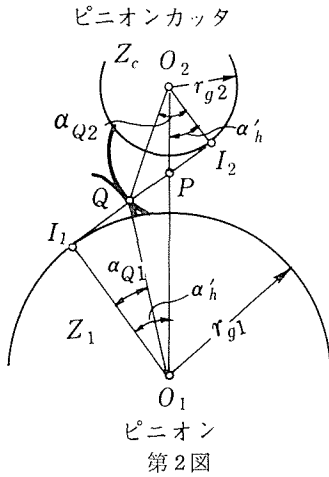
したがって, (6) 式, (7) 式, (9) 式より内歯車の歯元に隅肉干渉を生じないための条件式として次式を得る.

$$Z_1(\tan \alpha_{k1} - \tan \alpha_b) + Z_2(\tan \alpha_b - \tan \alpha_h) + Z_c(\tan \alpha_h - \tan \alpha_{kc}) \leq 0 \quad (10)$$

ただし, α_b は(2) 式により, α_{k1} は(4) 式により, α_{kc} は(5) 式により, α_h は(8) 式により求められる.

3.2 ピニオンの歯元隅肉と相手内歯車の歯先とが干渉しないための条件式

いま歯数 Z_c , 転位係数 x_c のピニオンカッタでピニオンが切削される場合, ピニオンの歯元隅肉の始まる点の圧力角を α_{Q1r} とし, 相手内歯車の歯先かどにかみあうピニオン歯元の点の圧力角を α_{Q1} とすると, ピニオンの歯元に隅肉干渉を生じないためには次式が成



立しななければならない。

$$\alpha_{Q1r} \leq \alpha_{Q1}. \quad (11)$$

ここで α_{Q1r} は第2図より次式で与えられる。

$$\tan \alpha_{Q1r} = \frac{Z_c}{Z_1} (\tan \alpha_h' - \tan \alpha_{kc}) + \tan \alpha_h'. \quad (12)$$

ただし、 α_{kc} は(5)式で与えられ、また α_h' は歯数 Z_1 、転位係数 x_1 のピニオンを工具圧力角 α_c 、歯数 Z_c 、転位係数 x_c のピニオンカッタで切削する場合の歯切り圧力角であり次式で与えられる。

$$\text{inv } \alpha_h' = \text{inv } \alpha_c + 2 \tan \alpha_c \frac{x_1 + x_c}{Z_1 + Z_c}. \quad (13)$$

一方、ピニオンがラック形工具で切削される場合、 α_{Q1r} は次式で与えられる。

$$\tan \alpha_{Q1r} = \tan \alpha_c - \frac{4(h_k - x_1)}{Z_1 \sin 2\alpha_c}. \quad (14)$$

ただし、 h_k はラック形工具の歯先丸みの始まる点までの歯末のたけを m で割った値である。

また、(11)式の α_{Q1} は(1)式の α_{Q2} に(3)式より得られる α_{k2} を代入して次式で与えられる。

$$\tan \alpha_{Q1} = \frac{Z_2}{Z_1} (\tan \alpha_{k2} - \tan \alpha_b) + \tan \alpha_b. \quad (15)$$

したがって、ピニオンの歯元に隅肉干渉を生じないための条件式としてそれぞれ次式を得る。

ピニオンがピニオンカッタにより切削される場合は、(11)式、(12)式、(15)式より

$$Z_1(\tan \alpha_h' - \tan \alpha_b) + Z_2(\tan \alpha_b - \tan \alpha_{k2}) + Z_c(\tan \alpha_h' - \tan \alpha_{kc}) \leq 0, \quad (16)$$

ただし、 α_b は(2)式により、 α_{k2} は(3)式により、 α_{kc} は(5)式により、 α_h' は(13)式により求められる。

また、ピニオンがラック形工具により切削される場合は、(11)式、(14)式、(15)式より

$$Z_1(\tan \alpha_c - \tan \alpha_b) + Z_2(\tan \alpha_b - \tan \alpha_{k2}) - \frac{4(h_k - x_1)}{\sin 2\alpha_c} \leq 0. \quad (17)$$

ただし、 α_b は(2)式により、 α_{k2} は(3)式により求められる。

4. 隅肉干渉限界線を求めるための数値計算

前述の隅肉干渉条件式(10), (16), (17)式で, 式中の $Z_1, Z_2, Z_c, x_1, x_2, x_c, S_n/m$ の各パラメータの組合せに対して, 電子計算機で暗探法により干渉限界線を求めた. この場合, $\alpha_c=20^\circ, h_k=1.0, m=1$ とし, 他のパラメータを第1表のごとく変化させて数値計算を行ない, これにより隅肉干渉限界線図を作成した.

第1表 パラメータの変化

x_1	-1.0, -0.5, 0.0, 0.5
Z_c	15 より 5 とびに 75 まで (15 より 10 とびに 75 まで)
x_c	0.0, 0.1, 0.2 (0.0, 0.2)
x_2	0.0 より 0.1 とびに 1.0 まで
Z_1, Z_2	0 より 100 まで
S_n/m	0.00 より 0.01 とびに 0.10 まで

註)

1. 括弧内の数値はピニオンカッタにより切削されたピニオンの歯元における隅肉干渉限界を計算するときの値
2. x_2 のステップは例外として 0.2の場合もある.
3. S_n/m の変化はピニオンがラック形工具により切削された場合のピニオンの歯元における隅肉干渉限界を計算するときの値で, 他の場合には0.00とし変化させなかった.

