

転位内歯車の干渉に関する図式解法

両角宗晴*

(昭和37年12月27日受理)

1. 緒言

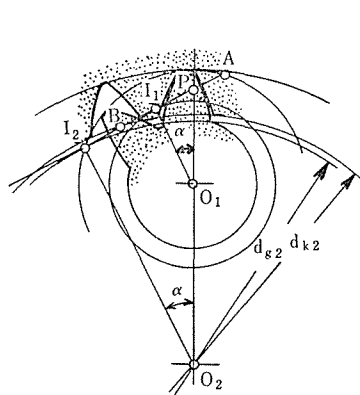
内歯車嚙合には、インボリュート干渉(双元干渉)¹⁾、トロコイド干渉およびトリミング(逃げ干渉)などのいろいろな干渉が起り易い。筆者はさきに転位内歯車嚙合におけるこれら問題について考察し、転位係数がこれら干渉におよぼす影響を明らかにし、転位内歯車の設計製作に便利な図表を作成した。²⁾これらはいずれも各種干渉が生じないような内歯車とピニオンカッタ(またはピニオン)との歯数差の限界について論じたものであり、干渉が生じた場合には、どのような状態になるか、またどの干渉が一番大きく影響するかということについては明らかにされていない。

そこで筆者はこれら問題を明らかにするための作図的方法について考察した。

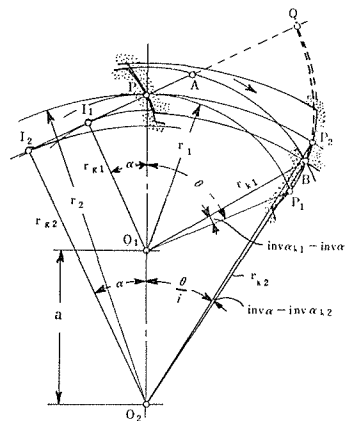
2. 内歯車嚙合において考慮すべき条件

- (1) 内歯車の歯先円は基礎円より大きいこと
- (2) インボリュート干渉(双元干渉)が生じないこと

内歯車の歯先円と作用線との交点が、干渉点を越えなければインボリュート干渉が生じないが、もし第1図の如くB点が干渉点 I_1 より左にあると、内歯車の歯先かどの点か



第1図 インボリュート干渉



第2図 トロコイド干渉

* 精密工学教室, 教授

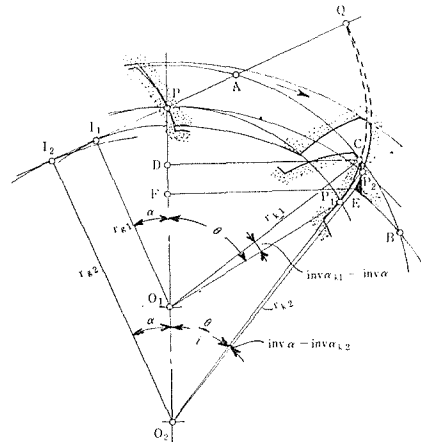
描く軌跡がピニオンの歯元のインボリュート曲線の一部に食いこみ、いわゆるインボリュート干渉を起す。この場合ピニオンがカッタであれば、逆にカッタの双元部分で内歯車の歯先部分を削り取り、いわゆる双元干渉を生ずる。

(3) トロコイド干渉が生じないこと

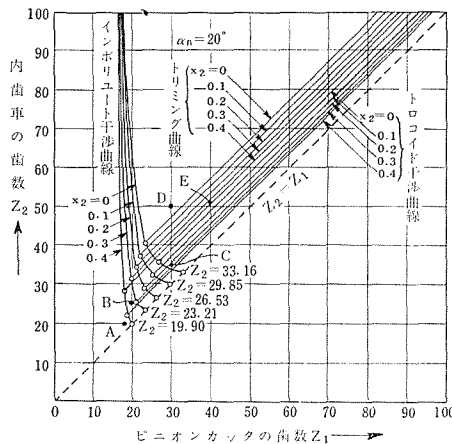
内歯車とピニオンの歯数の差が少ない時、嚙合を終えたピニオンの歯先がトロコイド曲線を描いて再び内歯車の歯先歯面に食いこむことがある。これをトロコイド干渉と呼ぶ。第2図はトロコイド干渉を生じ始める限界の様子を示す。

