

変調系の一解析法とその適用例

工 藤 道 夫*

(昭和41年10月26日受理)

1. ま え が き

変調形増巾系は超低周波数のドリフトを除去するために広く用いられていることは周知である。

ところで、増巾系の中に含まれる変調部、および同期検波部に半波形チョップを用いたものは、信号周波数帯域が理論的に見て、チョップ励振用搬送波周波数の $\frac{1}{2}$ に制限されることが知られている。

そこで、この狭帯域特性を改善するために、全波形チョップを採用し、和動形（あるいは並列形）あるいは差動形回路構成を用いた広域化方式が提案されている。

しかし、この場合も、信号周波数が搬送波周波数に接近すれば、変調後の交流増巾部特性に基づき、出力側に搬送周波数の高調波成分が発生し、その結果出力歪みを生ずる。

さて、この全波形変調系に十分な負帰還量を加えれば、上記の出力歪みが改善されることが予想でき、文献(1)(2)でも論じている。ところで、この種の変調系では交流増巾部の回路構成、および周波数特性が出力歪みなどに、特に大きく影響するが、それについては、ほとんど扱われていない。

一方、信号周波数が搬送周波数に接近した場合の無帰還時の信号出力の位相回転を求め、それより負帰還時の安定性が論じられている。しかし、通常の定数回路と異なり、変調系では帰還ループの中でチョップ効果のために周波数変換が行われる。そこで、信号およびすべての高調波成分を含めた負帰還系の状態でなければ、安定性の吟味が充分でないと思われる。

そして、広帯域化のための具体的回路設計に対する方針も未だ定量的に扱われていない現状である。

さて、筆者は以前より、搬送周波数の整数倍の前後を含めた信号帯域を扱うため、負帰還時の全波形変調系の具体的回路設計を検討して来た。そして、高調波歪みなどの出力特性を詳しく解析した結果、この種の変調系には特に和動形増巾部が、歪みの改善において有利であることを指摘した。

さらに、前に述べた観点より安定性の吟味を詳細に行い、上記の信号帯域に対する安定条件を導いた。

これらによって、具体的な回路設計を行い、搬送周波数より高い、充分な広域化ができることを実験的にも確めた。これを用いれば、たとえば従来の複合演算増巾器では、

* 通信工学教室，教授

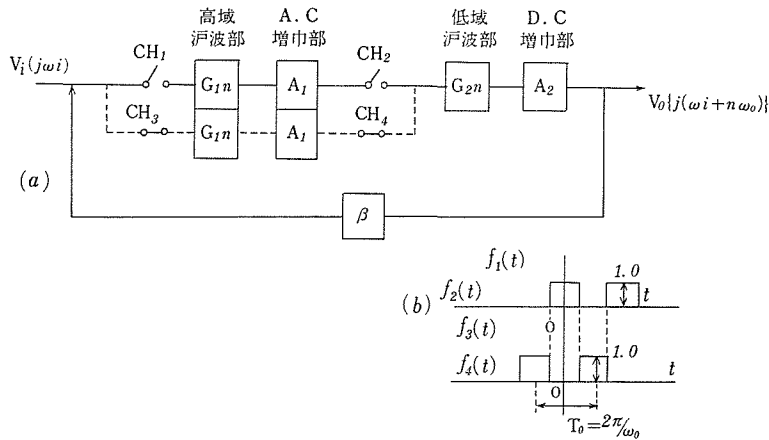
高利得の直流増巾部が必要でなくなり、回路的に改善できる。

つぎに、ここで用いた解析法であるが、チョップ効果を等価的に可変抵抗として扱わず回路電流の周波数成分を求める。そして、従来のようにチョップ端子間の電圧を求めることなく、上記の周波数成分より、直接出力を誘導するものである。この解析法はこの種のチョップ回路に広く適用することができ、特にここで適用例として扱った負帰還系のように、多数のチョップ素子が相互に関連して動作する場合などの解析に有利である。

2. 変調増巾器の出力について

2.1 半波形チョップの場合

第1図の実線で示した半波形のブロック図で、信号およびチョップ励振用搬送波角周波数を ω_i 、 ω_0 またはチョップ CH_1 、 CH_2 のチョップ作用を示す作用関数を同図の $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ とおく。この場合は負帰還時でも、搬送波周波数の高調波成分が可成りに出力側に発生し、出力波形を歪ませる。そこで、通常は高調波成分を小さく抑えるために、搬送波周期より充分大きな時定数の低域濾波器を同期検波後に持たせる結果、信号帯域は実用的に搬送波周波数の $1/10$ 位に制限される。



第1図 半波形（および和動形）変調系のブロック図

2.2 全波形チョップの場合

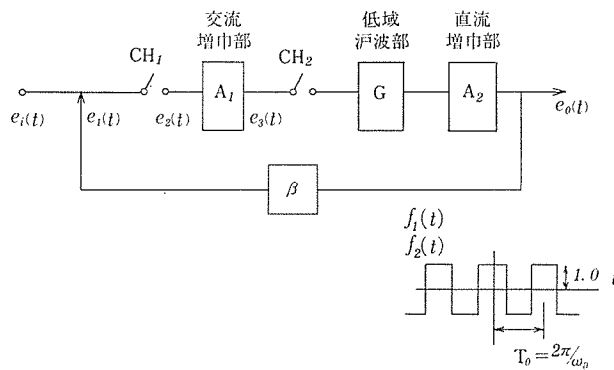
2.2.1 無帰還の場合

前記の狭帯域性を改善するため、第1図の点線で示したように半波形チョップを複合させ、 CH_3 、 CH_4 の作用関数は同図のように、 $f_3(t)$ 、 $f_4(t)$ とする。これは、すでに文献(1)によって提案された和動形であり、半波形の場合の高調波成分が互いに打消される結果、広帯域化が考えられる。

ところで、この際問題となるのは、 ω_i が $p\omega_0$ ($p=1, 3, \dots$)に接近した場合であり、文献(3)(4)でも論じられているように、矢張り高調波成分が発生し、出力波形が歪む。これは、被変調スペクトルの一部が交流増巾部で位相回転と同時に減衰を受けるためである。従って、信号帯域は ω_0 附近で制限を受け、たかだか前者の2倍の広帯域化が得られるに過ぎない。

2.2.2 負帰還の場合

ここでは、まず、実際の負帰還系に相応した第2図のブロック図について近似計算を



第2図 全波形負帰還系のブロック図

行い、出力特性の概略を把握する。そして、各部の回路構成、および伝達特性に対する詳細な検討は後節で行う。

いま、第2図で、チョップCH₁、CH₂の断続効果を示す作用関数は同図の $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ とし、簡単のため、 $\omega_i = \omega_0 - \Delta\omega$ ($\Delta\omega \ll \omega_0$)を対象とする。いま、各部に示した電圧 $e_i(t)$ …… $e_0(t)$ の周波数成分を一般に、 E_{in} …… $\dot{E}_{on}\{j(\omega_i + n\omega_0)\}$ とベクトル表現すれば、たとえば $e_0(t)$ は

$$e_0(t) = R_e \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{E}_{on} \cdot e^{j(\omega_i + n\omega_0)t} = R_e \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{on} \cdot e^{j\{(\omega_i + n\omega_0)t + \phi_n\}} \quad (1)$$

