

# トラス構造物の非線型解析 (第1報)

吉 沢 孝 和\*・谷 本 勉 之 助\*\*

(昭和44年5月1日受理)

## 1. ま え が き

構造物の塑性解析の研究は、剛節構造物に関しては多くの分野において行なわれているが、これよりも理論的に簡単なトラス構造物に関するものはあまり見受けられない。これは、在来の塑性解析の理論が、主として鋼材料に注目し、その材料特性を理想化した弾塑性体として取り扱っているためであり、このような仮定または近似的な概念により、トラスの塑性解析の分野が著るしく限定され、特に静定トラスに関しては全くその余地を与えることができなかった点に原因がある。

近年に至って、J. E. Goldberg と R. M. Richard が Ramberg-Osgood の多項式で応力-ひずみ曲線を表示し、変形法および応力法によるトラスの塑性解析法を示している。<sup>2), 3)</sup> この方法によると、軽金属等のごく単純で連続的な応力-ひずみ特性を有する材料については解析が可能であるが、実用上最も利用度の高い鋼材料については、その曲線形状が不連続なため適用が不可能である。また、R. C. Hensley と J. J. Azar は、応力-ひずみ曲線を有限個数の折線を連続させて表示し、塑性領域に入ったトラス部材の応力解析に仮想力 (fictitious force) を導入して補正していく反復法を提案した。<sup>4)</sup> これは、あらゆる構造用材の特性を忠実に具現して解析を進めることができる点ですぐれている。ただし、実計算の上からみると、部材の本数に対応してこれと同数の仮想力を設定しなければならない点と、一定の収束値の得られるまで反復演算を必要とする点に難点がある。

一般に鋼材料は降伏点応力に達すると大きな変形を生ずるが、それが破壊に至るまでには更に塑性硬化の領域においてかなりの抵抗力を有する。<sup>5)</sup> したがって、在来の完全弾塑性体としての考え方では、鋼トラスの力学性状を論ずる場合、特にその崩壊荷重を算定する際に不自然さがある。ここでこれに塑性硬化の影響を導入することによって、より現実に近いトラスの挙動を論ずることができるものと考ええる。また、このような手法によって、静定トラスの塑性解析をも可能なものとし得る。

本文では、任意形状の応力-ひずみ曲線を有限個数の折線要素を連続させて表示することを試みた。図-1(a) にそれを示す。要素の数を適当に大きくとれば、実際の材料の特性を忠実にあらわすことができる。また、図示の如く、引張側と圧縮側とで異なる特性を有する場合も包含することができる。

---

\* 土木工学教室、助手

\*\* 土木工学教室、教授

このような表示法によって筆者等は、変形法によるトラスの非線型解析式を導いた。その考え方は式(1)から出発する。これはトラスの部材力の算定において、その応力段階に対応する要素線分の弾性係数を用い、同時に、線分の座標変換に関する項を補正していくものである。なお、本文で用いた解析式はすべて微小変位理論によるものである。

次に、解析の手順としては、特に不連続で複雑な形状の曲線を扱う場合には、漸増荷重法が反復法よりもすぐれている点を各種の系について確認しているので、数値計算例には漸増荷重法による結果を採用した。

また本報では、応力-ひずみ曲線の形状、特に鋼材料のひずみ硬化領域がトラスの挙動におよぼす影響のような定性的なものに注目しているため、部材の極限強度は考慮せずに計算を行なっている。

## 2. 応力-ひずみ曲線

任意形状の応力-ひずみ曲線を図-1(a)に示すように、折線要素を連続させて近似させる。座標の縦軸に応力度をとり、これに  $\text{LIMIT}(i)$ ,  $\text{LIMIT}(i+1)$ , ... 等の段階を設け

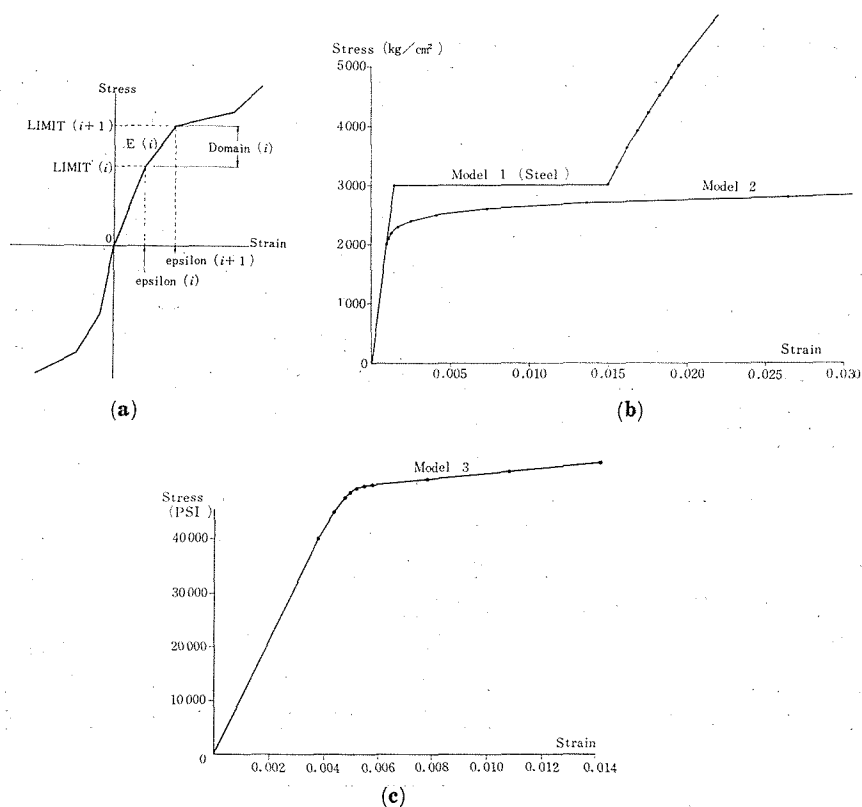


図-1 応力-ひずみ曲線.

て応力領域を定める。図示の如く  $\text{LIMIT}(i)$  と  $\text{LIMIT}(i+1)$  の間を  $\text{Domain}(i)$  と呼び、その領域での弾性係数を  $E(i)$  であらわす。また、 $\text{LIMIT}(i)$ ,  $\text{LIMIT}(i+1)$ , ... に対応するひずみを  $\text{epsilon}(i)$ ,  $\text{epsilon}(i+1)$ , ... とする。

次に、本文の計算に採用した応力-ひずみ曲線(以後 Diagram と略記する)を図-1(b), (c)に示す。(b)図の Model 1 は構造用鋼材の特性<sup>6)</sup>を示したもので、曲線を10個の領域であらわしている。Domain (1) は弾性領域, Domain (2) は降伏領域, Domain (3) 以上は塑性硬化領域をあらわす。(b)図の Model 2 は、軽金属やコンクリート等にみられる材料特性をあらわしたもので、これも10個の領域でその形状を表示している。また(c)図は他の理論や実験による解<sup>4)</sup>と本法による結果とを対比する目的で採用したもので、アルミ合金の Diagram である。それぞれの Diagram に関する応力領域と弾性係数の数値を表-1に示した。いずれの Diagram でも、 $\text{LIMIT}(10)$  以上には制限応力を設定していないので、Domain (10) の直線要素の勾配  $E(10)$  をそのまま延長して計算を行なうことになる。

表-1. 各種の Model の応力・ひずみ曲線の数値。

Model 1		Model 2		Model 3	
LIMIT(kg/cm <sup>2</sup> )	E (kg/cm <sup>2</sup> )	LIMIT(kg/cm <sup>2</sup> )	E (kg/cm <sup>2</sup> )	LIMIT (lb/in <sup>2</sup> )	E (lb/in <sup>2</sup> )
0.0	2 000 000.0	0.0	2 000 000.0	0.0	10 520 000.0
3 000.0	1 000.0	2 000.0	1 000 000.0	40 000.0	8 400 000.0
3 013.5	500 000.0	2 100.0	500 000.0	45 000.0	6 250 000.0
3 300.0	480 000.0	2 200.0	250 000.0	47 500.0	5 000 000.0
3 600.0	460 000.0	2 300.0	125 000.0	48 500.0	4 000 000.0
3 900.0	440 000.0	2 400.0	62 500.0	49 300.0	1 600 000.0
4 200.0	420 000.0	2 500.0	31 200.0	49 700.0	1 000 000.0
4 500.0	400 000.0	2 600.0	15 600.0	50 000.0	500 000.0
4 800.0	380 000.0	2 700.0	7 800.0	51 000.0	480 000.0
5 000.0	360 000.0	2 800.0	3 900.0	52 500.0	450 000.0

### 3. 計算手順

非線型応力-ひずみ曲線を用いた解析の手法としては、反復法と漸増荷重法とが知られている。<sup>7), 8)</sup> この両者について比較計算を行なったところ、次のような結論を得た:

#### 3-1. 反復法 (iterative procedure).

載荷すべき荷重の全量を考えている系に直接加え、まず初期の弾性係数 (Domain(1) の  $E(1)$ ) を用いて各部材の応力を算出する。次に、それぞれの部材の応力度に対応する新ら

しい弾性係数を用いて再計算を行ない、全部材の応力度が収束するまで反復計算をくりかえす。この方法は (i) Diagram のそれぞれの領域の弾性係数の値に大きな差異がなく、なめらかな連続性を示す場合、(ii) となり合う要素線分の弾性係数の間に大きくないちがいがあっても、初期の弾性係数を用いて計算した応力度が Domain (1) の中にとどまるような載荷条件の場合、には 3 ～ 5 回の反復演算で収束する。しかしながら、(i) のような性質を有する Diagram はごく限られた材料であり、また (ii) のような載荷条件に限定することは無意味である。したがって本法の実用価値は少ない。反復法を上記のような条件以外の場合に適用してみると、トラスの解析では通常、2 種類の解が交互にあらわれて不定性を示す。

### 3-2. 漸増荷重法 (incremental load procedure).

荷重を微小増分に分割し、これを漸増的に作用させて所定の荷重に至るまで計算を続ける。この場合、各荷重段階において部材の応力度をチェックし、計算式の中の所定の項を補正していく。その時の手順として (i) ひずみを補正するもの (incremental-initial strain procedure)、と (ii) 弾性係数を補正するもの (incremental-variable elasticity procedure) とがある。いずれの場合も漸増荷重を適度に小さくすることによって、よい精度が得られる。ただし、(i) の方法では、Diagram が極端な不連続性を示す steel (図-1 (b) Model 1) のような材料を扱った場合、ある部材の応力度が降伏点に達すると、その点での補正量が著しく増大するため、今まで続けて来た計算が乱され、それから先の計算が無意味なものとなってしまう場合が多い。したがってこの方法で取り扱いうる Diagram は、極端な不連続性を示さないものに限定するほうが無難である。これが (ii) の方法によれば、荷重の分割を十分細かくとっていくことにより、どのような形状の Diagram が与えられても、その性状を忠実に具現しながら計算を続行することができる。

以上のような理由から、本文の計算例には incremental-variable elasticity procedure によるものを示した。次に、この方法に関する概略を述べる。

図-1 (a) に示すような記法を用いれば、Domain (i) における部材力は次式で与えられる：

$$F_r(i) = \frac{E(i)A_r}{L_r} \Delta L_r + [\text{LIMIT}(i) - E(i) \cdot \text{epsilon}(i)] A_r. \quad (1)$$

ここに、 $F_r(i)$  = Domain (i) における部材 (r) の軸力、 $A_r$  = 部材 (r) の断面積、 $L_r$  = 部材 r の長さ、 $\Delta L_r$  = 部材 (r) の伸びである。

図-2 は解析手順の図解である。 $\sigma_{n-1}$ ,  $\sigma_n$ ,  $\sigma_{n+1}$ , ... は荷重を  $\Delta p$  ずつ漸増していったときのある部材の応力度である。 $\sigma_{n-1}$  までは応力度が Domain (i-1) の中にあるので、式 (1) において弾性係数は  $E(i-1)$ 、座標変換量は  $\text{LIMIT}(i-1)$  と  $\text{epsilon}(i-1)$  とを用いる。次の載荷によって部材力は Domain (i) に入るので、これ以後は弾性係数と座標変換量とを Domain (i) におけるものに修正して計算を進める。この手法は、分割荷重を十分小さくすることによって  $\sigma_n \rightarrow \text{LIMIT}(i)$  となし得るという考え方によるものである。

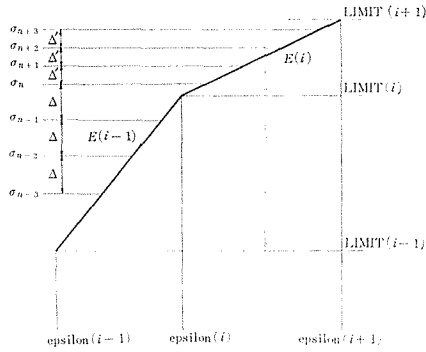


図-2. 解析手順.

