

多端子抵抗減衰器

丹野 頼元*

(昭和34年11月24日受理)

1 緒 言

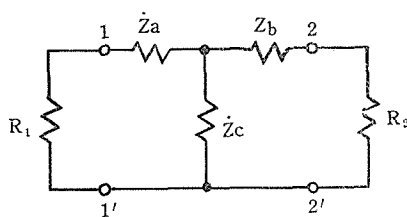
四端子伝送回路網において、入力に比し出力を周波数に無関係に一樣に減衰せしめる、いわゆる抵抗減衰器については、早くより正確な設計式が存在し、通信界であらゆる方面に広く使用されている。これは周波数に無関係に一樣に減衰させるので、各素子は全部抵抗を使用するものであって、通常T形、 π 形、L形等の回路が使用されるが、橋絡T形が使用されることもある。

さて例えば真空管増幅器の利得測定に用いる場合には、四端子抵抗減衰器で良いが、端局装置の工場内での調整と言うような時には困る。実際の通信線路では各所で分岐されておるので等価的に多端子抵抗減衰器であらわされ、従って上のような場合には多端子抵抗減衰器が必要とされるわけである。

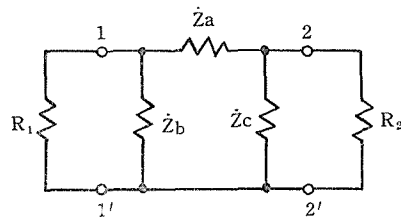
筆者は先般この必要にせまられ、多端子抵抗減衰器について考察を行ったところ、ある一定減衰量以上については実現することができた。本論文はこれについて述べるものであって、四端子抵抗減衰器を基礎として、その一つの素子を第三の端子とする六端子網に発展させ、これを組合せて多端子抵抗減衰器を実現するものである。

2 多端子抵抗減衰器の基礎⁽¹⁾

四端子抵抗減衰器は通常T形、 π 形或はL形が多く使用される。大地に対して各素子を平衡せしめる必要のある場合には、I形および \square 形等の回路が使用される。今それぞれの回路素子を第1図、第2図、第3図のようにとり、1-1'端子における入力を P_1 とし、2-2'端子の出力を P_2 として $k^2 \equiv P_1/P_2$ とおくことにする。通常減衰回路の設計

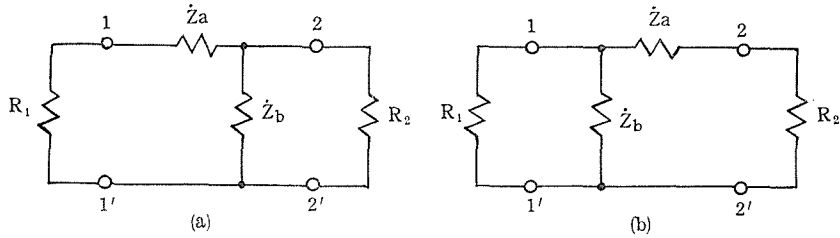


第1図 T形抵抗減衰器



第2図 π 形抵抗減衰器

* 通信工学教室，講師



第3図 L形抵抗減衰器

で与えられるものは、回路両端のインピーダンス R_1 , R_2 と P_1/P_2 すなわち k の値である。そこでこれらを与えた場合にそれぞれの回路の各素子の値は次の式によって求めることができる。

2.1 T形回路

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= R_1 \frac{k^2+1}{k^2-1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2-1} \\ \dot{Z}_b &= R_2 \frac{k^2+1}{k^2-1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2-1} \\ \dot{Z}_c &= 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

もし $R_1=R_2$ の場合には $\dot{Z}_a=\dot{Z}_b$ となり、対称回路となる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= R_1 \frac{k-1}{k+1} \\ \dot{Z}_c &= 2R_1 \frac{k}{k^2-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

2.2 π 形回路

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= \frac{1}{2}\sqrt{R_1 R_2} \frac{k^2-1}{k} \\ \dot{Z}_b &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} \frac{k^2+1}{k^2-1} - \frac{2}{\sqrt{R_1 R_2}} \frac{k}{k^2-1}} \\ \dot{Z}_c &= \frac{1}{\frac{1}{R_2} \frac{k^2+1}{k^2-1} - \frac{2}{\sqrt{R_1 R_2}} \frac{k}{k^2-1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

