

IMO形ねじポンプの工作に関する研究

(第1報)

両角 宗晴*・降旗 建治**

(昭和45年10月30日受理)

1 緒 言

IMO形ねじポンプは、一本の駆動ねじ棒（2条ねじ）の左右両側にそれぞれ一本ずつ従動ねじ棒（2条ねじ）をかみあわせ、これを連珠形断面のケーシング孔にはめこみ、ねじみぞによって作られた閉じた空間内に充満した流体をねじの軸方向に送ることによって閉じ込み現象を起こさずにポンプ作用を行なわせるもので、ねじ棒の軸直角断面形は、駆動ねじおよび従動ねじの山頂と谷底部は、いずれも円弧であり、駆動ねじのフランクはエピサイクロイド曲線であり、従動ねじのフランクはエピトロコイド曲線であり、効率をよくするためには、ねじ棒同志の接触が、山頂、フランク、谷底全部にわたって連続した線接触であることが望ましい。

これらねじ棒の精密工作法としては、総形フライス削りによる方法¹⁾、創成成形した研削砥石による方法²⁾、直線運動または円弧運動をするバイトによる近似創成切削法³⁾などが研究されている。

これらはいずれも従動ねじ棒のかどに面取りがしてない場合の工作法に関するものであるが、実際の従動ねじ棒のかどには面取りがしてある。そこで面取りされた従動ねじに正しくかみあう駆動ねじの輪郭、これらねじポンプねじ面の接触状態、従動ねじ棒の静的平衡条件、およびねじポンプの理論吐出量などについて理論的に解明し、さらにフェロー形歯切盤を用いてこれらねじ棒を歯切りした結果について報告する。

2 使用する記号

R_a : 駆動ねじの外半径

R_0 : 駆動ねじの谷底円半径 (=従動ねじの外半径)

r_i : 従動ねじの谷底円半径

R_c : 従動ねじの歯先面取りのはじまる点の半径

C : 従動ねじの R_0 と R_c の差

l : ねじのリード

t : 従動ねじの歯先面取りのはじまる点から面取り直線上の任意の点までの長さ

T : 従動ねじの歯先面取りの直線部全体の長さ

* 精密工学教室, 教授

** 大学院修士課程

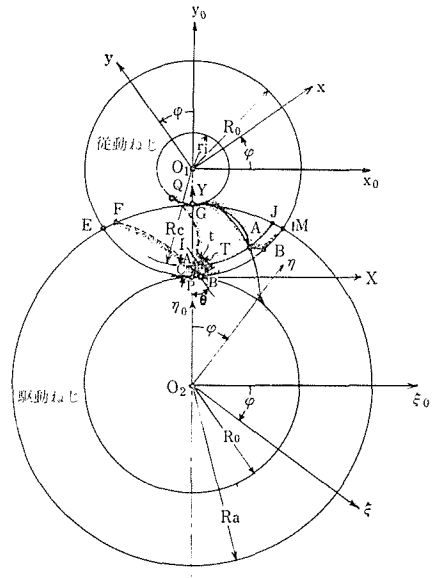
- φ : ねじ棒の回転角
- φ_a : 従動ねじの歯先面取りのはじまる点と、駆動ねじの歯先点とがかみあうときの回転角
- φ_1 : 従動ねじの歯先面取りのはじまる点と、歯先面取り部で創成された駆動ねじ部分とがかみあうときの回転角
- φ_2 : 従動ねじの歯先かどの点と、歯先面取り部で創成された駆動ねじ部分とがかみあうときの回転角
- φ_b : 従動ねじの歯先かどの点と、駆動ねじの谷底円とがかみあうときの回転角
- θ : 従動ねじの歯先面取り角
- σ_1 : 駆動ねじまたは従動ねじの歯形曲線を含む角
- ε' : 従動ねじの互いに向かいあうエピトロコイド曲線の起点を含む角
- β : 駆動ねじの中心点を原点とし、駆動ねじと従動ねじの中心線を原線としたときの接触点軌跡の偏角
- α : 従動ねじの中心点と従動ねじの面取りのはじまる点を結ぶ直線に対して、面取りしない従動ねじの歯先点の偏角

3 直線面取り部を有する従動ねじにかみあう 駆動ねじの軸直角断面歯形

第1図は、従動ねじと駆動ねじの軸直角断面におけるかみあいを示し、従動ねじの中心を O_1 、駆動ねじの中心を O_2 とし、直交座標軸 (x_0, y_0) , (X, Y) , (ξ_0, η_0) は静止座標軸であり、座標軸 (x, y) は従動ねじに固着して回転し、座標軸 (ξ, η) は駆動ねじに固着して回転する座標軸とする。いま、従動ねじの外径円と駆動ねじの谷底円とが転がりあい、その切点(ピッチ点)を P 、従動ねじのエピトロコイド曲線歯形上で面取りのはじまる点を A 、歯先かどの点を B 、面取り角を θ とする。

このとき、かみあいによって運動する従動ねじの面取り直線部 \overline{AB} を駆動ねじに固着して回転する座標系 (ξ, η) で表わすと

$$\left. \begin{aligned} \xi &= t \sin(2\varphi + \theta) \\ &+ (R_0 - C) \sin 2\varphi - 2R_0 \sin \varphi, \\ \eta &= -t \cos(2\varphi + \theta) \\ &- (R_0 - C) \cos 2\varphi + 2R_0 \cos \varphi. \end{aligned} \right\} (1)$$



第1図 ねじの軸直角断面におけるかみあい状態

ここに、 t は従動ねじの歯先面取りのはじまる点 A から面取り直線上の任意の点までの長さで、 $t=0$ とすれば、面取りのはじまる点 A の運動軌跡(エピトロコイド曲線)となり、

$t=T$ とすれば、従動ねじの歯先かどの点 B の運動軌跡（エピサイクロイド曲線）の方程式となる。ただし、 T は従動ねじの歯先面取りの直線部全体の長さであり次式で与えられる。

$$T = R_0 \left\{ - \left(1 - \frac{C}{R_0} \right) \cos \theta + \sqrt{1 - \left(1 - \frac{C}{R_0} \right)^2 \sin^2 \theta} \right\}. \quad (2)$$

(1) 式で表わされる t, φ をパラメータとする直線群の包絡線を求めれば従動ねじの面取り直線部 \overline{AB} によって創成される駆動ねじの歯形が得られる。この包絡線を求めるための条件として、つぎの関数行列式を計算する。

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial t} & \frac{\partial \eta}{\partial t} \\ \frac{\partial \xi}{\partial \varphi} & \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = 0. \quad (3)$$

(3) 式より、つぎのごとき t と φ との関係式が導びかれる。

$$t = R_0 \cos(\varphi + \theta) - (R_0 - C) \cos \theta \quad (4)$$

ただし $t = 0 \sim T$.

