

# Fraunhofer の回折現象による細隙の幅の測定について

(特に光源の大きさの影響について)

森本彌三八\*・高野 昭\*\*

(昭和42年12月5日受理)

## 1. ま え が き

Fraunhofer の回折現象を利用して細隙の幅を測定する場合に通常光源を点光源とみなし

$$I(\rho) = C \left\{ \int_{-a}^{+a} e^{-ik\rho z} dz \right\}^2 = I_0 \left( \frac{\sin k\rho a}{k\rho a} \right)^2 = I_0 \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\beta = k\rho a = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda} \quad \theta : \text{回折角}$$

より得られる近似式

$$2a = W = 1.43\lambda \frac{2l}{d_1} \quad \dots\dots\dots(2)$$

なる式を用いている<sup>2)</sup>。ここに  $W=2a$  は細隙の幅、 $\lambda$  は光の波長、 $l$  は細隙と Screen との間の距離、 $d_1$  は回折縞の中央の主極大の両側にある第1明帯間の距離である。

しかし、光源を点光源とみなし得るのはコリメーターの細隙の幅が極めて狭い場合のみである。ところがコリメーターの細隙の幅はある広さをもっている。とくに光源が弱いときにはコリメーターの細隙の幅を広くし勝ちである。かような場合にも通常光源を点光源とみなした(2)式が用いられているが、その結果はどの程度まで正しいか問題がある。

(1)式は一点から出た平行光線が細隙の面に垂直に入射した場合の式であるが、入射角が  $i$  なるときには(1)式の  $\beta$  の代りに次の式で現される  $\beta'$  を用いなければならない<sup>3)</sup>。

$$\beta' = \frac{2\pi a(\sin i + \sin \theta)}{\lambda} \quad \dots\dots\dots(3)$$

よって筆者らはコリメーターの細隙の幅の大きさを考慮に入れた場合の1細隙による回折縞の相対強度を表す近似式として次の式を考えてみた<sup>4)</sup>。

$$I = \left\{ \int_{-i_0}^{+i_0} \frac{\sin \beta'}{\beta'} di / \int_{-i_0}^{+i_0} \frac{\sin \beta''}{\beta''} di \right\}^2 \quad \dots\dots\dots(4)$$

\* 精密工学教室、教授

\*\* 応用物理学教室、助手

$$\beta'' = [\beta']_{\theta=0} = \frac{2\pi a \sin i}{\lambda}$$

ここに  $I$  は回折縞の主極大の強度を 1 とした場合の相対強度,  $i_0$  はコリメーターの細隙の幅がレンズの中心に対して張る角 (radian) の  $\frac{1}{2}$  である。

前述の如く(1)式はもちろんのこと, (4)式もまた近似的なものであって, 回折を起す細隙の幅ならびにコリメーターの細隙の幅の大きさに対して無制限に適用され得るわけではない。この点に関し, これらの式を用いて細隙の幅を測定するとき, どの程度まで正確な値が得られるか, またこれらの式が適用され得るのはどの範囲までであるか, 更に点光源とみなし得るのはコリメーターの細隙の幅のどの程度までであるかなどについて検討を行ってみた。その結果についてここに報告する。

## 2. コリメーターの細隙の幅の大きさの影響を 考えた場合の強度極大の位置

まずコリメーターの細隙の中の大きさの影響を調べるため, (4)式について  $i_0$  と回折現象を起す細隙の幅  $s$  (以後これを簡単に細隙の幅という) を与え, それらに対する回折縞の第 1 極大 (第 1 明帯) の回折角  $\theta_1$  と相対強度  $I_{max}$  を求めてみた (電子計算機による)。

その結果を第 1 表に示す。

この計算においては実験の結果との比較に便利のようにナトリウムの D 線に対する波長  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$  が用いてある。

第 1 表において  $i_0 = 0$  なる欄の  $\theta_1$  と  $I_{max}$  との値と他の  $i_0$  の欄の  $\theta_1$  と  $I_{max}$  との値の差がコリメーターの細隙の幅の大きさ ( $i_0$ ) が  $\theta_1$  と  $I_{max}$  とに与える影響を表している。 ( $i_0 = 0.0005, s = 0.024\text{cm}$ ), ( $i_0 = 0.0010, s = 0.014\text{cm}$ ), ( $i_0 = 0.0015, s = 0.009\text{cm}$ ), ( $i_0 = 0.0020, s = 0.007\text{cm}$ ), ( $i_0 = 0.0025, s = 0.005\text{cm}$ ) 以下においては  $\theta_1$  について,  $i_0$  の  $i_0 = 0$  ならざるための影響は 1% 以下である。

## 3. コリメーターの細隙の幅の大きさの影響に対する補正

第 1 表における  $\theta_1$  を用い,  $d_1 = 2\theta_1 l$  とし, これを(2)式に代入すれば

$$W = \frac{1.4303}{\theta_1} \lambda \quad \dots\dots\dots(5)$$

となる。この式においては(4)式によるものとの比較のため, (2)式の場合よりも定数の桁数を多くとっておいた。

(5)式によって計算した細隙の幅  $W$  と(4)式による細隙の幅, すなわち第 1 表の  $s$  (与えられたもの) との差

$$e = W - s \quad \dots\dots\dots(6)$$

ならびにその百分率

第 1 表

s (cm)	$i_0 = 0$		$i_0 = 0.0005$		$i_0 = 0.0010$		$i_0 = 0.0015$		$i_0 = 0.0020$		$i_0 = 0.0025$	
	$\theta_1$	$I_{max}$	$\theta_1$	$I_{max}$	$\theta_1$	$I_{max}$	$\theta_1$	$I_{max}$	$\theta_1$	$I_{max}$	$\theta_1$	$I_{max}$
0.001	0.084388	0.047190	0.084388	0.047183	0.084391	0.047160	0.084395	0.047123	0.084403	0.047071	0.084411	0.047004
0.002	0.042156	0.047190	0.042158	0.047161	0.042164	0.047071	0.042174	0.046923	0.042188	0.046715	0.042205	0.046448
0.003	0.028100	0.047190	0.028102	0.047123	0.028111	0.046923	0.028126	0.046589	0.028147	0.046124	0.028174	0.045529
0.004	0.021073	0.047910	0.021077	0.047071	0.021089	0.046715	0.021109	0.046124	0.021137	0.045302	0.021174	0.044257
0.005	0.016858	0.047190	0.016863	0.047004	0.016878	0.046448	0.016903	0.045529	0.016937	0.044257	0.016986	0.042649
0.006	0.014048	0.047190	0.014054	0.046923	0.014072	0.046124	0.014102	0.044807	0.014146	0.042996	0.014203	0.040725
0.007	0.012041	0.047190	0.012048	0.046826	0.012069	0.045741	0.012105	0.043962	0.012156	0.041531	0.012225	0.038510
0.008	0.010536	0.047190	0.010544	0.046715	0.010568	0.045302	0.010609	0.042996	0.010669	0.039872	0.010750	0.036037
0.009	0.0093654	0.047190	0.0093741	0.046589	0.0094015	0.044807	0.0094481	0.041916	0.0095168	0.038035	0.0096112	0.033341
0.010	0.0084289	0.047190	0.0084386	0.046448	0.0084690	0.044257	0.0085216	0.040725	0.0085998	0.036039	0.0087090	0.030465
0.012	0.0070240	0.047190	0.0070358	0.046124	0.0070727	0.042996	0.0071377	0.038035	0.0072369	0.031634	0.0073813	0.024372
0.014	0.0060206	0.047190	0.0060344	0.045741	0.0060780	0.041531	0.0061564	0.034983	0.0062805	0.026845	0.0064705	0.018211
0.016	0.0052680	0.047190	0.0052839	0.045302	0.0053344	0.039872	0.0054277	0.031634	0.0055817	0.021888	0.0058335	0.012504
0.018	0.0046827	0.047190	0.0047007	0.044807	0.0047584	0.038035	0.0048684	0.028067	0.0050594	0.017016	0.0053978	0.007780
0.020	0.0042144	0.047190	0.0042345	0.044257	0.0042999	0.036039	0.0044288	0.024372	0.0046668	0.012504	0.0051299	0.004458
0.022	0.0038313	0.047190	0.0038535	0.043653	0.0039270	0.033896	0.0040776	0.020651	0.0043767	0.008624	0.0050136	0.002684
0.024	0.0035120	0.047190	0.0035363	0.042996	0.0036185	0.031634	0.0037946	0.017016	0.0041744	0.005602	0.0049997	0.002316

$$\varepsilon = \frac{W-s}{s} \times 100 = \frac{e}{s} \times 100 \quad \dots\dots\dots(7)$$