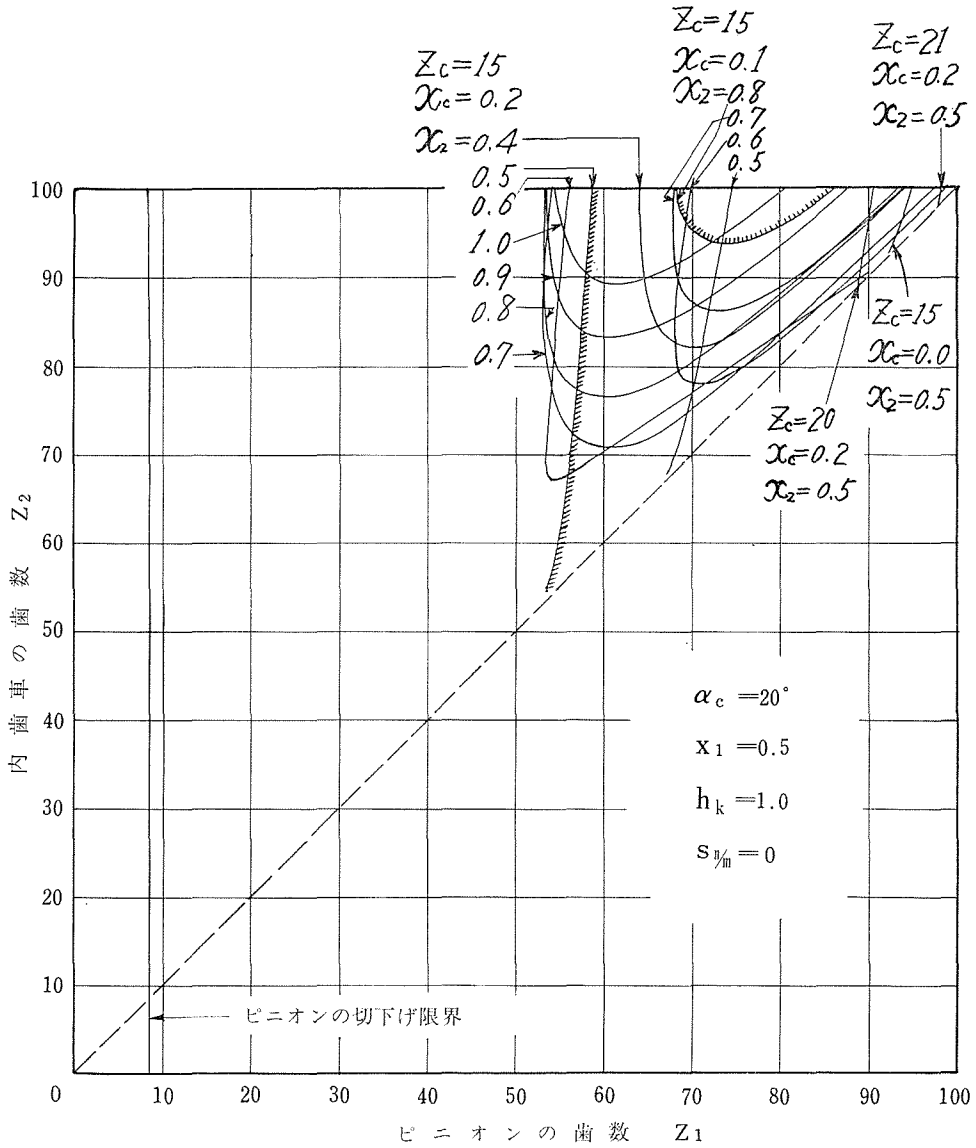
なお, x_c の最大値を0.2にしたのは計算の結果 $x_c=0.3$ にすると隅肉干渉を生ずることが非常に多いためである. また x_2 を負にすることはインボリュート干渉, トロコイド干渉等に対して不利であるので負の x_2 は考えない.

5. 隅肉干渉限界線図

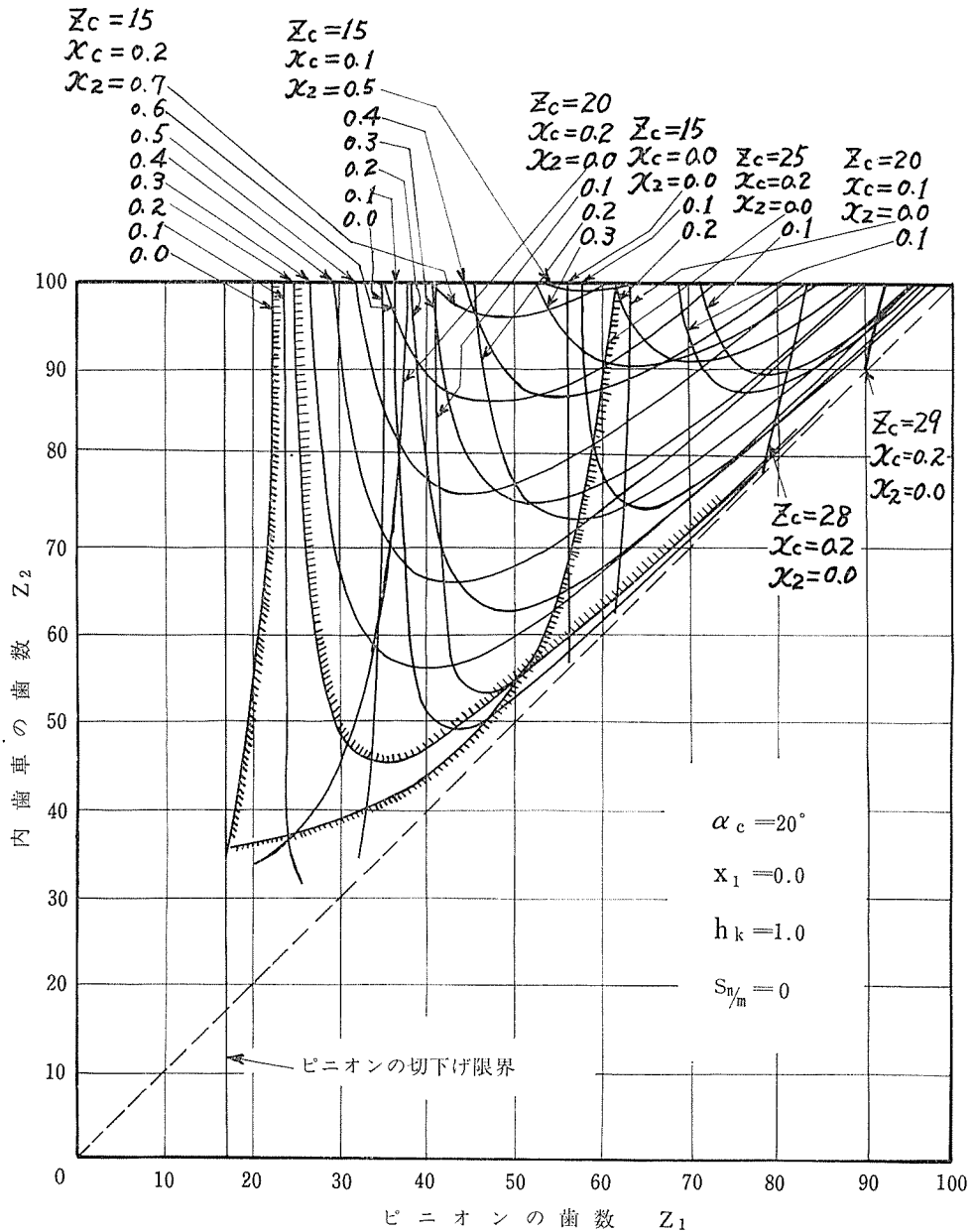
隅肉干渉条件式(10), (16), (17)式により第1表のパラメータのすべての組合せに対して膨大な数値計算の結果, 隅肉干渉限界線図として第3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12図を得た. 図中, 干渉限界線の代表的なものにハッチングをいれ隅肉干渉側を示す. これらの限界線図は, 内歯車とピニオンのかみあい圧力角が正であるための条件, 内歯車の歯切り圧力角が正であるための条件, 内歯車の歯先円直径がピニオンカッタの歯先円直径より大なるための条件, およびピニオンに切下げが生じないための条件などを考慮して限界線を求めた. また, 内歯車切削時にトリミングを生じないための条件も考慮したが, 隅肉干渉限界線の傾向がわかるように実際にはトリミングを生じている場合でも隅肉干渉限界線を求めたものがある.