(4) トリミング (逃げ干渉) を生じないこと

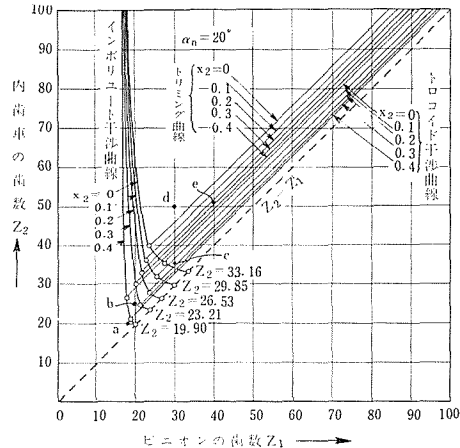
内歯車とピニオンの歯数の差が少ない時、ピニオンを内歯車の軸方向から嚙合位置に入れることはできても、ピニオンを内歯車の中心に入れてから半径方向に寄せて嚙合位置にもたすることができない場合がある。この場合ピニオンがカッタとなつて内歯車を歯切りする時は、まずカッタを素材に対して半径方向に送つて歯の丈だけ切り込み、また切削中には戻りのストロークで半径方向に引いてプランクから逃がすので、その際にピニオンカッタの刃先が内歯車の歯先に干渉して正しい歯形をこわす。すなわち第3図に示す如く $CD > EF$ なるときこのような干渉が生ずる。これをトリミングまたわ逃げ干渉という。



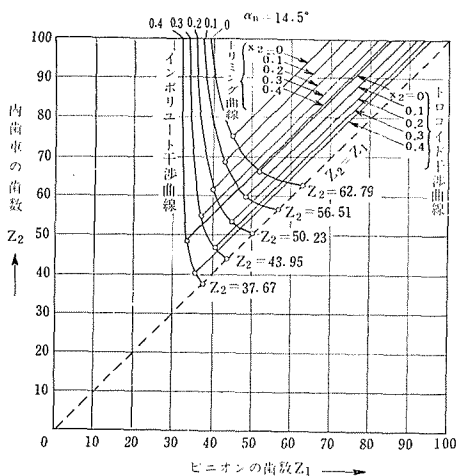
第3図 トリミング



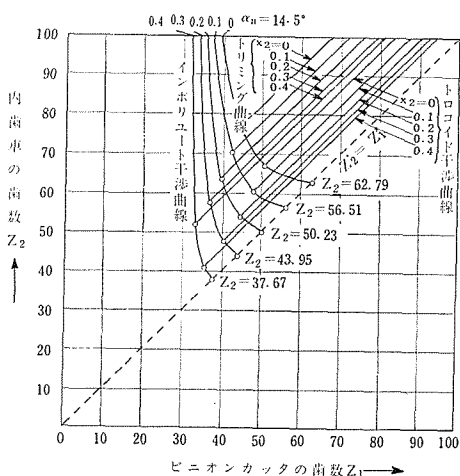
第4図(a) 転位内歯車の干渉曲線



第4図(b) 転位内歯車の干渉曲線



第4図(c) 転位内歯車の干渉曲線



第4図(d) 転位内歯車の干渉曲線

3. 転位内歯車の干渉曲線³⁾

いまピニオンは並歯標準平歯車とし、これに無背隙で噛合う内歯車の転位係数 x_2 を 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 と変化させた場合の各種の干渉曲線を第4図 (a), (b), (c), (d) に示す。ただし (a), (b) は $\alpha_n=20^\circ$, (c), (d) は $\alpha_n=14.5^\circ$ の場合を示す。この図で Z_1 と Z_2 の組み合わせが、これら干渉曲線より上方の領域にあれば干渉が生じないのである。この第4図により内歯車の転位係数 x_2 が大になるにしたがって各種干渉が生じ難くなることがわかる。

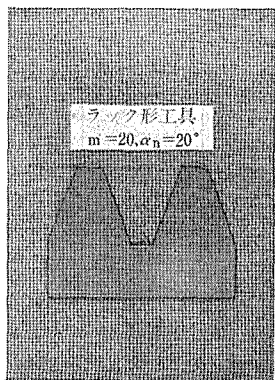
4. 作図のための準備

(1) ラック形工具の作製

基準ラックの歯形は JIS B1701 (1953) に規定されているから、これにより第5図に示す如き $m=20, \alpha_n=20^\circ$ の並歯のラック形工具をセルロイド板で作った。