ゆえに、(1) 式へ(4) 式を代入して t を消去すれば、従動ねじの面取り直線部 \overline{AB} の運動により包絡される曲線が φ をパラメータとしてつぎのごとく求まる。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= R_0 \{ \sin(2\varphi + \theta) \cos(\varphi + \theta) - 2 \sin \varphi \} \\ &\quad + (R_0 - C) \{ \sin 2\varphi - \sin(2\varphi + \theta) \cos \theta \}, \\ \eta &= R_0 \{ 2 \cos \varphi - \cos(2\varphi + \theta) \cos(\varphi + \theta) \} \\ &\quad + (R_0 - C) \{ \cos(2\varphi + \theta) \cos \theta - \cos 2\varphi \}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

なお、従動ねじの歯先面取りのはじまる点 A と、駆動ねじの歯先点 F とがかみあうときの回転角 φ_a は、

$$\varphi_a = \cos^{-1} \frac{\left(1 - \frac{C}{R_0} \right)^2 + 4 - \left(\frac{R_a}{R_0} \right)^2}{4 \left(1 - \frac{C}{R_0} \right)}. \quad (6)$$

従動ねじの歯先面取りのはじまる点 A と、歯先面取り部で創成された駆動ねじ部分とがかみあうときの回転角 φ_1 は、

$$\varphi_1 = \cos^{-1} \left\{ \left(1 - \frac{C}{R_0} \right) \cos \theta \right\} - \theta. \quad (7)$$

従動ねじの歯先かどの点 B と、歯先面取り部で創成された駆動ねじ部分とがかみあうときの回転角 φ_2 は、

$$\varphi_2 = \cos^{-1} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{C}{R_0}\right)^2 \sin^2 \theta} - \theta. \tag{8}$$

ここで、従動ねじの歯先面取り直線部 \overline{AB} と、従動ねじの歯先かどの点 B および従動ねじの中心点 O_1 とを結んだ直線とがなす角を γ とすると、

$$\gamma = \sin^{-1} \left\{ \left(1 - \frac{C}{R_0}\right) \sin \theta \right\} \tag{9}$$

となるから、 φ_2 はつぎのごとくなる。

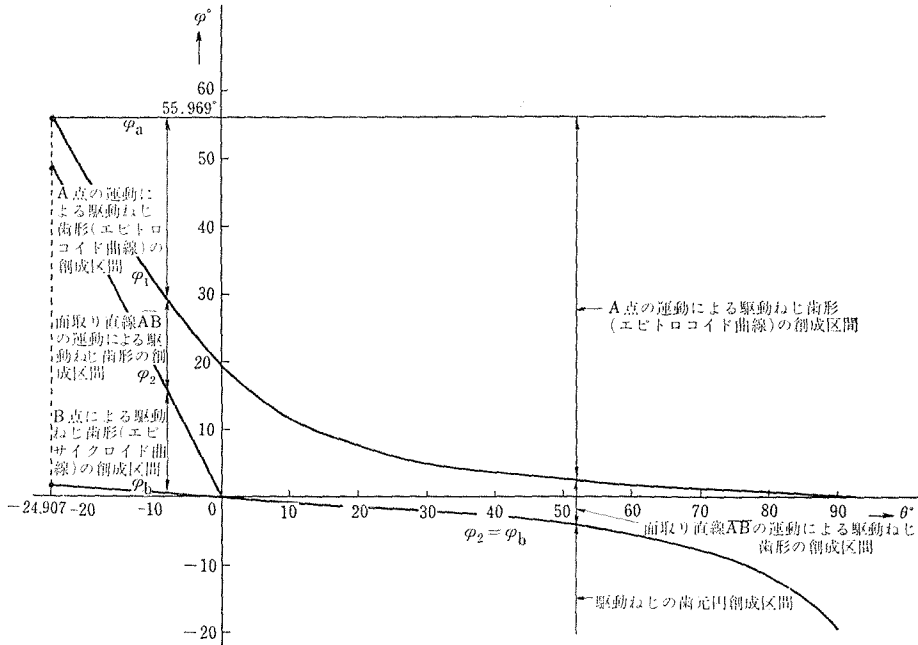
$$\varphi_2 = \pm \gamma - \theta. \tag{10}$$

ただし、複号は $\theta \geq 0, \theta < 0$ の順とする。なお、従動ねじの歯先かどの点 B と駆動ねじの谷底円とがかみあうときの回転角 φ_b は、

$$\varphi_b = \gamma - \theta. \tag{11}$$

そこで、 $R_a=300\text{mm}, R_0=180\text{mm}, C=10\text{mm}$ について (6) 式の φ_a , (7) 式の φ_1 , (10) 式の φ_2 , および (11) 式の φ_b を用いて数値計算し、これらを横軸に面取り角 θ , 縦軸に回転角 φ をとって表わすと第 2 図のごとくなる。

この図で $\theta < 0$ の場合は、 $\varphi_b \sim \varphi_2$ 間では、従動ねじの歯先かどの点 B によって駆動ねじ歯形 (エピサイクロイド曲線) が創成され、つづいて $\varphi_2 \sim \varphi_1$ までは、従動ねじの面取り直線部 \overline{AB} の運動によって駆動ねじ歯形が創成される。最後に、 $\varphi_1 \sim \varphi_a$ 間では、従動ねじの



第 2 図 θ と $\varphi_a, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_b$ の関係 ($C=10\text{mm}, R_a=300\text{mm}, R_0=180\text{mm}$)

歯先面取りのはじまる点Aによって
 駆動ねじ歯形(エピトロコイド曲線)
 が歯先かどの点まで創成される。

また $\theta \geq 0$ の場合は, $\varphi_b (= \varphi_2) \sim$
 φ_1 間では, 従動ねじの面取り直線
 部 \overline{AB} の運動によって駆動ねじ歯形
 が創成され, つづいて $\varphi_1 \sim \varphi_a$ まで
 は, 従動ねじの面取りのはじまる点
 Aによって駆動ねじ歯形(エピトロ
 コイド曲線)が歯先かどの点Fまで
 創成される. $\theta = 50^\circ$ とした場合を
 第3図に示す.