を求めると第2表の如くなる。

この第2表における  $e$  ならびに  $\varepsilon$  は、

(A)  $\tan \theta_1 = \frac{d_1}{2} / l \doteq \theta_1$  とおいた近似による誤差と

(B) コリメーターの細隙の幅を無視した結果による誤差との2つよりなっているものと考えられる。

しかし前者の誤差は  $s$  が極めて小さい場合、すなわち  $\theta_1$  が大きい場合にのみ生ずるものである。

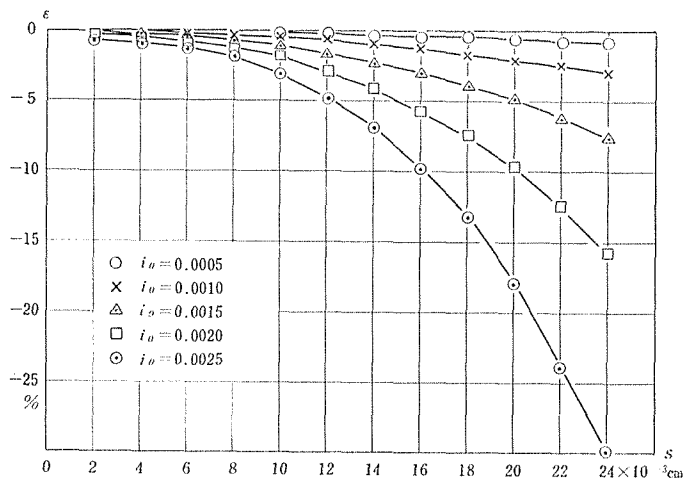
第2表において、 $i_0 = 0$  の場合、 $s = 0.005\text{cm}$  以下に現れている誤差は(B)の原因にもとずくものでないことは明らかである。よってこの部分の補正を施せば(表中同欄に括弧をして示した)第2表における  $e$  ならびに  $\varepsilon$  はコリメーターの細隙の幅を無視したために生じた誤差ならびにその百分率であると考えてよい。よって Fraunhofer の回折現象を利用して細隙の幅を測定する場合、コリメーターの細隙の幅を考慮した式(4)で計算する代りに簡単な近似

第 2 表

$s$ (cm)	$i_0 = 0$			$i_0 = 0.0005$			$i_0 = 0.0010$		
	$W$ ( $10^{-3}\text{cm}$ )	$e$ ( $10^{-3}\text{cm}$ )	$\varepsilon$ (%)	$W$ ( $10^{-3}\text{cm}$ )	$e$ ( $10^{-3}\text{cm}$ )	$\varepsilon$ (%)	$W$ ( $10^{-3}\text{cm}$ )	$e$ ( $10^{-3}\text{cm}$ )	$\varepsilon$ (%)
0.001	0.9988	-0.0012	-0.12	0.9988	-0.0012 (0.0000)	-0.12 (0.00)	0.9988	-0.0012 (0.0000)	-0.12 (0.00)
0.002	1.9994	-0.0006	-0.03	1.9993	-0.0007 (-0.0001)	-0.04 (-0.01)	1.9990	-0.0010 (-0.0004)	-0.05 (-0.02)
0.003	2.9996	-0.0004	-0.01	2.9993	-0.0007 (-0.0003)	-0.02 (-0.01)	2.9984	-0.0016 (-0.0012)	-0.05 (-0.04)
0.004	3.9998	-0.0002	-0.01	3.9990	-0.0010 (-0.0008)	-0.03 (-0.02)	3.9967	-0.0033 (-0.0031)	-0.08 (-0.08)
0.005	4.9999	-0.0001	0.00	4.9984	-0.0016 (-0.0015)	-0.03 (-0.03)	4.9939	-0.0061 (-0.0060)	-0.12 (-0.12)
0.006	6.0000	0.0000	0.00	5.9974	-0.0026	-0.04	5.9897	-0.0103	-0.17
0.007	7.0000	0.0000	0.00	6.9957	-0.0043	-0.06	6.9839	-0.0171	-0.24
0.008	8.0000	0.0000	0.00	7.9939	-0.0061	-0.08	7.9756	-0.0244	-0.31
0.009	9.0000	0.0000	0.00	8.9914	-0.0086	-0.10	8.9653	-0.0347	-0.39
0.010	10.0000	0.0000	0.00	9.9883	-0.0117	-0.12	9.9525	-0.0475	-0.48
0.012	12.000	0.000	0.00	11.980	-0.020	-0.17	11.917	-0.083	-0.69
0.014	14.000	0.000	0.00	13.968	-0.032	-0.23	13.868	-0.132	-0.94
0.016	16.000	0.000	0.00	15.952	-0.048	-0.30	15.801	-0.199	-1.24
0.018	18.000	0.000	0.00	17.931	-0.069	-0.38	17.713	-0.287	-1.59
0.020	20.000	0.000	0.00	19.905	-0.095	-0.48	19.602	-0.398	-1.99
0.022	22.000	0.000	0.00	21.873	-0.127	-0.58	21.464	-0.536	-2.44
0.024	24.000	0.000	0.00	23.835	-0.165	-0.69	23.293	-0.707	-2.95

第 2 表 つづき

$i_0 = 0.0015$			$i_0 = 0.0020$			$i_0 = 0.0025$		
$W$ ( $10^{-3}$ cm)	$e$ ( $10^{-3}$ cm)	$\varepsilon$ (%)	$W$ ( $10^{-3}$ cm)	$e$ ( $10^{-3}$ cm)	$\varepsilon$ (%)	$W$ ( $10^{-3}$ cm)	$e$ ( $10^{-3}$ cm)	$\varepsilon$ (%)
0.9987	-0.0013 (-0.0001)	-0.13 (-0.01)	0.9986	-0.0014 (-0.0002)	-0.14 (-0.02)	0.9985	-0.0015 (-0.0003)	-0.15 (-0.03)
1.9986	-0.0014 (-0.0008)	-0.07 (-0.04)	1.9979	-0.0021 (-0.0015)	-0.11 (-0.08)	1.9971	-0.0029 (-0.0023)	-0.15 (-0.12)
2.9968	-0.0032 (-0.0028)	-0.11 (-0.09)	2.9944	-0.0056 (-0.0052)	-0.19 (-0.17)	2.9917	-0.0083 (-0.0079)	-0.28 (-0.26)
3.9930	-0.0070 (-0.0068)	-0.18 (-0.17)	3.9877	-0.0123 (-0.0121)	-0.31 (-0.30)	3.9807	-0.0193 (-0.0191)	-0.48 (-0.48)
4.9865	-0.0135 (-0.0134)	-0.27 (-0.27)	4.9759	-0.0241 (-0.0240)	-0.48 (-0.48)	4.9623	-0.0377 (-0.0376)	-0.75 (-0.75)
5.9769	-0.0231	-0.39	5.9584	-0.0416	-0.69	5.9345	-0.0655	-1.09
6.9630	-0.0370	-0.53	6.9338	-0.0662	-0.95	6.8947	-0.1053	-1.50
7.9449	-0.0551	-0.69	7.9002	-0.0998	-1.25	7.8407	-0.1593	-1.99
8.9211	-0.0789	-0.88	8.8568	-0.1432	-1.59	8.7697	-0.2303	-2.56
9.8910	-0.1090	-1.09	9.8011	-0.1989	-1.99	9.6782	-0.3218	-3.22
11.809	-0.191	-1.59	11.647	-0.353	-2.94	11.419	-0.581	-4.84
13.691	-0.309	-2.21	13.420	-0.580	-4.14	13.026	-0.974	-6.96
15.529	-0.471	-2.94	15.101	-0.899	-5.62	14.449	-1.561	-9.76
17.313	-0.687	-3.82	16.660	-1.340	-7.44	15.615	-2.385	-13.25
19.032	-0.968	-4.84	18.061	-1.939	-9.70	16.431	-3.569	-17.85
20.671	-1.329	-6.04	19.258	-2.742	-12.46	16.812	-5.188	-23.58
22.212	-1.788	-7.45	20.192	-3.808	-15.87	16.858	-7.142	-29.76