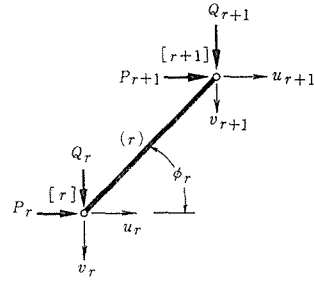


図-3. 記号.

#### 4. 解析式

図-3 は、両端が節点  $[r]$  と節点  $[r+1]$  とにつながるトラス部材  $(r)$  を示す。部材の傾き角  $\phi_r$ 、節点変位  $u, v$ 、節点荷重  $P, Q$  の正の方向を図のようにとる。微小変位理論による場合、部材  $(r)$  の応力度が  $\text{Domain}(i)$  に入っているものとすれば、そのときの部材力  $F_r(i)$  は次のようにあらわされる：

$$F_r(i) = \left(\frac{A}{L}\right)_r E(i) \left[ [-\cos \phi, \sin \phi]_r \{u, v\}_r + [\cos \phi, -\sin \phi]_r \{u, v\}_{r+1} \right] + [\text{LIMIT}(i) - E(i) \cdot \text{epsilon}(i)] A_r. \quad (2)$$

ここで、部材数が  $n$  個、水平および垂直方向の変位の数が  $m$  個よりなるトラスを考えて、次のようなマトリクスを定義する。ただし、部材  $(1), (2), \dots, (n)$  はそれぞれ  $\text{Domain}(i), \text{Domain}(j), \dots, \text{Domain}(k)$  の応力状態にあるものとする。

部材力マトリクス(force matrix)  $[n \text{ 行} \times 1 \text{ 列}]$

$$\mathbf{F} = \{F_1(i), F_2(j), \dots, F_n(k)\}. \quad (3)$$

剛性マトリクス(stiffness matrix)  $[n \text{ 行} \times n \text{ 列}]$

$$\mathbf{S} = \text{diag} \left\{ \left(\frac{A}{L}\right)_1 E(i), \left(\frac{A}{L}\right)_2 E(j), \dots, \left(\frac{A}{L}\right)_n E(k) \right\}. \quad (4)$$

変位マトリクス(displacement matrix)  $[m \text{ 行} \times 1 \text{ 列}]$

$$\mathbf{D} = \{u_1, v_1, \dots, u_s, v_s\}. \quad (5)$$

座標補正マトリクス (abscissa correction matrix) [ $n$  行  $\times$  1 列]

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} [\text{LIMIT}(i) - E(i) \cdot \text{epsilon}(i)] A_1 \\ [\text{LIMIT}(j) - E(j) \cdot \text{epsilon}(j)] A_2 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ [\text{LIMIT}(k) - E(k) \cdot \text{epsilon}(k)] A_n \end{bmatrix}. \quad (6)$$

荷重マトリクス (load matrix) [ $m$  行  $\times$  1 列]

$$\mathbf{L} = \{P_1, Q_1, \dots, P_s, Q_s\}. \quad (7)$$

これらのマトリクスにより、部材力マトリクス  $\mathbf{F}$  は次のようにあらわされる:

$$\mathbf{F} = \mathbf{S} \mathbf{P} \mathbf{D} + \mathbf{C}. \quad (8)$$

ここに  $\mathbf{P}$  は部材の配置形態および傾き角によって定められる [ $n$  行  $\times m$  列] のマトリクスで、射影マトリクス (projection matrix) と呼ぶ。

次に、このトラスの各節点における力のつり合い条件は次式であらわされる:

$$\mathbf{L} - \mathbf{P}^T \mathbf{F} = 0. \quad (9)$$

$\mathbf{P}^T$  は  $\mathbf{P}$  の転置を示す。

式 (8), (9) により、トラスの変位マトリクス  $\mathbf{D}$  は次のように与えられる:

$$\mathbf{D} = [\mathbf{P}^T \mathbf{S} \mathbf{P}]^{-1} [\mathbf{L} - \mathbf{P}^T \mathbf{C}]. \quad (10)$$

## 5. 計 算 例

ここでは、各種のトラスに関する数値計算の結果と、その考察とを示す。計算は次のような条件で行なっている:

- (1) 微小変位理論による解析式を用いる。
- (2) 解析手順は incremental-variable elasticity procedure による。
- (3) Diagram は steel の特性をあらわした Model 1 を用いる。
- (4) Diagram の形状は、引張側も圧縮側も同一のものとして扱う。
- (5) 圧縮部材は座屈をおこさずに、面内挙動をするものとする。
- (6) Diagram の上には特に破壊応力を設定せずに、載荷した荷重の全量に至るまで計算を続ける。

なお、5-2の3本部材トラスについては、比較検討をする目的で、他の形状の Diagram を用いた計算例を同時に示した。

## 5-1. 2本部材トラス.

図-4 (a)は2本の部材によって形成されたトラスである. 節点に垂直荷重  $Q$  を加え, これを微小荷重に分割して200 000 kgまで漸増したときの部材力と節点変位との値を表-2に示す. 部材力の項で ( ) 中の数字はその部材の応力領域 (Domain) をあらわす, 表には部材力に Domain の変化が生ずる近辺の部分のみを示した.

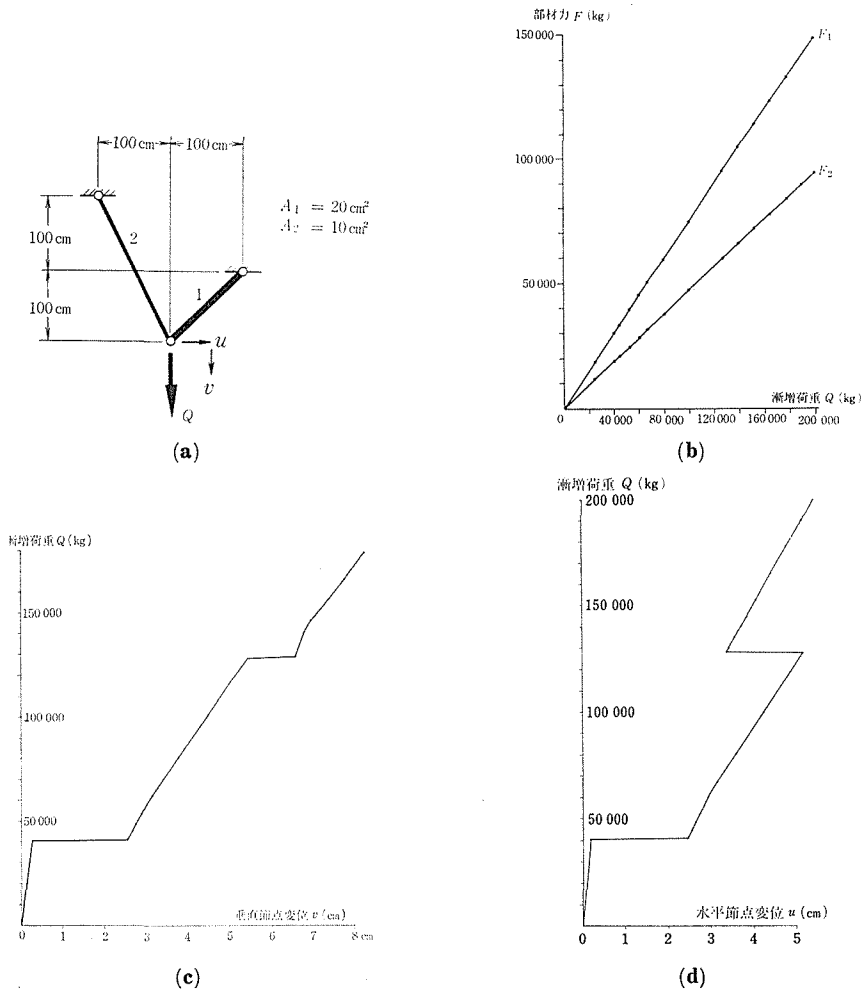


図-4. 2本部材トラス.

図-4 (b)は漸増荷重と部材力との関係である. 材料は steel なので, Domain (2) が部材に大きな変形を生ずる領域であるが, このような不連続の Diagram を用いても, 静定トラスでは Domain の変化に関係なく部材力の変化は線型となる性質をもっている. この問題に関してはワーレントラスの解析において詳細に考察を示す.

図-4 (c)は漸増荷重と垂直変位  $v$  の, 図-4 (d)は漸増荷重と水平変位  $u$  との関係を示す

表-2. 2 本 部 材 ト ラ ス .

$Q$ kg	$F_1$ kg	$F_2$ kg	$u$ cm	$v$ cm
40 000	18 856 (1)	29 814 (1)	0.186	0.280
40 250	18 974 (1)	30 000 (2)	0.187	0.282
40 500	19 092 (1)	30 187 (3)	3.301	3.397
44 250	20 860 (1)	32 982 (3)	2.525	2.630
44 500	20 978 (1)	33 168 (4)	2.531	2.636
48 250	22 746 (1)	35 963 (4)	2.623	2.736
48 500	22 864 (1)	36 150 (5)	2.629	2.743
52 500	24 748 (1)	39 131 (6)	2.731	2.854
56 500	26 634 (1)	42 113 (7)	2.837	2.971
60 500	28 520 (1)	45 094 (8)	2.950	3.092
64 500	30 406 (1)	48 075 (9)	3.068	3.220
67 250	31 702 (1)	50 125 (0)	3.154	3.312
80 000	37 712 (1)	59 628 (0)	3.574	3.642
100 000	47 140 (1)	74 536 (0)	4.232	4.468
127 500	60 104 (2)	95 032 (0)	5.138	5.438
140 000	65 996 (3)	104 350 (0)	3.693	6.808
152 500	71 988 (4)	113 667 (0)	4.043	7.280
165 000	77 782 (5)	122 984 (0)	4.389	7.754
178 000	83 910 (6)	132 673 (0)	4.745	8.249
190 500	89 802 (7)	141 990 (0)	5.083	8.727
200 000	94 280 (8)	149 071 (0)	5.336	9.092

グラフである。漸増荷重が 40 250kg に達すると、部材 (2) の応力度が Domain (2) に入り、部材に大きな伸びを生ずる。そして次の荷重段階ではただちにこの部材は Domain (3) の塑性硬化領域に入り、系としての抵抗形態が確保される。(c), (d) 両図にはそのときの変位の状況が示されているが、その形状はここで用いた応力-ひずみ曲線の形状によく類似している。漸増荷重が 67 000 kg になると、部材 (2) の応力度は 5 000 kg/cm<sup>2</sup> をこえる。材料の極限強度を 5 000 kg/cm<sup>2</sup> とすれば、この荷重でトラスは崩壊することになるが、ここで、この部材は Domain (10) の弾性係数をもって、どこまでも抵抗していくものと仮定して載荷を続けていけば、漸増荷重の値が 127 500 kg に至って、部材 (1) の応力が Domain (2) に入り、節点にふたたび大きな変位を生ずる。特に、水平変位は、部材 (1) の大きな伸びの影響で、今まで変位して来た方向とは逆の左向きに生じている点に注目すべきである。

### 5-2. 3 本部材トラス.

ここでは、図-5 (a) に示すような 3 本の部材が 1 点でピン結合され、他端がそれぞれの固定ヒンジに結合されているトラスについて、Diagram に Model 1 を用いた場合と、Model 2 を用いた場合とについて解析し、両者の特性について検討する。また、5-2-3 では、Diagram に Model 3 を用いて、図-8 の系の解析を試みた。これは、他の方法によっても解かれている系であり、<sup>4)</sup> 本法を確認する目的で採用したものである。

#### 5-2-1. Model 1 の場合.

鋼トラスの不静定系では、降伏点における部材の大きな変形の影響で、種々の抵抗形態



が生ずる。その力学挙動を説明する便宜上、次の用語を定義する：

**弾性抵抗**——部材の応力度が降伏点以下の弾性領域の範囲内にあって外力に抵抗する状態。

**降伏点抵抗**——部材の応力度が降伏点に達すると、そこからは応力度が一定のまま、塑性硬化のひずみ領域に到達するまで変形が進んでいく状態。

**塑性硬化抵抗**——部材の応力度が塑性硬化の領域に入ってから外力に対して抵抗を示す状態。

**定応力弾性抵抗**——部材の応力度は降伏点以下の弾性領域内にあっても、他の部材が降伏点応力に達して、一定応力の状態で大きく変形することの影響を受けて、漸増荷重の増加に関係なく一定の応力度を保っている状態。

**定応力塑性硬化抵抗**——他の部材が降伏点抵抗に入った影響で、塑性硬化抵抗を示していた部材が、その時点からは荷重の増加に関係なく、一定の応力度を保ちながら外力に抵抗する状態。

表-3. 3 本 部 材 ト ラ ス (Model 1).