4 従動ねじの直線面取 り部と駆動ねじ面と の接触線

実際の面取り角 θ としては, $\theta >$
 0 が問題となるから, 以下本論文で
 は $\theta > 0$ について考察する.

接触点の軌跡は, 第1図に示すごとく, ピッチ点Pから各位置の従動ねじの直線歯形に
 垂線を下し, それら垂線の足をつないだ曲線PIが接触点の軌跡となり, それに引きつづ
 いて従動ねじの歯先面取りのはじまる点Aの接触点軌跡円弧IJとなる. 立体的には, ね
 じ棒同志の接触が, 山頂, フランク, 谷底全部にわたって連続した線接触となっている.

いま従動ねじの歯先面取り直線部 \overline{AB} に対する接触点の軌跡 (PI) を静止座標系 (X,
 Y) で表わすと,

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{1}{2} R_0 \sin 2(\varphi + \theta) + (R_0 - C) \{ \sin \varphi - \cos \theta \sin(\theta + \varphi) \}, \\ Y &= R_0 \sin^2(\varphi + \theta) + (R_0 - C) \{ \cos \theta \cos(\theta + \varphi) - \cos \varphi \}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ただし, $\varphi_1 \geq \varphi \geq \varphi_2 (= \varphi_b)$.

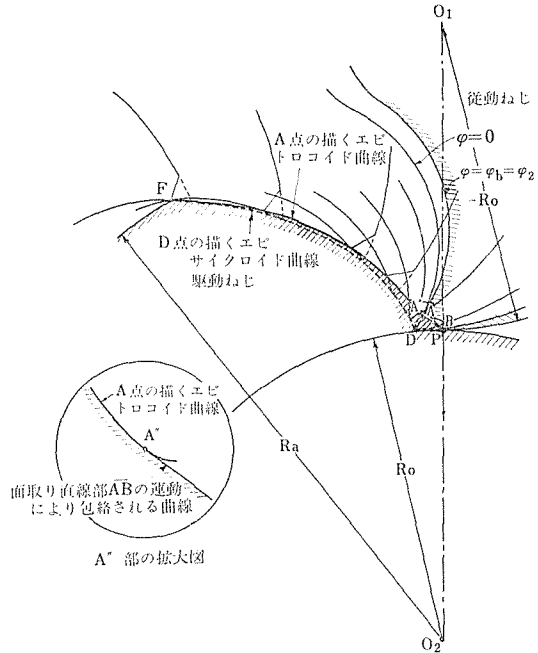
また, 従動ねじの歯先面取りのはじまる点Aの接触点の軌跡 (円弧IJ)を静止座標系 (X,
 Y) で表わすと

$$\left. \begin{aligned} X &= (R_0 - C) \sin \varphi, \\ Y &= -(R_0 - C) \cos \varphi + R_0, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

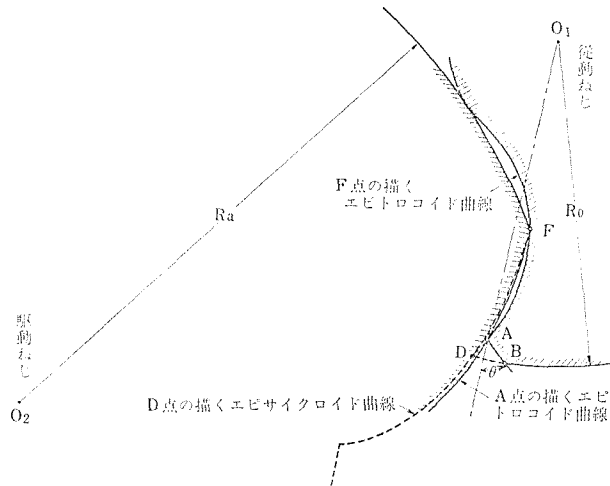
ただし, $\varphi_a \geq \varphi \geq \varphi_1$.

5 面取り直線部を有する従動ねじの軸直角断面歯形

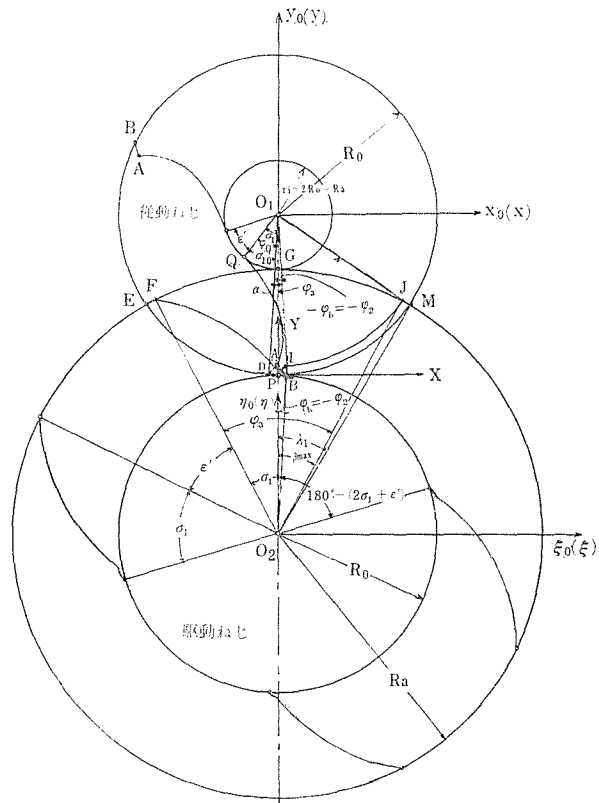
従動ねじの軸直角断面歯形は, 第4図に示すごとく, 従動ねじの外径円を導円, 駆動ね