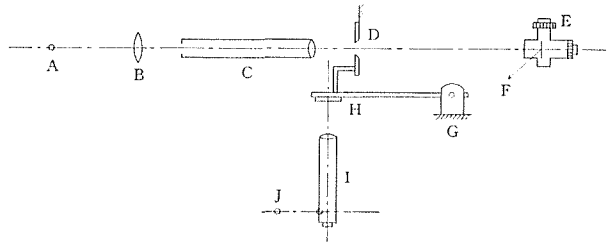
第 1 図

式(2)を用いて計算した数値に第2表による補正値を加えればよいと考えられる。

第2表の相対誤差の百分率 $\epsilon$ と細隙の幅 $s$ との関係をコリメーターの細隙の幅 $i_0$ のそれぞれに対して、グラフにすると第1図ようになる。

#### 4. 測定装置

以上の考察の結果が実際の測定においてどの程度まで適合するかを確かめるため、次の第2図に示すような測定装置を用いて実験を行ってみた。



第 2 図

図においてAは光源、Bは集光レンズ、Cはコリメーター、Dは細隙、Eは測微接眼鏡、Fは測微接眼鏡の目盛面(すなわちスクリーン)、Gは Optical Lever、Hは反射鏡、Iは目盛単位10秒の Angle Dekkor、Jは Angle Dekkor の光源である。また細隙DとスクリーンFとの間の距離は、これらの装置を鉄製の台上にて滑動させて測定した。

#### 5. 測定方法

細隙の幅 $s$ はThickness Gaugeによって測定し、これを標準とした。この場合Thickness Gauge は使用する前に精度 $\frac{1}{1000}$ mmの横型測長器で検査した。その結果は第3表の第1欄に $t$ (cm)として示してある。

また第3表の第2欄の $\alpha$ は $t = 0.031$  cm ときの読みを $\alpha = 0$ としたそれぞれの $t$ に対する Angle Dekkor の読み、第3欄の $w$ は第2欄の Angle Dekkor の読み $\alpha$ より換算した細隙の幅、第4欄および第5欄は $w$ と $t$ との差( $w - t$ )および差の百分率( $\frac{w - t}{t} \times 100$ )を示す。

この第3表から見られるように、 $w$ と $t$ との差の百分率は大体 $\pm 1\%$ 程度である。よってこの実験においてはこの Optical Lever を細隙の幅の測定に用いてよいと考え、これによって細隙の幅 $s$ を決定した。したがってこの研究においては相対誤差 $1\%$ 以内は問題にしないことにする。

また細隙DとスクリーンFとの間の距離 $l$ は回折縞の2つの第1明帯の間の距離 $d'_1$ が測微接眼鏡の目盛内にはいる範囲内で10cm、20cm、40cmの中より適当に選んだ。

光源にはナトリウムランプを用い、その波長 $\lambda$ を $5893 \text{ \AA}$ とし、コリメーターの細隙の幅を調節し、その幅の両端がコリメーターレンズの中心に張る角が、それぞれ0.0001、0.0005、0.0010、0.0015、0.0020、0.0025(単位radian)のときの第1明帯間の距離 $d'_1$ を測定し、

第 3 表

$t$ (cm)	$\alpha$	$w$ (cm)	$w - t$ (cm)	$\frac{w-t}{t} \times 100$ (%)
0.0031	0'00"			
0.0043	1'18"	0.0043	0.0000	0.0
0.0051	2'16"	0.0051	0.0000	0.0
0.0059	3'09"	0.0059	0.0000	0.0
0.0071	4'27"	0.0070	-0.0001	-1.4
0.0079	5'23"	0.0079	0.0000	0.0
0.0090	6'47"	0.0091	+0.0001	+1.1
0.0108	8'39"	0.0108	0.0000	0.0
0.0154	13'54"	0.0154	0.0000	0.0
0.0205	19'34"	0.0204	-0.0001	-0.5
0.0251	25'12"	0.0254	+0.0003	+1.2
0.0291	29'27"	0.0292	+0.0001	+0.3
0.0341	35'05"	0.0342	+0.0001	+0.3
0.0414	43'29"	0.0416	+0.0002	+0.5
0.0462	49'07"	0.0466	+0.0004	+0.9
0.0520	55'10"	0.0519	-0.0001	-0.2

これを近似式(2)に代入して細隙の幅を求めた。この実測によって求めた細隙の幅を  $W'$  で表し、第2表の  $W$  と区別することにする。

## 6. 測定結果およびその考察

前記の測定の結果を第4表に示す。また第3図(a)~(e)は測定値の誤差の百分率(相対誤差)  $\frac{W'-s}{s} \times 100$  と  $s$  との関係をグラフにして示したものである。なお比較のためにこの図の中に第1図の曲線を  $i_0$  がそれぞれ相対応する場合について点曲線で示しておいた。

これらの表および図からわかるように、測定誤差は  $l$  を 10cm, 20cm, 40cm と変化させるにつれ若干の相異を生ずるが、その差は僅少で、またとくに目立った傾向も示さない。したがって Fraunhofer の回折現象を利用して細隙の幅を測定する場合に  $l$  は上記の範囲内では回折縞の明るさ、視野の範囲などから考えて測定に便利のように適当に選んでよい。

上記の如く  $l$  が 10cm, 20cm, 40cm であるおのおの場合を区別して考える必要がないから、考察に便利のため、各場合についての  $W'$  の平均値を今後は用いることにする。この平均値を  $W''$  で表し、その相対誤差 ( $\frac{W''-s}{s} \times 100$ ) とともに最後の欄にかかげておいた。この  $W''$  の相対誤差(%)と  $s$  との関係をグラフにすると第4図のようになる。

図から明らかのように、 $i_0 = 0.0001$  においては  $s = 0.014\text{cm}$  までは誤差はつねに負で、それ以上ではつねに正であって、しかもその絶対値が極大になるところが2か所ある。また  $i_0 = 0.0005, 0.0010$  においては、誤差はつねに負でその絶対値が極大のところと極小のところとある。これらの3つの場合の誤差曲線の形と  $i_0 = 0.0015, 0.0020, 0.0025$  の場合の3つの誤差曲線の形とは全く異っている。すなわち前者らは1つの谷と1つの山をもつのに対し後者らはほぼ直線的に急激に下降している。(5)式による計算値  $W$  と(4)式による計算値  $s$