(2) ピニオン形板とピニオンカッタ形板の作製

中田博士による“ラック形板によるインボリュート⁴⁾歯形の創成原理”により、上記ラック形工具を用いて並歯標準歯車のピニオン歯形を描き、この歯形を描いた紙をセルロイド板上に置き、歯形曲線に沿って針の先で小孔をあけ、この小孔を目安として糸ノコでセルロイドを切り、ヤスリ仕上げしてピニオン形板を作った。この場合歯数 Z_1 は 18, 20, 30, 40 とし、ピニオン形板の場合



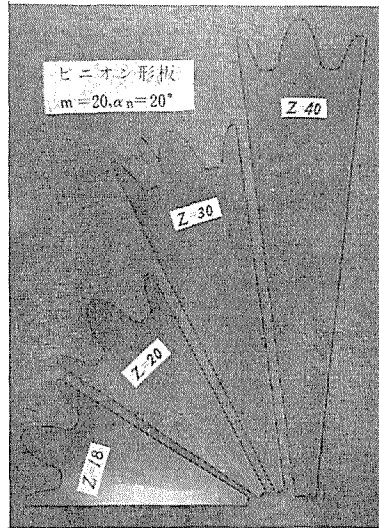
第5図 ラック形工具

は歯末のタケは $m (=20)$ に等しくし、ピニオンカッタ形板の場合は歯末のタケは $1.25m (=25)$ に等しくとつた。つまりピニオン形板として4枚、ピニオンカッタ形板として4枚、合計8枚作つた。第6図はピニオン形板4枚の写真を示す。

(3) 内歯車の歯形の作図

ピニオンの歯形を描いた時と全く同じ方法により、セルロイドのラック形板を用いて次の如き9種類の内歯車の歯形を描いた。

- $Z_2 = 20 (x_2 = 0.1, 0.4)$
- $Z_2 = 25 (x_2 = 0.1, 0.4)$
- $Z_2 = 35 (x_2 = 0.1, 0.4)$
- $Z_2 = 50 (x_2 = 0)$
- $Z_2 = 51 (x_2 = 0.1, 0.4)$



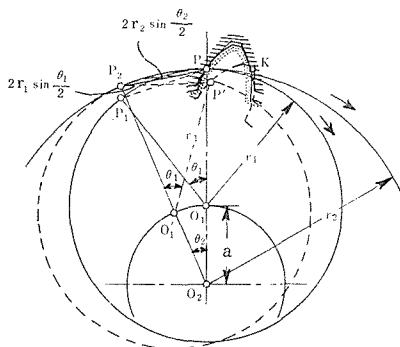
第6図 ピニオン歯形定規

この場合、転位歯形を描くにはセルロイドのラック形工具の基準ピッチ線に対して mx_2 だけ平行にずらした直線をラック形工具に描き、これを切削ピッチ線として作図を行えばよい。そして内歯車の歯先円半径は $m \left(\frac{Z_2}{2} - 1 + x_2 \right)$ とする。

5. 作図による各種干渉の検討

(1) 作図により検討する歯数の組合わせ

第4図(a)においては、A点 ($Z_1 = 18, Z_2 = 20$), B点 ($Z_1 = 20, Z_2 = 25$), C点 ($Z_1 = 30, Z_2 = 35$), D点 ($Z_1 = 30, Z_2 = 50$), E点 ($Z_1 = 40, Z_2 = 51$), 第4図(b)においては、a点 ($Z_1 = 18, Z_2 = 20$), b点 ($Z_1 = 20, Z_2 = 25$), c点 ($Z_1 = 30, Z_2 = 35$), d点 ($Z_1 = 30, Z_2 = 50$), e点 ($Z_1 = 40, Z_2 = 51$)



第7図 内歯車とピニオンの噛合運動およびトロイド干渉の作図法

を選んだ。そして A, a点では $x_2 = 0.1, 0.4$, B, b点では $x_2 = 0.1, 0.4$, C, c点では $x_2 = 0.1, 0.4$, D, d点では $x_2 = 0$, E, e点では $x_2 = 0.1, 0.4$ の場合(合計18種類)について各種干渉を検討すると第1表の如くなる。