第3図 駆動ねじの軸直角断面歯形



第4図 従動ねじの軸直角断面歯形



第5図 $\varphi=0$ のときのかみあい

じの谷底円を転円として、駆動ねじの歯先点 F が描くエピトロコイド曲線となり、これに面取り直線部 \overline{AB} が与えてある。

駆動ねじの歯先点 F にかみあう従動ねじの軸直角断面歯形 (エピトロコイド曲線) を従動ねじに固着して回転する座標軸 (x, y) で表わすと

$$\left. \begin{aligned} x &= R_a \sin(2\varphi - \sigma_1 - \varphi_2) - 2R_0 \sin \varphi, \\ y &= R_a \cos(2\varphi - \sigma_1 - \varphi_2) - 2R_0 \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

6 β_{max} , σ_1 , φ_D , α の計算式

いま第5図に示す各種の角の計算式をつぎに記すと、接触点軌跡の最大偏角 β_{max} は、第二余弦定理から、

$$\beta_{max} = \cos^{-1} \frac{R_a^2 + 4R_0^2 - (R_0 - C)^2}{4R_a R_0}. \quad (15)$$

駆動ねじまたは従動ねじの歯形曲線を含む角 σ_1 は

$$\sigma_1 = \varphi_a - \beta_{max} + (-\varphi_2), \quad (16)$$

ただし、 $\varphi_2 = \varphi_b$.

従動ねじの面取りしない場合の歯先点 $D(x_D, y_D)$ に対する φ の値を φ_D とすれば、(14) 式より

$$x_D^2 + y_D^2 = R_0^2 = R_a^2 + 4R_0^2 - 4R_a R_0 \cos(\varphi_D - \sigma_1 - \varphi_2).$$

これより

$$\varphi_D = \sigma_1 + \varphi_2 + \cos^{-1} \frac{R_a^2 + 3R_0^2}{4R_a R_0} = \sigma_1 + \varphi_2 + \lambda_1. \quad (17)$$

したがって α は次式から求められる。すなわち

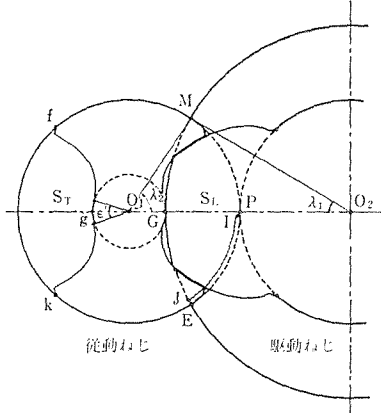
$$\alpha = \tan^{-1} \frac{x_D}{y_D}. \quad (18)$$

7 歯先面取りをした従動ねじ棒が静的平衡を保つための条件

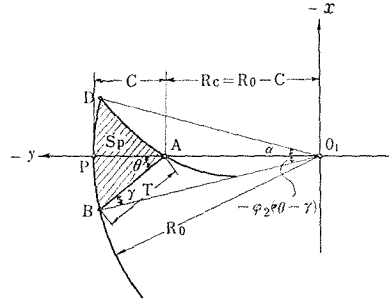
従動ねじに静的流体圧が働くとき、斜面にその圧力をうける。第6図に示すように、従動ねじ(左ねじれ)と、駆動ねじ(右ねじれ)がかみあっている場合に、従動ねじには、ねじみぞの面積 $f g k$ に比例した右回転モーメントが生じ、かみあい側には、面積 $MG J I P M$ に比例した左回転モーメントが生ずる。

したがって、従動ねじ棒が静的に平衡であるためには、ねじみぞの面積 $f g k$ と、面積 $MG J I P M$ が等しくなくてはならない。

すなわち、歯先を直線で面取りした従動ねじのねじみぞ面積 $f g k$ を S_T 、駆動ねじの外径円弧 EM と、従動ねじ外径円弧 MP 、および接触点の軌跡 $J I P$ によって囲まれた部



第6図 駆動ねじと従動ねじのかみあい



第7図 従動ねじの面取り部

分の面積を S_L とすれば, 静的平衡条件は

$$S_T = S_L \tag{19}$$

さて, 歯先を直線で面取りしない場合の従動ねじのねじみぞ面積 S' は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} S' &= 2R_a^2 \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \sin 2\lambda_1 \right) - 8R_a R_0 \sin \lambda_1 + 4R_0^2 \lambda_1 \\ &\quad - 2(R_a \cos \lambda_1 - R_0)^2 \sin 2\lambda_1 + \frac{1}{2} R_0^2 (2\sigma_{10} - \sin 2\sigma_{10}) \\ &\quad + \frac{1}{2} (4R_a R_0 - 3R_0^2 - R_a^2) \varepsilon'. \end{aligned} \tag{20}$$

ここに

$$\lambda_1 = \cos^{-1} \frac{R_a^2 + 3R_0^2}{4R_a R_0}, \tag{21}$$

$$\sigma_{10} = \cos^{-1} \frac{6R_a^2 R_0^2 + 3R_0^4 - R_a^4}{8R_0^3 R_a}. \tag{22}$$

また, 第7図において円弧 BD , 直線 AB , 曲線 AD によって囲まれた部分の面積を S_P とすると, S_P は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} S_P &= \frac{1}{2} R_0^2 (\alpha - \varphi_2) - (2R_0^2 + R_a^2) (\varphi_D - \varphi_a) \\ &\quad - \frac{1}{4} R_a^2 \left\{ \sin 2(\sigma_1 + \varphi_2 - 2\varphi_D) - \sin 2(\sigma_1 + \varphi_2 - 2\varphi_a) \right\} \\ &\quad + R_a R_0 \left[\sin(\sigma_1 + \varphi_2 - 3\varphi_D) - \sin(\sigma_1 + \varphi_2 - 3\varphi_a) \right] \end{aligned}$$

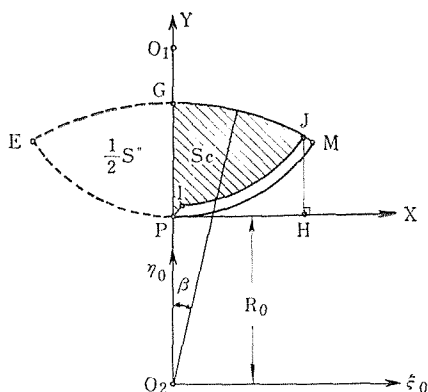
$$\begin{aligned}
 &+ 3\left\{\sin(\sigma_1 + \varphi_2 - \varphi_D) - \sin(\sigma_1 + \varphi_2 - \varphi_a)\right\} \\
 &+ R_0^2(\sin 2\varphi_D - \sin 2\varphi_a) + \frac{1}{2}R_0^2 \sin \alpha \cos \alpha \\
 &- \frac{1}{2}T^2 \sin \gamma \cos \gamma - \frac{1}{2}(R_0 - C)^2 \sin(-\varphi_2) \cos(-\varphi_2). \tag{23}
 \end{aligned}$$