第 4 表 (a)  $i_0 = 0.0001$   $\epsilon' = \frac{W' - s}{s} \times 100$   $\epsilon'' = \frac{W'' - s}{s} \times 100$ 

s (cm)	l = 10cm			l = 20cm			l = 40cm			平 均	
	d <sub>1</sub> ' (cm)	W' (cm)	ε' (%)	d <sub>1</sub> ' (cm)	W' (cm)	ε' (%)	d <sub>1</sub> ' (cm)	W' (cm)	ε' (%)	W'' (cm)	ε'' (%)
0.006	0.2838	0.00594	-1.0							0.00594	-1.0
0.007	0.2443	0.00690	-1.4	0.4901	0.00688	-1.7				0.00689	-1.6
0.008	0.2151	0.00784	-2.0	0.4334	0.00778	-2.8				0.00781	-2.4
0.009	0.1921	0.00878	-2.4	0.3854	0.00875	-2.8				0.00877	-2.6
0.010	0.1719	0.00981	-1.9	0.3469	0.00972	-2.8				0.00977	-2.3
0.012	0.1419	0.01188	-1.0	0.2836	0.01189	-0.9				0.01189	-0.9
0.014				0.2398	0.01406	+0.4	0.4820	0.01399	-0.1	0.01405	+0.3
0.016				0.2084	0.01618	+1.1	0.4178	0.01614	+0.9	0.01616	+1.0
0.018				0.1848	0.01825	+1.4	0.3705	0.01820	+1.1	0.01823	+1.3
0.020				0.1668	0.02022	+1.1	0.3345	0.02016	+0.8	0.02019	+1.9
0.022				0.1522	0.02215	+0.7	0.3050	0.02211	+0.5	0.02213	+0.6
0.024				0.1397	0.02414	+0.6	0.2798	0.02410	+0.4	0.02412	+0.5

第 4 表 (b)  $i_0 = 0.0005$   $\epsilon' = \frac{W' - s}{s} \times 100$   $\epsilon'' = \frac{W'' - s}{s} \times 100$ 

s (cm)	l = 10cm			l = 20cm			l = 40cm			平 均	
	d <sub>1</sub> ' (cm)	W' (cm)	ε' (%)	d <sub>1</sub> ' (cm)	W' (cm)	ε' (%)	d <sub>1</sub> ' (cm)	W' (cm)	ε' (%)	W'' (cm)	ε'' (%)
0.003	0.5583	0.00302	+0.7							0.00302	+0.7
0.004	0.4279	0.00394	-1.5							0.00394	-1.5
0.005	0.3476	0.00485	-3.0	0.6967	0.00484	-3.2				0.00485	-3.0
0.006	0.2892	0.00583	-2.8	0.5804	0.00581	-3.2				0.00582	-3.0
0.007	0.2476	0.00681	-2.7	0.4988	0.00676	-3.3				0.00679	-3.0
0.008	0.2164	0.00779	-2.6	0.4345	0.00776	-3.0				0.00778	-2.8
0.009	0.1929	0.00874	-2.9	0.3867	0.00872	-3.1				0.00873	-3.0
0.010	0.1733	0.00973	-2.7	0.3476	0.00970	-3.0				0.00972	-2.8
0.012	0.1436	0.01174	-2.2	0.2872	0.01174	-2.2				0.01174	-2.2
0.014				0.2451	0.01376	-1.7	0.4904	0.01375	-1.8	0.01376	-1.7
0.016				0.2135	0.01579	-1.3	0.4284	0.01574	-1.6	0.01577	-1.4
0.018				0.1897	0.01778	-1.2	0.3788	0.01780	-1.1	0.01779	-1.2
0.020				0.1700	0.01984	-0.8	0.3399	0.01984	-0.8	0.01984	-0.8
0.022				0.1545	0.02182	-0.8	0.3090	0.02182	-0.8	0.02182	-0.8
0.024				0.1419	0.02376	-1.0	0.2838	0.02376	-1.0	0.02376	-1.0



第 4 表 (c)  $i_0 = 0.0010$   $\varepsilon' = \frac{W' - s}{s} \times 100$   $\varepsilon'' = \frac{W'' - s}{s} \times 100$ 

s (cm)	l = 10cm			l = 20cm			l = 40cm			平均	
	$d_1'$ (cm)	$W'$ (cm)	$\varepsilon'$ (%)	$d_1'$ (cm)	$W'$ (cm)	$\varepsilon'$ (%)	$d_1'$ (cm)	$W'$ (cm)	$\varepsilon'$ (%)	$W''$ (cm)	$\varepsilon''$ (%)
0.003	0.5546	0.00304	+1.3							0.00304	+1.3
0.004	0.4268	0.00395	-1.3							0.00395	-1.3
0.005	0.3469	0.00486	-2.8	0.6953	0.00485	-3.0				0.00486	-2.8
0.006	0.2907	0.00580	-3.3	0.5875	0.00574	-4.3				0.00577	-3.8
0.007	0.2494	0.00676	-3.4	0.5040	0.00669	-4.4				0.00673	-3.9
0.008	0.2184	0.00772	-3.5	0.4396	0.00767	-4.1				0.00770	-3.8
0.009	0.1945	0.00867	-3.7	0.3885	0.00868	-3.6				0.00868	-3.6
0.010	0.1744	0.00967	-3.3	0.3483	0.00968	-3.2				0.00968	-3.2
0.012	0.1447	0.01165	-2.9	0.2897	0.01164	-3.0				0.01165	-2.9
0.014				0.2480	0.01360	-2.9	0.4969	0.01357	-3.1	0.01359	-2.9
0.016				0.2177	0.01549	-3.2	0.4362	0.01546	-3.4	0.01548	-3.3
0.018				0.1957	0.01723	-4.3	0.3934	0.01714	-4.8	0.01719	-4.5
0.020				0.1794	0.01880	-6.0	0.3610	0.01868	-6.6	0.01874	-6.3
0.022				0.1668	0.02021	-8.1	0.3353	0.02011	-8.6	0.02016	-8.3
0.024				0.1568	0.02150	-10.4	0.3163	0.02132	-11.2	0.02141	-10.8

第 4 表 (d)  $i_0 = 0.0015$   $\varepsilon' = \frac{W' - s}{s} \times 100$   $\varepsilon'' = \frac{W'' - s}{s} \times 100$ 

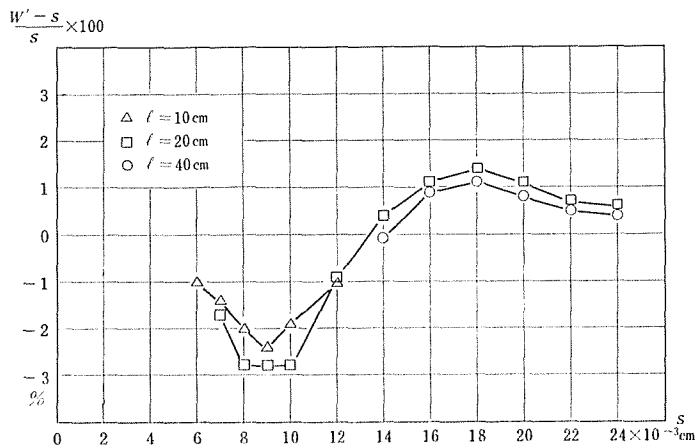
s (cm)	l = 10cm			l = 20cm			l = 40cm			平均	
	$d_1'$ (cm)	$W'$ (cm)	$\varepsilon'$ (%)	$d_1'$ (cm)	$W'$ (cm)	$\varepsilon'$ (%)	$d_1'$ (cm)	$W'$ (cm)	$\varepsilon'$ (%)	$W''$ (cm)	$\varepsilon''$ (%)
0.003	0.5658	0.00298	-0.7							0.00298	-0.7
0.004	0.4345	0.00388	-3.0							0.00388	-3.0
0.005	0.3455	0.00488	-2.4	0.6953	0.00485	-3.0				0.00487	-2.6
0.006	0.2892	0.00583	-2.8	0.5834	0.00578	-3.6				0.00581	-3.2
0.007	0.2472	0.00682	-2.6	0.5003	0.00674	-3.7				0.00678	-3.1
0.008	0.2164	0.00779	-2.6	0.4419	0.00763	-4.6				0.00772	-3.5
0.009	0.1947	0.00866	-3.8	0.3930	0.00858	-4.7				0.00862	-4.2
0.010	0.1775	0.00950	-5.0	0.3541	0.00952	-4.8				0.00951	-4.9
0.012	0.1508	0.01118	-6.8	0.3021	0.01116	-7.0				0.01117	-6.9
0.014				0.2661	0.01267	-9.5	0.5326	0.01264	-9.7	0.01266	-9.6
0.016				0.2391	0.01410	-11.9	0.4789	0.01408	-12.0	0.01409	-11.9
0.018				0.2217	0.01529	-15.1	0.4448	0.01516	-15.8	0.01523	-15.4
0.020				0.2076	0.01624	-18.8	0.4174	0.01616	-19.2	0.01620	-19.0
0.022				0.1954	0.01725	-21.6	0.3926	0.01718	-21.9	0.01722	-21.7
0.024				0.1836	0.01836	-23.5	0.3694	0.01826	-23.9	0.01831	-23.7