これら結果を次に述べる如き作図法によりくわしく検討する。

(2) 内歯車とピニオンの相対運動

第7図において r_1, r_2 はそれぞれピニオンと内歯車の噛合ピッチ円半径, a は中心距離であり, $x_1 = 0$ にして, しかも

第1表 内歯車とピニオンカット（またわピニオン）の噛合における各種干渉

			$x_2=0$	$x_2=0.1$	$x_2=0.4$	
A (a)	$Z_1=18$ $Z_2=20$	d_{g2} に対する d_{k2} の 大きさ	×	×	○	
		インボリュート干渉	×	A	×	
		トロコイド干渉	×	(a)	(a')	×
		トリミング	×			×
B (b)	$Z_1=20$ $Z_2=25$	d_{g2} に対する d_{k2} の 大きさ	×	×	○	
		インボリュート干渉	×	B	×	
		トロコイド干渉	×	(b)	(b')	○
		トリミング	×			×
C (c)	$Z_1=30$ $Z_2=35$	d_{g2} に対する d_{k2} の 大きさ	○	○	○	
		インボリュート干渉	○	C	○	
		トロコイド干渉	×	(c)	(c')	○
		トリミング	×			×
D (d)	$Z_1=30$ $Z_2=50$	d_{g2} に対する d_{k2} の 大きさ		○	○	
		インボリュート干渉	D	○	○	
		トロコイド干渉	(d)	○	○	
		トリミング		○	○	
E (e)	$Z_1=40$ $Z_2=51$	d_{g2} に対する d_{k2} の 大きさ	○	○	○	
		インボリュート干渉	○	E	○	
		トロコイド干渉	○	(e)	(e')	○
		トリミング	×			○

○印は干渉の生じないことを示す。

×印は干渉の生ずることを示す。

無背隙噛合の場合には次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned}
 a &= \frac{Z_2 - Z_1}{2} m + ym, \\
 \text{ただし } y &= \frac{Z_2 - Z_1}{2} \left(\frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha} - 1 \right), \\
 \text{inv } \alpha &= \text{inv } \alpha_n + 2 \tan \alpha_n \frac{x_2}{Z_2 - Z_1}
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

そして $a = r_2 - r_1$, $r_1/r_2 = Z_1/Z_2$ であるから

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \frac{a}{\frac{Z_2}{Z_1} - 1} \\ r_2 &= a + r_1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

はじめ内歯車とピニオンが嚙合ピッチ点 P で嚙合い、これより内歯車が θ_2 回転すればピニオンは $\theta_1 (= \frac{Z_2}{Z_1} \theta_2)$ 回転し、両方の嚙合ピッチ円上の点 P_2 と P_1 は P 点にきて重なる。(ただし $\angle PO_2P_2 = \theta_2$, $\angle PO_1P_1 = \theta_1$) いま内歯車を固定し、これに対するピニオンの相対位置を考えると、 P_1 点は P_2 点に重なり、ピニオンの中心 O_1 は O_1' にきてピニオンの嚙合ピッチ円は点線の位置を占め、P 点は P' 点に移動する(ハイポサイクロイドを描いて動く) この場合 $\triangle O_1P_1P \equiv \triangle O_1'P_2P'$ であり $\angle P_2O_1'P' = \angle P_1O_1P = \theta_1$ である。

(3) 作図法

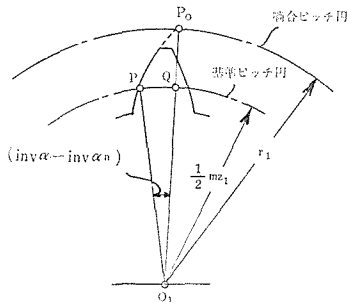
(i) (1) 式より a を、(2) 式より r_1 と r_2 を計算する。