もし $R_1=R_2$ の場合には $\dot{Z}_a=\dot{Z}_c$ となり、対称回路となる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= R_1 \frac{k^2 - 1}{k} \\ \dot{Z}_b &= R_1 \frac{k + 1}{k - 1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

2.3 L形回路

第3図のL形回路では決定すべき未知数が \dot{Z}_a と \dot{Z}_b の二つである。そこで 1-1' 端子および 2-2' 端子において、インピーダンスを R_1, R_2 に等しくすると同時に、勢力の比 k^2 を与えると条件が三つで未知数が二つとなる。したがって条件を三つ与えることはできない。今 1-1' 端子の入力インピーダンスを R_1 に等しくなるようにし、かつ k^2 を与えると \dot{Z}_a, \dot{Z}_b は次の式の如くなる。

まず第3図(a)の回路では

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= \sqrt{R_1 R_2} \frac{k \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} - 1}{k} \\ \dot{Z}_b &= \sqrt{R_1 R_2} \frac{1}{k - \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

となる。もし $R_1 = R_2$ の場合には次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= R_1 \frac{k - 1}{k} \\ \dot{Z}_b &= R_1 \frac{1}{k - 1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

次に第3図(b)の回路では

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= \sqrt{R_1 R_2} \left(k - \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \right) \\ \dot{Z}_b &= \sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - 1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

となり、もし $R_1 = R_2$ の場合には次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= R_1 (k - 1) \\ \dot{Z}_b &= R_1 \frac{k}{k - 1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

3 四端子抵抗減衰器の実現条件

上に述べたように減衰器の各素子の値は、 k, R_1 および R_2 が与えられると求めることができる。しかしこの場合に上の諸式より求めた値が、負値になると実現することが

できない。これらの式を見ると明らかなように、 $R_1=R_2$ の対称回路では $k>1$ であるから無条件に実現することができる。しかし $R_1 \neq R_2$ の非対称回路では R_1, R_2 および k がある条件を満足する時のみ実現できる。そこでこの条件を次に求めてみる。

3.1 非対称 T 形回路

非対称 T 形回路を実現するためには、第(1)式で与えられる \dot{Z}_a, \dot{Z}_b および \dot{Z}_c が正でなければならない。このうち \dot{Z}_c は式より明らかな通り、 R_1, R_2 および k の値にかかわらず正である。そこで $\dot{Z}_a > 0, \dot{Z}_b > 0$ でなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= R_1 \frac{k^2+1}{k^2-1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2-1} > 0 \\ \dot{Z}_b &= R_2 \frac{k^2+1}{k^2-1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2-1} > 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

これを整理すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{k^2+1}{2k} &> \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \\ \frac{k^2+1}{2k} &> \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

すなわち R_1, R_2 および k の間にこの関係がなければならない。この条件は R_1, R_2 の大小によって一つの不等式になる。

(i) $R_1 > R_2 > 0$ の場合

この時は $\sqrt{R_2/R_1} < \sqrt{R_1/R_2}$ であるので第(10)式の関係を両方満足するためには次の式を満足しなければならない。

$$\frac{k^2+1}{2k} > \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \dots\dots\dots(11)$$

これを k について解き、整理すると結局求める条件は次の第(12)式となる。

$$k > \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2} - 1} \dots\dots\dots(12)$$

(ii) $R_2 > R_1 > 0$ の場合

前と同様にして次の関係を求めることができる。

$$k > \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_1} - 1} \dots\dots\dots(13)$$

3.2 非対称 π 形回路

前と同じように考えて、 $\dot{Z}_b > 0$ および $\dot{Z}_c > 0$ となるためには

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R_1} \frac{k^2+1}{k^2-1} - \frac{2}{\sqrt{R_1 R_2}} \frac{k}{k^2-1} &> 0 \\ \frac{1}{R_2} \frac{k^2+1}{k^2-1} - \frac{2}{\sqrt{R_1 R_2}} \frac{k}{k^2-1} &> 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

でなければならない。この式で $k > 1$ であるから、 $k^2 - 1 > 0$ となる。したがって第(14)式の両辺にそれぞれ掛けて整理すると、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{k^2+1}{2k} &> \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \\ \frac{k^2+1}{2k} &> \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

これはT形回路の場合と全く同じ関係であるから、求める条件式もT形回路の場合の第(12)式、第(13)式と同じになる。

3.3 L形回路

この場合も第3図(a)の回路でも同図(b)の回路でも同じ結果となる。前と同じように、 $\dot{Z}_a > 0$ 、 $\dot{Z}_b > 0$ において整理すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} k &> \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \\ k &> \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