なお, これらの干渉限界線図は $h_k=1.0$ の並歯に対するものであるが, $h_k \neq 1.0$ のときは, $Z_1, Z_2, x_1, x_2, x_c, Z_c, S_n/m$ の代りに $\frac{Z_1}{h_k}, \frac{Z_2}{h_k}, \frac{x_1}{h_k}, \frac{x_2}{h_k}, \frac{x_c}{h_k}, \frac{Z_c}{h_k}, \frac{S_n/m}{h_k}$ を用いればよい.

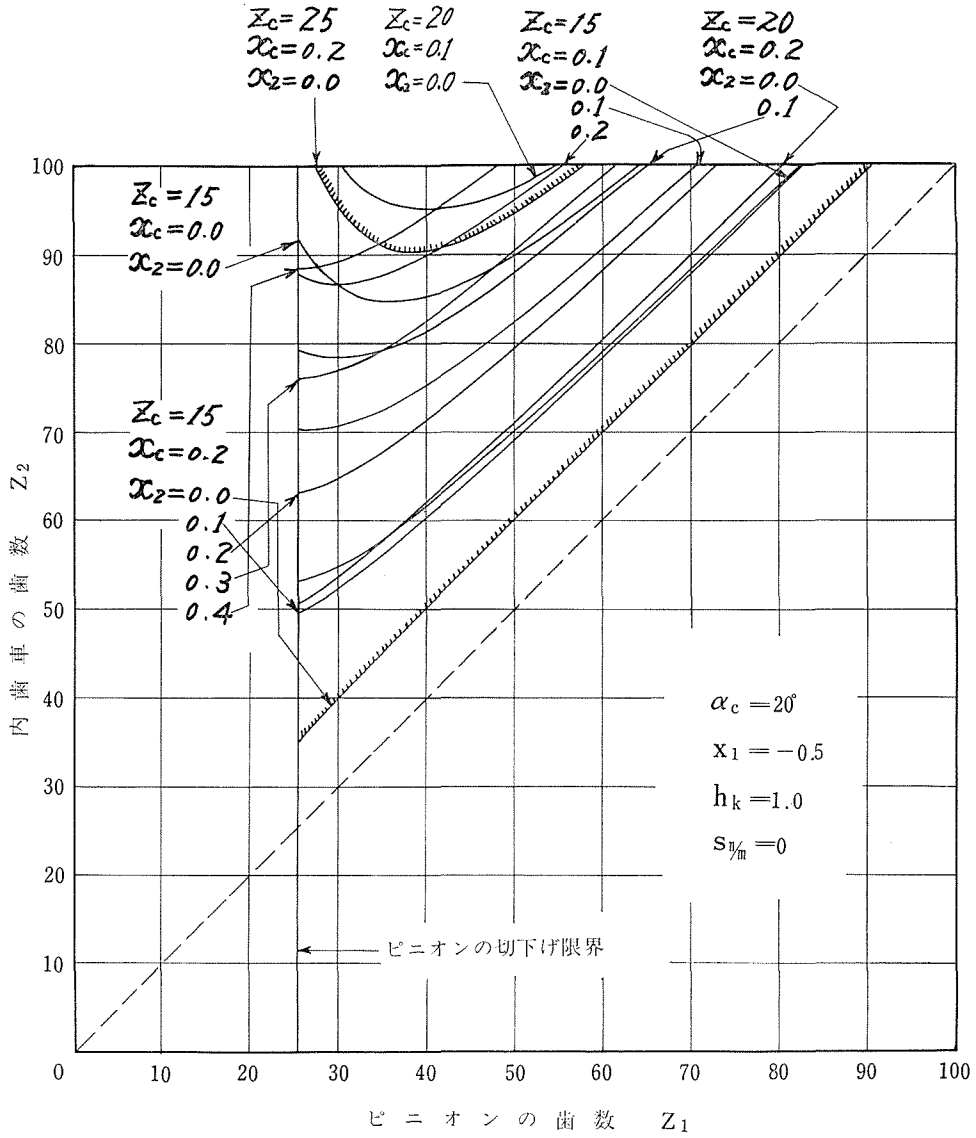
また, これら干渉限界線図は, Z_1, Z_2 が 100 以内の場合においてであり, インボリュート干渉, トロコイド干渉も考慮して考察を加えた結果, 第2表のようになる.