ただし $\dot{E}_{on} = E_{on} \cdot e^{j\phi_n}$, $n=0 \pm 1 \pm 2$

なお、 $e_i(t)$ ……なども同様に表わされる。また、これ等の $(\omega_i + n\omega_0)$ 成分に対する交流および直流増巾部、更に低域濾波部の伝達特性を \dot{A}_{1n} 、 \dot{A}_{2n} 、 $\dot{G}_n\{j(\omega_i + n\omega_0)\}$ とベクトル表示する。

ところで、交流増巾部は通常、低域周波数を遮断し、高域側は広く通過させる伝達特性のものが多く用いられるので、ここでもそれを対象とする。

そこで、 $\dot{A}_{1n}(n \neq -1)$ は高域側に対する利得として一定値 A_1 、 $\dot{A}_{1(-1)}$ は超低周波数 $\Delta\omega$ に対する利得として複素数となる。すなわち、 $\Delta\omega \rightarrow 0$ に応じて位相回転(進相)が増し、かつ、その絶対値は0に収斂する。

ここで、 $f_1(t) \cdot f_2(t) = 1.0$ を考慮して、まず \dot{E}_{4n} を計算すれば、

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{4n} = A_1(\dot{E}_{in} - \beta\dot{E}_{on}) - \bar{a} \cdot k_{(n+1)} \{ k_1 \dot{E}_{i0} - \beta k_1 (\dot{E}_{00} + \dot{E}_{0(-2)}) \\ - \beta k_3 (\dot{E}_{02} + \dot{E}_{0(-4)}) - \dots \dots \dots \} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ただし、 $\bar{a} = A_1 - \bar{A}_{1(-1)}$, $k_m = \sin \frac{1}{2} m\pi / \frac{1}{2} m\pi$

$$\begin{aligned} \bar{A}_{1(-1)} : \bar{A}_{1(-1)} \text{の共軛ベクトル} \\ \dot{E}_{in}(n \neq 0) = 0 \end{aligned}$$

上式で、 \bar{a} は $\dot{E}_{2(-1)}$ 成分が交流増巾部を通過する場合の位相回転と減衰の程度を一般的に表わすものである。ここで、 $\bar{A}_{1(-1)}$ の共軛ベクトル $\bar{A}_{1(-1)}$ を採ったのは、 $\omega_i < \omega_0$ としたからであり、このようにすれば、 $e_4(t)$ を(1)式によって時間関数で表現する場合、実際の位相関係と一致する。もしも、 $\omega_i > \omega_0$ ならば $\bar{A}_{1(-1)}$ ベクトルをそのまま用いれば良い。

一方、 $\dot{E}_{on} = \dot{G}_n \cdot A_{2n} \cdot \dot{E}_n$ が成立するから、(2)式と共に \dot{E}_{on} についての連立式が得られる。ここで、実際に計算して見ればわかるが、 \dot{E}_{on} (ただし、 n : 奇数) はすべて 0 になることが証明できる。そこで、第 1 近似として、 $\dot{E}_{on}(n=0, -2)$ だけを探り、 $\dot{E}_{on}(n=2, \pm 4, \dots)$ の高調波分は低域濾波部で減衰を受けるものとして無視する。

この場合の計算結果は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\dot{E}_{00}}{\dot{E}_{i0}} &= \frac{A_1 A_1 \dot{G}_0 \{ 1 - \bar{k} k_1^2 + A_1 A_2 \beta \dot{G}_{(-2)} (1 - 2\bar{k} k_1^2) \}}{1 + A_1 A_2 \beta (1 - \bar{k} k_1^2) (\dot{G}_0 + \dot{G}_{(-2)}) (+) A_1 A_2 \beta^2 \dot{G}_0 \dot{G}_{(-2)} (1 - 2\bar{k} k_1^2)} \\ \frac{\dot{E}_{0(-2)}}{\dot{E}_{00}} &= \frac{A_1 A_2 \dot{G}_{(-2)} \bar{k} k_1^2}{-A_1 A_2 \dot{G}_0 \{ 1 - \bar{k} k_1^2 + A_1 A_2 \beta \dot{G}_{(-2)} (1 - 2\bar{k} k_1^2) \}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし、 $\bar{k} = \bar{a} / A_1$
 $A_{1n} A_{2n}(n=0, -2) = A_1, A_2$

通常は、 $\dot{G}_0 \approx \dot{G}_{(-2)} = 1.0$ と見て良く、また、ループ利得が充分大きく、 $A_1 A_2 \beta \dot{G}_n \gg 1.0$ とすれば、 $(1 - 2\bar{k} k_1^2)$ キロとして、上式より次の近似式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\dot{E}_{00}}{\dot{E}_{i0}} &\approx \frac{1}{\beta} \\ \frac{\dot{E}_{0(-2)}}{\dot{E}_{00}} &\approx \frac{1}{A_1 A_2 \beta \dot{G}_0} \cdot \frac{\bar{k} k_1^2}{1 - 2\bar{k} k_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

上式より $\frac{\dot{E}_{0(-2)}}{\dot{E}_{00}}$ はループ利得(すなわち、負帰還量) $A_1 A_2 \beta \dot{G}_0$ によって充分抑圧されることが分かる。これを物理的に見れば、文献(3)で述べられているように、無帰還時の $\dot{E}_{00}(j\omega_i)$ の位相回転が 90° より小さいため、閉回路にすれば充分な負帰還効果があるためと考えられる。

更に、 $\dot{E}_{0(-2)}/\dot{E}_{00}$ は負帰還量以外に、チョップ関数の係数、および \overline{k} 特性の影響を大きく受けており、これは交流増巾部の回路構成、および周波数特性に支配される。これについての定量的な扱いは後節で詳細に行う。