第 4 表 (e)  $i_0 = 0.0020$   $\varepsilon' = \frac{W' - s}{s} \times 100$   $\varepsilon'' = \frac{W'' - s}{s} \times 100$ 

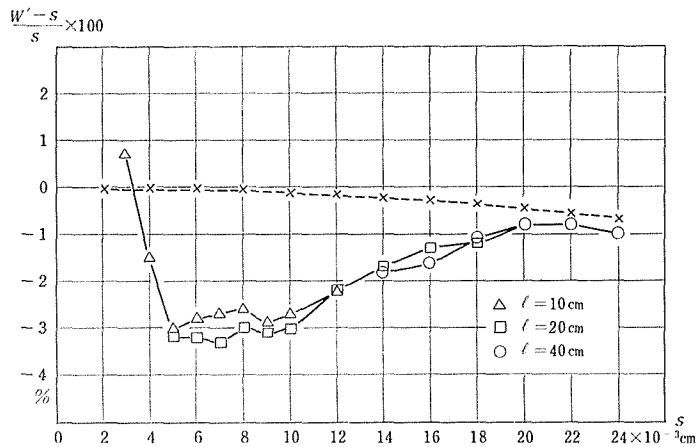
s (cm)	l = 10cm			l = 20cm			l = 40cm			平 均	
	d <sub>1</sub> ' (cm)	W' (cm)	ε' (%)	d <sub>1</sub> ' (cm)	W' (cm)	ε' (%)	d <sub>1</sub> ' (cm)	W' (cm)	ε' (%)	W'' (cm)	ε'' (%)
0.003	0.5658	0.00298	-0.7							0.00298	-0.7
0.004	0.4312	0.00391	-2.3							0.00391	-2.3
0.005	0.3448	0.00489	-2.2	0.6924	0.00487	-2.6				0.00488	-2.4
0.006	0.2932	0.00575	-4.2	0.5864	0.00575	-4.2				0.00575	-4.2
0.007	0.2531	0.00666	-4.9	0.5086	0.00663	-5.3				0.00665	-5.0
0.008	0.2230	0.00756	-5.5	0.4532	0.00744	-7.0				0.00750	-6.3
0.009	0.2005	0.00841	-6.6	0.4058	0.00831	-7.7				0.00836	-7.1
0.010	0.1843	0.00915	-8.5	0.3710	0.00909	-9.1				0.00912	-8.8
0.012	0.1592	0.01059	-11.8	0.3208	0.01051	-12.4				0.01055	-12.1
0.014				0.2848	0.01184	-15.4	0.5729	0.01177	-15.9	0.01181	-15.6
0.016				0.2624	0.01285	-19.7	0.5272	0.01279	-20.1	0.01282	-19.9
0.018				0.2414	0.01397	-22.4	0.4865	0.01386	-23.0	0.01392	-22.7
0.020				0.2238	0.01507	-24.7	0.4541	0.01485	-25.8	0.01496	-25.2
0.022				0.2102	0.01604	-27.1	0.4287	0.01573	-28.5	0.01589	-27.8
0.024				0.2001	0.01685	-29.8	0.4097	0.01646	-31.4	0.01666	-30.6

第 4 表 (f)  $i_0 = 0.0025$   $\varepsilon' = \frac{W' - s}{s} \times 100$   $\varepsilon'' = \frac{W'' - s}{s} \times 100$ 

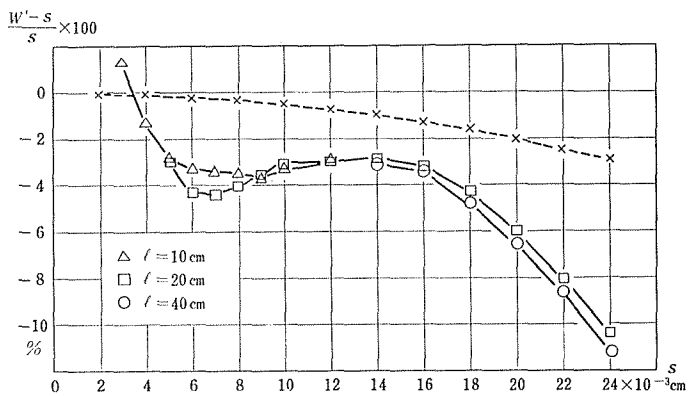
s (cm)	l = 10cm			l = 20cm			l = 40cm			平 均	
	d <sub>1</sub> ' (cm)	W' (cm)	ε' (%)	d <sub>1</sub> ' (cm)	W' (cm)	ε' (%)	d <sub>1</sub> ' (cm)	W' (cm)	ε' (%)	W'' (cm)	ε'' (%)
0.003	0.5754	0.00293	-2.3							0.00293	-2.3
0.004	0.4402	0.00383	-4.3							0.00383	-4.3
0.005	0.3512	0.00480	-4.0	0.7010	0.00481	-3.8				0.00481	-3.8
0.006	0.3022	0.00558	-7.0	0.6000	0.00562	-6.3				0.00560	-6.7
0.007	0.2626	0.00642	-8.3	0.5236	0.00644	-8.0				0.00643	-8.1
0.008	0.2322	0.00726	-9.3	0.4703	0.00717	-10.4				0.00722	-9.8
0.009	0.2084	0.00809	-10.1	0.4168	0.00809	-10.1				0.00809	-10.1
0.010	0.1912	0.00882	-11.8	0.3837	0.00879	-12.1				0.00881	-11.9
0.012	0.1676	0.01006	-16.2	0.3382	0.00997	-16.9				0.01002	-16.5
0.014				0.3038	0.01110	-20.7	0.6091	0.01107	-20.9	0.01109	-20.8
0.016				0.2773	0.01216	-24.0	0.5568	0.01211	-24.3	0.01214	-24.1
0.018				0.2570	0.01312	-27.1	0.5159	0.01307	-27.3	0.01310	-27.2
0.020				0.2405	0.01402	-29.9	0.4820	0.01399	-30.1	0.01401	-30.0
0.022				0.2294	0.01470	-33.2	0.4587	0.01470	-33.2	0.01470	-33.2
0.024				0.2203	0.01531	-36.2	0.4396	0.01534	-36.1	0.01533	-36.1