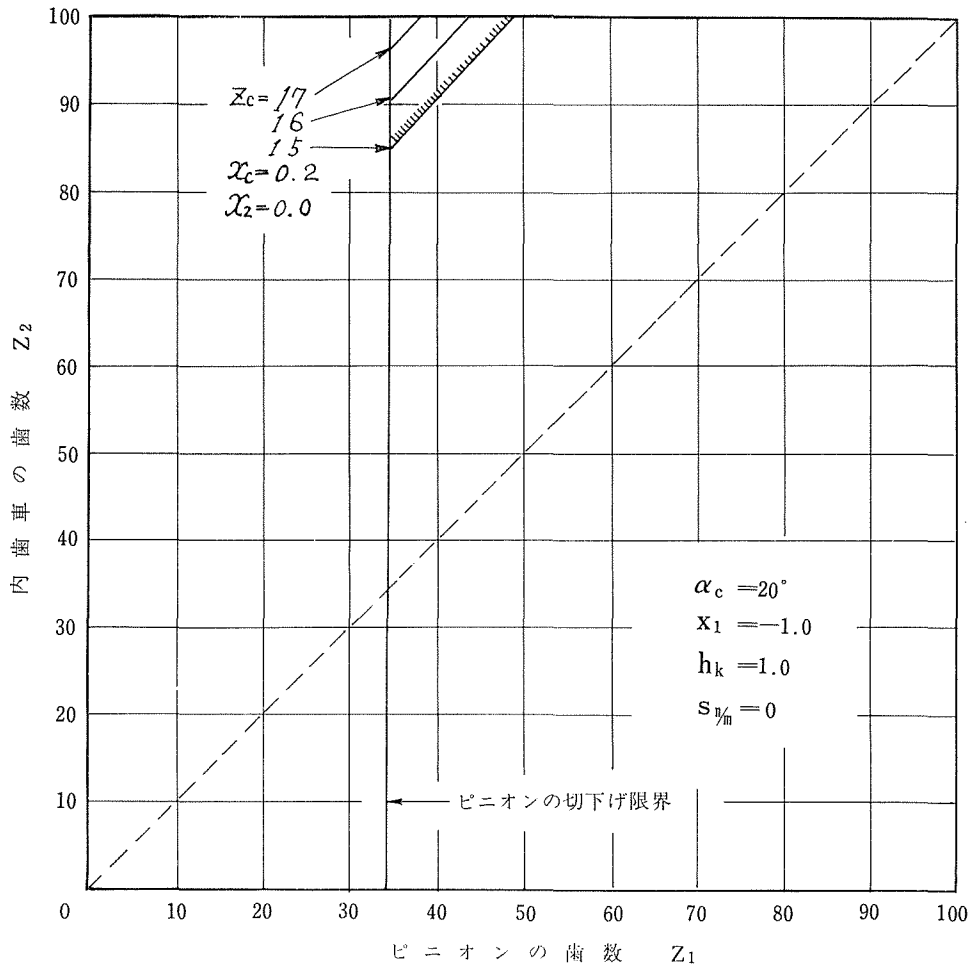
第3図 内歯車の歯元における隅肉干渉



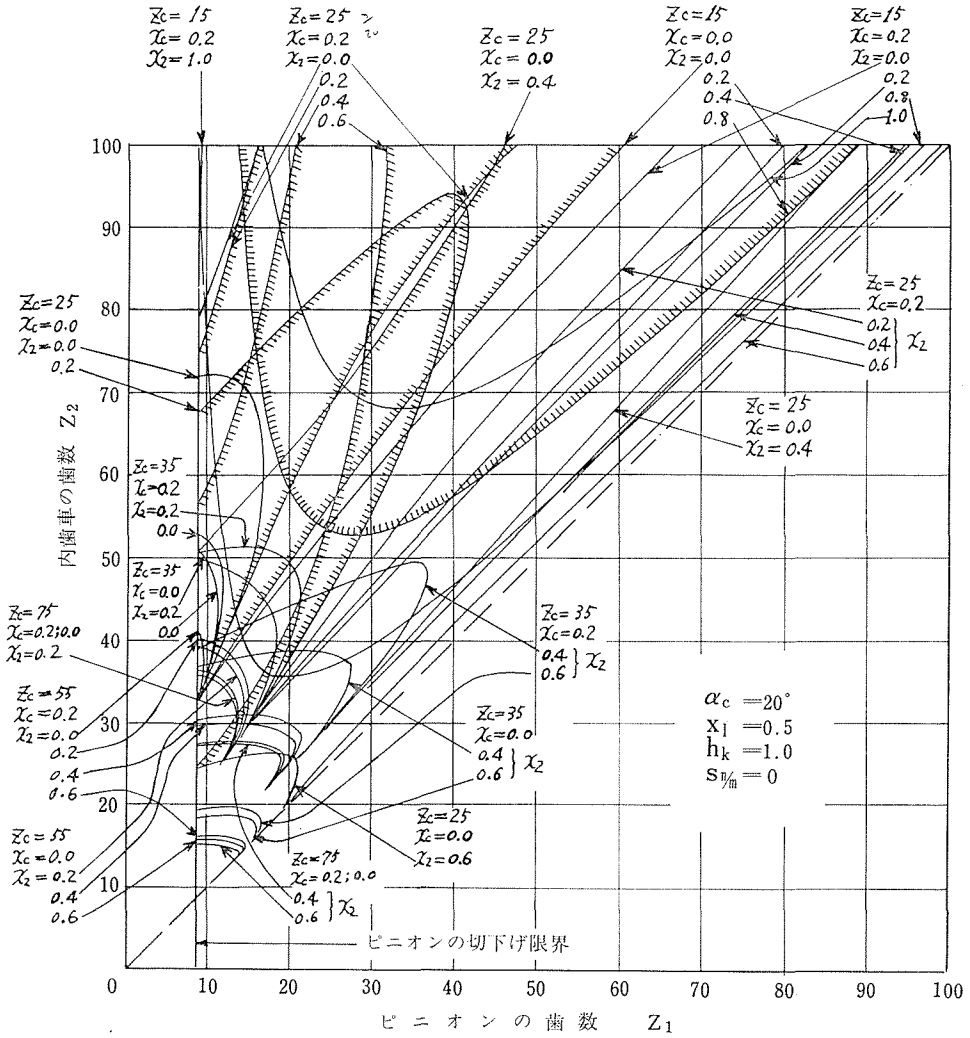
第4図 内歯車の歯元における隅肉干渉



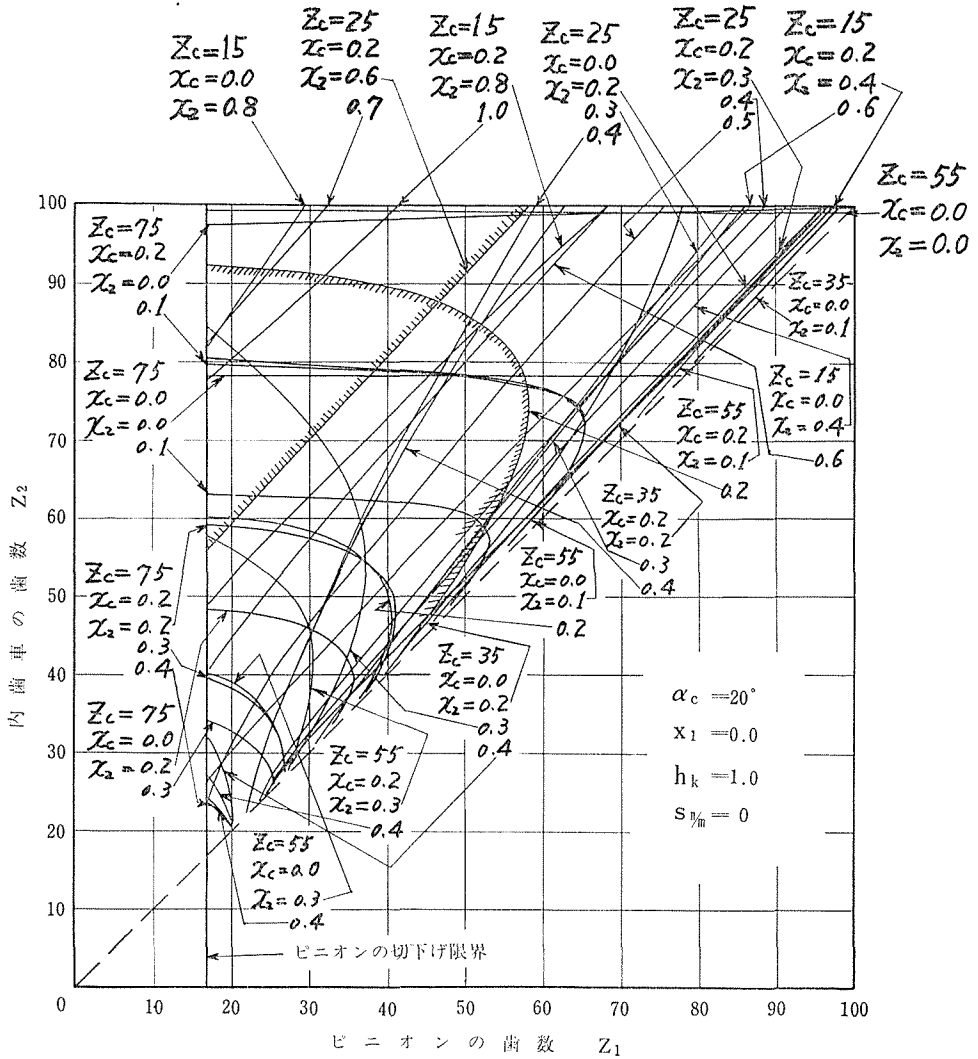