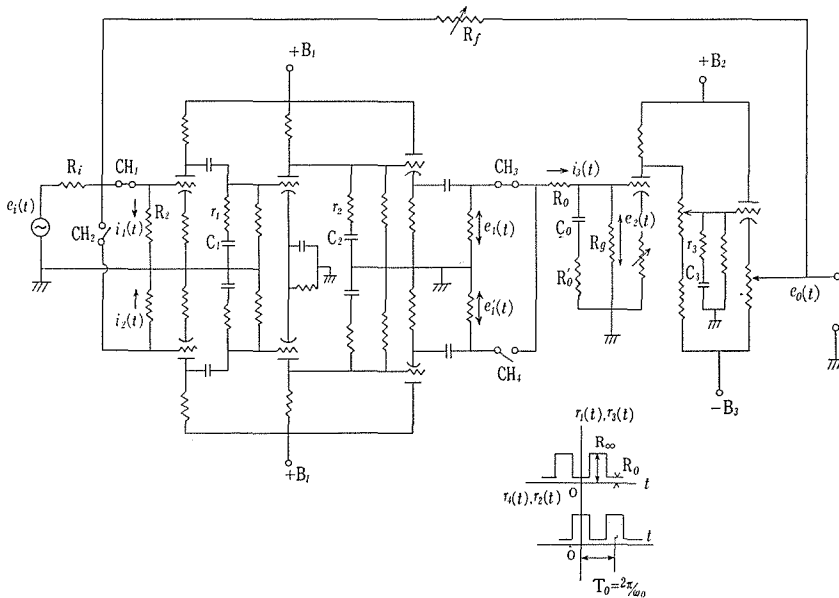
つぎに、 $\Delta\omega$ がある程度大きくなり、 $\dot{k} \rightarrow 0$ に収斂すれば、(3)式より

$$\left. \begin{aligned} \frac{\dot{E}_{00}}{\dot{E}_{i0}} &= \frac{A_1 A_2 G_0}{1 + A_1 A_2 \beta G_0} \cdot \frac{1}{\beta} \\ \frac{\dot{E}_{on}}{\dot{E}_{i0}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

さて、(3)式の安定条件が複雑で分かり難いが、これは \dot{E}_{on} の高調波成分が省略されたためである。また、(3)(5)両式を見るに、安定条件としては、負帰還量に充分な利得および位相余裕が必要とされる以外に、矢張り \dot{k} 特性が影響している。これは、和動形、および差動形で安定条件が異なることを意味する。これについての詳細な検討は矢張り後節で行う。

2.2.3 回路の構成

一般的と思われる負帰還系を第2図のブロック図にしたがって具体的に構成したものが第3図である。交流増巾部は第1図の和動形に相当するが、陰極共通抵抗によって差動効果を持たせれば、そのまま差動形となる。あるいは、変調部にリング変調を用いれば、増巾部は不平衡形で簡単になるが、その反面入力トランス、および出力側で位相反



第3図 負帰還増巾部の構成

転を必要とする。したがって、広帯域の信号に対しては特にトランスの周波数特性が問題となる。

増巾部と同期検波部との結合は、トランスおよびCR結合があるが、周波数特性および回路的な簡単さから、ここでは後者を用い、さらに、後段にはカソードホロア出力段の直流増巾部を用い、電力利得を得ると同時に出力インピーダンスを低くしている。

帰還率は入力および負帰還抵抗 R_i 、 R_f によって定まり、かつ電源側からの入力抵抗は、ほとんど R_i によって決定される。なお、負帰還インピーダンスは他に容量性のものであり、ここで扱った抵抗の場合と同様に解析できるが、つぎの段階で論じたい。

3. 解析法について

ここでは、解析法の大要（ただし、CR回路を対象とする）を述べ、後節で具体的な適用例を扱う。

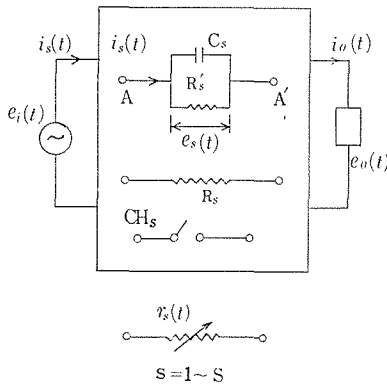
第4図は一般的なチョップ回路であり、 $e_i(t)$ 、 $e_o(t)$ は入力信号および出力、 $e_s(t)$ はコンデンサ C_s を含む回路両端の発生電圧、また $i_s(t)$ は AA' 間の分路電流、 $r_s(t)$ はチョップ素子 CH_s を等価的に置換した可変抵抗である。

いま、回路中の任意の分路電流 $i_s(t)$ は、 $e_i(t)$ および $e_s(t)$ {容量性負荷ならば、この中には、 $e_o(t)$ も含ませる} よりの伝達コンダクタンスを、それぞれ $g_i(t)$ 、 $g_s(t)$ とおけば、次式であたえられる。

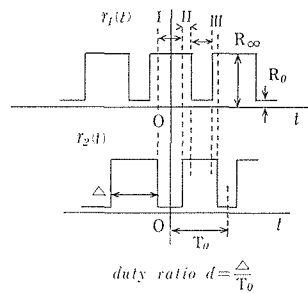
$$i_s(t) = g_i(t) \cdot e_i(t) + \sum_{s=1}^S g_s(t) \cdot e_s(t)$$

ただし、 $g_i(t)$ 、 $g_s(t) : R_s, R'_s, r_s(t)$ の関数 (6)

さて $r_s(t)$ は一般に任意の周期関数であるが、実用的に見れば、ほとんどの場合完全な方形波関数で表現できる。たとえばチョップ励振用搬送波の周期を T_0 とし、 $r_s(t)$ ($S=1, 2$) の波形例を採れば第5図となる。ここで R_∞, R_0 は有限値として扱うも、 CH_s の



第4図 一般のチョップ回路



第5図 チョップの等価可変抵抗

チョップ作用が完全であれば、 $R_\infty \rightarrow \infty$ 、 $R_0 \rightarrow 0$ 極限を採れば良い。

そこで、同図のような $r_s(t)$ 波形を基準とした波形合成を順次作図して行けば、 $r_s(t)$ の関数である(6)式のコンダクタンス関数波形は容易に得られ、したがって、それ等の各周波数成分も容易に誘導できる。

なお、 $e_i(t)$ 、 $e_s(t)$ なども同様に各周波数成分に分けて扱うわけであるが、つぎに示すように、その波形、あるいは回路条件などから各成分は決定される。

たとえば、第4図を同期検波回路、 $e_i(t)$ を第6図のような被変調波入力とし、その包絡線および搬送波角周波数を ω_i 、 ω_0 とおく。また、同図の $g_s(t)$ は上記のように、 $r_s(t)$ 波形より合成された関数形とする。

この場合各波形より見て、 $e_i(t)$ の $(\omega_i + n\omega_0)$ 成分 \dot{E}_{in} 、 $g_s(t)$ の $(\omega_i + n\omega_0)$ 成分 g_{sn} 、およびそれ等で表現される $e_i(t)$ 、 $g_s(t)$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$e_i(t) = R_e \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{E}_{in} \cdot e^{j(\omega_i + n\omega_0)t}$$

$$g_s(t) = R_e \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_{sn} \cdot e^{jn\omega_0 t}$$

$$\dot{E}_{in} = k_n \cdot \dot{E}_i (\dot{E}_i = E_i \cdot e^{j\phi_i}), \quad g_{sn} = \frac{1}{2} k_n \cdot G_s$$

$$\dot{E}_{is} = 0, \quad g_{s0} = \frac{1}{2} G_s$$

$$k_n = \sin n\pi d / n\pi d, \quad d(\text{duty ratio}) = \frac{d}{T_0}$$

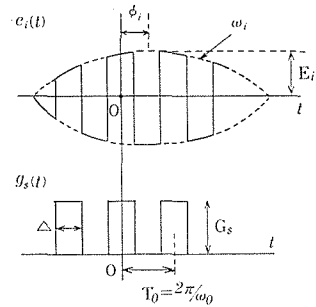
$$\text{ただし、} n = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (7)$$