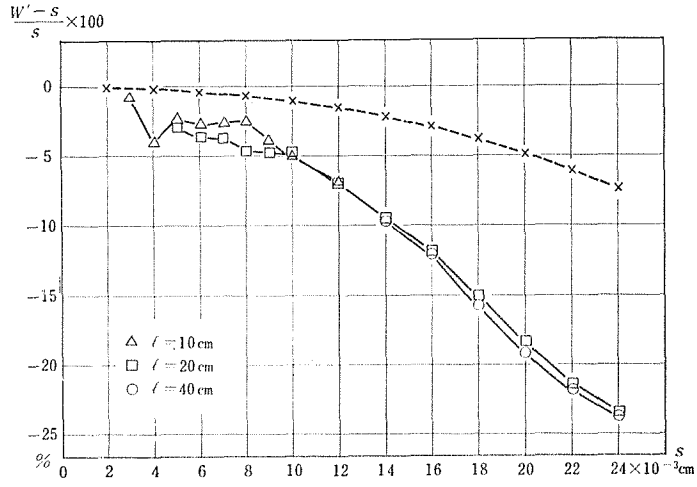
第3図 (a)  $i_0 = 0.0001$



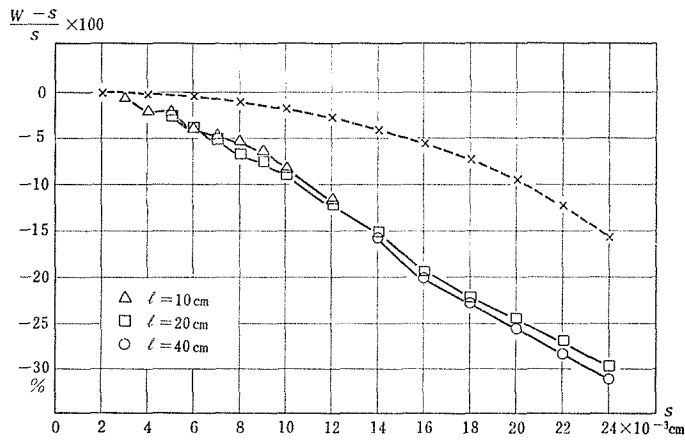
第3図 (b)  $i_0 = 0.0005$



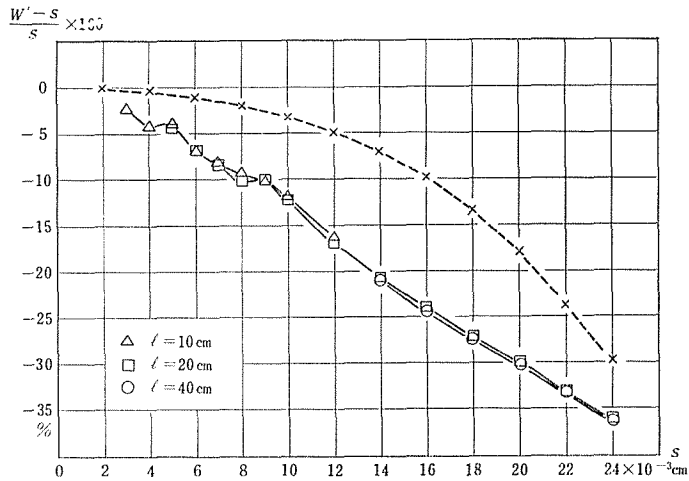
第3図 (c)  $i_0 = 0.0010$



第3图 (d)  $i_0=0.0015$

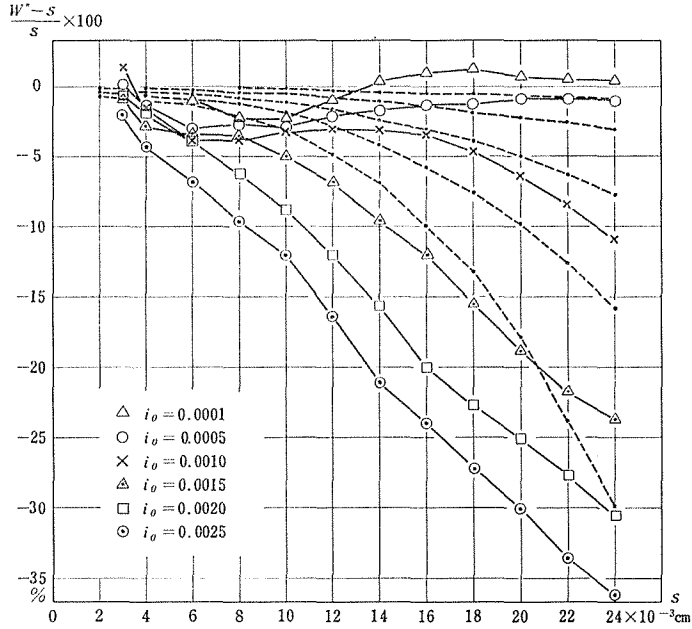


第3图 (e)  $i_0=0.0020$

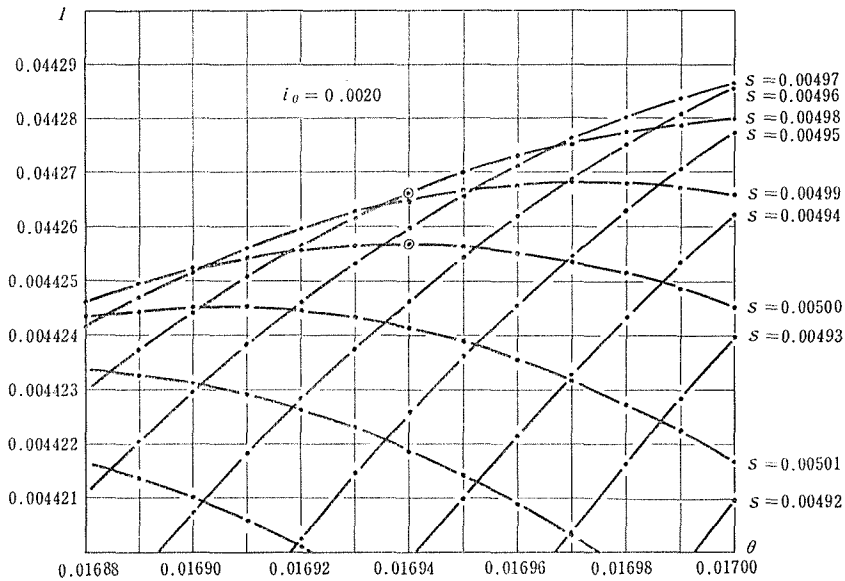


第3图 (f)  $i_0=0.0025$

(実際は決定された細隙の幅) との差の百分率  $\epsilon$  と  $s$  との関係を示した同図中の点曲線と比較してみれば、前者らの場合にはコリメーターの細隙の幅の大きさに原因する誤差よりは、実験誤差の方が顕著にあらわれているが、後者らの3曲線はそれぞれに対応する点曲線と似