第5図 内歯車の歯元における隅肉干渉



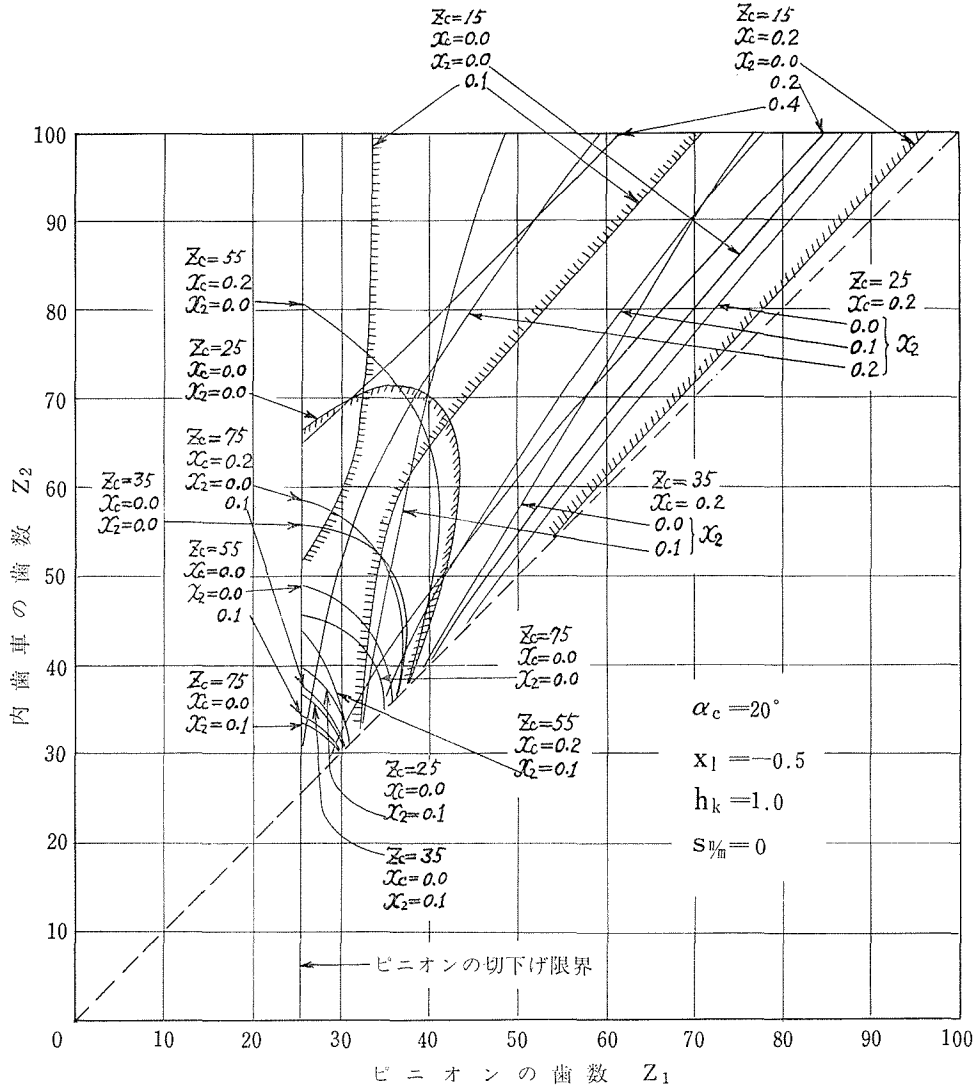
第6図 内歯車の歯元における隅肉干渉



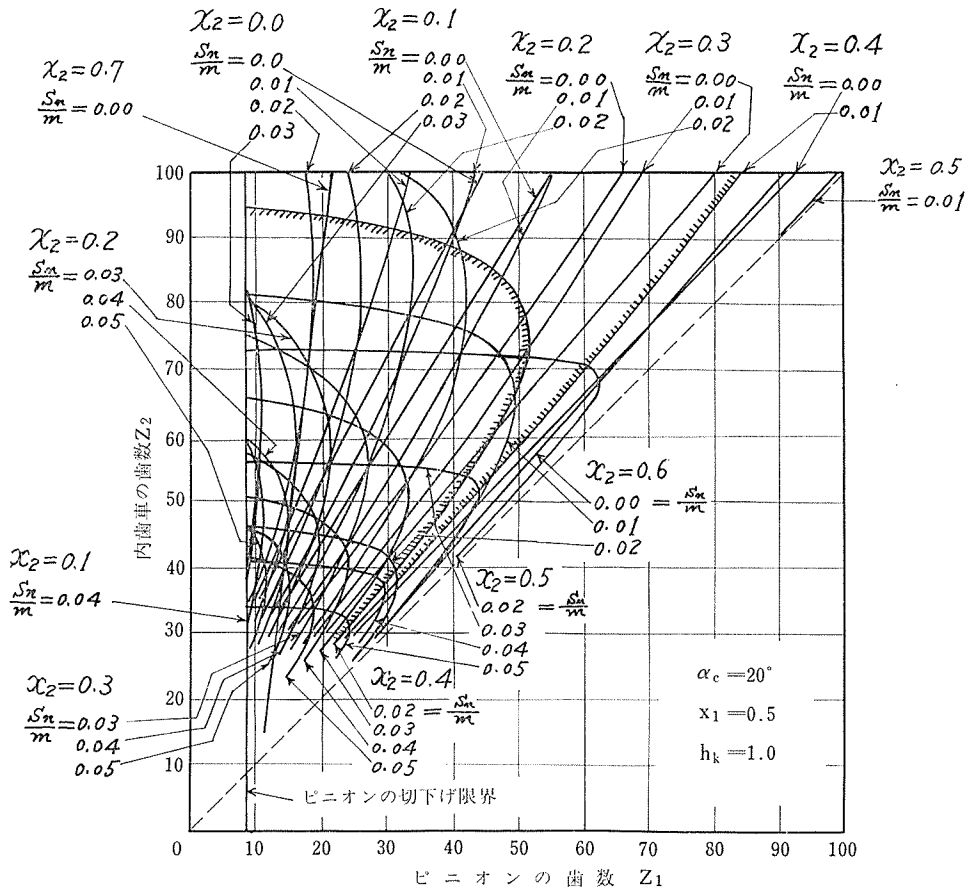
第7図 ピニオンの歯元における隅肉干渉
 (ピニオンがピニオンカッタにより切削される場合)