つぎに $e_s(t)$ であるが、もしも回路時定数が搬送波周期より充分大きい場合などは、その各成分 $\dot{E}_{sn}[j(\omega_i + n\omega_0)]$ は、 $n=0, \pm 1$ 位まで採れば実用的に充分であろう。

さて、このように各々の電圧、および伝達コンダクタンスの各成分が決まれば、それ等を用いたマトリクス演算たとえば(8)を(6)式に適用し、各分路電流 $i_s(t)$ の周波数成分 $\dot{I}_{sn}[j(\omega_i + n\omega_0)]$ が誘導できる。

以上の操作により、回路中のすべての電圧、電流の各成分が決定されるから、それ等の同一成分の間に成立する関係式が求められる。

すなわち、第4図で AA' 間の $(\omega_i + n\omega_0)$ 成分についてのインピーダンスを Z_{sn} とおくならば、回路中のすべての $e_s(t)$ について



第6図 $e_i(t)$ 、 $g_s(t)$ 関数の波形

$$\left. \begin{aligned} i_{sn} Z_{sn} &= \dot{E}_{sn} \\ s &= 1, 2, \dots, S \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

上式を連立させて解けば、回路状態は決定され、最初既知のように扱った $e_s(t)$ はすべて誘導できる。

さて、従来の解析法では、0と1.0の2値を採る断続関数をチョッパ端子間に適用する。

ところで、機械的チョッパなどは通常 $d \approx 0.5$ で用いられるから、そのチョッパ関数は第5図のようになる。したがって、従来の方法を適用するには、同図に示したように動作範囲をI. II. IIIに分割して扱うことになり、計算が複雑化する。

しかし、ここでの解析法によれば、たとえば第7図のようなコンダクタンス関数波形が少し複雑になるだけで、動作を分割する必要がなく、かつ各チョッパ端子間電圧を求める必要もなく有利である。

なお、これは変調回路にもむろん適用できるが、やはり第7図のような関数波形を利用すれば、複雑な被変調波出力の波形を直観的にも理解できる。これはやはり $d \approx 0.5$ のチョッパ素子が相互に動作する場合などに有利である。

4. 回路の解析

まず、第3図の和動形について解析するが、差動形の場合も、これに準じて扱える。

いま、第3図で、入出力 $e_i(t)$, $e_0(t)$, および各々の電圧電流 $e_1(t) \sim e_2(t)$, $i_1(t) \sim i_3(t)$ を同図のように採り、各電流を(6)式に準じて求めれば、

$$\begin{aligned} i_s(t) &= g_{si}(t) \cdot e_i(t) + g_{s0}(t) \cdot e_0(t) \quad (s=1, 2) \\ i_3(t) &= g_{3i}(t) \cdot e_i(t) + g_{31}'(t) \cdot e_1'(t) + g_{32}(t) \cdot e_2(t) \\ &\text{ただし, } g_{si}(t), g_{31}(t) \dots \dots : \text{伝達コンダクタンス} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、たとえば $i_1(t)$ についての伝達コンダクタンス関数は

$$\begin{aligned} g_{1i}(t) &= \frac{R_i^{-1}}{A(t)}, & g_{10}(t) &= g_{1i}(t) \cdot \frac{R_i}{R_f} \\ A(t) &= 1 + \{r_1(t) + R_2\} \cdot \{R_i^{-1} + R_f^{-1} + \{r_2(t) + R_2\}^{-1}\} \end{aligned} \quad (10)$$

上式を参照し、第3図の $r_1(t) \sim r_4(t)$ 関数波形を基準とした波形合成を作図すれば、 $g_{1i}(t)$, $g_{10}(t)$ の関数波形は第6図と同じように、第7図が得られる。そこで、これ等の関数波形より各周波数成分 g_{1in} , $g_{10n}(jn\omega_0)$ は(7)式に準じて、つぎのようにあたえられる。

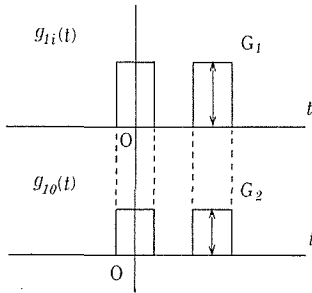
$$\begin{aligned} g_{1in} &= \frac{1}{2} kn \cdot G_1, & g_{10n} &= \frac{1}{2} k_n G_2 \\ g_{1i0} &= \frac{1}{2} G_1, & g_{100} &= \frac{1}{2} G_2 \end{aligned}$$

$$G_1 = \frac{R_i^{-1}}{1 + R_2(R_i^{-1} + R_f^{-1})}, \quad G_2 = G_1 \cdot \frac{R_i}{R_f}$$

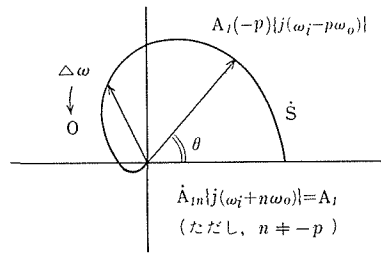
ただし、 $d = 0.5, n = \pm 1, \pm 2, \dots$,

(11)

さて、この場合の信号角周波数 ω_i を広く採ったと考え、搬送角周波数 ω_0 の p 倍 ($p = 1, 3, \dots$) に接近したとする。この時、交流増巾部を通る被変調波信号成分を一般的に $(\omega_i + n\omega_0)$ 成分とするならば、 $\omega_i - p\omega_0 = \Delta\omega$ (ただし $\Delta\omega \ll \omega_0$) 成分は超低周波成分となり、前記のように増巾部で位相回転が行われる。たとえば、交流増巾部の周波数特性 $\dot{A}_{1n}\{j(\omega_i + n\omega_0)\}$ のベクトル軌跡を第 8 図の \dot{s} とすれば、 $n \neq -p$ の各成分は一樣に A_1 倍されるだけで、かつ $\theta_1 = 0$ と見て良い。ただし、 $|n| \gg 1.0$ の成分に対しては後節の設計例で示すように、矢張り \dot{A}_{1n} は減衰する。しかし、被変調波の周波数スペクトルから見て、 $|n| \gg 1.0$ の場合の成分は非常に小さく、したがって、これ等の成分は無視してもほとんど差支えがない。