$Q$ kg	$F_1$ kg	$F_2$ kg	$F_3$ kg	$u$ cm	$v$ cm
80 000	19 276 (1)	36 898 (1)	27 260 (1)	0.128	0.184
88 000	21 203 (1)	40 588 (1)	29 986 (1)	0.141	0.203
88 400	21 300 (1)	40 772 (1)	30 122 (2)	0.141	0.204
90 000	21 214 (1)	42 564 (1)	30 001 (2)	0.160	0.213
100 000	21 217 (1)	52 556 (1)	30 006 (2)	0.260	0.263
107 200	21 220 (1)	59 751 (1)	30 010 (2)	0.332	0.299
107 600	21 220 (1)	60 150 (2)	30 010 (2)	0.336	0.301
108 000	21 371 (1)	60 213 (2)	30 223 (3)	4.599	2.433
110 000	22 303 (1)	60 128 (2)	31 542 (3)	2.889	1.584
112 000	23 196 (1)	60 131 (2)	32 805 (3)	2.932	1.611
116 800	25 340 (1)	60 138 (2)	35 836 (4)	3.043	1.680
121 600	27 483 (1)	60 145 (2)	38 868 (5)	3.158	1.751
126 400	29 627 (1)	60 152 (2)	41 899 (6)	3.280	1.825
127 200	29 984 (1)	60 154 (2)	42 404 (7)	3.300	1.838
127 400	30 073 (2)	60 154 (2)	42 530 (7)	3.306	1.841
127 600	30 133 (2)	60 221 (2)	42 614 (7)	1.317	2.507
127 800	30 206 (3)	60 257 (2)	42 718 (7)	2.267	2.785
131 200	31 739 (3)	60 229 (2)	44 886 (7)	1.346	2.588
134 000	32 989 (3)	60 234 (2)	46 653 (8)	1.396	2.645
136 000	33 882 (4)	60 239 (2)	47 916 (8)	1.432	2.685
139 200	35 310 (4)	60 245 (2)	49 935 (9)	1.493	2.753
140 600	35 934 (4)	60 248 (2)	50 819 (0)	1.522	2.784
147 400	38 969 (5)	60 264 (2)	55 110 (0)	1.662	2.936
150 200	40 218 (6)	60 270 (2)	56 877 (0)	1.718	3.000
158 600	41 983 (6)	64 722 (3)	59 373 (0)	1.796	3.089
160 800	42 442 (7)	65 896 (3)	60 022 (0)	1.816	3.113
172 400	44 913 (7)	71 971 (4)	63 517 (0)	1.922	3.239
172 800	45 000 (7)	72 177 (5)	63 640 (0)	1.925	3.243
184 000	47 425 (8)	77 954 (5)	67 069 (0)	2.025	3.369
186 400	47 956 (8)	79 166 (6)	67 820 (0)	2.047	3.397
195 600	49 982 (9)	83 838 (6)	70 684 (0)	2.216	3.503
196 800	50 025 (0)	83 940 (6)	70 747 (0)	2.136	3.517
200 000	50 964 (0)	86 040 (7)	72 074 (0)	2.162	3.555

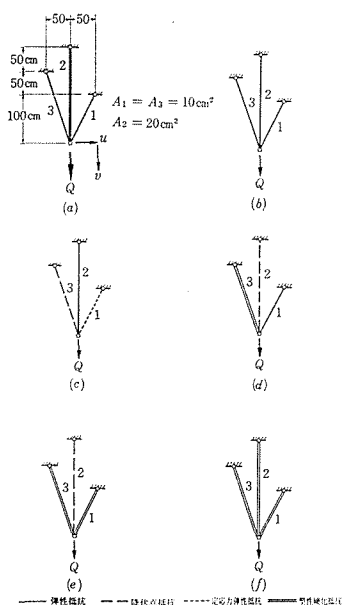


図-5. 3 本部材トラスの抵抗  
形態(Model 1 の場合).

図-5 (a)のトラスについて、垂直荷重  $Q$  を 0 から 200 000 kg まで漸増していったときの部材力  $F_1, F_2, F_3$  と節点変位  $u, v$  の数値とを表-3 に示す。ただし、表には各部材の応力度に Domain の変化があらわれる近辺の部分のみを示した。これらの中間部では 漸増荷重にともなう変化の状態は部材力も節点変位も、線型の性質を示している。以下、各種の系の解析に関する表の数値はすべてこの要領でまとめている。

図-6 (a)のグラフは、漸増荷重  $Q$  とこれによる各部材力の変化の状況である。荷重の線型的な増加にともなって、各部材力もすべての応力度が弾性領域内にある間は、線型の性質を示しているが、それぞれの部材応力が降伏点に達するたびに、以下に示すような抵抗形態を生ずる：

抵抗形態 A (図-5 (b)).

荷重  $Q$  が 88 400 kg 以下の段階では、各部材は、トラスの形状および部材の剛度に応じてきめられる一定の配分率で荷重を負担する。したがって、

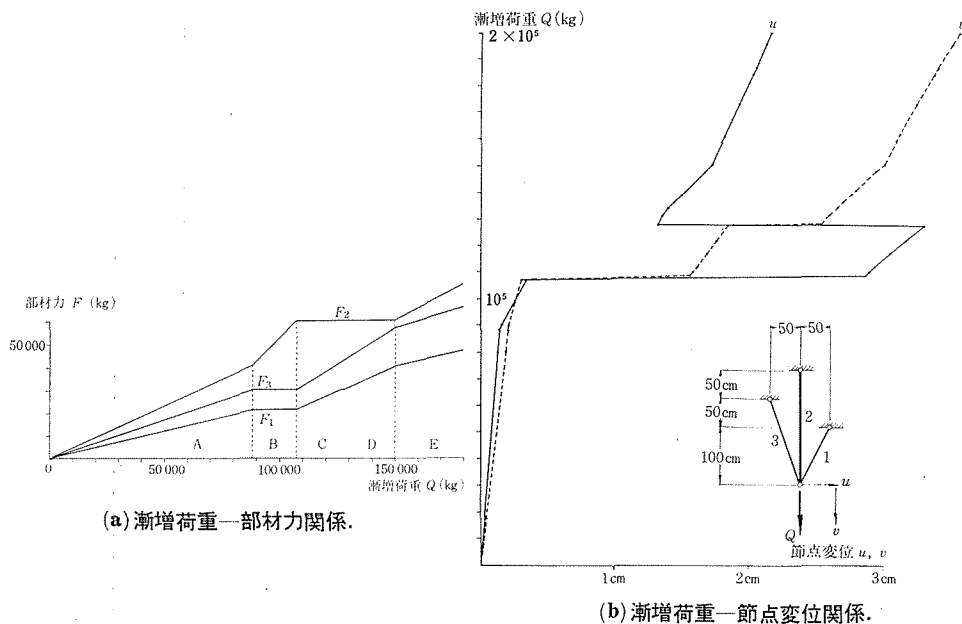


図-6. 3 本部材トラス (Model 1 の場合).

漸増荷重にともなう部材力の変化はすべて線型の性質を示す。図-5 (b) はこの状態におけるトラスの抵抗の姿である。各部材が実線で描かれているのは、すべて弾性抵抗の状態にあることを示す。

抵抗形態B (図-5 (c)).

漸増荷重  $Q$  が 88 400 kg に達すると、部材 (3) が Domain (2) に入り、降伏点抵抗の状態となる。その影響を受けて、部材 (1) は定応力弾性抵抗を示す。図-6 (a) の B の区間では、 $F_1$  と  $F_3$  のグラフが水平の状態を保っているのがそれである。この抵抗形態では、荷重の増加分はすべて部材 (2) が負担することになるので、図では  $F_2$  のグラフの勾配がこの区間で急激に増大している図-5 (c) において破線で示した部材は降伏点抵抗、点線で示した部材は定応力弾性抵抗の状態にあることをあらわしている。

抵抗形態C (図-5 (d)).

$Q = 107\,600$  kg で部材 (2) が降伏点抵抗に入る。この荷重段階までは部材 (3) も降伏点抵抗を続けて来ているために、この時点で構造自体としては一時的に不安定となるが、節点が大きく変位して部材 (3) がただちに塑性硬化領域に入るため、この荷重状態に対する抵抗形態が再現する。完全弾塑性理論によれば、この荷重に達したときトラスは崩壊することになる。図-6 (a) の区間Cでは、 $F_2$  のグラフが水平となり、これにかわって  $F_1$  と  $F_3$  のグラフに勾配がつく。これらは区間Aにおける勾配よりも急になっているのは言うまでもない。図-5 (d) では部材 (3) を2本の実線で描き、これが塑性硬化抵抗の状態にあることを示している。

抵抗形態D (図-5 (e)).

$Q = 127\,400$  kg で部材 (1) が降伏点応力に達する。ここで再び大きな節点変位を生じ、部材 (1) がただちに塑性硬化領域に入って抵抗体系が確立する。

表-3 では、 $Q = 127\,800$  kg に至ってようやく  $F_1$  が Domain (3) に入っているが、これは、漸増荷重のステップがいく分あらいために生ずる現象で、ステップをさらに細かくとることによってこの問題は解決される。

次に、部材 (1) と部材 (2) とは  $Q = 127\,400$  kg で同時に降伏点抵抗となる。いずれの部材が先に Domain (3) に入るかは、トラスの形状や部材の剛度によってきまってくるものである。

抵抗形態E (図-5 (f)).

$Q = 158\,600$  kg で部材 (2) が塑性硬化領域に入り、これ以後の荷重の増分は3本の部材に配分される。したがって図-6 (a) において、 $F_1$ 、 $F_3$  の勾配は、区間Eに入ってから区間Dにおけるものよりもゆるやかになっている。

節点変位.

図-6 (b) に漸増荷重と節点変位との関係をグラフで示す。実線が水平変位  $u$ 、破線が垂直変位  $v$  である。荷重  $Q$  が 88 400 kg をこえると、部材 (3) が Domain (2) に入るため、節点変位は特に水平方向に増加しやすくなる。 $Q = 107\,600$  kg で部材 (2) も Domain (2) に入るので、この瞬間に節点は大きく変位する。特に、水平変位  $u$  は右方向に大きく生ず

表-4. 3 本部材トラス (Model 2).