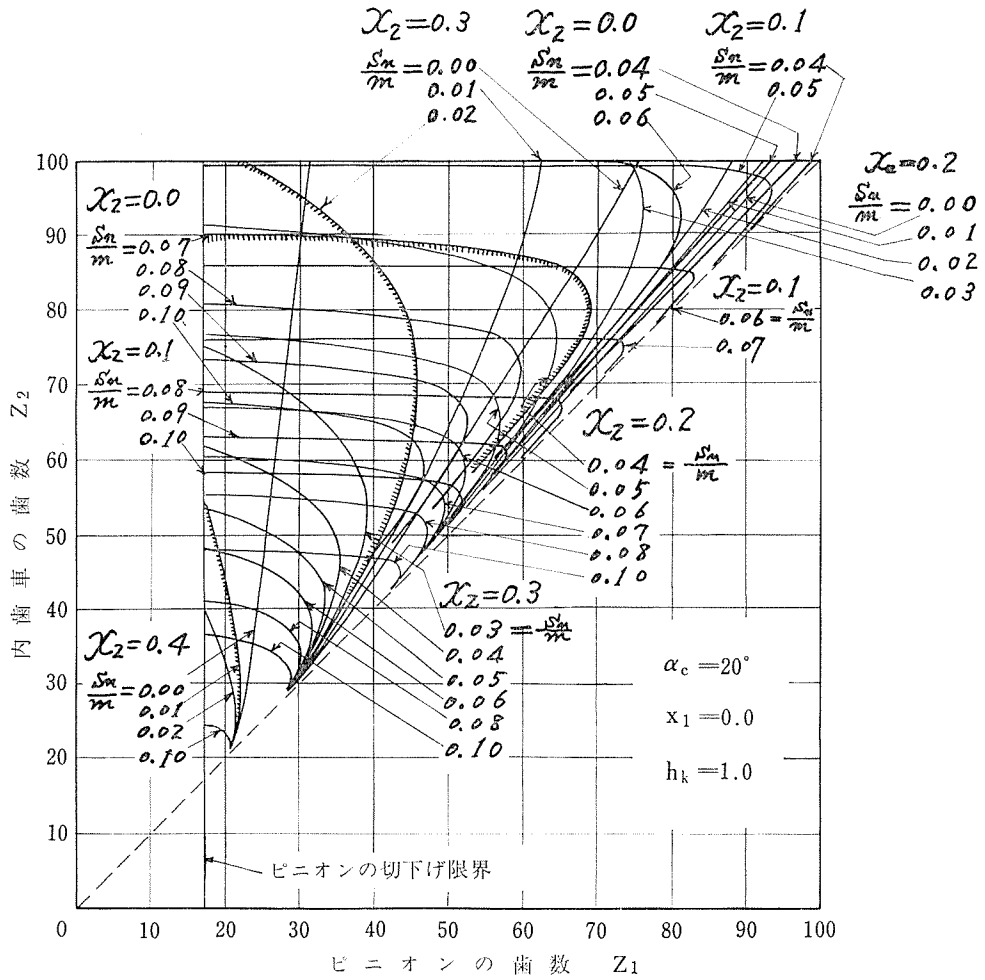
第8図 ピニオンの歯元における隅肉干渉
(ピニオンがピニオンカッタにより切削される場合)



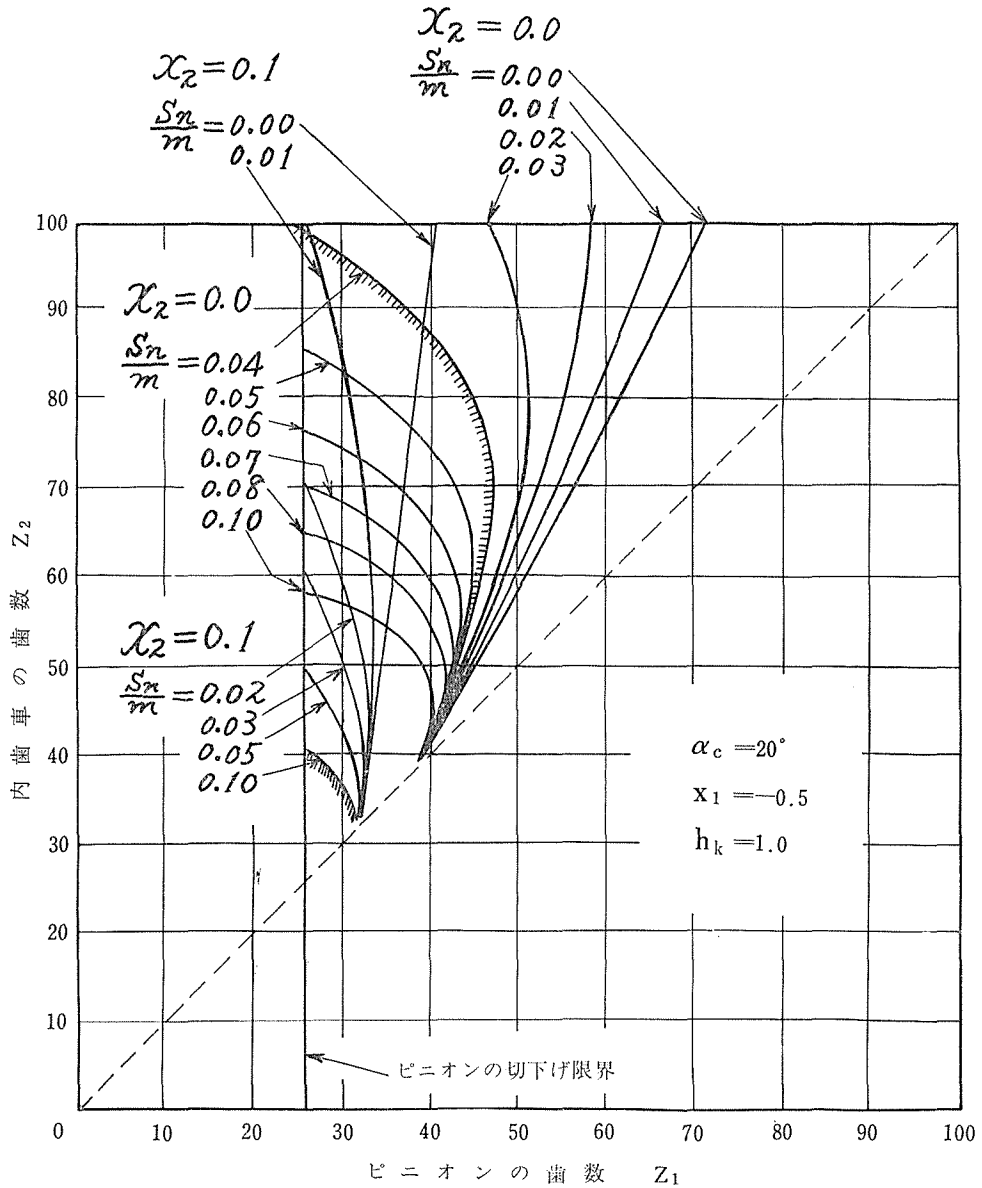
第9図 ピニオンの歯元における隅肉干渉
(ピニオンがピニオンカッタにより切削される場合)