第 4 図



第 5 図

第 5 表  $s''$  の  $s$  に対する相対誤差 (第 1 表より求めた)

$$\varepsilon_{s''} = \frac{s'' - s}{s} \times 100$$

$s$ (cm)	$i_0 = 0.0005$			$i_0 = 0.0010$			$i_0 = 0.0015$			$i_0 = 0.0020$			$i_0 = 0.0025$		
	$\theta_1'$	$s''$ (cm)	$\varepsilon_{s''}$ (%)	$\theta_1'$	$s''$ (cm)	$\varepsilon_{s''}$ (%)	$\theta_1'$	$s''$ (cm)	$\varepsilon_{s''}$ (%)	$\theta_1'$	$s''$ (cm)	$\varepsilon_{s''}$ (%)	$\theta_1'$	$s''$ (cm)	$\varepsilon_{s''}$ (%)
0.003	0.02792	0.00302	+0.7	0.02773	0.00304	+1.3	0.02829	0.00299	-0.3	0.02829	0.00299	-0.3	0.02877	0.00294	-2.0
0.004	0.02140	0.00394	-1.5	0.02134	0.00395	-1.3	0.02173	0.00389	-2.8	0.02156	0.00392	-2.0	0.02201	0.00385	-3.8
0.005	0.01740	0.00485	-3.0	0.01736	0.00486	-2.8	0.01733	0.00488	-2.4	0.01728	0.00490	-2.0	0.01754	0.00484	-3.2
0.006	0.01449	0.00582	-3.0	0.01470	0.00578	-3.7	0.01452	0.00583	-2.8	0.01466	0.00579	-3.5	0.01506	0.00566	-5.7
0.007	0.01243	0.00679	-3.0	0.01254	0.00674	-3.7	0.01243	0.00682	-2.6	0.01269	0.00670	-4.3	0.01311	0.00652	-6.9
0.008	0.01084	0.00778	-2.8	0.01096	0.00772	-3.5	0.01093	0.00777	-2.9	0.01124	0.00759	-5.1	0.01168	0.00734	-8.3
0.009	0.009656	0.00873	-3.0	0.009719	0.00871	-3.2	0.009780	0.00869	-3.4	0.01009	0.00849	-5.7	0.01042	0.00827	-8.1
0.010	0.008678	0.00972	-2.8	0.008714	0.00972	-2.8	0.008864	0.00960	-4.0	0.009245	0.00929	-7.1	0.009576	0.00904	-9.6
0.012	0.007180	0.01176	-2.0	0.007239	0.01172	-2.3	0.007546	0.01132	-5.7	0.007990	0.01087	-9.4	0.008418	0.01037	-13.6
0.014	0.006129	0.01380	-1.4	0.006206	0.01372	-2.0	0.006655	0.01289	-7.9	0.007141	0.01225	-12.5	0.007604	0.01160	-17.1
0.016	0.005346	0.01582	-1.2	0.005448	0.01565	-2.2	0.005982	0.01444	-9.8	0.006575	0.01334	-16.6	0.006946	0.01286	-19.6
0.018	0.004739	0.01785	-0.8	0.004965	0.01744	-3.1	0.005551	0.01567	-12.9	0.006046	0.01457	-19.0	0.006439	0.01408	-21.7
0.020	0.004249	0.01993	-0.4	0.004505	0.01907	-4.7	0.005204	0.01673	-16.4	0.005634	0.01582	-20.9	0.006019	0.01532	-23.4
0.022	0.003863	0.02196	-0.2	0.004181	0.02060	-6.4	0.004896	0.01786	-18.8	0.005307	0.01697	-22.8	0.005734	0.01642	-25.3
0.024	0.003548	0.02391	-0.4	0.003937	0.02192	-8.7	0.004604	0.01917	-20.1	0.005062	0.01797	-25.1	0.005501	0.01743	-27.3

た傾向を示し、コリメーターの細隙の幅の影響が大きくあらわれていることを示している。もっとも  $i_0 = 0.0010$  においても  $s$  の大きいところではコリメーターの細隙の幅の影響が強くあらわれていることが見られる。

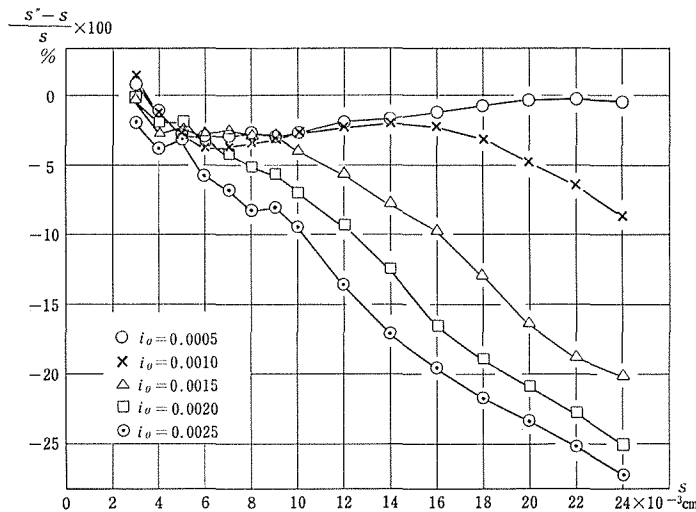
これらの結果から考えれば細隙の幅  $s$  を測定する場合、コリメーターの細隙の幅が  $i_0 = 0.0005$  までは点光源とみなしてよく、また  $s = 0.016\text{cm}$  程度までならば  $i_0 = 0.0010$  程度まで、 $s = 0.008\text{cm}$  程度までならば  $i_0 = 0.0015$  程度まで点光源とみなしてよい。

次に第4表における  $d_1$  の平均値  $d_1'$  より回折角  $\theta_1'$  を求め、この  $\theta_1'$  を(3)式の  $\theta$  に代入して(4)式から第1強度極大に対応する細隙の幅  $s'$  を求めれば、コリメーターの細隙の幅を考慮した場合の測定しようとする細隙の幅が与えられるはずである。しかしこの計算を行って見ると第5図の如き結果が得られ極めて複雑である。

例えば図において  $i_0 = 0.0020$ ,  $\theta = 0.01694$  に対し  $I$  の第1極大値を与える細隙の幅は  $s = 0.0500$  であるべきが、計算では  $s = 0.0498$  となる。よって測定値  $d_1'$  より計算した  $\theta_1'$  を(4)式より求めた第1表の  $\theta_1$  と比較し、測定値  $\theta_1'$  に対応する細隙の幅  $s''$  を求めてみた。 $s''$  は近似的に(4)式より求めた結果に等しいはずである。これまでと同様にこの  $s''$  の  $s$  に対する相対誤差  $(\frac{s''-s}{s} \times 100)$  を求め第5表に示す。またこの相対誤差と  $s$  との関係は第6図のようになる。ただし  $i_0 = 0.0001$  の場合は(2)式によるも(4)式によるもほとんど変りはないので省略してある。

この結果はもちろん(2)式で簡単に計算した場合よりは遙かに誤差は少なく、 $i_0 = 0.0005$ ,  $0.0010$  の場合はだいたい3%前後であり、 $i_0 = 0.0015$  の場合も  $s = 0.010\text{cm}$  までは誤差は4%以下である。 $i_0 = 0.0020$ ,  $0.0025$  の場合でも  $s = 0.010\text{cm}$  までならば誤差は10%以内に止まる。しかし(4)式による以上の補正の結果は満足なものとはいえない。