この二つの条件式は R_1 、 R_2 の大小によって一つの不等式になる。

(i) $R_1 > R_2 > 0$ の場合

$$\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} < 1 < \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \dots\dots\dots(17)$$

の関係があるから、第(16)式の両不等式を満足するには次の不等式を満足しなければならない。

$$k > \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \dots\dots\dots(18)$$

これが求める条件である。

(ii) $R_2 > R_1 > 0$ の場合

$$\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} > 1 > \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \dots\dots\dots(19)$$

となり求める条件は次のようになる。

$$k > \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \dots\dots\dots(20)$$

4 多端子抵抗減衰器

例えば第1図の減衰回路の \dot{Z}_c の値は、第(1)式で与えられるが今 \dot{Z}_c を第3の出力端子と考えて見よう。この \dot{Z}_c 端子より内部を見たインピーダンス \dot{Z}_i が \dot{Z}_c に等しい時

には、この端子を出力端子とし \dot{Z}_c を出力インピーダンスとする減衰器を考えることができる。するとこれは六端子抵抗減衰器となるわけであって、これを順次組合せれば多端子抵抗減衰器とすることができる。

さてこのように一つの素子(今これを 3-3' 端子とする)より内部を見たインピーダンスと、その素子のインピーダンスが等しくなる条件、すなわち多端子抵抗減衰器の実現条件およびその時の減衰量を各回路について求めて見よう。

4.1 T形減衰回路

4.1.1 \dot{Z}_c 素子による場合

第1図の回路で \dot{Z}_c 端子より回路内部をみたインピーダンスを \dot{Z}_i とする。すると

$$\dot{Z}_i = \frac{(\dot{Z}_a + R_1)(\dot{Z}_b + R_2)}{\dot{Z}_a + R_1 + \dot{Z}_b + R_2} \quad \dots\dots\dots(21)$$

これに第(1)式の \dot{Z}_a , \dot{Z}_b の値を代入する。

$$\dot{Z}_i = \frac{\left(R_1 \frac{k^2+1}{k^2-1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2-1} + R_1\right) \left(R_2 + R_2 \frac{k^2+1}{k^2-1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2-1}\right)}{R_1 \frac{k^2+1}{k^2-1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2-1} + R_1 + R_2 + R_2 \frac{k^2+1}{k^2-1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2-1}} \quad \dots\dots\dots(22)$$

この式と第(1)式の \dot{Z}_c が相等しいとおいて k を求めると次のようになる。

$$k = \frac{(R_1 + R_2) \pm \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - R_1 R_2}}{\sqrt{R_1 R_2}} \quad \dots\dots\dots(23)$$

負号の場合は $k < 1$ となり不合理なので捨てる。すなわち

$$k = \frac{(R_1 + R_2) + \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - R_1 R_2}}{\sqrt{R_1 R_2}} \quad \dots\dots\dots(24)$$

もし対称形であると $R_1 = R_2$ となるので k は次の値になる。

$$k = 3 = 9.54db \quad \dots\dots\dots(25)$$

すなわち元の四端子抵抗減衰器の減衰量が、第(24)式あるいは第(25)式の値の時には \dot{Z}_c を出力端子とすることができる。

次にこの \dot{Z}_c 方向すなわち 3-3' 端子への減衰量を求める。1-1' 端子よりの入力電流を \dot{I}_1 とし又 3-3' 端子の出力を P_3 とし $P_1/P_3 \equiv k_{13}^2$ とすれば P_1 と P_3 はそれぞれ次のようになる。

$$P_1 = \dot{I}_1^2 R_1 \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$P_3 = \dot{Z}_c \left(\dot{I}_1 \frac{\dot{Z}_b + R_2}{\dot{Z}_b + \dot{Z}_c + R_2} \right)^2 \quad \dots\dots\dots(27)$$

したがって

$$k_{13}^2 = \frac{P_1}{P_3} = \frac{\dot{I}_1^2 R_1}{\dot{I}_1^2 \frac{\dot{Z}_c(\dot{Z}_b + R_2)^2}{(\dot{Z}_b + \dot{Z}_c + R_2)^2}} = \frac{R_1(\dot{Z}_b + \dot{Z}_c + R_2)^2}{\dot{Z}_c(\dot{Z}_b + R_2)^2} \dots\dots\dots(28)$$