ただし、 T は(2)式、 φ_a は(6)式、 γ は(9)式、 $\varphi_2 (= \varphi_b)$ は(10)式、 β_{max} は(15)式、 σ_1 は(16)式、 φ_D は(17)式、 α は(18)式により求められる。

したがって、歯先を直線で面取りした従動ねじのねじみぞ面積 S_T は、 $S_T = S' + 2S_P$ で与えられるから、(20)式と(23)式を用いて次式を得る。

$$\begin{aligned}
 S_T &= 2R_a^2 \left(\lambda_1 + \frac{1}{2} \sin 2\lambda_1 \right) - 8R_a R_0 \sin \lambda_1 + 4R_0^2 \lambda_1 \\
 &- 2(R_a \cos \lambda_1 - R_0)^2 \sin 2\lambda_1 + \frac{1}{2}R_0^2 (2\sigma_{10} - \sin 2\sigma_{10}) \\
 &+ \frac{1}{2}(4R_a R_0 - 3R_0^2 - R_a^2) \varepsilon' + R_0^2 (\alpha - \varphi_2) \\
 &- 2\left\{ (2R_0^2 + R_a^2)(\varphi_D - \varphi_a) - \frac{1}{4}R_a^2 \{ \sin 2(\sigma_1 + \varphi_2 - 2\varphi_D) \right. \\
 &- \sin 2(\sigma_1 + \varphi_2 - 2\varphi_a) \} + R_a R_0 [\sin(\sigma_1 + \varphi_2 - 3\varphi_D) \\
 &- \sin(\sigma_1 + \varphi_2 - 3\varphi_a)] + 3\{ \sin(\sigma_1 + \varphi_2 - \varphi_D) - \sin(\sigma_1 + \varphi_2 - \varphi_a) \} \Big\} \\
 &+ R_0^2 (\sin 2\varphi_D - \sin 2\varphi_a) + R_0^2 \sin \alpha \cos \alpha - T^2 \sin \gamma \cos \gamma \\
 &- (R_0 - C)^2 \sin(-\varphi_2) \cos(-\varphi_2). \tag{24}
 \end{aligned}$$

つぎに、第8図に示す従動ねじの外径円と、駆動ねじの外径円に囲まれたレンズ型の面積 S'' は次式で与えられる。



第8図 駆動ねじ面と従動ねじ面の接触線

$$S'' = R_a^2 \lambda_1 + R_0^2 \lambda_2 - \frac{\sqrt{10R_a^2 R_0^2 - R_a^4 - 9R_0^4}}{2} \quad (25)$$

$$\text{ここに, } \lambda_1 = \cos^{-1} \frac{R_a^2 + 3R_0^2}{4R_0 R_a}, \quad (21)$$

$$\lambda_2 = \cos^{-1} \frac{5R_0^2 - R_a^2}{4R_0^2}. \quad (26)$$

また、円弧 GJ 、接触線 JIP 、直線 GP によって囲まれた面積 S_C は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} S_C &= \frac{1}{4} R_a^2 \sin 2\beta_{max} + \frac{1}{2} R_a^2 \beta_{max} - R_a R_0 \sin \beta_{max} \\ &\quad - \frac{1}{4} \{R_0^2 - (R_0 - C)^2 \cos^2 \theta\} \{\sin 2(\varphi_1 + \theta) - \sin 2(\varphi_2 + \theta)\} \\ &\quad + \frac{1}{4} \{R_0^2 + 2(R_0 - C)^2 (1 - \cos^2 \theta)\} (\varphi_1 - \varphi_2) \\ &\quad + \frac{1}{16} R_0^2 \{\sin 4(\varphi_1 + \theta) - \sin 4(\varphi_2 + \theta)\} \\ &\quad + \frac{1}{4} R_0 (R_0 - C) \{\sin(3\varphi_1 + 2\theta) - \sin(3\varphi_2 + 2\theta)\} \\ &\quad + \frac{3}{4} R_0 (R_0 - C) \{\sin(\varphi_1 + 2\theta) - \sin(\varphi_2 + 2\theta)\} \\ &\quad - \frac{1}{4} R_0 (R_0 - C) \cos \theta \{\sin 3(\varphi_1 + \theta) - \sin 3(\varphi_2 + \theta)\} \\ &\quad - \frac{1}{2} R_0 (R_0 - C) (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2) \\ &\quad - \frac{1}{4} R_0 (R_0 - C) \cos \theta \{\sin(\varphi_1 + \theta) - \sin(\varphi_2 + \theta)\} \\ &\quad + \frac{1}{4} (R_0 - C)^2 (\sin 2\varphi_1 - \sin 2\varphi_2) \\ &\quad - \frac{1}{2} (R_0 - C)^2 \cos \theta \{\sin(2\varphi_1 + \theta) - \sin(2\varphi_2 + \theta)\} \\ &\quad + \frac{1}{2} (R_0 - C)^2 (\varphi_a - \varphi_1) + \frac{1}{4} (R_0 - C)^2 (\sin 2\varphi_a - \sin 2\varphi_1) \\ &\quad - R_0 (R_0 - C) (\sin \varphi_a - \sin \varphi_1). \end{aligned} \quad (27)$$

ただし、 φ_a は (6) 式、 φ_1 は (7) 式、 r は (9) 式、 $\varphi_2 (= \varphi_b)$ は (10) 式、 β_{max} は (15) 式により求められる。