第 7 図 伝達コンダクタンス関数波形



第 8 図 \dot{A}_{1n} ベクトル図

さて、第 3 図で各電圧 $e_i(t), e_1(t), \dots$ の $(\omega_i + n\omega_0)$ 成分を (7) 式のように $\dot{E}_{in}, \dot{E}_{1n}$ とし、また各伝達コンダクタンス関数 $g_{31}(t), g_{31}'(t), \dots$ の $(\omega_i + n\omega_0)$ 成分を (11) 式のように求めそれ等を $g_{31n}, g_{31}'_n, \dots$ とする。この場合、(9) 式より見て $i_3(t)$ の $(\omega_i + n\omega_0)$ 成分 \dot{I}_{3n} は $\dot{E}_{1n}, \dot{E}_{1n}', \dot{E}_{2n}$ の関数として誘導できることが分かる。

一方、 $i_1(t), i_2(t)$ の $(\omega_i + n\omega_0)$ 成分を矢張り $\dot{I}_{1n}, \dot{I}_{2n}$ とするならば、和動形の場合は次式が成立する。

$$\dot{E}_{1n} = \dot{A}_{1n} \cdot R_2 \cdot \dot{I}_{1n}, \quad \dot{E}_{1n}' = \dot{A}_{1n} \cdot R_2 \cdot \dot{I}_{2n}$$

ただし、 $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

(12)

ところで、 $\dot{I}_{1n}, \dot{I}_{2n}$ は (9) 式より見て、 $\dot{E}_{in}, \dot{E}_{0n}$ の関数で与えられ、かつ直流増巾部の $(\omega_i + n\omega_0)$ 成分に対する伝達特性を \dot{A}_{2n} とするならば、 $\dot{E}_{0n} = \dot{A}_{2n} \cdot \dot{E}_{2n}$ (ただし、 $A_{2n} < 0$) が成立する。したがって、 \dot{I}_{3n} は結局、 $\dot{E}_{in}, \dot{E}_{0n}$ の関数として求められることになる。

そこで、同期検波部に (8) 式を適用し、 \dot{I}_{3n} と \dot{E}_{2n} との関係式を作って解けば、 \dot{E}_{0n} の一般式がつぎのように得られる。

$$\begin{aligned}
& G_1 G_3 R_2 \dot{Z}_{0n} (\dot{A}_{1n} \dot{E}_{in} - \frac{1}{2} \bar{a} k_p \cdot k_{(n+p)} \dot{E}_{i0}) \\
&= \dot{E}_{0n} \left\{ \frac{1}{A_{2n}} (1 + G_3 \dot{Z}_{0n}) - A_{1n} R_2 G_2 G_3 \dot{Z}_{0n} \right\} + \frac{1}{2} \bar{a} k_{(n+p)} G_2 G_3 R_2 \times \dot{Z}_{0n} \\
&\quad \times \sum_m k_m (E_{0(m-p)} + E_{0(-(n+p))}) \\
&\quad \text{ただし, } \dot{Z}_{0n} = R_g \left[R_0' + \{ j(\omega_i + n\omega_0) C_0 \} \right]^{-1} \\
&\quad m, p = 1, 3, \dots, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (13)
\end{aligned}$$

上式の \bar{a} は(2)式と同じものであり、また G_1, G_2, \dots は回路定数の関数である。

なお、差動形の場合は、(12)式の代わりに、 $\dot{E}_{1n} = -E_{1n}' = A_{1n} \cdot R_2 (\dot{I}_{1n} \sim \dot{I}_{2n})$ を採れば良い。この時も全く同様に解析すれば良く、 E_{0n} の一般式としては、上式で $\frac{1}{2} \bar{a} \rightarrow \bar{a}$ となるだけで、その他は全く同様に与えられる。

つぎに、 $\Delta\omega$ がある程度大きくなれば、 $\bar{a} \rightarrow 0$ となり、この場合の出力特性は後節で検討するが、上式よりつぎの結果が得られる。

$$\begin{aligned}
\frac{\dot{E}_{00}}{\dot{E}_{i0}} &= \frac{A_{10} A_{20} G_1 G_3 R_2 \dot{Z}_{00}}{1 + G_3 \dot{Z}_{00} - A_{10} A_{20} R_2 G_2 G_3 \dot{Z}_{00}} \\
\dot{E}_{0n} &= 0 \quad (n = \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (14)
\end{aligned}$$

つぎに、 ω_i が直流を含めた超低周波数となれば、矢張り被変調波スペクトルの ω_i 成分は交流増中部で位相回転を受ける。一方、差動形にすれば、 ω_i 成分は常に差動的に打消されるから、この場合は問題にならない。

そこで、前者の場合は、 $\dot{A}_{1n} (n=0)$ が第8図の $\dot{A}_{1(-p)}$ と同様に扱われれば良く、解析は全く同じである。なお、この場合の出力特性は後節で検討する安定条件を満足させれば、 $\dot{E}_{0n} (n \neq 0)$ はすべて0となることが証明でき、 $\dot{E}_{0n} (n=0)$ は(14)式で、 $A_1 \rightarrow \frac{1}{2} (\dot{A}_{10} + A_1)$ となるだけで、他は同じく与えられる。

5. 出力特性の検討

まず、 $\bar{a} \rightarrow 0$ の場合として、(14)式を变形し、第3図の回路定数を入れて計算すれば、 $R_0 \gg R_3, R_g \gg R_0 \gg R_0$ の近似条件で

$$\begin{aligned}
\frac{\dot{E}_{00}}{\dot{E}_{i0}} &= \frac{1}{1 + G_3 \dot{Z}_{00}} \cdot \frac{\dot{A}_{10} \dot{A}_{20} G_1 G_3 R_2 \dot{Z}_{00}}{1 - \dot{Q}_0} \\
\dot{Q}_0 &= \frac{A_{10} A_{20} R_2 G_2 G_3 \dot{Z}_{00}}{1 + G_3 \dot{Z}_{00}} = A_{10} A_{20} \frac{\beta}{\frac{R_1}{R_2} + 1 + \beta} \cdot \frac{1 + j\omega_i C_0 R_0'}{1 + j\omega_i C_0 R_0} \\
&\quad \text{ただし, } G_3 \doteq \frac{1}{R_0}, \quad \beta = \frac{R_i}{R_f} \quad (15)
\end{aligned}$$

上式で、 \dot{Z}_{00} は(13)式の \dot{Z}_{0n} ($n=0$)であり、 $(1+G_3\dot{Z}_{00}) \neq 0$ なることは明らかである。また、 \dot{Q}_0 は変調系の負帰還量を表わしており、これが十分な利得および位相余裕を持つように設計すれば、安定に動作させることができる。後節の設計例では、上記の観点より変調系の各要素に適当な周波数特性を持たせて検討してある。

なお、 $\dot{Q}_0 \gg 1.0$ ならば、(14)式から見て、充分な近似で、 $\frac{\dot{E}_{00}}{\dot{E}_{i0}} \approx \frac{-1}{\beta}$ が成立する。これは、結局出力精度に関係するものである。