この式の \dot{Z}_a , \dot{Z}_b および \dot{Z}_c に第(1)式の値を代入し整理すると k_{13} が求められる。
すなわち

$$k_{13}^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \frac{k(k^2 - 1)}{\left(k - \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\right)^2} \dots\dots\dots(29)$$

次に2-2'端子から3-3'端子への減衰量 k_{23} は第(29)式の R_1 と R_2 を交換すればよい。

$$k_{23}^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \frac{k(k^2 - 1)}{\left(k - \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\right)^2} \dots\dots\dots(30)$$

ここに k の値は第(24)式で与えられるものである。

なお、対称回路では、 $R_1 = R_2$ となるのでこれらの値は次式となる。

$$k_{13} = k_{23} = \sqrt{3} = 4.77db \dots\dots\dots(31)$$

4.1.2 \dot{Z}_a 素子による場合

この場合には \dot{Z}_a 端子より見た入力インピーダンス \dot{Z}_i は次のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{Z}_i &= R_1 + \frac{\dot{Z}_c(\dot{Z}_b + R_2)}{R_2 + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c} = R_1 + \frac{2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2 - 1} \left(R_2 + R_2 \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2 - 1} \right)}{R_2 + R_2 \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1}} \\ &= R_1 + \frac{2\sqrt{R_1 R_2} k \left(R_2 + R_2 \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2 - 1} \right)}{2k^2 R_2} \dots\dots\dots(32) \end{aligned}$$

今 $\dot{Z}_a \equiv \dot{Z}_i$ とおく。

$$R_1 \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2 - 1} = R_1 + \frac{\sqrt{R_1 R_2} \left(R_2 + R_2 \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2 - 1} \right)}{k R_2} \dots\dots\dots(33)$$

これを整理して k を求めると次のようになる。

$$k = 0 \quad \text{或は} \quad k = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \dots\dots\dots(34)$$

ところが、これは四端子抵抗減衰器の実現条件第(12)式、第(13)式を満足していない。したがって \dot{Z}_a 素子を用いて多端子抵抗減衰器は実現することができない。同様に \dot{Z}_b 素子

を用いてもできない。

4.2 π 形回路

4.2.1 \dot{Z}_a 素子による場合

前と同じ考え方により、第2図の \dot{Z}_a より見た内部インピーダンス \dot{Z}_i と \dot{Z}_a が等しいとおく。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= \frac{1}{2} \sqrt{R_1 R_2} \left(\frac{k^2 - 1}{k} \right) \\ \dot{Z}_i &= \frac{R_1 \dot{Z}_b}{R_1 + \dot{Z}_b} + \frac{R_2 \dot{Z}_c}{R_2 + \dot{Z}_c} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

であるから、これを等しいとおき \dot{Z}_b , \dot{Z}_c に第(3)式の値を代入して整理する。

$$k^2 - 2 \frac{(R_1 + R_2)}{\sqrt{R_1 R_2}} k + 3 = 0 \dots\dots\dots (36)$$

$$\text{故に} \quad k = \frac{(R_1 + R_2) \pm \sqrt{(R_1 + R_2)^2 - 3R_1 R_2}}{\sqrt{R_1 R_2}} \dots\dots\dots (37)$$

負号は式より明らかな通り $k < 1$ となり不合理なので捨てる。

すなわち

$$k = \frac{(R_1 + R_2) + \sqrt{(R_1 + R_2)^2 - 3R_1 R_2}}{\sqrt{R_1 R_2}} \dots\dots\dots (38)$$

もし対称形であると $R_1 = R_2$ となるので k は次の値になる。

$$k = 3 = 9.54 \text{ db} \dots\dots\dots (39)$$

すなわち元の四端子抵抗減衰器の減衰量が第(38)式あるいは第(39)式の値の時には、 \dot{Z}_a を出力端子とすることができる。

次にこの \dot{Z}_a 方向すなわち3-3'端子への減衰量を求める。1-1'端子よりの入力電流を \dot{I}_1 とし又3-3'端子の出力を P_3 とし $P_1/P_3 \equiv k_{13}^2$ とすれば、 P_1 と P_3 はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \dot{I}_1^2 R_1 \\ P_3 &= \dot{Z}_a \left(\dot{I}_1 \frac{\dot{Z}_b}{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \frac{R_2 \dot{Z}_c}{R_2 + \dot{Z}_c}} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

したがって

$$k_{13}^2 = \frac{P_1}{P_3} = \frac{R_1}{\dot{Z}_a \left(\frac{\dot{Z}_b}{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \frac{R_2 \dot{Z}_c}{R_2 + \dot{Z}_c}} \right)^2} \dots\dots\dots (41)$$