(ii) O_2 を中心とし、半径 r_2 なる円と半径 a なる円を描く。

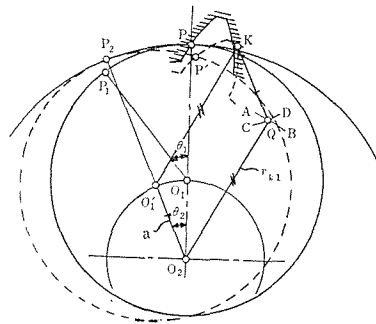
(iii) $\overline{PO_2}$ に対して θ_2 の角をなす動径 $\overline{O_2P_2}$ を引く(角度誤差を少なくするためには、 $\overline{PP_2} = 2r_2 \sin \frac{\theta_2}{2}$ なる計算を行なつて P_2 点を定める。) そして前記の半径 a なる円との交点を O_1' とする。

(iv) O_1' を中心とし、 r_1 を半径とする円弧と、 P_2 を中心とし $2r_1 \sin \frac{\theta_1}{2}$ を半径とする円弧との交点として P' を求める。

(v) あらかじめ作製したピニオン形板の中心点を O_1' に合せ、形板上の基準線(ピニオンの形板上に嚙合ピッチ円を描き、それと歯形との交点からピニオンの中心に向つて引いた半径線をいうのであり、標準歯車の場合は第8図において $\overline{O_1P}$ が基準線であるが、転位内歯車嚙合においては第8図に示す如くピニオンの嚙合ピッチ円がピニオンの歯先円より大きくなることがあり、その場合は嚙合ピッチ円と歯形との交点 P_0 を求めることができないが、基準ピッチ円と $\overline{P_0O_1}$ との交点を Q とすれば



第8図 ピニオン形板の基準線



第9図 トリミングの作図法

$$\overline{PQ} = m Z_1 \sin \frac{\text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_n}{2} \quad (3)$$

であるから、 \overline{PQ} を計算で求め、この Q 点と O_1 を結ぶことによつて基準線 $\overline{P_0O_1}$ を引くことができる) を $\overline{P'O_1'}$ に重ね、しかる後ピニオン形板の歯形輪廓を鉛筆で描く。

(vi) 以上の方法を、 θ_2 を 5° とびに変えて繰返す。

(vii) この時のピニオンの歯先かどの点 K の軌跡を求め、この軌跡が内歯車の歯形に食い込めばこれがトロコイド干渉である。

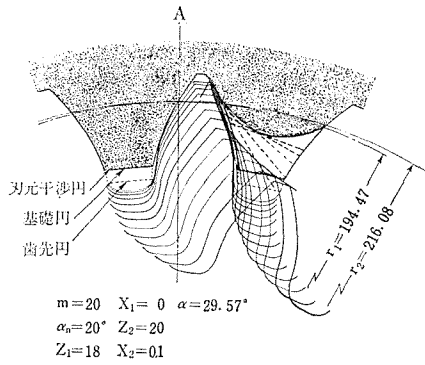
(viii) 次に第 9 図に示す如く O_2 点を中心とし、ピニオンの外半径 r_{k1} を半径とする円弧 \widehat{AB} と、K 点を中心とし中心距離 a を半径とする円弧 \widehat{CD} との交点を Q とすれば、四辺形 $O_2O_1'KQ$ は平行四辺形となるから $\overline{KQ} \parallel \overline{O_1'O_2}$ であり、 \overline{KQ} はピニオンを中心方向に逃がした場合の歯先点 K の運動軌跡であり、これが内歯車の歯形に食い込めばトリミング (逃げ干渉) が生じていることを示す。以上のことは、内歯車の中心とピニオンの中心を結ぶ中心線に沿つてピニオンを前進後退させた時に生ずるトリミングについて述べたのであるが、ヘローギヤシューパ等で歯切りする場合は、機械の構造からピニオンカッタは中心線より約 $3^\circ 30'$ 傾いた方向に前進後退するので、さらにトリミングを生じ易くなる。この斜行の場合には第 9 図の作図において \overline{KQ} を求めた後で、K から \overline{KQ} に対して $3^\circ 30'$ 傾いた直線を引けば、これがピニオンの歯先点 K の運動軌跡である。