なお第1表を用いるにしても上記の如き計算は面倒である。(2)式による計算値と(4)式によ



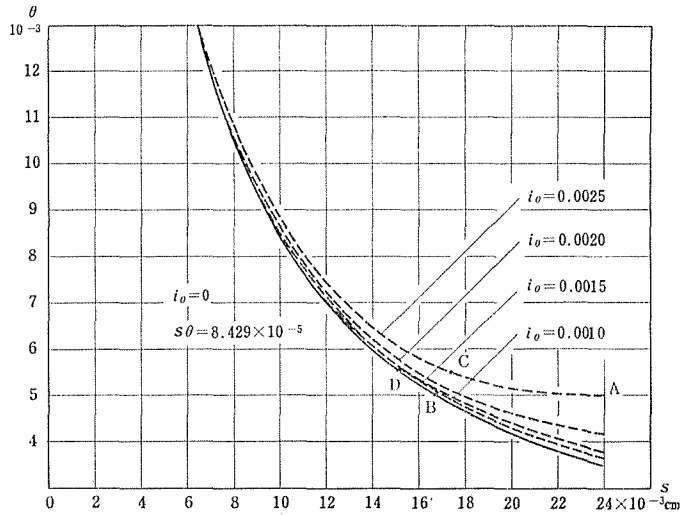
第 6 図

第 6 表

$$\varepsilon'' = \frac{W'' - s}{s}$$

s (cm)	$i_0 = 0.0005$			$i_0 = 0.0010$			$i_0 = 0.0015$			$i_0 = 0.0020$			$i_0 = 0.0025$		
	$\varepsilon$ (%)	$\varepsilon''$ (%)	$\varepsilon'' - \varepsilon$ (%)	$\varepsilon$ (%)	$\varepsilon''$ (%)	$\varepsilon'' - \varepsilon$ (%)	$\varepsilon$ (%)	$\varepsilon''$ (%)	$\varepsilon'' - \varepsilon$ (%)	$\varepsilon$ (%)	$\varepsilon''$ (%)	$\varepsilon'' - \varepsilon$ (%)	$\varepsilon$ (%)	$\varepsilon''$ (%)	$\varepsilon'' - \varepsilon$ (%)
0.003	0.0	+0.7	+0.7	-0.1	+1.3	+1.4	-0.1	-0.7	-0.6	-0.2	-0.7	-0.5	-0.3	-2.3	-2.0
0.004	0.0	-1.5	-1.5	-0.1	-1.3	-1.2	-0.2	-3.0	-2.8	-0.3	-2.3	-2.0	-0.5	-4.3	-3.8
0.005	0.0	-3.0	-3.0	-0.1	-2.8	-2.7	-0.3	-2.6	-2.3	-0.5	-2.4	-1.9	-0.8	-3.8	-3.0
0.006	0.0	-3.0	-3.0	-0.2	-3.8	-3.6	-0.4	-3.2	-2.8	-0.7	-4.2	-3.5	-1.1	-6.7	-5.6
0.007	-0.1	-3.0	-2.9	-0.2	-3.9	-3.7	-0.5	-3.1	-2.6	-1.0	-5.0	-4.0	-1.5	-8.1	-6.6
0.008	-0.1	-2.8	-2.7	-0.3	-3.8	-3.5	-0.7	-3.5	-2.8	-1.3	-6.3	-5.0	-2.0	-9.8	-7.8
0.009	-0.1	-3.0	-2.9	-0.4	-3.6	-3.2	-0.9	-4.2	-3.3	-1.6	-7.1	-5.5	-2.6	-10.1	-7.5
0.010	-0.1	-2.8	-2.7	-0.5	-3.2	-2.7	-1.1	-4.9	-3.8	-2.0	-8.8	-6.8	-3.2	-11.9	-8.7
0.012	-0.2	-2.2	-2.0	-0.7	-2.9	-2.2	-1.6	-6.9	-5.3	-2.9	-12.1	-9.2	-4.8	-16.5	-11.7
0.014	-0.2	-1.7	-1.5	-0.9	-2.9	-2.0	-2.2	-9.6	-7.4	-4.1	-15.6	-11.5	-7.0	-20.8	-13.8
0.016	-0.3	-1.4	-1.1	-1.2	-3.3	-2.1	-2.9	-11.9	-9.0	-5.6	-19.9	-14.3	-9.8	-24.1	-14.3
0.018	-0.4	-1.2	-0.8	-1.6	-4.5	-2.9	-3.8	-15.4	-11.6	-7.4	-22.7	-15.3	-13.3	-27.2	-13.9
0.020	-0.5	-0.8	-0.3	-2.0	-6.3	-4.3	-4.8	-19.0	-14.2	-9.7	-25.2	-15.5	-17.9	-30.0	-12.1
0.022	-0.6	-0.8	-0.2	-2.4	-8.3	-5.9	-6.0	-21.7	-15.7	-12.5	-27.8	-15.3	-23.6	-33.2	-9.6
0.024	-0.7	-1.0	-0.3	-3.0	-10.8	-7.8	-7.5	-23.7	-16.2	-15.9	-30.6	-14.7	-29.8	-36.1	-6.3





第 7 図

る計算値との差の百分率 $\varepsilon$ を測定値 $W''$ の相対誤差より差し引けば同様の結果が得られるはずである(第6表)。

この場合 $\varepsilon$ としては $s$ に対応するものでなく $W''$ に対応するものを用いていることに注意する必要がある。

このことは第7図の如く、 $i_0=0, 0.0010, 0.0015, 0.0020, 0.0025$ などに対して、 $\theta$ と $s$ の関係をグラフに画いてみればよくわかる。いま $i_0=0.0025$ なるとき、 $s=0.024\text{cm}$ なる細隙の幅が $W''=0.0153\text{cm}$ と測定されたとすれば、 $\theta=0.0050$ (点A)なるものを $\theta=0.0055$ (点D)と測定したためである。この場合 $i_0=0$ から $i_0=0.0025$ へ移るには $\theta=0.0050$ に対する $s$ の補正值 $\overline{BA}$ を用いなければならないのに、われわれは $\theta=0.0055$ に対する補正值 $\overline{DC}$ を知るのみである。

またこの図から明らかなように、この付近では回折角 $\theta$ の僅かな測定誤差が細隙の幅の測定に対して大きな誤差をひき起し、もはや細隙の幅の測定にFraunhoferの回折現象を用いることは無理であることがわかる。

## 文 献

- 1) BORN AND WOLF: Principle of Optics; (1964).
- 2) 森本彌三八, 市川誠: 細隙の幅の測定法について; 信州大学工学部研究報告, 第1巻第1号, (昭26).
- 3) JENKINS AND WHITE: Fundamentals of Optics; (1957).
- 4) HARUO TAKEYAMA, TAKASI KITAHARA and TUTOMU MATUBAYASHI: On the Mathematical Treatment of the Effect of the Width of the Slit on Fraunhofer's Diffraction Phenomenon (PartII); Journal of Science of the Hiroshima University, Series A Vol. 15 No. 2 (1951).

### Summary

## On the Measurement of the Slit Width with Fraunhofer's Diffraction Phenomenon (The Effect of the Size of the Light-Source)

Yasohachi MORIMOTO and Akira TAKANO

(Department of Precision Engineering and Laboratory of Applied Physics,  
Faculty of Engineering)

The accuracy of the measurement of the slit width with Fraunhofer's diffraction phenomenon was investigated. The investigation was made especially with regard to the effects of the slit width of the collimator on the measured values. The writers considered the exposition as giving a suggestion concerning the slit width of the collimator.

The results were as follows :

(1) The distance  $l$  between the slit and the screen receiving the diffraction patterns had no effect on the results of the measurement.

(2) In  $i_0=0.0001$  rad. (the largest angle of incidence on the plane of the slit), the relative errors of the measured values were negative and had a maximum only when  $s$  (the slit width to be measured) was narrow, and as  $s$  increased, they turned to positive and had a maximum. In  $i_0=0.0005$  rad. and  $i_0=0.0010$  rad., the relative errors were always negative, and a maximum value and a minimum value were detected, according to the increase of  $s$ . In three cases mentioned above, the curves which expressed the relations between the relative errors and  $s$ , showed a concave and a convex. These appearances differed from those drawn on the previous exposition. Through these facts, the writers concluded that the systematic errors originated in the effect of the slit width of the collimator were a little as compared with the accidental errors in the measurement, and that the light-source might approximately regarded as a point light-source. However, in  $i_0=0.0010$  rad., when  $s$  was enlarged beyond 0.18 mm, the relative errors increased always over 5% and the effects of the slit width of the collimator were observed remarkably.

Over  $i_0=0.0015$  rad., as the effect of the slit width of the collimator grew mightily, the relative errors increased rapidly and linearly in accordance with the enlargement of  $s$ . Therefore the slit of the collimator was not to be regarded as a point light-source in these cases. However, in these cases, the relative errors were limited within 5% when  $s$  was less than 0.05 mm.

(3) Except in the case of  $i_0=0.0001$  rad. (in this case, the effect of the slit width was negligible entirely), all the errors were negative values strangely.

(4) A method of correcting the errors originated in the effect of the slit width of the collimator was developed, using the values calculated on the exposition mentioned previously.