$Q$ kg	$F_1$ kg	$F_2$ kg	$F_3$ kg	$u$ cm	$v$ cm
10 000.0	2 409(1)	4 612(1)	3 408(1)	0.016	0.023
40 000.0	9 638(1)	18 449(1)	13 630(1)	0.064	0.092
50 000.0	12 047(1)	23 061(1)	17 038(1)	0.080	0.115
59 000.0	14 197(1)	27 254(1)	20 078(2)	0.095	0.136
62 500.0	14 826(1)	29 348(1)	20 967(2)	0.108	0.147
68 500.0	15 549(1)	33 732(1)	21 989(3)	0.143	0.169
70 000.0	15 659(1)	34 986(1)	22 145(4)	0.154	0.175
75 500.0	16 050(1)	39 611(1)	22 698(4)	0.195	0.198
76 000.0	16 086(1)	40 031(2)	22 749(4)	0.199	0.200
77 250.0	16 241(1)	40 934(2)	22 968(4)	0.216	0.209
78 500.0	16 341(1)	41 961(2)	23 109(5)	0.235	0.220
79 000.0	16 401(1)	42 327(3)	23 194(5)	0.248	0.227
81 000.0	16 650(1)	43 769(3)	23 547(5)	0.303	0.255
82 000.0	16 823(1)	44 383(4)	23 791(5)	0.340	0.275
83 000.0	17 018(1)	44 947(4)	24 067(6)	0.383	0.298
84 000.0	17 127(1)	45 704(4)	24 221(6)	0.442	0.328
84 500.0	17 190(1)	46 063(5)	24 310(6)	0.470	0.343
87 000.0	17 686(1)	47 452(5)	25 012(7)	0.691	0.456
88 000.0	17 809(1)	48 177(6)	25 186(7)	0.806	0.514
91 000.0	18 417(1)	49 819(6)	26 045(8)	1.352	0.791
91 500.0	18 489(1)	50 158(7)	26 147(8)	1.510	0.871
94 500.0	19 080(1)	51 836(7)	26 983(8)	2.578	1.408
95 000.0	19 148(1)	52 185(8)	27 079(9)	2.801	1.520
98 000.0	19 758(1)	53 821(8)	27 942(9)	5.009	2.628
98 500.0	19 836(1)	54 146(9)	28 052(0)	5.425	2.837
99 500.0	20 048(2)	54 672(9)	28 352(0)	6.959	3.605
100 000.0	20 146(2)	54 952(9)	28 491(0)	7.673	3.963

るため、部材(3)にはこの段階で、降伏点応力で変形すべき残りの変形量が全部与えられ、ただちに Domain(3) の塑性硬化領域に入って、抵抗形態Cが確立する。

次に、 $Q = 127\,400$  kg では、部材(1)と部材(2)とが Domain(2) に入っているため、節点は再び大きく変位する。垂直変位  $v$  は前と同様、下向きの正の方向であるが、水平変位  $u$  は今度は左向きの負の方向に生じている。これはこの系の構造からみて、部材(1)が大きく伸びることによって起こる現象である。ここで注目すべきことは、この荷重段階では  $u$  は  $v$  に比べて大きな値をもつため、部材(1)のほうにより大きな変形が与えられて抵抗形態Dが出現していることである。これが、部材(2)がもっと短かいような構造であれば、抵抗形態は別の様相を示す。

$Q = 158\,600$  kg で全部の部材応力が塑性硬化領域に入るため、変位の増加率は今までよりも減少し、これ以後は節点変位に急激な変動は生じない。

### 5-2-2. Model 2 の場合.

図-7(a)に示す系を、Diagram に Model 2 を用いて解析した結果の数値を表-4 に、漸増荷重と部材力、節点変位との関係のグラフを図-7(b), (c)に示す。

この計算に用いた応力-ひずみ曲線の特性は、応力度が  $2\,000\text{kg/cm}^2$  に至るまでは線型的な性質を有し、完全弾性体としてとり扱うことができるが、この値をこえると非線型となり、弾性係数は徐々に低下していく。ただし、曲線はなめらかな連続性を示す。

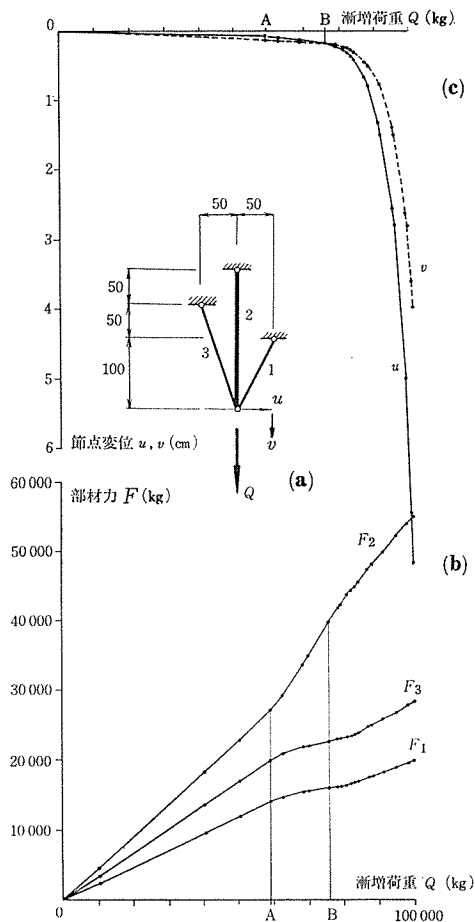


図-7. 3本部材トラス (Model 2 の場合).

図-7 (b), (c)において, 漸増荷重の軸上のA点は, 部材(3)が弾性限界をこえるときの荷重で  $Q = 59\,000$  kg, B点は部材(2)が弾性限界をこえるときの荷重で  $Q = 76\,000$  kg, また, 部材(1)が弾性限界をこえるときの荷重の値は,  $Q = 99\,500$  kg である.

図-7 (b)において,  $Q$  がA点に至るまではすべての部材応力は弾性限界以内にあるので, グラフは線型である. A点で部材が弾性限界をこえてからの荷重の増分に対しては, Model 2 の Diagram の上で, 弾性係数が徐々に低下していく傾向に対応して, 部材(3)の剛度も次第に低下していくために,  $F_3$  のグラフの勾配は荷重の漸増にともなって漸次減少していく状況が観察できる. また,  $F_3$  のこのような挙動の影響を受けて,  $F_1$  のグラフは弾性領域内にあっても  $F_3$  と同じ傾向の挙動を示している. このことは5-2-1で Diagram に Model 1 を用いた場合にも見られた傾向である. 部材(1), (3)への漸増荷重の配分率が減少していく分を負担して, 部材(2)への

それは増加するため,  $F_2$  のグラフの勾配の変化は,  $F_1$ ,  $F_3$  のグラフの場合とは逆の傾向を示す.

漸増荷重の値がB点に至ると部材(2)が弾性限界をこえるために, グラフの勾配の変化の状況はA~B間におけるものとは逆の姿を示す.

図-7 (c)のグラフにおいて, 実線は節点の水平変位  $u$  を, 破線は垂直変位  $v$  をあらわす. 漸増荷重  $Q$  の座標軸上のO A間では, すべての部材応力は弾性領域内にあり, 節点変位は垂直変位のほうが水平変位よりもいく分大きく生ずる傾向を示している. 漸増荷重のA点からは, 部材(3)が弾性限度をこえて伸びやすくなる. そのために, この点以上の漸増荷重に対しては, 水平変位の増分のほうが垂直変位のそれよりも大きくあらわれるようになる. この傾向は, B点で部材(2)が弾性限度をこえ, さらに部材(1)が弾性限度をこえるたびごとに強くなっていく. 前節で Diagram に Model 1 を用いたときには, 部材(1)

が降伏点に達すると、節点の水平変位は急速に負の方向に大きく生じたが、ここで用いた Diagram の形状は、連続性のよい曲線なので、かえって正の側に大きく生ずる結果となっている。これらのグラフの全体の形状は、計算に用いた応力-ひずみ曲線のそれと同一の特性を示している。

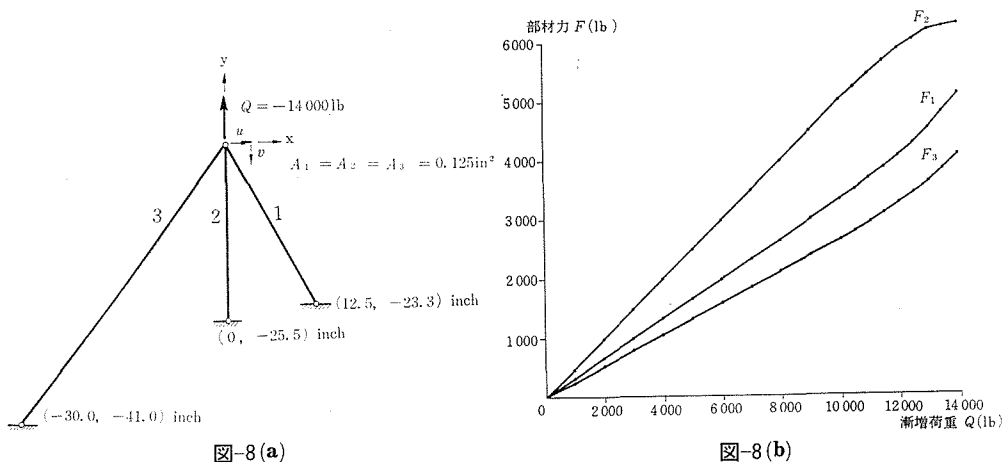


表-5. 3 本 部 材 ト ラ ス (Model 3).

Q lb	u in	v in	F <sub>1</sub> lb	F <sub>2</sub> lb	F <sub>3</sub> lb
500	0.002	-0.005	164 (1)	249 (1)	132 (1)
1000	0.004	-0.010	329 (1)	498 (1)	263 (1)
1500	0.006	-0.014	493 (1)	747 (1)	395 (1)
2000	0.008	-0.019	657 (1)	996 (1)	526 (1)
2500	0.010	-0.024	822 (1)	1 245 (1)	658 (1)
3000	0.012	-0.029	986 (1)	1 494 (1)	789 (1)
3500	0.014	-0.034	1 150 (1)	1 743 (1)	921 (1)
4000	0.016	-0.039	1 315 (1)	1 992 (1)	1 053 (1)
4500	0.018	-0.043	1 479 (1)	2 241 (1)	1 184 (1)
5000	0.020	-0.048	1 644 (1)	2 490 (1)	1 316 (1)
5500	0.022	-0.053	1 808 (1)	2 739 (1)	1 447 (1)
6000	0.024	-0.058	1 972 (1)	2 988 (1)	1 579 (1)
6500	0.026	-0.063	2 137 (1)	3 237 (1)	1 710 (1)
7000	0.028	-0.068	2 301 (1)	3 486 (1)	1 842 (1)
7500	0.030	-0.072	2 465 (1)	3 735 (1)	1 974 (1)
8000	0.032	-0.077	2 630 (1)	3 984 (1)	2 105 (1)
8500	0.034	-0.082	2 794 (1)	4 233 (1)	2 237 (1)
9000	0.036	-0.087	2 958 (1)	4 482 (1)	2 368 (1)
9500	0.038	-0.092	3 213 (1)	4 731 (1)	2 500 (1)
10000	0.040	-0.097	3 287 (1)	4 980 (1)	2 632 (1)
10500	0.042	-0.102	3 468 (1)	5 203 (2)	2 777 (1)
11000	0.045	-0.107	3 651 (1)	5 424 (2)	2 923 (1)
11500	0.047	-0.113	3 834 (1)	5 645 (3)	3 069 (1)
12000	0.049	-0.119	4 042 (1)	5 827 (3)	3 236 (1)
12500	0.052	-0.125	4 254 (1)	6 002 (4)	3 406 (1)
13000	0.055	-0.132	4 486 (1)	6 148 (5)	3 592 (1)
13500	0.058	-0.140	4 766 (1)	6 221 (7)	3 815 (1)
14000	0.062	-0.149	5 070 (2)	6 256 (8)	4 059 (1)

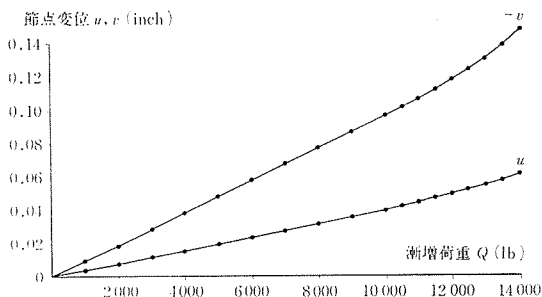


図-8(c)