したがって、駆動ねじの外径円弧 EM 、従動ねじ外径円弧 EP 、および接触点の軌跡 JIP によって囲まれた面積 S_L は、 $S_L = \frac{1}{2}S'' + S_C$ で与えられ、これより次式を得る。

$$\begin{aligned}
S_L = & \frac{1}{2}R_a^2\lambda_1 + \frac{1}{2}R_0^2\lambda_2 - \frac{\sqrt{10R_a^2R_0^2 - R_a^4 - 9R_0^4}}{4} \\
& + \frac{1}{4}R_a^2\sin 2\beta_{max} + \frac{1}{2}R_a^2\beta_{max} - R_aR_0\sin\beta_{max} \\
& - \frac{1}{4}\{R_0^2 - (R_0 - C)^2\cos^2\theta\}\{\sin 2(\varphi_1 + \theta) - \sin 2(\varphi_2 + \theta)\} \\
& + \frac{1}{4}\{R_0^2 + 2(R_0 - C)^2(1 - \cos^2\theta)\}(\varphi_1 - \varphi_2) \\
& + \frac{1}{16}R_0^2\{\sin 4(\varphi_1 + \theta) - \sin 4(\varphi_2 + \theta)\} \\
& + \frac{1}{4}R_0(R_0 - C)\{\sin(3\varphi_1 + 2\theta) - \sin(3\varphi_2 + 2\theta)\} \\
& + \frac{3}{4}R_0(R_0 - C)\{\sin(\varphi_1 + 2\theta) - \sin(\varphi_2 + 2\theta)\} \\
& - \frac{1}{4}R_0(R_0 - C)\cos\theta\{\sin 3(\varphi_1 + \theta) - \sin 3(\varphi_2 + \theta)\} \\
& - \frac{1}{4}R_0(R_0 - C)\cos\theta\{\sin(\varphi_1 + \theta) - \sin(\varphi_2 + \theta)\} \\
& - \frac{1}{2}R_0(R_0 - C)(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2) + \frac{1}{4}(R_0 - C)^2(\sin 2\varphi_1 - \sin 2\varphi_2) \\
& - \frac{1}{2}(R_0 - C)^2\cos\theta\{\sin(2\varphi_1 + \theta) - \sin(2\varphi_2 + \theta)\} \\
& + \frac{1}{2}(R_0 - C)^2(\varphi_a - \varphi_1) + \frac{1}{4}(R_0 - C)^2(\sin 2\varphi_a - \sin 2\varphi_1) \\
& - R_0(R_0 - C)(\sin\varphi_a - \sin\varphi_1). \tag{28}
\end{aligned}$$

ゆえに、(24)式の S_T と (28)式の S_L を (19)式に代入すれば、歯先面取りした従動ねじ棒が静的平衡を保つための条件を満足するような従動ねじの互いに向かいあうエピトロコイド曲線の起点を含む角 ε' が得られる。すなわち

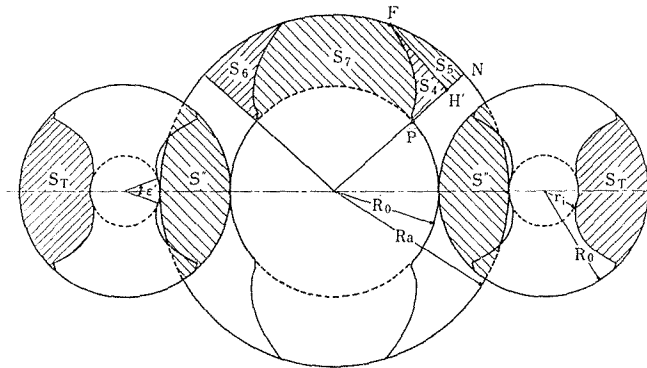
$$\begin{aligned}
\varepsilon' = & \frac{2R_a^2U + 16R_aR_0V + 2R_0^2W - \sqrt{10R_a^2R_0^2 - R_a^4 - 9R_0^4}}{2(4R_aR_0 - 3R_0^2 - R_a^2)} \\
& + \frac{2(S_C - 2S_P)}{4R_aR_0 - 3R_0^2 - R_a^2}. \tag{29}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ここに, } U &= -3\lambda_1 + \sin 4\lambda_1, \\
 V &= 2\sin^3 \lambda_1, \\
 W &= \lambda_2 + \sin 2\sigma_{10} + 2(2\sin 2\lambda_1 - 4\lambda_1 - \sigma_{10}),
 \end{aligned}$$

なお, λ_1 は(21)式, σ_{10} は(22)式, S_P は(23)式, λ_2 は(26)式, S_C は(27)式より求められる.

8 ねじポンプの理論吐出量

ねじポンプの理論吐出量を求めるためには, 第9図において, ケーシングに囲まれたねじの軸直角断面歯形空間面積 S が必要となる.



第9図 ねじ空間部の面積

すなわち, S は, 駆動ねじの外径円と谷底円とに囲まれた面積に $4S_T$ を加え, これからレンズ形面積 S'' と S_7 の和の2倍を引くと求められる.

すなわち,

$$S = \pi(R_a^2 - R_0^2) + 4S_T - 2(S_7 + S''). \quad (30)$$

いま第9図で歯形曲線 FP , 線分 PH' , および線分 FH' によって囲まれた面積 S_4 は次式により求められる.

$$\begin{aligned}
 S_4 &= \left| (R_0 - C)^2(\varphi_a - \varphi_1) - \frac{1}{4}(R_0 - C)^2 \{ \sin 2(2\varphi_a - \varphi_2) - \sin 2(2\varphi_1 - \varphi_2) \} \right. \\
 &\quad - 3R_0(R_0 - C)(\sin \varphi_a - \sin \varphi_1) + R_0(R_0 - C) \{ \sin(3\varphi_a - 2\varphi_2) \\
 &\quad \left. - \sin(3\varphi_1 - 2\varphi_2) \right\} + 2R_0^2(\varphi_a - \varphi_1) - R_0^2 \{ \sin 2(\varphi_a - \varphi_2) - \sin 2(\varphi_1 - \varphi_2) \} \\
 &\quad + \left| \frac{3}{2}R_0^2(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{9}{16}R_0^2 \sin 2(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{1}{16}R_0^2 \{ \sin 2(3\varphi_1 + 2\theta - \varphi_2) \right. \\
 &\quad \left. - \sin 4(\varphi_2 + \theta) \right\} + (R_0 - C)^2(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{1}{4}(R_0 - C)^2 \{ \sin 2(2\varphi_1 - \varphi_2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\sin 2\varphi_2\} + (R_0 - C)^2 \cos^2 \theta (\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{1}{4} (R_0 - C)^2 \cos^2 \theta \{\sin 2(2\varphi_1 + \theta - \varphi_2) \\
& - \sin 2(\varphi_2 + \theta)\} - \frac{9}{4} R_0 (R_0 - C) (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2) - \frac{3}{4} R_0^2 \{\sin 2(\varphi_1 + \theta) \\
& - \sin 2(\varphi_2 + \theta)\} + \frac{3}{8} R_0^2 \{\sin 2(2\varphi_1 + \theta - \varphi_2) - \sin 2(\varphi_2 + \theta)\} \\
& + \frac{3}{4} R_0 (R_0 - C) \{\sin(3\varphi_1 - 2\varphi_2) - \sin \varphi_2\} + R_0 (R_0 - C) \cos \theta \{\sin(\varphi_1 + \theta) \\
& - \sin(\varphi_2 + \theta)\} - \frac{3}{4} R_0 (R_0 - C) \cos \theta \{\sin(3\varphi_1 + \theta - 2\varphi_2) - \sin(\varphi_2 + \theta)\} \\
& - 2(R_0 - C)^2 \cos^2 \theta (\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{5}{4} R_0 (R_0 - C) \{\sin(\varphi_1 + 2\theta) - \sin(\varphi_2 + 2\theta)\} \\
& - \frac{1}{4} R_0 (R_0 - C) \{\sin(5\varphi_1 + 2\theta - 2\varphi_2) - \sin(3\varphi_2 + 2\theta)\} \\
& + \frac{1}{4} R_0 (R_0 - C) \cos \theta \{\sin(5\varphi_1 + 3\theta - 2\varphi_2) - \sin 3(\varphi_2 + \theta)\} \\
& + \frac{1}{2} (R_0 - C)^2 \cos \theta \{\sin(4\varphi_1 + \theta - 2\varphi_2) - \sin(2\varphi_2 + \theta)\} \quad (31)
\end{aligned}$$