(4) 作図結果

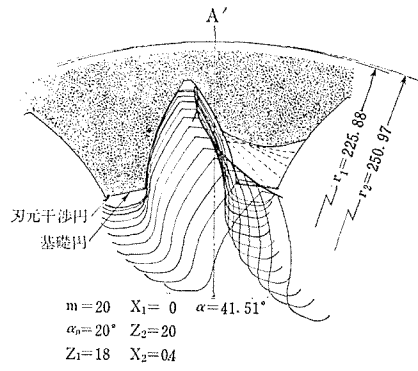
第 1 表に示した A, A', B, B', C, C', D, E, E', a, a', b, b', c, c', d, e, e' の 18 種類の場合の作図結果を第 10 図から第 27 図までに示す。これらの図において内歯車の左側の歯は全然干渉しない場合の歯形を示し、右側の歯は各種干渉を生じた場合の歯形を示す。これらの図により第 1 表に示した干渉のくわしい状態がよくわかる。そして内歯車の転位係数 x_2 が大になるに従つて各種干渉が生じ難くなることがはつきりとわかる。なおトリミングによる干渉量が最も大きく、トロコイド干渉がこれに次ぎ、インボリュート干渉の干渉量は非常に小であり、この干渉の有無は作図的にはあまりはつきりとわからない。

6. 結 言

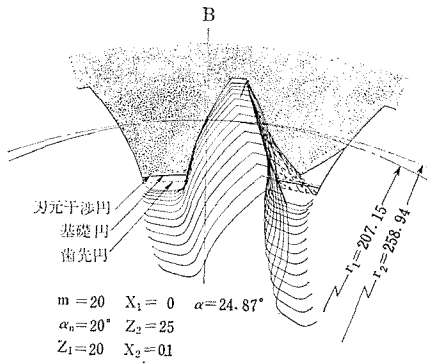
内歯車嚙合における各種干渉状態を明らかにするための作図的方法について考察し、圧力角 20° の転位内歯車とピニオンカッタ (またわピニオン) との間に生ずる各種干渉状態を、18 種類の場合について作図的に明らかにし、さらに転位係数が干渉に及ぼす影響を明らかにした。終りにこの研究に御協力いただいた馬目竹治 (現日立精機会社)、平田幸吉の両君に感謝の意を表します。