この式の \dot{Z}_a , \dot{Z}_b および \dot{Z}_c に第(3)式の値を代入し整理すると k_{13} が求められる。
すなわち

$$k_{13}^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \frac{k(k^2-1)}{\left(k - \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\right)^2} \dots\dots\dots(42)$$

又 2-2' 端子から 3-3' 端子への減衰量 k_{23} は上式の R_1 と R_2 を交換すればよい。

$$k_{23}^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \frac{k(k^2-1)}{\left(k - \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\right)^2} \dots\dots\dots(43)$$

ここに k の値は第(38)式で与えられるものである。

なお、対称回路では $R_1=R_2$ となるので、これらの値は次式となる。

$$k_{13}=k_{23}=\sqrt{3}=4.77db \dots\dots\dots(44)$$

4.2.2 \dot{Z}_b 素子による実現

第2図の \dot{Z}_b より見た内部インピーダンス \dot{Z}_i と \dot{Z}_b が等しいとおくと、この場合の条件が求まる。

$$\left. \begin{aligned} \text{今} \quad \dot{Z}_b &= \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} \frac{k^2+1}{k^2-1} - \frac{2}{\sqrt{R_1 R_2}} \frac{k}{k^2-1}\right)} \\ \dot{Z}_i &= \frac{R_1 \left(\dot{Z}_a + \frac{R_2 \dot{Z}_c}{R_2 + \dot{Z}_c}\right)}{R_1 + \dot{Z}_a + \frac{R_2 \dot{Z}_c}{R_2 + \dot{Z}_c}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(45)$$

であるから、両式相等しいとおき \dot{Z}_a , \dot{Z}_c に第(3)式の値を代入して k の値を求める。
すなわち

$$k=0 \text{ 或は } k = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \dots\dots\dots(46)$$

ところが、これは四端子抵抗減衰器の実現条件第(42)式、第(43)式を満足していない。したがって π 形回路では \dot{Z}_b 素子を用いて多端子抵抗減衰器は実現することができない。

4.3 L形回路

この回路には第3図(a)および(b)の二種類がある。次にそれぞれの場合について \dot{Z}_a 素子あるいは \dot{Z}_b 素子による実現を考えて見よう。

4.3.1 \dot{Z}_a 素子による場合

まず第3図(a)について実現条件を求めてみる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= \sqrt{R_1 R_2} \frac{k \sqrt{\frac{R_1}{R_2} - 1}}{k} \\ \dot{Z}_i &= R_1 + \frac{R_2 \dot{Z}_b}{R_2 + \dot{Z}_b} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (47)$$

であるので両式を相等しいとおき、 \dot{Z}_b に第(5)式を代入する。そして整理して k を求めると k は不定となる。したがってこの場合には実現することができない。

次に第3図(b)について求めてみる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= \sqrt{R_1 R_2} \left(k - \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \right) \\ \dot{Z}_i &= R_2 + \frac{R_1 \dot{Z}_b}{R_1 + \dot{Z}_b} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (48)$$

両式相等しいとおき、整理して k を求めると次のようになる。

$$k = \left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 + 4R_2} \right)} \dots\dots\dots (49)$$

この式の正号の場合は明らかに第(18)式および第(20)式の実現条件を満足する。又負号の場合には

$$\left. \begin{aligned} k &= \left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}} \right) - \sqrt{\left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 + 4R_2} \right)} < \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \\ \text{同様に} \quad k &< \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} < \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (50)$$

となり、いずれも実現条件第(18)式、第(20)式を満足していない。そこでこの場合には、第(49)式の正号すなわち次式が成立つ時に六端子抵抗減衰器として実現することができる。

$$k = \left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}} \right) + \sqrt{\left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 + 4R_2} \right)} \dots\dots\dots (51)$$

もし対称形であると $R_1 = R_2$ となるので k は次の値となる。

$$k = 2.62 = 8.4 \text{ db} \dots\dots\dots (52)$$

次にこの時 1-1' 端子より \dot{Z}_a 端子すなわち 3-3' 端子への減衰量を求めてみる。1-1' 端子の入力電流を \dot{I}_1 、3-3' 端子の出力を P_3 とし $k_{13}^2 \equiv P_1/P_3$ とすれば次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \dot{I}_1^2 R_1 \\ P_3 &= \dot{Z}_a \left(\dot{I}_1 \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + R_2} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (53)$$