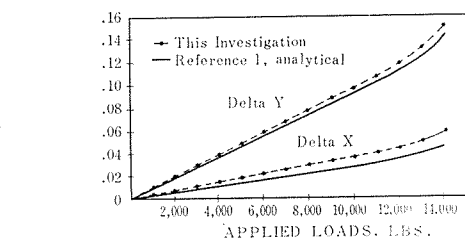
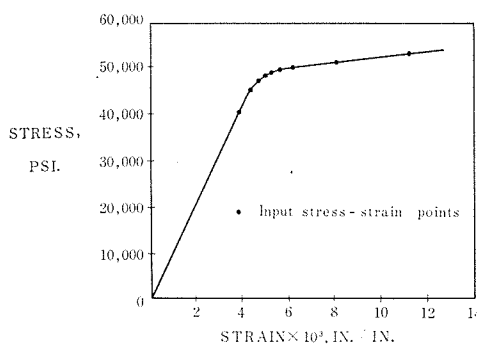
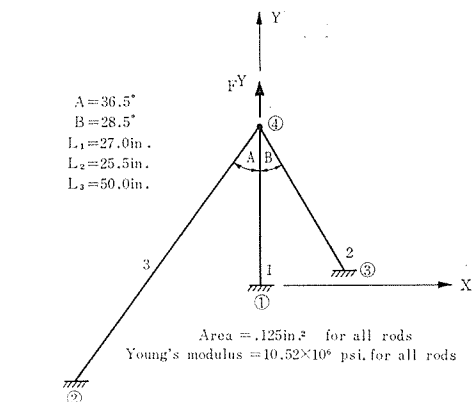


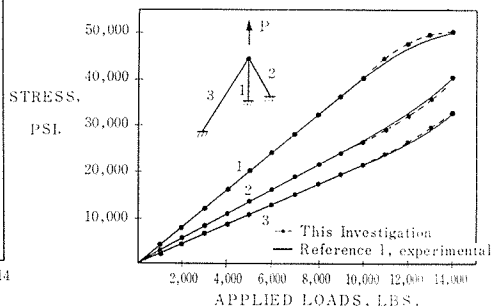
図-8(d)

上記の文献では計算に用いた数値が得がたいので、図上で測定した数値を用いている。数値計算の結果を表-5に、そのグラフを図-8(b), (c)に示した。また、図-8(d)は上記の文献の図を複写したものである。

図-8(b)は漸増荷重と部材力との関係である。この系では、部材(2)への荷重の配分率が最も多く、 $Q = 10\,500\text{ lb}$ で非線型領域に入る。そしてこれ以後は徐々にグラフの勾配が減少し、下向きの曲線形状となる。部材(2)の荷重負担率の減少を補って、 $F_1$ と $F_2$

### 5-2-3. Model 3 の場合.

図-1(c)の Model 3の Diagram はアルミ合金の特性を示したもので PSI 単位で与えられている。また、これを用いて解析した系を図-8に示すが、その寸法の単位は inch である。これは、文献4)に示された数値計算例と本法とを比較するために採用したものである。ただし、



のグラフは共に上向きの曲線となっている。

図-8 (c)は漸増荷重と節点変位の関係を示すグラフである。 $Q = 10\,500\text{ lb}$ 以上になると、変位の増加率が水平、垂直方向共に大きくなっていく傾向がみられる。

以上のグラフを図-8 (d)の対応するものと対比してみて、非常によく一致していることがわかる。

### 5-3. 5本部材トラス.

図-9 (a)は5本の部材が1つの節点でピン結合され、他端がそれぞれの固定ヒンジに結合されているトラスである。ピン結合節点に水平荷重 $P$ をかけ、この値を漸増していったときの各部材力と節点変位との値を表-6に示す。( )内の数字は各部材応力の Domain

表-6. 5 本 部 材 ト ラ ス.

$P\text{ kg}$	$F_1\text{ kg}$	$F_2\text{ kg}$	$F_3\text{ kg}$	$F_4\text{ kg}$	$F_5\text{ kg}$	$u\text{ cm}$	$v\text{ cm}$
101 000	-37 100 (1)	-43 257 (1)	15 030 (1)	29 877 (1)	11 251 (1)	0.149	0.041
101 500	-37 284 (1)	-43 471 (1)	15 105 (1)	30 025 (2)	11 307 (1)	0.150	0.041
120 000	-46 945 (1)	-54 736 (1)	19 019 (1)	30 004 (2)	14 237 (1)	0.189	0.052
129 000	-51 639 (1)	-60 209 (2)	20 921 (1)	30 006 (2)	15 661 (1)	0.208	0.057
140 000	-54 163 (1)	-60 015 (2)	25 726 (1)	30 011 (2)	22 079 (1)	0.264	0.037
150 000	-56 547 (1)	-60 029 (2)	30 026 (2)	30 016 (2)	27 785 (1)	0.314	0.019
152 500	-57 963 (1)	-60 034 (2)	30 001 (2)	30 018 (2)	30 051 (2)	0.335	0.014
153 000	-58 213 (1)	-60 354 (3)	30 044 (2)	30 125 (2)	30 066 (2)	1.126	-0.380
155 000	-59 737 (1)	-62 291 (3)	30 034 (2)	30 099 (2)	30 049 (2)	1.138	-0.382
155 500	-60 071 (2)	-62 715 (3)	30 052 (2)	30 129 (2)	30 054 (2)	1.142	-0.383
155 600	-60 119 (2)	-62 778 (3)	30 063 (2)	30 149 (3)	30 057 (2)	1.503	-0.021
156 000	-60 088 (2)	-62 738 (3)	30 056 (2)	30 599 (3)	30 055 (2)	1.509	-0.015
157 000	-60 093 (2)	-62 744 (3)	30 057 (2)	31 591 (3)	30 055 (2)	1.529	-0.004
158 500	-60 100 (2)	-62 754 (3)	30 059 (2)	38 080 (4)	30 056 (2)	1.559	0.034
159 000	-60 103 (2)	-62 757 (3)	30 059 (2)	33 575 (4)	30 056 (2)	1.569	0.044
161 500	-60 115 (2)	-62 773 (3)	30 062 (2)	36 055 (5)	30 057 (2)	1.621	0.096
162 000	-60 118 (2)	-62 776 (3)	30 063 (2)	36 551 (5)	30 057 (2)	1.632	0.107
164 500	-60 131 (2)	-62 793 (3)	30 066 (2)	39 029 (6)	30 058 (2)	1.686	0.160
167 500	-60 147 (2)	-62 814 (3)	30 070 (2)	42 002 (7)	30 059 (2)	1.742	0.217
170 600	-60 164 (2)	-62 837 (3)	30 074 (2)	45 073 (8)	30 060 (2)	1.826	0.301
173 600	-60 182 (2)	-62 860 (3)	30 079 (2)	48 044 (9)	30 062 (2)	1.901	0.375
176 000	-60 197 (2)	-62 880 (3)	30 083 (2)	50 419 (0)	30 062 (2)	1.964	0.438
185 000	-60 256 (2)	-62 956 (3)	30 097 (2)	59 321 (0)	30 066 (2)	2.211	0.684
187 500	-60 491 (3)	-63 254 (3)	30 101 (2)	61 501 (0)	30 067 (2)	2.272	0.742
190 000	-61 776 (3)	-64 878 (3)	30 102 (2)	62 276 (0)	30 068 (2)	2.293	0.747
192 000	-62 802 (3)	-66 177 (4)	30 103 (2)	62 898 (0)	30 069 (2)	2.311	0.751
198 500	-66 120 (4)	-70 373 (4)	30 105 (2)	64 942 (0)	30 071 (2)	2.367	0.764
201 500	-67 639 (4)	-72 294 (5)	30 107 (2)	65 902 (0)	30 072 (2)	2.394	0.771
210 500	-72 172 (5)	-78 026 (6)	30 111 (2)	68 816 (0)	30 075 (2)	2.475	0.790
220 500	-77 135 (5)	-84 303 (7)	30 115 (2)	72 150 (0)	30 079 (2)	2.568	0.811
222 500	-78 120 (6)	-85 548 (7)	30 116 (2)	72 827 (0)	30 079 (2)	2.586	0.815
230 000	-81 785 (6)	-90 183 (8)	30 120 (2)	75 405 (0)	30 082 (2)	2.658	0.831
235 000	-84 206 (7)	-93 245 (8)	30 122 (2)	77 153 (0)	30 084 (2)	2.707	0.841
240 000	-86 608 (7)	-96 283 (9)	30 125 (2)	78 927 (0)	30 086 (2)	2.756	0.852
246 500	-89 703 (7)	-100 196 (0)	30 128 (2)	81 271 (0)	30 089 (2)	2.821	0.866
247 500	-90 172 (8)	-100 790 (0)	30 128 (2)	81 640 (0)	30 089 (2)	2.831	0.868
260 000	-96 014 (9)	-108 178 (0)	30 135 (2)	86 293 (0)	30 094 (2)	2.960	0.895
270 000	-99 434 (9)	-113 178 (0)	32 110 (3)	89 310 (0)	30 100 (2)	3.044	0.909
290 000	-106 162 (0)	-123 065 (0)	36 138 (5)	95 396 (0)	30 104 (2)	3.213	0.941
300 000	-109 569 (0)	-128 036 (0)	38 077 (5)	98 473 (0)	30 108 (2)	3.299	0.957



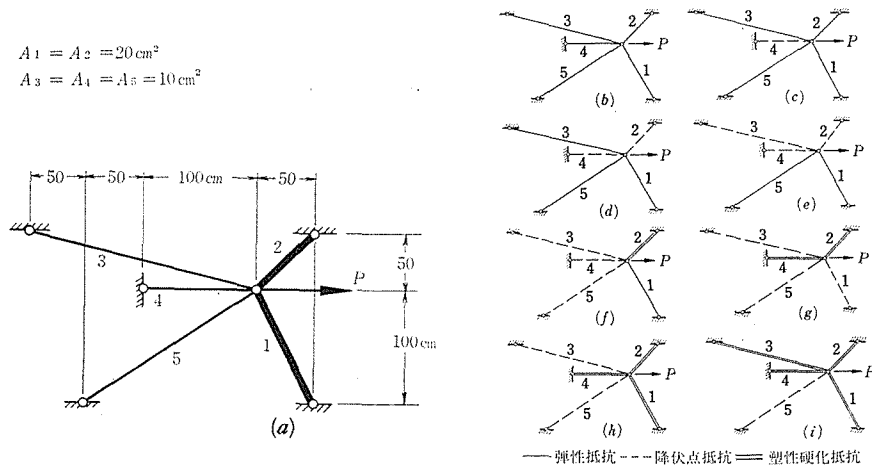


図-9. 5本部材トラス (抵抗形態).

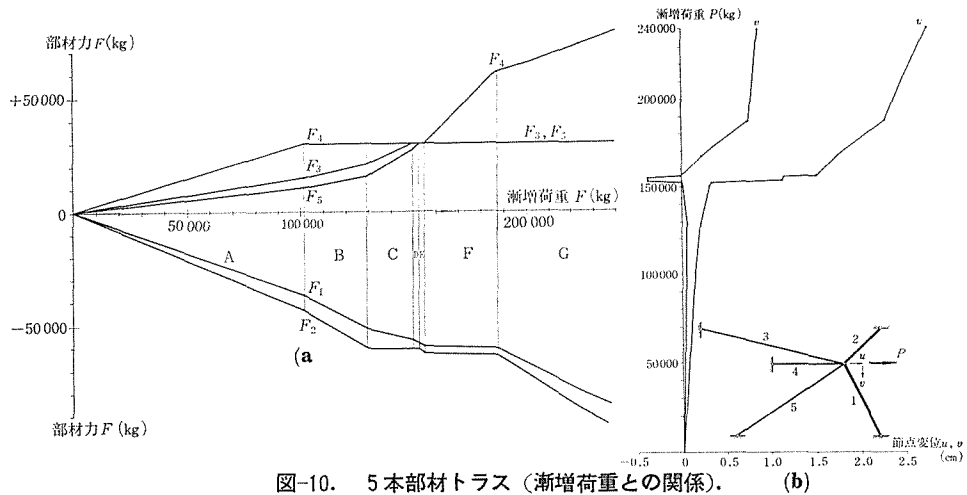


図-10. 5本部材トラス (漸増荷重との関係).

をあらわす。図-10(a)のグラフは表-6における漸増荷重と部材力との関係を示す、この計算例も Diagram に Model 1 を用いたものであるから、各部材の降伏点抵抗の際の大きな変形の影響で、図-9(b)~(i)に示すような抵抗形態を生ずる。

#### 抵抗形態A.

全部の部材応力が弾性領域内にあるため、荷重はトラスの幾何学的な諸量および弾性係数によって定められる一定の割合をもって各部材に配分される。図-9(b)と図-10(a)の区間Aにこれを示す。

#### 抵抗形態B.

$P = 101\,500 \text{ kg}$  で部材(4)が降伏点抵抗に入る。図-10(a)の区間Bでは、他の4本の部材のグラフの勾配が、前の抵抗形態Aにおけるときよりも急になって荷重の増加分を負担している。

抵抗形態C.