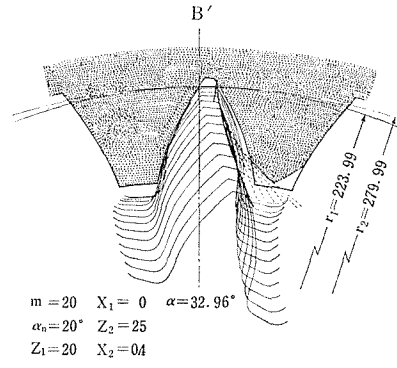
第10図 A の場合の干渉状態



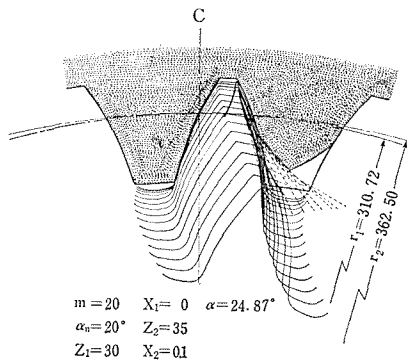
第11図 A' の場合の干渉状態



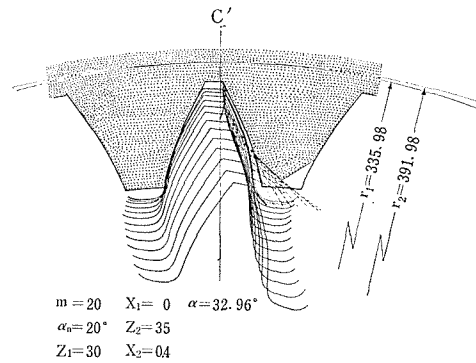
第12図 B の場合の干渉状態



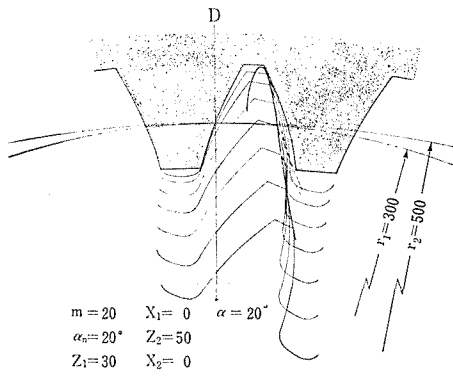
第13図 B' の場合の干渉状態



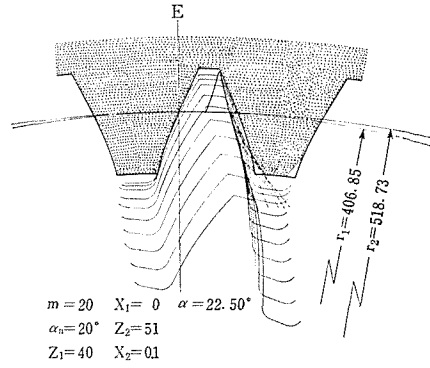
第14図 C の場合の干渉状態



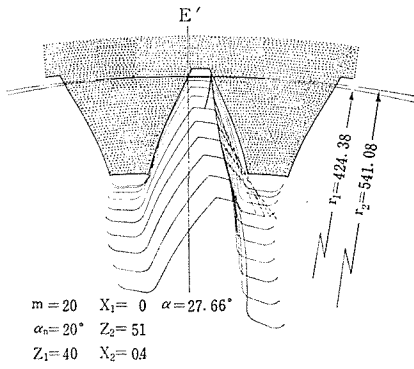
第15図 C' の場合の干渉状態



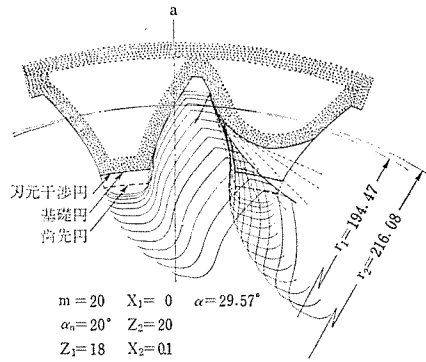
第16図 Dの場合の干渉状態



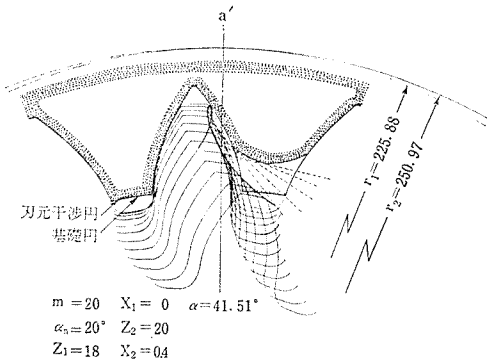
第17図 Eの場合の干渉状態



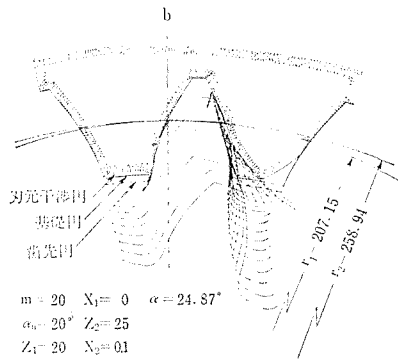
第18図 E'の場合の干渉状態



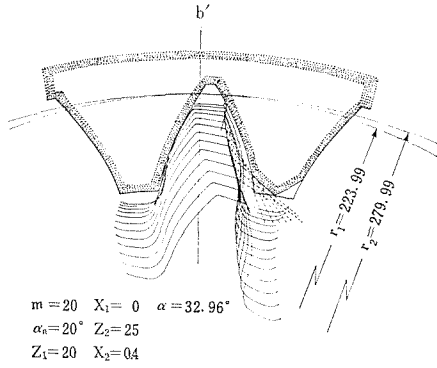
第19図 aの場合の干渉状態



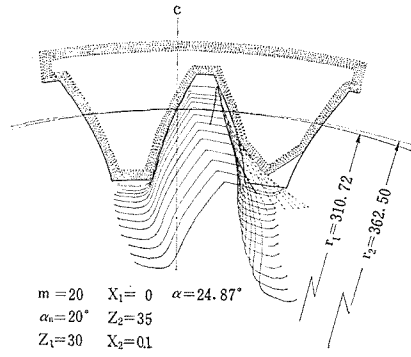
第20図 a'の場合の干渉状態



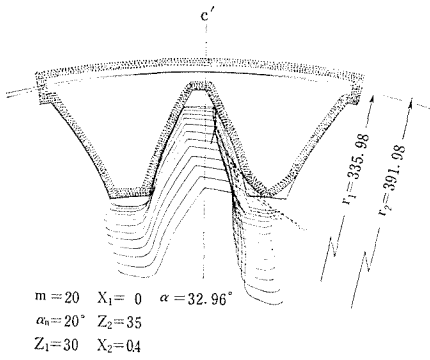
第21図 bの場合の干渉状態



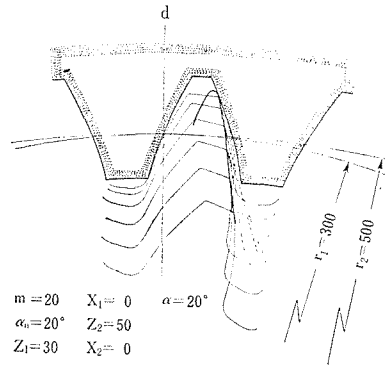
第22図 b'の場合の干渉状態



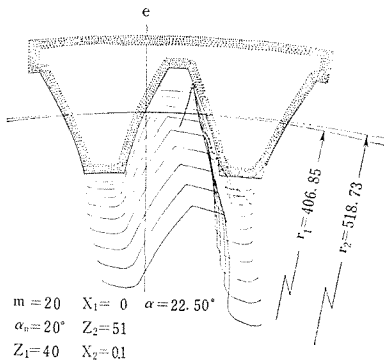
第23図 cの場合の干渉状態



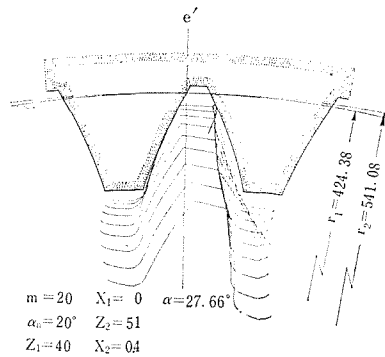
第24図 c'の場合の干渉状態



第25図 dの場合の干渉状態



第26図 eの場合の干渉状態



第27図 e'の場合の干渉状態

文 献

- 1) F. W. Shaw and H. Shaw; Amer. Macht., 76 (1932).
A. Fisher; Mach. (E), 44 (1934).
E. Buckingham; Manual of Gear Design, Section 2, (1935).
白井恭; 内歯車用ピニオンカッタに関する二三の問題, 精密機械, 11巻3号(1944—3) 159.
E. Buckingham; Analytical Mechanics of Gears, (1949).
吉本勇; 内歯車歯数の限界, 機械の研究, 4巻11号(1952—11), 627.
仙波正荘; 歯車, 1巻, 日刊工業(1953—6), 169.
H. E. Merritt; Gears, (1954).
荻野修作; インボリュート平歯車の基礎理論(II), 日本機械学会論文集, 21巻102号(1955), 151.
同上; インボリュート内歯車の干渉, 同上, 21巻110号(1955), 749.