したがって

$$k_{13}^2 = \frac{P_1}{P_3} = \frac{R_1(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + R_2)^2}{\dot{Z}_a \dot{Z}_b^2} \dots\dots\dots(54)$$

この式の \dot{Z}_a , \dot{Z}_b に第(5)式の値を代入し、整理して k_{13}^2 を求めると次のようになる。

$$k_{13}^2 = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \left(k - \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \right) \dots\dots\dots(55)$$

この式の k は第(5)式で与えられるものである。もし対称形の場合には $R_1 = R_2$ となり次の値となる。

$$k_{13} = 2.05 = 6.2db \dots\dots\dots(56)$$

4.3.2 \dot{Z}_b 素子による場合

この場合も同じように求めればよい。まず第3図(a)について考えてみる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_b &= \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{k - \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}} \\ \dot{Z}_i &= \frac{R_2(R_1 + \dot{Z}_a)}{R_1 + R_2 + \dot{Z}_a} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(57)$$

$\dot{Z}_i \equiv \dot{Z}_b$ において \dot{Z}_a に第(7)式の値を代入し整理すると次の式が求まる。

$$k^2 - k \left(2\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \right) + 1 = 0 \dots\dots\dots(58)$$

すなわち $k = \left(\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \right) \pm \sqrt{\frac{R_1}{R_2} + \frac{1}{4}\frac{R_2}{R_1}} \dots\dots\dots(59)$

前と同様にして負号の場合には、第(58)式、第(59)式の実現条件を満足しない。正号の時には実現条件を満足しておるので、六端子抵抗減衰器として実現することができる。

$$k = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2} + \frac{1}{4}\frac{R_2}{R_1}} \dots\dots\dots(60)$$

もし対称形であると $R_1 = R_2$ となるので、 k は次の値となる。

$$k = 2.62 = 8.4db \dots\dots\dots(61)$$

この時 1-1' 端子より \dot{Z}_b 端子すなわち 3-3' 端子への減衰量は次のようになる。1-1' 端子よりの入力電流を \dot{I}_1 とし、3-3' 端子よりの出力を P_3 として $k_{13} \equiv P_1/P_3$ とおけば

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \dot{I}_1^2 R_1 \\ P_3 &= \dot{Z}_b \left(\dot{I}_1 \frac{R_2}{\dot{Z}_b + R_2} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(62)$$

であるから k_{13}^2 は次のようになる。

$$k_{13}^2 = \frac{P_1}{P_3} = \frac{R_1(\dot{Z}_b + R_2)^2}{R_2^2 \dot{Z}_b} \dots\dots\dots(63)$$

この式の \dot{Z}_b に第(7)式の値を代入して整理すると次式が求まる。

$$k_{13}^2 = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \frac{k^2}{\left(k - \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\right)} \dots\dots\dots(64)$$

この式の k の値は第(60)式で与えられるものである。

もし対称形であると $R_1 = R_2$ となるので、 k_{13} は次の値となる。

$$k_{13} = 2.05 = 6.2 \text{ db} \dots\dots\dots(65)$$

次に第3図(b)の場合には

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_b &= k\sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1}} \\ & k\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - 1 \\ \dot{Z}_i &= \frac{R_1(\dot{Z}_a + R_2)}{R_1 + \dot{Z}_a + R_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(66)$$

であるから両式を相等しいとおき、 \dot{Z}_a に第(7)式の値を代入し k を求めると、

$$k = 0 \dots\dots\dots(67)$$

となる。すなわちこの場合には実現することができない。

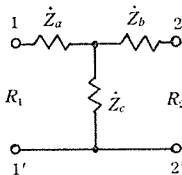
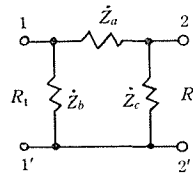
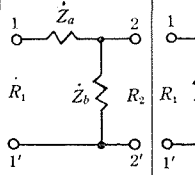
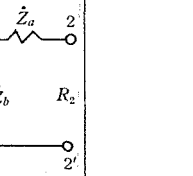
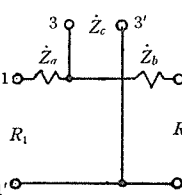
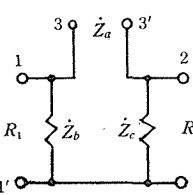
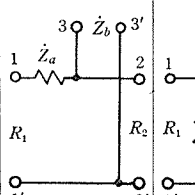
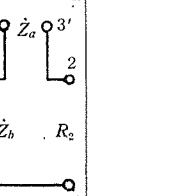
4.4 一般多端子抵抗減衰器