第10図 ピニオンの歯元における隅肉干渉
(ピニオンがラック形工具により切削される場合)



第11図 ピニオンの歯元における隅肉干渉
(ピニオンがラック形工具により切削される場合)



第12図 ピニオンの歯元における隅肉干渉
(ピニオンがラック形工具により切削される場合)

第 2 表

	x_1	ピニオンの切下げ限界	隅肉干渉を生じないための $Z_c, x_c, x_2, (Z_2, Z_1)$ の範囲	隅肉干渉を避けるには				隅肉干渉限界線図
				Z_c	x_c	x_2	S_n/m	
内歯車干渉の歯元における	0.5	8.55	$Z_c \geq 21$ or $x_c \leq 0.0$ or $x_2 \leq 0.3$ ($Z_2 \leq 100$ and $Z_1 \leq 53$)	大きくする	小さくする	$ x_2 - x_1 $ を大きくする。ただし Z_1, Z_2 の選定により例外もある。 x_2 を 0.4, 0.3 …… と小さくする方が有効	—	第 3 図
	0.0	17.10	$Z_c \geq 29$ or $x_2 \geq 0.8$	大きくする	小さくする	大きくする	—	第 4 図
	-0.5	25.65	$Z_c \geq 26$ or $x_2 \geq 0.5$ ($Z_2 - Z_1 \leq 9$)	大きくする	小さくする	大きくする	—	第 5 図
	-1.0	34.19	$Z_c \geq 18$ or $x_c \leq 0.1$ or $x_2 \geq 0.1$ ($Z_2 - Z_1 \leq 50$)	大きくする	小さくする	大きくする	—	第 6 図
ピ切歯元におけるカッターの隅肉干渉	0.5	8.55	or $Z_c \geq 35$ and $x_2 \geq 0.7$ $Z_c \geq 55$ and $x_2 \leq 0.0$	大きくする	小さくする	$ x_2 - x_1 $ を大きくする。ただし Z_1, Z_2 の選定により例外もある。	—	第 7 図
	0.0	17.10	$Z_c \geq 35$ and $x_2 \geq 0.5$	大きくする	小さくする	大きくする	—	第 8 図
	-0.5	25.65	$Z_c \geq 35$ and $x_2 \geq 0.2$	大きくする	小さくする	大きくする	—	第 9 図
	-1.0	34.19	干渉を生じない	—	—	—	—	—
ラ削工具に形をとりながら歯元における隅肉干渉	0.5	8.55	$x_2 \geq 0.8$	—	—	$ x_2 - x_1 $ を大きくする。 x_2 を 0.6, 0.7 …… と大きくする方が有効	大きくする	第 10 図
	0.0	17.10	$x_2 \geq 0.5$	—	—	大きくする	大きくする	第 11 図
	-0.5	25.65	$x_2 \geq 0.2$	—	—	大きくする	大きくする	第 12 図
	-1.0	34.19	干渉を生じない	—	—	—	—	—

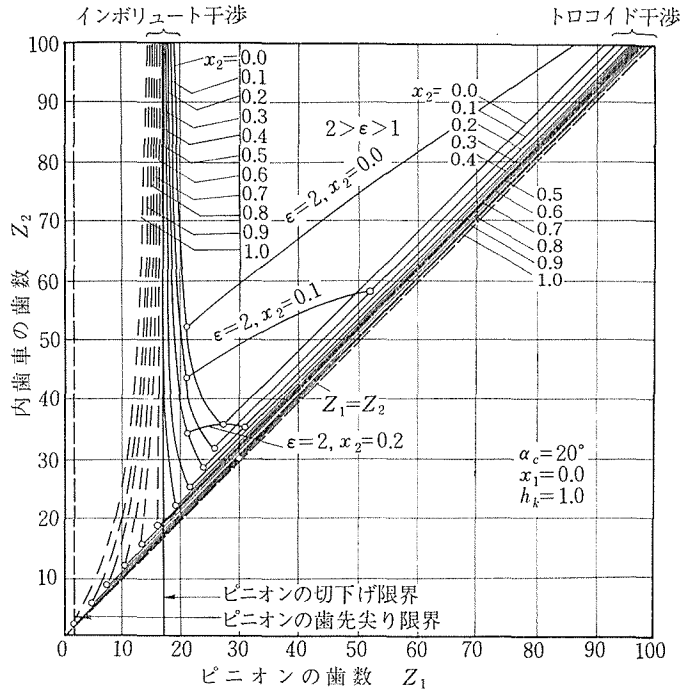
註)

1. ピニオンカッタの最小歯数 15, 最大歯数 75 とし, 最小転位係数 0.0, 最大転位係数 0.2 とした。
2. 内歯車の転位係数 x_2 は 0.0 から 0.1 とびに 1.0 までとした。
3. 内歯車, ピニオンの歯数 Z_2, Z_1 は共に 100 以内とし, S_n/m は 0.0 から 0.01 とびに 0.1 までとした。
4. この表は一般的傾向を示す表であり Z_1, Z_2 の選び方によってごく一部に例外もある。