つぎに、円弧 FN 、線分 FH' 、線分 $H'N$ によって囲まれた面積 S_5 は次式で与えられる。

$$S_5 = \frac{1}{2} R_a^2 \sigma_1 - \frac{1}{2} R_a^2 \sin \sigma_1 \cos \sigma_1. \quad (32)$$

ただし σ_1 は (16) 式から求められる。

したがって面積 S_6 は、 $S_6 = S_4 + S_5$ として求められる。

しかるに

$$2S_6 + S_7 = \frac{1}{2} (R_a^2 - R_0^2) \phi \quad \text{である。}$$

ただし、 $\phi = \varepsilon' + 2\sigma_1$ 。

(33)

したがって面積 S_7 は次式で与えられる。

$$S_7 = \frac{1}{2} (R_a^2 - R_0^2) (\varepsilon' + 2\sigma_1) - R_a^2 \sigma_1 + R_a^2 \sin \sigma_1 \cos \sigma_1 - 2S_4. \quad (34)$$

これより (25) 式の S'' 、(34) 式の S_7 を (30) 式に代入して次式を得る。

$$\begin{aligned}
S &= (R_a^2 - R_0^2) (\pi - \varepsilon' - 2\sigma_1) + 2R_a^2 (\sigma_1 - \sin \sigma_1 \cos \sigma_1 - \lambda_1) \\
& - 2R_0^2 \lambda_2 + 4(S_T + S_4) + \sqrt{10R_0^2 R_a^2 - R_a^4 - 9R_0^4} \quad (35)
\end{aligned}$$

ただし σ_1 は(16)式, λ_1 は(21)式, S_T は(24)式, λ_2 は(26)式, ϵ' は(29)式, S_4 は(31)式より求められる。

ゆえにねじポンプの毎分当りの理論吐出量 Q は, ねじのリードを l , ねじポンプの1分間の回転数を n とすると次式で与えられる。

すなわち

$$Q = Sln. \tag{36}$$

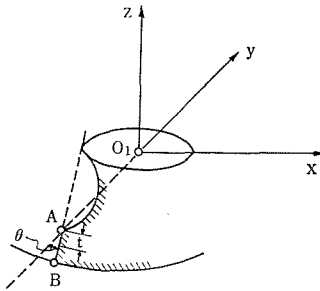
なお, (35)式における ϵ' の係数を零と置けば (ただし S_T の中にも ϵ' が入っている), ねじの空間面積 S の値は ϵ' の値に無関係になり, これより次式を得る。

$$R_0 = \frac{3}{5}R_d. \tag{37}$$

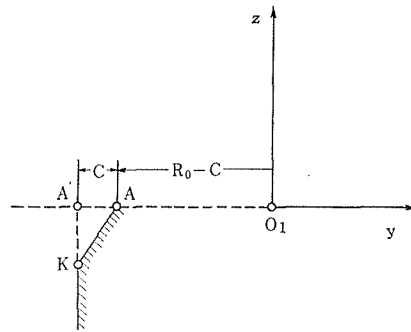
すなわち(37)式が, ϵ' に無関係にねじポンプの理論吐出量が一定となるための条件である。この(37)式は, 従動ねじの歯先を面取りしない場合と一致する。

9 従動ねじの面取り部の含軸断面輪郭

第10図において, 従動ねじの面取り直線部 \overline{AB} を z 軸のまわりにリード l で右ねじれ運動させ, 第11図に示すごとく, yz 平面で切断した含軸断面輪郭を求めると次式を得る。



第10図 従動ねじの軸直角断面輪郭



第11図 従動ねじの含軸断面輪郭

$$\left. \begin{aligned} x &= 0, \\ y &= -t \cos(\theta + \Psi) - (R_0 - C) \cos \Psi, \\ z &= \frac{l}{2\pi} \cdot \Psi. \end{aligned} \right\} \tag{38}$$

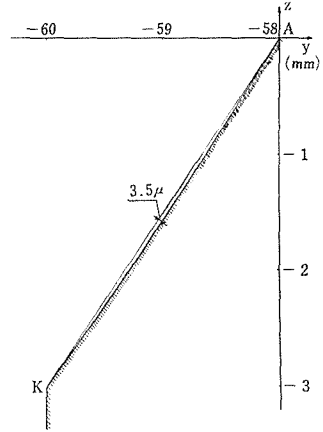
ただし, $\tan \Psi = -\frac{t \sin \theta}{(R_0 - C) + t \cos \theta}$

ここで, 実験予定の数値例, $2R_d = 200\text{mm}$, $2R_0 = 120\text{mm}$, $2r_f = 40\text{mm}$, $l = 319.1858\text{mm}$ について (38) 式を用いて従動ねじの面取り部の含軸断面輪郭を計算して第12図を得

た. 第12図から明らかなように面取り部含軸断面輪郭はほとんど直線に近い.