$P = 129\,000\text{ kg}$  で部材(2)が降伏点抵抗に入る. 漸増荷重の増加分は他の3本の部材が負担する(図-9(d)). ただし, 図-10(a)の区間Cにみるように, 部材(2)が降伏点抵抗に入ることにより, 抵抗形態Bにおけるような, 2本の圧縮材が抵抗の主体をなす形態はくずされ, 部材(1)のグラフの勾配は非常にゆるくなっている.

抵抗形態D.

部材(3)が降伏点抵抗に入り, 荷重の増分は部材(1)と部材(5)だけで負担することになり, 図-10(a)の区間Dでは両者のグラフの勾配は急増している.

抵抗形態E.

部材(5)が降伏点抵抗に達するため, 構造自体としては一時的に不安定となるが, 節点が大きく変位してただちに部材(2)が塑性硬化領域に入り, 部材(1)と共に2本の圧縮材による抵抗体系がつくられる(図-9(f)).

抵抗形態F.

部材(1)が降伏点抵抗に入るため一時的な不安定構造となるが, 節点の大変位により部材(4)が塑性硬化領域に入って抵抗体系が確立する. 部材(4)は荷重の方向と一致した向きをもっているため, 図-10(a)の区間Fにみるように, 荷重増分のほとんどがこの部材で負担され, 部材(2)への配分はきわめて微小である.

抵抗形態G.

$P = 187\,500\text{ kg}$  で部材(1)が部材(3)や部材(5)よりも先に塑性硬化領域に入る. そのために, 部材(1)と部材(2)とによる圧縮側の抵抗体系も確立する(図-9(h)).

抵抗形態H.

部材(3)と部材(5)は漸増荷重  $P \rightleftharpoons 150\,000\text{ kg}$  以上では, 降伏点抵抗の状態にあり, 荷重の増分は他の3本の部材が負担して来たが,  $P = 270\,000\text{ kg}$  に至って部材(3)が塑性硬化抵抗に入る. その形態を図-9(i)に示す.

節点変位.

図-10(b)に5本の部材がピン結合される節点の水平変位  $u$ , 垂直変位  $v$  のグラフを示す. 抵抗形態Dまでは部材(4), (2), (3)が順次に降伏点抵抗に入り, それ以後の荷重の増分を負担せずに大きく変形しやすい状態になるが, 系全体としては3本の部材が除外されても不安定構造にはならないため, 節点変位の増加率は, 抵抗形態の変化とともに徐々に増加していく状況がみられる.

$P = 152\,500\text{ kg}$  に至ると部材(5)が降伏点応力に達するため, 構造自体が非常に変形しやすいいわゆる一時的な不安定構造になる. この時点で抵抗できるのは, 部材(1)だけで, 荷重の増分によってこの部材がひきおこされるような状態となり, 節点は上方向と右方向に大きく変位する. このような変位は部材(2)に大きなひずみを与える結果となり, これがただちに塑性硬化抵抗に入り, 抵抗形態Eが確立する.

次に, 上記の状態から部材(1)が降伏点応力に達すると, 再び系としては変形しやすい条件となる. ここで荷重増分に対して抵抗できるのは, 部材(2)のみとなり, 節点は下方

向と右方向に大きく変位する。結果として部材(4)に最も大きいひずみを与えることになり、これが塑性硬化領域に入って抵抗形態 $F$ が確立する。この形態では、荷重の増分の全量を部材(4)が直接負担する結果となるため、抵抗形態 $F$ において部材(4)の応力度はDomain (3) からDomain (10) まで変化する。したがって、水平変位 $u$ のグラフは、計算に用いた応力-ひずみ曲線の塑性硬化領域の形状とほぼ同一の形状を示している。垂直変位 $v$ もこれと同様な形状を示すのは、部材(2)が抵抗していることによる現象である。

表-7. 2パネルピン結合トラス (部材力 kg)。

$Q$	$F_1=F_4=F_9=F_{11}$	$F_2=F_7$	$F_3=F_{10}$	$F_5=F_8$	$F_6$
66 000	-18 048 (1)	14 951 (1)	25 524 (1)	-21 145 (1)	29 903 (1)
66 500	-18 250 (1)	15 000 (1)	25 809 (1)	-21 213 (1)	30 000 (2)
72 250	-21 121 (1)	15 003 (1)	29 870 (1)	-21 218 (1)	30 007 (2)
72 500	-21 246 (1)	15 004 (1)	30 047 (2)	-21 219 (1)	30 007 (2)
75 500	-21 261 (1)	16 489 (1)	30 068 (2)	-23 319 (1)	32 977 (3)
78 500	-21 264 (1)	17 986 (1)	30 073 (2)	-25 435 (1)	35 971 (4)
81 500	-21 268 (1)	19 482 (1)	30 077 (2)	-27 552 (1)	38 964 (5)
84 500	-21 271 (1)	20 979 (1)	30 082 (2)	-29 968 (1)	41 958 (6)
85 000	-21 272 (1)	21 228 (1)	30 083 (2)	-30 021 (2)	42 456 (7)
89 000	-23 245 (1)	21 225 (1)	32 874 (3)	-30 058 (2)	42 509 (7)
93 250	-25 365 (1)	21 259 (1)	35 872 (4)	-30 066 (2)	42 519 (7)
97 500	-27 485 (1)	21 265 (1)	38 870 (5)	-30 073 (2)	42 530 (7)
100 000	-28 732 (1)	21 268 (1)	40 633 (6)	-30 078 (2)	42 537 (7)
101 750	-29 604 (1)	21 271 (1)	41 867 (6)	-30 081 (2)	42 541 (7)
102 500	-29 978 (1)	21 272 (1)	42 396 (7)	-30 083 (2)	42 543 (7)
102 750	-30 103 (2)	21 272 (1)	42 572 (7)	-30 083 (2)	42 544 (7)
105 000	-30 058 (2)	22 442 (1)	42 509 (7)	-31 737 (3)	44 883 (7)
106 750	-30 063 (2)	23 312 (1)	42 516 (7)	-32 968 (3)	46 624 (8)
108 000	-30 067 (2)	23 933 (1)	42 521 (7)	-33 847 (4)	47 867 (8)
110 000	-30 072 (2)	24 928 (1)	42 529 (7)	-35 253 (4)	49 885 (9)
111 000	-30 075 (2)	25 425 (1)	42 533 (7)	-35 956 (4)	50 849 (9)
115 250	-30 088 (2)	27 537 (1)	42 551 (7)	-38 943 (5)	55 073 (0)
119 500	-30 101 (2)	29 649 (1)	42 570 (7)	-41 929 (6)	59 297 (0)
120 000	-30 103 (2)	29 897 (1)	42 572 (7)	-42 281 (7)	59 794 (0)
120 250	-30 104 (2)	30 021 (2)	42 573 (7)	-42 456 (7)	60 042 (0)
123 750	-31 795 (3)	30 079 (2)	44 965 (7)	-42 539 (7)	60 159 (0)
126 000	-32 908 (3)	30 092 (2)	46 539 (8)	-42 556 (7)	60 184 (0)
128 000	-33 897 (3)	30 103 (2)	47 939 (8)	-42 572 (7)	60 206 (0)
130 750	-35 257 (4)	30 012 (2)	49 860 (9)	-42 594 (7)	60 237 (0)
132 250	-35 998 (4)	30 127 (2)	50 909 (9)	-42 606 (7)	60 254 (0)
133 500	-36 615 (5)	30 135 (2)	51 782 (0)	-42 617 (7)	60 269 (0)
136 000	-37 302 (5)	30 698 (3)	52 754 (0)	-43 413 (7)	61 395 (0)
140 000	-38 381 (5)	31 619 (3)	54 279 (0)	-44 716 (7)	63 238 (0)
142 000	-38 924 (5)	32 076 (3)	55 046 (0)	-45 362 (8)	64 153 (0)
146 000	-40 007 (6)	32 993 (3)	56 578 (0)	-46 660 (8)	65 987 (0)
150 000	-41 092 (6)	33 908 (4)	58 112 (0)	-47 954 (8)	67 817 (0)
153 000	-41 914 (6)	34 586 (4)	59 276 (0)	-48 911 (9)	69 171 (0)
156 000	-42 732 (7)	35 268 (4)	60 432 (0)	-49 877 (9)	70 536 (0)
159 000	-43 557 (7)	35 943 (4)	61 599 (0)	-50 831 (0)	71 886 (0)
164 000	-44 939 (7)	37 061 (5)	63 553 (0)	-52 413 (0)	74 122 (0)
172 000	-47 131 (8)	38 869 (5)	66 653 (0)	-54 969 (0)	77 738 (0)
175 000	-47 955 (8)	39 545 (6)	67 818 (0)	-55 925 (0)	79 090 (0)
182 000	-49 861 (9)	41 139 (6)	70 514 (0)	-58 179 (0)	82 278 (0)
185 000	-50 671 (0)	41 829 (6)	71 660 (0)	-59 155 (0)	83 658 (0)
198 000	-54 185 (0)	44 815 (7)	76 630 (0)	-63 377 (0)	89 629 (0)
200 000	-54 727 (0)	45 273 (8)	77 396 (0)	-64 025 (0)	90 545 (0)

表-8. 2 パネルピン結合トラス (節点変位).

$Q$ kg	$u_2$ cm	$v_3$ cm	$v_4$ cm
66 000	0.330	0.871	0.572
66 500	0.332	0.881	0.574
72 250	0.361	1.020	0.574
72 500	0.362	1.026	0.574
73 000	0.365	3.597	0.584
74 000	0.370	3.656	0.603
76 000	0.380	3.775	0.641
79 000	0.395	3.958	0.698
82 000	0.410	4.147	0.755
85 000	0.425	4.340	0.813
85 500	0.427	6.452	2.921
90 000	0.450	6.752	3.222
96 000	0.480	7.171	3.640
100 000	0.500	7.463	3.931
102 750	0.514	7.669	4.137
103 250	1.589	9.806	6.245
104 000	1.633	9.888	6.291
105 000	1.692	9.996	6.353
110 000	1.999	10.563	6.666
120 000	2.659	11.787	7.339
120 500	5.600	13.783	9.312
121 000	4.618	13.136	8.668
124 000	4.993	13.455	8.985
133 750	6.295	14.570	10.095
136 000	6.319	14.707	10.170
140 000	6.402	14.971	10.331
160 000	6.840	16.328	11.183
180 000	7.315	17.740	12.093
200 000	7.830	19.187	13.030

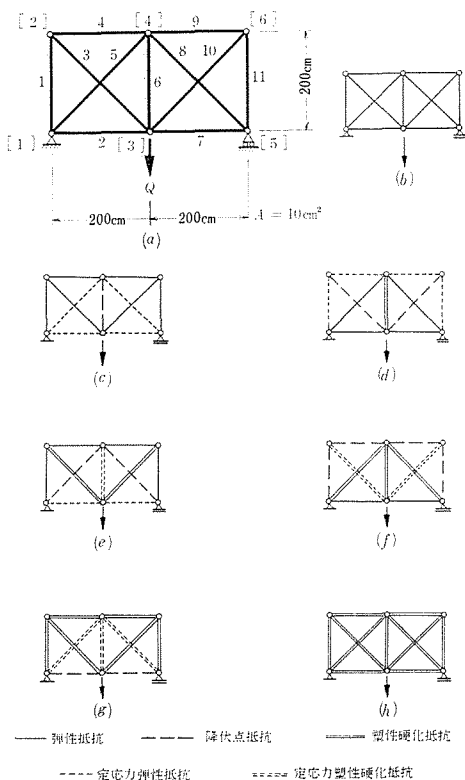


図-11. 2 パネルピン結合トラスの抵抗形態.