更に、 $n \neq 0$ の場合は(13)式より

$$\begin{aligned} \dot{E}_{0n}(1+G_3\dot{Z}_{0n})(1-\dot{Q}_n) &= 0 \\ \dot{Q}_n &= \frac{\dot{A}_{1n}\dot{A}_{2n}R_2G_2G_3\dot{Z}_{0n}}{1+G_3\dot{Z}_{0n}} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 \dot{Q}_n は(13)式の \dot{Q}_0 に相当するものであり、後節の設計例のように、充分な余裕を持たせる限り、 $(1-\dot{Q}_n) \neq 0$ である。また、(15)式の場合と同じく、 $(1+G_3\dot{Z}_{0n}) \neq 0$ であるから、すでに(14)式で示したように、 $\dot{E}_{0n}(n \neq 0) = 0$ が求められる。

つぎに、 $\bar{a} \neq 0$ の場合を検討する。まず、(13)式で $n = \pm 1, \pm 3, \dots$ を代入すれば、この場合の $k_{(n+p)}$ は常に0であるから、 \dot{E}_{0n} に関しては(10)式と同形の式が成立する。したがって、矢張り $|\dot{Q}_n|$ に充分な余裕を持たせる限り、 $\dot{E}_{0n}(n = \pm 1, \pm 3, \dots) = 0$ になることが理解できる。

また、 $n = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$ を(13)式に代入すれば、この場合は $k_{(n+p)} \neq 0$ であるから、無数の \dot{E}_{0n} が入力信号 $\dot{E}_{in}(n=0)$ と共に連立式で与えられる。

これは、変調部および復調部でのチョップ作用のために周波数変換が行われる結果、無数の出力成分 \dot{E}_{0n} が互いに関連して発生することを意味する。そこで、この場合は $\bar{a} = 0$ の場合と異なり、すべての $\dot{E}_{0n}(n=0, \pm 2, \pm 4, \dots)$ を同時に関連させ、それぞれの出力の安定性について吟味せねばならない。

ところで、上記のように導いた連立式で、各々の \dot{E}_{0n} の係数を要素とする行列式を D 、また、その第 m 列目の要素を \dot{E}_{i0} の係数で置換した行列式を D_m とおく。この場合、Cramerの公式によれば、 $E_{0n}/E_{i0} = \dot{D}_m/D$ で与えられることは周知である。そこで $D \neq 0$ なることが証明できれば、 \dot{E}_{in} の各係数が0でないことは明らかであるから、すべての \dot{E}_{0n} は一義的に有限値として決定されることになる。

ところで、 D の中から M 行 M 列の要素を持った行列式 D' を採り出して計算し、それの無限大を採れば、附録(1)に示すように、 D を計算することができる。

その計算結果によれば、和動形の場合は、負帰還量 \dot{Q}_n の利得および位相余裕を充分採って設計すれば、交流増巾部の伝達特性に拘わらず常に安定であることが分かる。

つぎに、差動形では、(附-2)図で P 点が \dot{S}_0 ベクトルに一致する以上の負帰還量は不安定領域と考えられる。しかし、附録(1)に述べたように設計して、 $|D'_b| \neq 0$ ならしめれば安定に動作させることができる。これは安定限界に関係することである。

さて、たとえば $P=0.1$ の場合では D の第1列目の要素を E_{0i} の係数で置換したもの

を A_1 とおけば、これは係数 $(-\frac{m_{1n}}{m_{2n}})$ が掛かるだけで、その他は A と全く同じ形で与えられる。しかも、(附一1)式での要素に相当して、 $a_0 = -(A_{10} - \bar{a}k_1^2)m_{20}\dot{Z}_{00}$ となるだけで、他の要素は全く A のそれと同一である。ところで、通常は ω_i 成分 \dot{E}_{00} に対するループ利得は充分大きく採るから(4)式で $\dot{Q}_0 \gg 1.0$ である。そこで、 A_1 の a_0 は A のそれと充分な近似で一致し、結局 $\dot{E}_{00}/\dot{E}_{i0} \doteq -(\frac{m_{1n}}{m_{2n}}) = -\frac{1}{\beta}$ が得られる。

同様に A の第 m 列目 ($m \neq 1.0$) を $\alpha_i \dot{E}_{i0}$ で置換して、 \dot{E}_{on} ($n \neq 0$) を計算すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\dot{E}_{on}}{\dot{E}_{i0}} &= \frac{1}{\beta} \cdot \frac{-(1+G_3\dot{Z}_{00})\frac{1}{2}\bar{a}k_1k_{(n+1)}m_2\dot{Z}_{on}}{(1+G_3\dot{Z}_{00}-m_2A_{10}\dot{Z}_{00})(1+G_3Z_{on}-m_2A_{1n}Z_{on})} \\ &\doteq -\frac{1}{\beta} \cdot k_1k_{(n+1)} \cdot \frac{1+G_3\dot{Z}_{00}}{A_{10}A_{20}R_2G_2G_3\dot{Z}_{00} \cdot A_b} \cdot \frac{\frac{1}{2}\bar{a}}{A_{1n}} \\ &\quad \text{ただし、}\dot{Q}_0, \dot{Q}_n \gg 1, 0 \end{aligned} \quad (17)$$

これは、すでに2.2節で述べたように、 \dot{E}_{on} ($n \neq 0$) が \dot{Q}_0 に逆比例して抑圧されることを意味する。なお、交流増巾部に差動形を用いれば、すでに述べたように、 \bar{a} が和動形の2倍、かつ安定に設計して負帰還量を増大すれば、(附一2)図で分かるように $|A_b|$ は和動形の場合より非常に減少する。これは高調波歪みの改善は和動形の方が非常に有利であることを意味する。なお、このことは次節の計算例によっても確かめることができる。さらに、 $P=3.5$ でも、上記の $P=1.0$ の場合に準じて扱える。

6. 設計例および実測

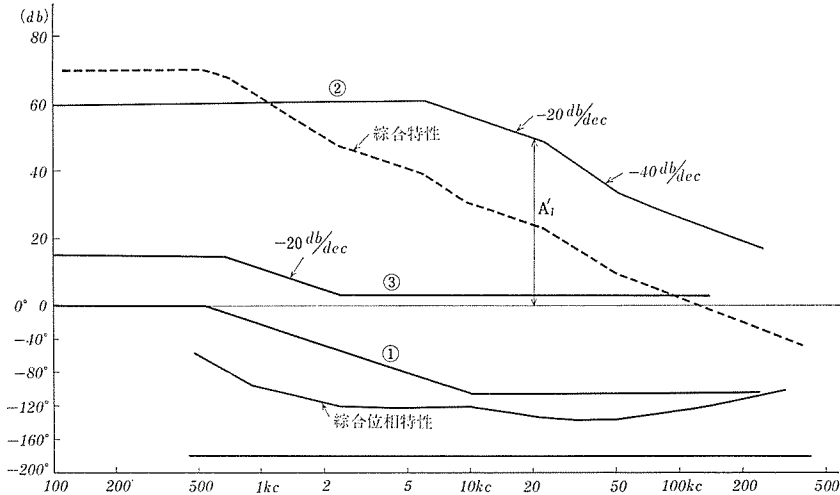
回路構成は第3図を採用し、交流増巾部は和動形、入力抵抗 R_i は通常の信号源抵抗を考慮して $100k\Omega$ 、また、充分な負帰還量を得るため、 $\beta=1.0$ としてある。