以上述べた六端子抵抗減衰器と四端子抵抗減衰器を組合せて行けば、任意減衰量の一般多端子抵抗減衰器を実現することができる。そこで上述の基礎となる六端子抵抗減衰器を基本六端子抵抗減衰器と呼び、これらを表示すると第1表および第2表の通りとなる。第1表は非対称抵抗減衰器の場合であり、第2表は対称抵抗減衰器の場合である。

さてこれら基本六端子抵抗減衰器を組合せて行けば、任意の多端子抵抗減衰器を求めることができる。例えば基本T形六端子抵抗減衰器を順次接続して行けば、第4図のような $(2n+4)$ 端子抵抗減衰器ができる。但し n は組合せる基本六端子抵抗減衰器の数である。この時任意の端子より他の任意の端子への減衰量は、その途中の各回路の減衰量の和になる。この値が所要減衰量より少ない場合には、その不足分だけの四端子抵抗減衰器を、両側の端子へ追加しなければならない。その時その減衰量の配分はどのようにしたらよいだろうか。

今六端子抵抗減衰器について考える。第5図のような回路で $11'-22'$ 間の減衰量を $a \text{ db}$, $11'-33'$ 間の減衰量を $b \text{ db}$, $22'-33'$ 間の減衰量を $c \text{ db}$ としこれらが与えられ

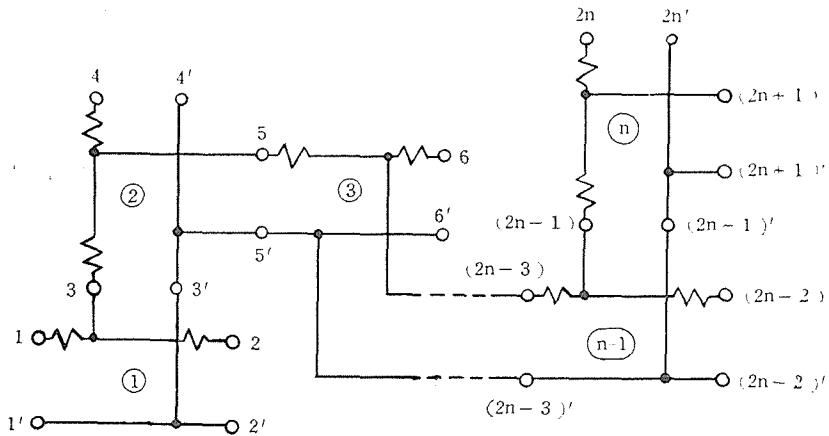
たものとする。基本六端子抵抗減衰器は前に述べたものであって、1'1''-2'2'' 間の減衰量 kdb 、1'1''-3'3'' 間の減衰量 $k_{13}db$ および 2'2''-3'3'' 間の減衰量 $k_{23}db$ は、それぞれ第1表あるいは第2表に示すように決定される。この時不足の減衰量を与えるために附加すべき、四端子抵抗減衰器の減衰量 A_1 、 A_2 および A_3 は次の式を解くことによって求まる。