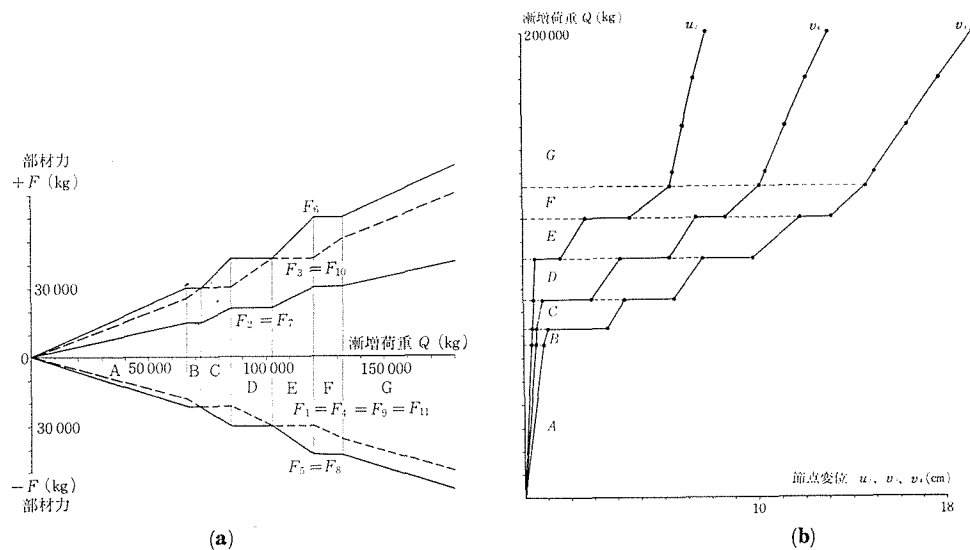


図-12. 2 パネル ピン結合トラス (漸増荷重との関係).

部材(1)が塑性硬化領域に入れば、部材(2)、部材(4)と組み合わされた抵抗形態ができるので、節点変位の抵抗の度合も増加し、グラフはほぼ直線形状となる。

#### 5-4. 2 パネル ピン結合トラス.

図-11(a)に11本の部材で形成される2パネルのピン結合鋼製トラスの形状と載荷状態を示す。荷重  $Q$  を 0 から 200 000 kg まで漸増していったときの部材力と節点変位の値について、代表的な部分を表-7、表-8に示す。荷重の漸増にともなって、この系ではAからGまで7種類の抵抗形態が生ずる。

##### 抵抗形態A.

すべての部材の応力度は降伏点以下にあって外力に抵抗する。この段階では漸増荷重と各部材力との関係は直線比例をなす(図-11(b), 図-12(a)区間A)。

##### 抵抗形態B.

引張部材(6)が降伏点抵抗に入る。その影響で引張部材(2)、(7)と圧縮部材(5)、(8)が定応力弾性抵抗を示し、これら5本の部材はこの段階においては漸増荷重の増分を負担しなくなる。増分は、引張材(3)、(10)と圧縮材(1)、(4)、(9)、(11)が受け持つため、これらの部材のグラフの勾配は増大する(図-13(a)区間B)。このような系の抵抗の状況を図-11(c)に示す。これを構造的にみるならば、部材(6)、(2)、(7)、(5)、(8)によって形成される山型トラスは、部材(6)が降伏点応力に達した時点でトラスとしての機能を失ってしまうため、これに関与する部材(2)、(7)、(5)、(8)は定応力弾性抵抗の状態に入る。その結果、荷重の増分は残りの部材(3)、(10)、(1)、(4)、(9)、(11)によって形成される一時的なトラスによって負担される。このトラスは、図-11(a)に示すような載荷条件に対して安定である。

##### 抵抗形態C.

抵抗形態Bにおいて、引張材(3)、(10)が降伏点応力に達すると、この系は一時的に不安定となり、載荷点の節点が下方に大きな変位を生ずる。そして部材(6)がただちに塑性硬化領域に入る。その結果、荷重の増分を負担する部材のグループは、この段階で抵抗形態Bにおける部材のグループと入れかわって、図-11(d)のような抵抗形態Cを生ずる。ここで、応力-ひずみ曲線の形状を完全弾塑性体として扱い、ひずみ硬化の影響を無視して解析を行なう場合には、部材(3)、(10)が降伏点応力に達したときに、このトラスは崩壊することになる。そのときの荷重の値は、表-8から  $Q = 72\,500\text{ kg}$  である。

##### 抵抗形態D.

圧縮部材(5)、(8)が降伏点応力に達すると、図-11(d)の抵抗形態は不安定となり、節点[3]、[4]が下方に大きく変位する。その結果、部材(3)、(10)がただちに塑性硬化領域に入って図-11(e)の抵抗形態が生ずる。ここでは部材(6)は定応力塑性硬化抵抗を、部材(2)、(7)は定応力弾性抵抗を示す。

##### 抵抗形態E.

圧縮部材(1)、(4)、(9)、(11)が降伏点応力に達すると、ただちに部材(5)、(8)が塑性

硬化抵抗に入り、図-11(f)に示す抵抗形態となる。部材(3)、(10)は定応力塑性硬化抵抗を示す。

#### 抵抗形態F.

部材(2)、(7)が降伏点応力に達すると、部材(1)、(4)、(9)、(11)が塑性硬化領域に入って、図-11(g)の抵抗形態となる。ここでは、部材(6)、(5)、(8)は定応力塑性硬化抵抗である。

#### 抵抗形態G.

部材(2)、(7)が塑性硬化抵抗に入ると、図-11(h)に示すように、全部の部材が塑性硬化抵抗の状態となり、外力の増分は抵抗形態Aにおけると同様に部材全体に配分される。このことを図-12(a)についてみれば、区間Gにおける各部材力のグラフの勾配は、区間(B)～(F)において荷重の増分を負担している場合の勾配よりもゆるやかになっている。

#### 節点変位.

図-12(b)に漸増荷重と節点[2]の水平変位、節点[3]、[4]の垂直変位との関係をグラフで示す。

$Q \rightleftharpoons 66\,500\text{ kg}$  で部材(6)が降伏点応力に達し、抵抗形態Bとなるので、節点[3]の垂直変位は前よりも増加しやすくなる。一方、節点[4]の垂直変位はこの区間では表-8からも明らかなように、この段階では荷重増分によって増加せずに一定値を示している。これは、本例題が微小変位理論で解析されているため、抵抗形態Bにおいては、部材(4)と部材(9)とは常に一直線上にあって、一本の圧縮材として作用しなければならないことと、引張材(3)、(10)が大きな伸びを生じやすい条件下にあることとによる。

$Q \rightleftharpoons 72\,500\text{ kg}$  で部材(3)、(10)が降伏点応力に達するため、節点[3]はこれ以上の荷重の増加がなくても大きく変位できる条件におかれ、下方に生ずる大きな変位によって部材(6)が塑性硬化抵抗に入って抵抗形態Cを生ずる。

$Q \rightleftharpoons 85\,000\text{ kg}$  に達すると、圧縮材(5)と(8)が降伏点応力となるので、節点[3]と節点[4]とは下方に大きく変位する。この変位は部材(3)、(10)に大きなひずみを与える結果となり、これらの部材が塑性硬化領域に入って抵抗形態Dとなる。

$Q \rightleftharpoons 102\,750\text{ kg}$  で圧縮材(1)、(4)、(9)、(11)が同時に降伏点応力に達する。この時点に至るまでの抵抗形態との関連で、これは系の全部の節点に大きな変位を与えうる条件になる。図-12(b)に示すように、ここでは節点[2]の水平変位、節点[3]、[4]の垂直変位がともに大きくあらわれている。これらの変位は部材(5)、(8)を塑性硬化領域に到達せしめる結果となり、抵抗形態Eが生ずる。

$Q \rightleftharpoons 120\,250\text{ kg}$  で部材(2)、(7)が降伏点応力に達する。この時点での部材(1)、(4)、(9)、(11)のひずみはまだ塑性硬化領域に達していないので、節点[2]、[3]、[4]に大きな変位があらわれ、これらの部材がただちに塑性硬化領域に入って抵抗形態Fとなる。

$Q \rightleftharpoons 136\,000\text{ kg}$  からは部材(2)、(7)が塑性硬化領域に入るため、以後は全部の部材に荷重の増分が配分され、図-11(h)に示すような抵抗形態となる。図-12(b)ではこの領域に入ってからそれぞれの節点変位のグラフは、手前の領域の場合よりも勾配が急になり、その形状は計算に用いた応力-ひずみ曲線の塑性硬化領域と同一の特性を示す。

### 5-5. 3 パネル ワーレントラス.

図-13(a)は3パネルの鋼製ワーレントラスである. 節点[3]に垂直荷重  $Q$  をかけ, これを漸増していったときの部材力と節点変位の値を表-9に示す. また, 図-13(b), (c), (d), (e)には荷重漸増にともなって出現する抵抗形態の姿を, 図-14(a), (b)には部材力と節点変位の変化の状況をグラフで示した.

この系でも, 降伏点応力における部材の大きなひずみの影響によって, 図-13(b), (c), (d), (e)に示すように4種の抵抗形態があらわれる. 5-1の2本部材トラスの解析でもみられた現象であるが, 静定トラスにおいては, それぞれの部材応力が降伏点に達しても, 微小変位理論で解析を進めていく限り, 漸増荷重の増分に対する部材力の増加率は, 途中で変化することなく一定値を示す(図-14(a)). このことは, 系全体としてみた場合に, 1本たりとも部材が欠ければ, 力学系として存在し得ないという静定トラスの特性に起因するものである. したがってこのような系では, 1本の部材応力が降伏点に達するたびに, 系の全部の節点が大きく変位し, その部材のひずみをただちに塑性硬化領域まで到達せしめて系としての抵抗体系を確立するという特性を持っている. 図-14の(a)図と(b)図とを対比してみると, 以上の状況が観察できる.

最後に, 分割荷重のステップのとり方に関する考察を述べる.

表-10は漸増荷重法によって図-13(a)のワーレントラスを解析した結果の一部である. ここでは部材力  $F_3$  が降伏点応力に達してからの節点変位  $v_3$  の挙動に注目する. A欄はス

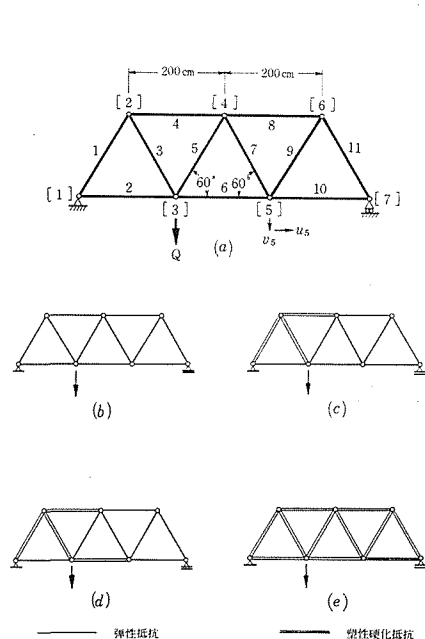


図-13. 3 パネル ワーレントラス.

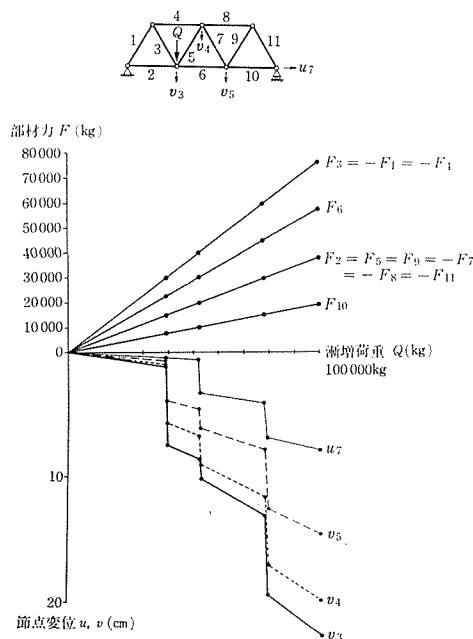


図-14. 漸増荷重との関係.

表-9. 3 パネルワーレントラス.