チョップ励振は $100c/s$ で行い、同期検波部は数百 mV 位までの入力レベルを考慮して充分な搬送波レベルを加えてある。信号周波数は実用的と思われる $f_i=0 \sim$ 数百サイクルを対象とし、オープン時 ($\beta=0$) の直流利得上限は500サイクルを目標とした。

さらに、出力精度を 0.1% 以下に抑えるため、 $|\dot{Q}_0|$ は $60 \sim 80db$ を対象とし、実測は $70db$ で行った。

さて、以上の観点より、すべての $|\dot{Q}_n|$ に対して充分な利得および位相余裕を採るため、変調系各部の周波数特性は第9図のように配分してある。

すなわち、①は低域濾波部を含めた同期検波部の周波数特性であり、 $f_i=0 \sim 500$ サイクルを直流利得としている。②は交流増巾部特性であり、各段に CR 補償回路を挿入し、約 $6kc$ を遮断点としている。この場合は、つぎに述べるように、被変調波スペクトルの有効成分はほとんど平坦特性の範囲を通過すると見て良い。また、③は直流増巾部特性であり、矢張り CR 補償回路を挿入して遮断点を $700 \sim$ 附近に採ってある。この場合、直流利得 $60 \sim 80db$ に対する線分特性は充分な利得および位相余裕を余つことがで



第9図 負帰還量 $|Q_n|$ のBode線図

きる。なお、同図の点線は実測の70dbに対する総合特性である。

ところで、信号帯域上限が数百サイクル、搬送周波数が100サイクルであるから、被変調波の周波数スペクトル $(\omega_i + n\omega_0)$ 成分の中で、 $|n| \leq 60$ は②の平坦特性を通過する。一方、 $|n|$ の高いスペクトル成分は、ほとんど無視できる。また、 $\bar{a} \neq 0$ では出力側に多くの $\dot{E}_{on}(n \neq 0)$ が発生するが、これ等は(7)式、あるいは後の計算例でも分かるが、 \dot{E}_{00} に比べて非常に小さく、矢張り高次の \dot{E}_{on} の入力側への負帰還分は無視して差支えない。したがって、出力側からの低次の E_{on} を考慮しても、交流増巾部を通る被変調波スペクトル中の有効成分で、超低周波の $\Delta\omega$ 成分以外のものは②の平坦特性を通ると見ることができる。なお、 $f_i \gg f_0$ になれば、有効な被変調波スペクトルは、交流増巾部でほとんど同一利得を受けると見て良い。たとえば $f_i = 20kc$ とすれば、第9図で A_1' 附近の利得を受けることになる。

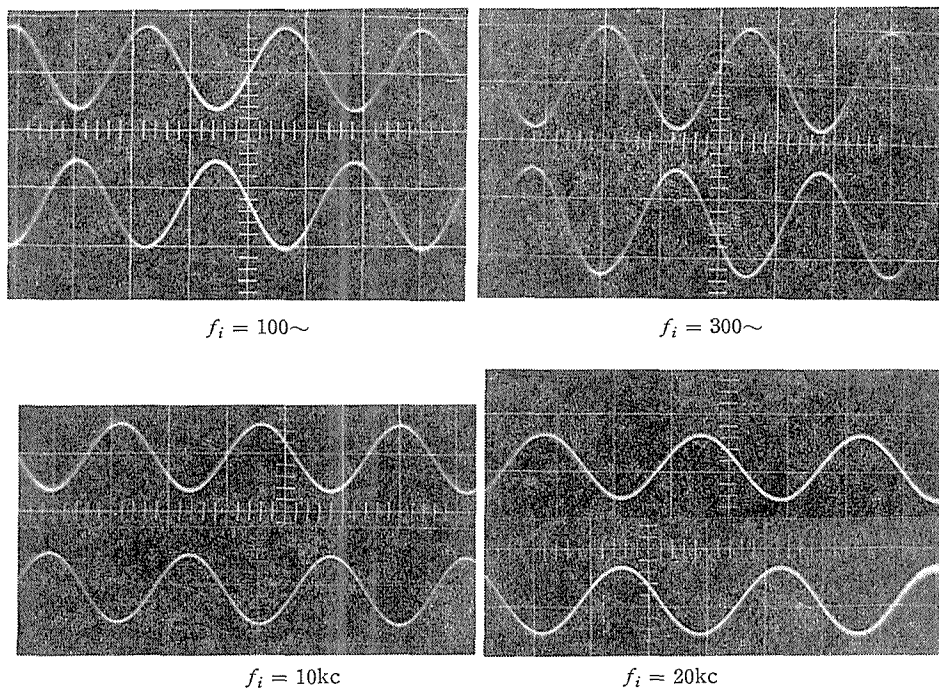
つぎに、第4図の交流増巾部の段間結合時定数は約50ms、同期検波部との結合時定数は約20msであり、この場合、第8図の $\dot{A}_{1(-p)}$ の位相回転は約数サイクルから生ずる。

しかし、 $Q_0 = 70db$ の負帰還量によって、高調波歪みは十分に改善できることは、つぎの計算例によっても確められる。すなわち、 $\frac{R_g}{R_0} = 10$ 、出力側の高調波成分が最大となる付近を選んで $\dot{A}_{1(-1)} \approx 0$ 、かつ $p = 1.0$ 、 $Q_0 = 70db$ 、 $\beta = 1.0$ に採った。

これ等の条件で(3)式を $\dot{E}_{on}(n = 0 \sim -10)$ について電子計算機で計算した結果は、 $|\dot{E}_{00}|$ に対して $|E_{0(-2)}|$ が約 $4 \times 10^{-3}\%$ で最も大きく、以下 $\frac{1}{|n+1|}$ で順次減少する。なお、差動形の場合を同様な条件で計算すれば、 $\frac{|\dot{E}_{0(-2)}|}{\dot{E}_{00}} \approx 0.1\%$ で矢張り $\frac{1}{|n+1|}$ で順次減少するが、前者に比べて非常に大きいことが分かる。尚以上の数値計算は近似を用いてあるため、その分だけ(7)式との間に誤差がある。

これ等は、オープン系に較べれば高調波成分が非常に軽減されており、かつ負帰還量の増大に伴って、その改善度は高まる。

ところで、 $f_i=2kc$ とすれば、総合特性より見て、負帰還量は約 $20db$ 低下するため、前節で述べたように、演算精度、出力歪みの改善度は約 1 桁低下する。結局、それ等の許容条件によって、この場合の信号帯域上限は定まると考えられる。