景浦敬次郎, 内田昭就; 内歯車用ピニオンカッタの歯数, 日本機械学会講演前刷, (1958—10—28), 29.
G. Henriot; Traite' théorique et pratique des engrenages, tome 1, (1960).
藤井康治; 歯車の研究, 養賢堂, (1960—2), 364.
- 2) 両角宗晴, 八重嶋公郎; 転位内歯車の干渉, 岩手大学工学部研究報告, 15巻(1962—3), 146.
- 3) 同上
- 4) 中田孝; 転位歯車, 誠文堂新光社, (1949—10), 12.
またわ 中田孝; 歯車とその検査, オーム社(1956—1), 17.

Summary

Graphical Construction of the Interferences in the Variable Center-Distance Internal Gears

Muneharu MOROZUMI

(Department of Precision Engineering, Faculty of Engineering)

The internal gears are subject to three kinds of interferences such as an involute interference, a trochoidal interference and trimming, particularly when the difference between the number of teeth in the internal gear and the number of teeth in spur pinion is small.

In the previous report, the author gave an analytical theory on the interferences in the variable center-distance internal gears, and gave the charts available for the design and production of the variable center-distance internal gears.

In this paper, the author treats the graphical construction for representing these interferences, and makes the exact states of these interferences clear by using this graphical method.

This graphical construction is enough adaptable for all practical purposes.

The author shows some graphical examples with a view to facilitating the utilization of this research to the practice.