$Q$ kg	$F_2=F_3=F_9$ $=-F_7=-F_8$ $=-F_{11}$ kg	$F_3=-F_1$ $=-F_4$ kg	$F_6$ kg	$F_{10}$ kg	$v_3$ cm	$v_4$ cm	$v_5$ cm	$u_7$ cm
30 000	11 547 (1)	23 094 (1)	17 321 (1)	5 774 (1)	0.911	0.800	0.589	0.346
39 000	15 011 (1)	30 022 (1)	22 152 (1)	7 505 (1)	1.184	1.040	0.766	0.450
39 500	15 204 (1)	30 407 (3)	22 805 (1)	7 602 (1)	7.450	5.742	3.901	0.456
40 000	15 396 (1)	30 792 (3)	23 094 (1)	7 698 (1)	7.493	5.775	3.924	0.462
42 500	16 358 (1)	32 717 (3)	24 537 (1)	8 179 (1)	7.702	5.942	4.040	0.491
46 500	17 898 (1)	35 796 (4)	26 847 (1)	8 949 (1)	8.047	6.216	4.230	0.534
50 500	19 437 (1)	38 875 (5)	29 156 (1)	9 719 (1)	8.406	6.501	4.428	0.583
52 000	20 015 (1)	40 030 (6)	30 022 (2)	10 007 (1)	8.546	6.611	4.504	0.600
52 500	20 207 (1)	40 415 (6)	30 311 (3)	10 104 (1)	10.153	8.990	6.091	3.310
54 500	20 978 (1)	41 954 (6)	31 466 (3)	10 489 (1)	10.360	9.168	6.213	3.368
57 000	21 939 (1)	43 879 (7)	32 909 (3)	10 970 (1)	10.628	9.397	6.370	3.440
58 250	22 420 (1)	44 841 (7)	33 631 (4)	11 210 (1)	10.762	9.513	6.450	3.477
62 250	23 960 (1)	47 920 (8)	35 940 (4)	11 980 (1)	11.210	9.896	6.712	3.597
64 750	24 922 (1)	49 845 (9)	37 383 (5)	12 461 (1)	11.503	10.146	6.884	3.674
67 500	25 981 (1)	51 962 (0)	38 971 (5)	12 990 (1)	11.839	10.432	7.079	3.758
72 500	27 905 (1)	55 811 (0)	41 858 (6)	13 953 (1)	12.455	10.957	7.439	3.919
77 750	29 926 (1)	59 852 (0)	44 889 (7)	14 963 (1)	13.105	11.515	7.820	4.093
78 000	30 022 (2)	60 044 (0)	45 033 (8)	15 011 (1)	13.136	11.541	7.838	4.101
78 250	30 118 (2)	60 237 (0)	45 178 (8)	15 059 (1)	18.635	16.352	11.958	6.478
79 000	30 407 (3)	60 814 (0)	45 611 (8)	15 203 (1)	19.512	17.118	12.600	6.843
83 250	32 043 (3)	64 086 (0)	48 064 (9)	16 021 (1)	20.155	17.674	12.998	7.039
86 000	33 101 (4)	66 203 (0)	49 652 (9)	16 551 (1)	20.574	18.037	13.257	7.170
93 000	35 796 (4)	71 591 (0)	53 694 (0)	17 898 (1)	21.656	18.980	13.932	7.520
100 000	38 490 (5)	76 980 (0)	57 735 (0)	19 245 (1)	22.750	19.933	14.614	7.875

テップを非常にあらくとしたもので  $Q = 40\,000\text{kg}$  で  $F_3$  は Domain (1) からただちに Domain(3) に入り,  $v_3 = 1.215\text{cm}$  を与えている. これをB欄のようにステップをもう少し細かくとってみても前者と同一結果となるので, これが正解のように見受けられる. ただしこれら2つの場合は計算の過程で, Domain (2) を経過していない. ステップをC欄の程度にとると,  $Q = 39\,000\text{kg}$  で  $F_3$  は Domain(2) に入り,  $Q = 40\,000\text{kg}$  で Domain(3) に入る. そして  $v_3 = 37.780\text{cm}$  となる. これは Diagram の Domain(2) の勾配がほとんど0に近くとってあることによる一時的な現象である. D欄の計算例では  $Q = 39\,500\text{kg}$  でこの現象がみられるが前のものよりも小さく, E欄ではそれが  $39\,250\text{kg}$  であらわれ更に小さくなっている. そしてD欄でもE欄でも  $Q = 40\,000\text{kg}$  のとき  $v_3 = 7.493\text{cm}$  を与える. これが Domain(2) の影響を加味した正解である.

なお, A, B欄の姿は, ここで取り扱った系が静定であるために収められているが, 不静定系を解析する場合には, Domain(2) を経過せずに Domain (3) に入るとただちに数値上の不定性があらわれる.



表-10. 3パネルワーレントラス (漸増荷重のステップの影響)

$Q$ kg	$F_2=F_5=F_9$ $=-F_7=-F_8$ $=-F_{11}$ kg	$F_3=-F_1$ $=-F_4$ kg	$F_6$ kg	$F_{10}$ kg	$v_3$ cm	$v_4$ cm	$v_5$ cm	$u_7$ cm
A								
10 000	3 849 (1)	7 698 (1)	5 774 (1)	1 925 (1)	0.304	0.267	0.196	0.115
20 000	7 698 (1)	15 396 (1)	11 547 (1)	3 849 (1)	0.607	0.533	0.393	0.231
30 000	11 547 (1)	23 094 (1)	17 321 (1)	5 774 (1)	0.911	0.800	0.589	0.346
40 000	15 396 (1)	30 792 (3)	23 094 (1)	7 698 (1)	1.215	1.067	0.785	0.462
50 000	19 245 (1)	38 490 (5)	28 868 (1)	9 623 (1)	8.330	6.442	4.387	0.577
60 000	23 094 (1)	46 188 (8)	34 641 (4)	11 547 (1)	9.260	7.178	4.897	0.693
70 000	26 943 (1)	53 886 (0)	40 415 (6)	13 472 (1)	12.078	10.638	7.222	3.828
80 000	30 792 (3)	61 584 (0)	46 188 (8)	15 396 (1)	13.378	11.746	7.979	4.159
90 000	34 641 (4)	69 282 (0)	51 962 (0)	17 321 (1)	21.177	18.556	13.628	7.351
100 000	38 490 (5)	76 980 (0)	57 735 (0)	19 245 (1)	22.739	19.924	14.607	7.870
B								
3 8000	14 626 (1)	29 252 (1)	21 939 (1)	7 313 (1)	1.154	1.013	0.746	0.439
4 0000	15 396 (1)	30 792 (3)	23 094 (1)	7 698 (1)	1.215	1.067	0.785	0.462
4 2000	16 166 (1)	32 332 (3)	24 249 (1)	8 083 (1)	7.660	5.908	4.017	0.485
4 4000	16 936 (1)	33 871 (4)	25 403 (1)	8 468 (1)	7.827	6.042	4.109	0.508
C								
38 000	14 626 (1)	29 252 (1)	21 939 (1)	7 313 (1)	1.154	1.013	0.746	0.439
39 000	15 011 (1)	30 022 (2)	22 517 (1)	7 506 (1)	1.184	1.040	0.766	0.450
40 000	15 396 (1)	30 792 (3)	23 094 (1)	7 698 (1)	37.780	28.490	19.070	0.462
41 000	15 781 (1)	31 562 (3)	23 671 (1)	7 890 (1)	7.576	5.841	3.970	0.473
D								
38 000	14 626 (1)	29 252 (1)	21 939 (1)	7 313 (1)	1.154	1.013	0.746	0.439
38 500	14 819 (1)	29 637 (1)	22 228 (1)	7 409 (1)	1.169	1.027	0.756	0.455
39 000	15 011 (1)	30 022 (2)	22 517 (1)	7 506 (1)	1.184	1.040	0.766	0.450
39 500	15 204 (1)	30 407 (3)	22 805 (1)	7 602 (1)	19.993	15.149	10.173	0.456
40 000	15 396 (1)	30 792 (3)	23 094 (1)	7 698 (1)	7.493	5.775	3.924	0.462
E								
38 500	14 819 (1)	29 637 (1)	22 228 (1)	7 409 (1)	1.169	1.027	0.756	0.445
38 750	14 915 (1)	29 830 (1)	22 372 (1)	7 457 (1)	1.177	1.033	0.761	0.447
39 000	15 011 (1)	30 022 (2)	22 517 (1)	7 506 (1)	1.184	1.040	0.766	0.450
39 250	15 107 (1)	30 215 (3)	22 661 (1)	7 554 (1)	11.162	8.479	5.725	0.453
39 500	15 204 (1)	30 407 (3)	22 805 (1)	7 602 (1)	7.451	5.472	3.901	0.456
39 750	15 300 (1)	30 600 (3)	22 950 (1)	7 650 (1)	7.472	5.758	3.913	0.459
40 000	15 396 (1)	30 792 (3)	23 094 (1)	7 698 (1)	7.493	5.775	3.924	0.462

## 6. あとがき

構造解析において非線型問題は、材料特性を考慮する場合と、系全体の形状の変化を考慮する場合とにおいて生ずる。

本文では、前者の材料特性の問題に注目して、任意形状の非線型応力-ひずみ曲線を用いてトラスの解析を行なっている。本法によると、いかなる形状の応力-ひずみ曲線を与えても、その特性を忠実に具現しながら解析を進めることができる。ただし、本文に報告した段階では、材料の極限強度に言及せずに解析を進め、除荷の場合についてもとり扱っていない。また、鋼材料の降伏点応力におけるひずみが系全体に与える影響を無視して、微小変位理論によって解析を進めている。これらの問題に関しては、ある程度数値計算のまとまりがついたので、ひきつづき報告したい。

本研究にあたって、上記の諸問題については、名古屋大学教授成岡昌夫博士、同助教授福本啓士博士から、数多くの御指摘を賜わった。ここに紙上を借りて深く謝意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) S. TIMOSHENKO, "Strength of Materials, Part II," D. VAN NOSTRAND Co., Inc., 1956, pp. 346-392.
- 2) J. E. GOLDBERG, R. M. RICHARD, "Analysis of Nonlinear Structures," Proceedings of the ASCE, Structural Division, Aug., 1963, pp. 333-351.
- 3) R. M. RICHARD, J. E. GOLDBERG, "Analysis of Nonlinear Structures: Force Method," Proceedings of the ASCE, Structural Division, Dec., 1965, pp. 33-48.
- 4) R. C. HENSLEY, J. J. AZAR, "Computer Analysis of Nonlinear Truss-Structures," Proceedings of the ASCE, Structural Division, June, 1968, pp. 1427-1439.
- 5) A. P. HRENNIKOFF, "Importance of Strain Hardening in Plastic Design," Proceedings of the ASCE, Structural Division, Aug., 1965, pp. 23-34.
- 6) 小西・横尾・成岡, "構造力学 2," 丸善, 1968, pp. 261-290.
- 7) O. C. ZIENKIEWICZ, "The Finite Element Method," McGRAW-HILL Co., Inc., 1968, pp. 192-211.
- 8) 川本, 応用弾性学, 共立, 1968, pp. 335-372.

## 付録——記号表

$A_r$	= 部材 ( $r$ ) の断面積
$\mathbf{C}$	= 座標補正マトリクス
$\mathbf{D}$	= 変位マトリクス
$E(i)$	= 折線応力-ひずみ曲線の $i$ 番目の線分の弾性係数
$\epsilon(i)$	= 折線応力-ひずみ曲線の $i$ 番目の線分のひずみの下限
$F_r(i)$	= 部材 ( $r$ ) の Domain( $i$ ) における部材力
$\mathbf{F}$	= 部材力マトリクス
$L_r$	= 部材 ( $r$ ) の長さ
LIMIT( $i$ )	= 折線応力-ひずみ曲線の $i$ 番目の線分の応力度の下限
$\mathbf{L}$	= 荷重マトリクス
$P_r$	= 節点 [ $r$ ] の水平荷重
$\mathbf{P}$	= 射影マトリクス
$Q_r$	= 節点 [ $r$ ] の垂直荷重
$\mathbf{S}$	= 剛性マトリクス
$u_r$	= 節点 [ $r$ ] の水平変位
$v_r$	= 節点 [ $r$ ] の垂直変位
$\phi_r$	= 部材 ( $r$ ) の傾き角

### Summary

#### Nonlinear Analysis of Pin-Jointed Trusses, First Report

Norikazu YOSHIZAWA and Bennosuke TANIMOTO

The nonlinearity in structural analysis is introduced by considering material properties or large deformations and geometrical changes in a structure and elements.

This paper treats a nonlinear problem due to the material property in the analysis of pin-jointed trusses. As the stress-strain diagram is treated as an assemblage of short straight elements of finite number, the nonlinear property can be accurately introduced in the analysis. The computation is carried out by the incremental-variable elasticity procedure. Numerical examples and corresponding considerations are given to five types of pin-jointed trusses.