第10図 出力波形の実測例

第10図は第3図の回路構成で、 $f_0=100c$ 、 $f_i=100c\sim 20kc$ 、負帰還量 $70db$ 、 $\beta=1.0$ に設定した場合の出力波形の実測例であり、下側には比較のため入力波形が示してある。

なお、出力精度は $10\sim 20kc$ 位までは、ほとんど理論値と一致した結果が得られたが、数拾 kc 附近では約 2 倍の誤差が生じた。これはこの附近で負帰還量が $0db$ に近く、かつ位相回転が大きいためと思われる。

なお、交流増巾部が差動形の場合は、 CR 結合を3段にしても、たとえば、その一つの時定数を他より充分大きいか、あるいは小さく採れば、2段の場合と同じく安定な出力が観測できた。

これは附録で述べたことを定性的に立証するものである。

7. 結 論

以上、変調系をチョッパ回路系と見た場合の解析法を述べ、その適用例として、全波

結局、無数の連立式を解くには、上式で $M \rightarrow \infty$ とすれば良いが、この根限では a_M は $a_n (n \neq M)$ の場合と同様に扱うことができ、結局次式が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta_a &= a_0 \cdot a_{(-2)} a_2 \cdots \cdots \\ \Delta_b &= 1 + \frac{1}{2} \bar{a}_2 \left\{ k_1^2 \left(\frac{m_{20} \dot{Z}_{00}}{a_0} + \frac{m_{2(-2)} \dot{Z}_{0(-2)}}{a_{(-2)}} \right) + k_3 \left(\frac{m_{22} \dot{Z}_{02}}{a_2} + \frac{m_{2(-4)} \dot{Z}_{0(-4)}}{a_{(-4)}} \right) + \cdots \cdots \right\} \\ \bar{a} &= A_1 - \bar{A}_{1(-1)} \end{aligned} \tag{附-2}$$

ところで、ループ利得(すなわち、負帰還量) $|\dot{Q}_n|$ が $(1 - \dot{Q}_n) \approx 0 (n=0, \pm 2, \pm 4 \cdots)$ であれば、上式より

$$\left. \begin{aligned} \Delta_b &= 1 - \dot{m} \left(1 - \frac{\bar{A}_{1(-1)}}{A_{1n}} \right) \\ &\text{ただし、} A_{1n} \doteq A_1 \end{aligned} \right\} \tag{附-3}$$

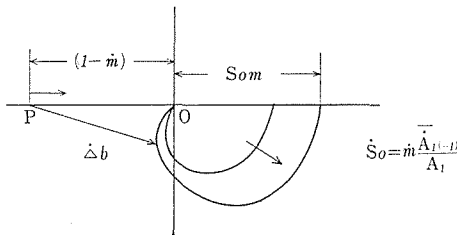
実際に計算して見れば分かるが、通常は $\dot{Q}_n \gg 1.0$ であるから、上式の \dot{m} はほとんど実数であたえられ、また、 $A_{1n} \doteq A_1$ については、後節の設計例で論じてある。

そこで、第8図の $\dot{A}_{1(-1)}$ ベクトル図を参照して上式のベクトル軌跡を作れば、(附-1図)が得られ、 $|\dot{Q}_n|$ が増大するに伴い、 p は右方に移行し、 S_0 ベクトルは増大する。そして、その極限では、 $(1 - \dot{m}) \rightarrow 0.5, S_{0m} \rightarrow 0.5$ に接近する。したがって、 $\bar{A}_{1(-1)}$ の特性に拘らず、常に $\Delta_b \approx 0$ である。一方、 Δ_a の各項はすでに本文中で証明したように、 $a_n \approx 0$ 、また $a_M (M \rightarrow \infty)$ は回路間の漂遊容量などを考察すれば、有限値に収斂する。

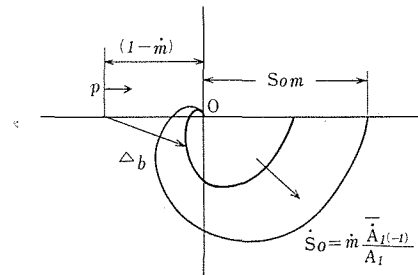
したがって、 $M \rightarrow \infty$ の極限で、 $\Delta \approx 0$ なることが証明できる。

つぎに、差動形の場合は、3節で触れたように和動形の $\frac{1}{2} \dot{a}$ が2倍となって出力特性に影響する。

すなわち、 $|\dot{Q}_n|$ が増大するに伴い(附2図)で示すように矢張り p 点は右方に移行し、 \dot{S}_0 ベクトルは増大するが、その極限では $(1 - \dot{m}) \rightarrow 0, S_{0m} \rightarrow 1.0$ に接近する。したがって、ある負帰還量以上になれば、 p 点は \dot{S}_0 ベクトルと一致し、更なる内部に包含され不安定領域となる。



(附-1)図 和動形の場合の $\dot{\Delta}_b$ ベクトル図



(附-2)図 差動形の場合の $\dot{\Delta}_b$ ベクトル図

しかし、交流増巾部の CR 結合段が 2 段以下、あるいは 3 段位でも結合時定数の比を適当に設計すれば、 $|d_b| \approx 0$ となり、和動形の場合と同じく安定となる。

なお、 $p=3, 5, \dots$ の場合については、 $p=1.0$ の場合に準じて扱うことができる。

文 献

- 1) 栗屋他：連合大会，1539年（昭35）
- 2) 中津山：山形大学紀要，Vol. 7, No. 1,（昭37）
- 3) 猪瀬：自動制御連合講演会，254（昭37）
- 4) 工藤：信越支部大会，No. 10,（昭39）
- 5) 工藤：信州大学工学部談話会，（昭41.5）
- 6) 工藤： “ ” （昭41.6）
- 7) 工藤：東海支部大会。6-4-13（昭39）
- 8) 喜安他：可変抵抗回路論，§1, 4（昭36）

Summary

A analysis of the chopper circuits, and its application.

Michio KUDO

(Department of communication, Faculty of Engineering)

In the modulating type amplifier system, the signal frequency f_i is restricted with in the narrow band.

But, by the system of the negative feed back containing choppers of full wave type, the wide band signal frequency is amplified, because the harmonics noises of chopping frequency f_0 are suppressed sufficiently.

About the above problem, a few considerations have been discussed.

But the quantitative considerations of harmonics, noise and stability of the above system have not fully been discussed yet.

Here, I analysed the above amplifier system, which contains modulator, A. c amplifier, synchronous detector, etc., in detail, and I gained the following results.

- (1) In suppressing the harmonics, the parallel type is superior to the differential type system.
- (2) The stability condition for the parallel type is different from that of the differential type.

And I gained the design materials of the amplifier system. In experimental examination, the wide band signal were amplified stably.

Now, in the analytic method of this report, the choppers' actions are represented as the time varying resistances. And the out put is calculated directly from the frequency components of the circuit's current, with out calculating the voltages of the choppers' terminals.

Therefore, this method is applied profitably to the analysis of the chopper circuit, as the above modulating system of this report, which contains many choppers.