また,

$$\left. \begin{aligned} \frac{A'K}{R_0} &= \left(\frac{z}{R_0}\right) = \left\{ \left(\frac{l}{R_0}\right) \psi \right\}, \\ \tan \psi &= - \frac{\left(\frac{T}{R_0}\right) \sin \theta}{\left(1 - \frac{C}{R_0}\right) + \left(\frac{T}{R_0}\right) \cos \theta}, \\ \frac{T}{R_0} &= - \left(1 - \frac{C}{R_0}\right) \cos \theta \\ &\quad + \sqrt{1 - \left(1 - \frac{C}{R_0}\right)^2 \sin^2 \theta}. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$



第12図 従動ねじ面取り部の含軸断面輪郭

より, $\frac{C}{R_0}$, θ , $\frac{l}{R_0}$ の組み合わせより $\frac{A'K}{R_0}$ が定まる.

そこで, いままでに製作されたねじポンプの実例から, $\frac{A'K}{R_0} = 0.05$, $\frac{C}{R_0} = 0.033333$ を採用し, 数値例について, (39)式を用いて面取り角 θ を計算し, これより $\theta = 62^\circ$ と定めた.

10 数 値 例

つぎのごとき諸元の右ねじれの駆動ねじ (2条) と, 左ねじれの従動ねじ (2条) について数値計算を行なう.

$2R_a = 200\text{mm}$, $2R_0 = 120\text{mm}$, $2r_i = 40\text{mm}$, $l = 319.1858\text{mm}$ (ギヤシェーパのヘリカルガイドのリードの値を採用),

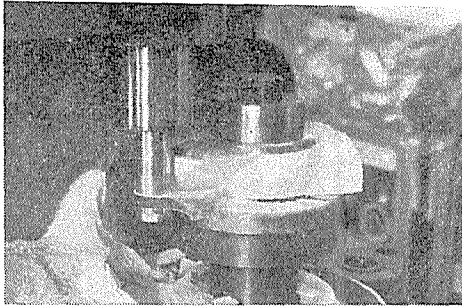
$C = 2\text{mm}$, $\theta = 62^\circ$.

計算の結果を第1表に示す.

第1表の理論値と, 作図的に得られた値とを比較して, 理論の正しいことを確認した.

第 1 表

	理 論 値	備 考		理 論 値	備 考
γ	58.596°	(9)式	α	0.998°	(18)式
$\varphi_a = \varphi_b$	-3.404°	(10), (11)式	σ_{10}	26.324°	(22)式
φ_1	1.011°	(7)式	λ_2	56.251°	(26)式
T	4.0346mm	(2)式	S_C	12.7082cm^2	(27)式
φ_a	56.099°	(6)式	S_p	0.0465cm^2	(23)式
β_{max}	28.777°	(15)式	ε'	$35^\circ 16'$	(29)式
σ_1	30.726°	(16)式	S_T	26.5610cm^2	(24)式
λ_1	29.927°	(21)式	S_4	4.0766cm^2	(31)式
φ_D	57.249°	(17)式	S	179.5446cm^2	(35)式



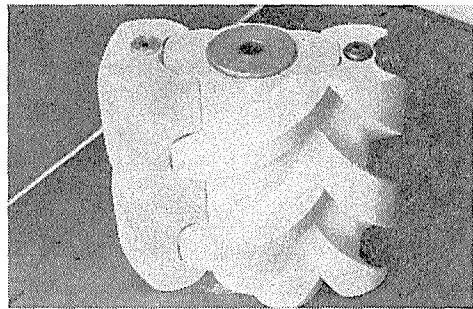
第13図 駆動ねじの切削



第14図 従動ねじの切削

11 切削実験

上記数値例のねじを、フェロー形歯切盤によりはすば歯車として創成切削できるかどうかを検討するため、石膏素材を用いて切削実験を行なった。すなわち第13図に示すごとく従動ねじの歯先円弧と歯先面取り直線部を有するカットにより、右ねじれの駆動ねじを切削し、また第14図に示すごとく駆動ねじの歯先円弧と歯先かどの点を有するカットで左ねじれの従動ねじを切削し、これら駆動ねじと従動ねじをかみあわせたものを第15図に示す。



第15図 切削されたIMO形ねじ

12 結 言

従動ねじ棒の歯先かどを直線面取りをした場合の従動ねじと駆動ねじの輪郭、これらねじの接触状態、従動ねじ棒の静的平衡条件、およびポンプの理論吐出量等についての解析的研究を行ない、これら理論による数値例を示し、フェロー形歯切盤で石膏素材のねじ棒を歯切りし、理論の正しいことを確認した。

終りに本研究の動機を与えられ、御指導を頂いた東京工業大学精密工学研究所の山本晃教授に対し感謝の意を表します。なお本研究に助力された今西勇、桜井允の両氏ならびにねじ棒の切削に助力された平田幸吉、滝沢一孝の両氏に対しましても感謝の意を表します。

文 献

- 1) 小堀 威：ねじフライス輪郭の解法，日本機械学会論文集，8巻33号4部，(昭17-11)，P.234.
- 2) 山本 晃，局又太郎：ねじポンプの研究(第1報，ねじ棒の工作)，日本機械学会仙台地方講演会前刷，(昭35-11)，P.35.
- 3) 林 則行：IMO形ねじポンプの工作と性能に関する研究，千葉大工学部研究報告，Vol. 13，No.24，(昭37-10)。

Summary

Studies on Machining of IMO Screw Pump, First Report

Muneharu MOROZUMI and Kenji FURIHATA

(Department of Precision Engineering, The Faculty of Engineering)

In this paper, we deal with the fundamental research for designing and machining the IMO Screw Pump.

As the results, the shape of the screw thread of which the corner has been chamfered, the generating curve of the main screw thread meshing with the above chamfered screw thread, the contact state between the two screw thread surfaces mentioned above, the static equilibrium condition of the chamfered screw and the theoretical pump discharge are analytically made clear.

The authors show a numerical example with a view to facilitating the practical utilization of the theoretical formulas obtained in this paper.

Then the right-handed main screw of double threads and the chamfered left-handed screw of double threads are shaped as a helical gear with a gear-shaper.

Finally the results of the calculated analysis are compared with those of the experiment.