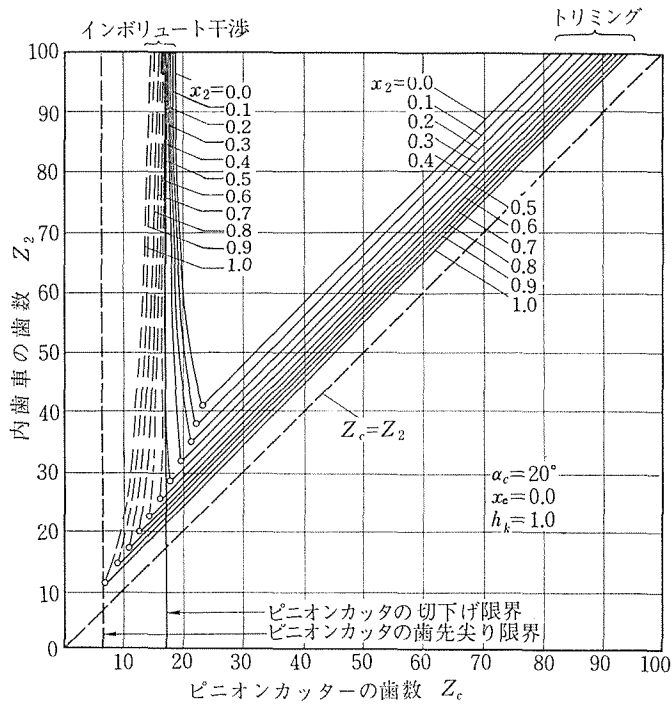
6. 隅肉干渉限界線図の使用法

隅肉干渉限界線図の使用に際しては第 13 図, 第 14 図のような転位内歯車のインボリュート干渉, トロコイド干渉, トリミングの干渉限界線図を併用して用いるべきである。

まず第 13 図により内歯車かみあいにおいてインボリュート干渉とトロコイド干渉のない内歯車とピニオンの歯数と転位係数 (第 13 図は $x_1 = 0.0$ であるが) を定める, 次に第 14 図



第 13 図



第 14 図

により、この内歯車をトリミングとインボリュート干渉なしに切削できるピニオンカッタの歯数と転位係数（第14図は $x_c=0.0$ であるが）を定める。また、ピニオンの切削についても適当なピニオンカッタの歯数と転位係数を定める。以上のようにして定めた各値をもとに内歯車の歯元における隅肉干渉およびピニオンの歯元における隅肉干渉の干渉限界線図（第3図～第12図）を用いて、内歯車およびピニオンの歯元に隅肉干渉が生じているか否かを検討すればよい。もし、隅肉干渉を生じていることがわかれば同様の手順で初めから設計をやり直せばよい。このようにして、全く干渉のない内歯車およびピニオンの歯数と転位係数が容易に求められる。

7. 数 値 例

隅肉干渉限界線図を使用するにあたり、その使用法を明らかにするために数値例を示す。 $\alpha_c=20^\circ$, $h_a=1.0$, $S_n/m=0.0$ とし $Z_2=60$, $x_2=0.2$ の内歯車と、 $Z_1=50$, $x_1=0.0$ のピニオンをかみあわせる場合隅肉干渉を生ずるか否かを検討する。まず第13図により $Z_2=60$, $x_2=0.2$ の内歯車と $Z_1=50$, $x_1=0.0$ のピニオンとのかみあいにおいては、インボリュート干渉およびトロコイド干渉を生じないことがわかる。そして、第14図によりこの内歯車を切削するのに $Z_c=25$, $x_c=0.0$ のピニオンカッタを用いれば、切削時にトリミングおよびインボリュート干渉を生じないことがわかる。以上のデータを第4図の内歯車の歯元における隅肉干渉限界線図にあてはめると、 $Z_2=60$, $Z_1=50$ の点は $Z_c=25$, $x_c=0.0$, $x_2=0.2$ の干渉限界線の不干渉領域にあり、内歯車の歯元においては隅肉干渉を生じないことがわかる。一方ピニオンの切削に、内歯車の切削と同様に $Z_c=25$, $x_c=0.0$ のピニオンカッタを用いるとすれば、第8図のピニオンの歯元における隅肉干渉限界線図より $Z_2=60$, $Z_1=50$ の点は $Z_c=25$, $x_c=0.0$, $x_2=0.2$ の干渉限界線の干渉側にあり、ピニオンの歯元において隅肉干渉を生ずることがわかる。そこで Z_c を大きくして55にすれば $Z_2=60$, $Z_1=50$ の点は $Z_c=55$, $x_c=0.0$, $x_2=0.2$ の干渉限界線の不干渉領域にあるので、ピニオンの歯元においても隅肉干渉を生じないことがわかる。

以上のことより $Z_2=60$, $x_2=0.2$ の内歯車を $Z_c=25$, $x_c=0.0$ のピニオンカッタで切削すれば、インボリュート干渉もトリミングも生ぜずに正しく歯切りが出来、この内歯車に $Z_c=55$, $x_c=0.0$ のピニオンカッタで切削した $Z_1=50$, $x_1=0.0$ のピニオンをかみあわせるならば、このかみあいにおいてはインボリュート干渉、トロコイド干渉、および隅肉干渉などの干渉が全く生じないで正しいかみあいをすることがわかる。

8. 結 言

転位インボリュート内歯車かみあいにおける隅肉干渉限界線図を作成し、内歯車とピニオンの設計、製作に便宜を与えた。この隅肉干渉はトロコイド干渉のように歯車が回転しなくなるといった干渉ではないが、干渉が生じている以上正確な等角速度伝達が乱され、振動、騒音の原因となると共に、歯先の摩耗を生ずるから、特に精密な歯車においてはこの干渉も避けなければならない。

終りに数値計算に助力された河南邦男君に感謝の意を表します。

文 献

- 1) Muneharu MOROZUMI : Interference Diagrams for Profile Shifted Involute Internal Gears, JSME Proceedings of Semi-International Symposium, p.77 (1967-9).
- 2) 両角宗晴 : 転位インボリュート内歯車用干渉線図, 信州大学工学部紀要, 第22号, P.65 (昭42-7).
- 3) 両角宗晴 : 特殊歯車の精密工作, 機械の研究, 第22巻, 第5, 6号, P.38, P.52 (昭45-5,6).
- 4) 白井 恭 : 内歯車用ピニオンカッタに関する二三の問題, 精密機械, 第11巻, 第3号, P.159 (昭19-3).

Summary

Fillet Interference Diagrams for Profile Shifted Involute Internal Gears

Muneharu MOROZUMI and Kōrō YAEJIMA

(Department of Precision Engineering, Faculty of Engineering)

The trochoidal fillet at the bottom of the tooth space of the internal gear generated by the pinion cutter should not interfere with the tooth tip of the mating pinion, and the trochoidal fillet at the bottom of the tooth space of the spur pinion generated by the pinion cutter or rack cutter should not interfere with the tooth tip of the mating internal gear.

The fillet interference in standard involute internal gears have been analyzed by Dr. Shirai.

In this paper, the analytical study on the fillet interference in the profile shifted involute internal gears are treated, and a pack of the fillet interference diagrams to avoid the fillet interference caused in the engagement of profile shifted involute internal gears is constructed with respect to the cutter pressure angle $\alpha_c=20^\circ$.

In conclusion, the authors show some numerical examples with a view to facilitating the practical utilization of these diagrams.