	T形回路	π形回路	L形回路(a)	L形回路(b)
四端子抵抗減衰器				
定数	$\dot{Z}_a = R_1 \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2 - 1}$ $\dot{Z}_b = R_2 \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2 - 1}$ $\dot{Z}_c = 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2 - 1}$	$\dot{Z}_a = \frac{1}{2} \sqrt{R_1 R_2} \left(\frac{k^2 - 1}{k} \right)$ $\dot{Z}_b = \frac{1}{R_1 \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - \frac{2}{\sqrt{R_1 R_2}} \frac{k}{k^2 - 1}}$ $\dot{Z}_c = \frac{1}{R_2 \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - \frac{2}{\sqrt{R_1 R_2}} \frac{k}{k^2 - 1}}$	$\dot{Z}_a = \frac{k\sqrt{R_1} - 1}{\sqrt{R_1 R_2} k}$ $\dot{Z}_b = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{k - \sqrt{R_1 R_2}}$	$\dot{Z}_a = \sqrt{R_1 R_2} \left(k - \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \right)$ $\dot{Z}_b = \frac{k\sqrt{R_1 R_2}}{k\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - 1}$
条件	$R_1 > R_2$ $k > \left(\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - 1 \right)$	$R_1 > R_2$ $k > \left(\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - 1 \right)$	$R_1 > R_2$ $k > \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$	$R_1 > R_2$ $k > \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$
	$R_2 > R_1$ $k > \left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} - 1 \right)$	$R_2 > R_1$ $k > \left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} - 1 \right)$	$R_2 > R_1$ $k > \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$	$R_2 > R_1$ $k > \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$
基本六端子抵抗減衰器				
条件	$k = \frac{(R_1 + R_2) + \sqrt{(R_1 + R_2)^2 - 3R_1 R_2}}{\sqrt{R_1 R_2}}$ $k_{13}^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \frac{k(k^2 - 1)}{\left(k - \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \right)^2}$	$k = \frac{(R_1 + R_2) + \sqrt{(R_1 + R_2)^2 - 3R_1 R_2}}{\sqrt{R_1 R_2}}$ $k_{13}^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \frac{k(k^2 - 1)}{\left(k - \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \right)^2}$	$k = \left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \right) + \sqrt{\frac{R_1 + \frac{1}{4} R_2}{R_2 + \frac{1}{4} R_1}}$ $k_{13}^2 = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \frac{k^2}{\left(k - \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \right)^2}$	$k = \left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \right) + \sqrt{\frac{R_2 + \frac{R_1}{4}}{R_1 + \frac{R_2}{4}}}$ $k_{13}^2 = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \frac{k^2}{\left(k - \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \right)^2}$

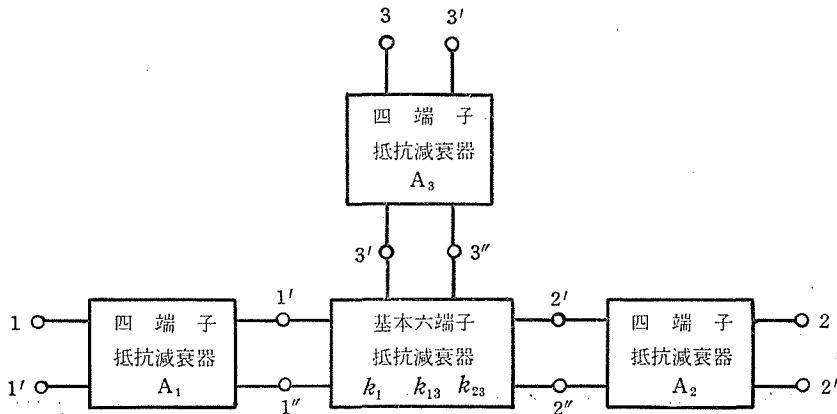
第1表 非対称多端子抵抗減衰器

	T 形回路	π 形回路	L 形回路 (a)	L 形回路 (b)
四端子抵抗減衰器				
定数	$\dot{Z}_a = R \frac{k-1}{k+1}$ $\dot{Z}_c = 2R \frac{k}{k^2-1}$	$\dot{Z}_a = \frac{Rk^2-1}{2k}$ $\dot{Z}_b = R \frac{k+1}{k-1}$	$\dot{Z}_a = R \frac{k-1}{k}$ $\dot{Z}_b = \frac{R}{k-1}$	$\dot{Z}_a = R(k-1)$ $\dot{Z}_b = R \frac{k}{k-1}$
基本六端子抵抗減衰器				
条件	$k=3=9.54db$ $k_{13}=\sqrt{3}=4.77db$	$k=3=9.54db$ $k_{13}=\sqrt{3}=4.77db$	$k=2.62=8.4db$ $k_{13}=2.05=6.2db$	$k=2.62=8.4db$ $k_{13}=2.05=6.2db$

第 2 表 对称多端子抵抗減衰器



第 4 图 T形多端子抵抗減衰器



第5図 六端子抵抗減衰器の分配

$$\left. \begin{aligned} a &= A_1 + A_2 + k \\ b &= A_1 + A_3 + k_{13} \\ c &= A_2 + A_3 + k_{23} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (68)$$

これを解いて

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2} [a + b - c - (k + k_{13} - k_{23})] \\ A_2 &= \frac{1}{2} [a - b + c - (k - k_{13} + k_{23})] \\ A_3 &= \frac{1}{2} [c - a + b + (k - k_{13} - k_{23})] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (69)$$

すなわちこのように配分して所要の多端子抵抗減衰器を組立てればよい。

以上T形抵抗減衰器について述べたが、他の形の減衰器の場合も同じように考えることができる。

5 設 計 例

次に具体的な例について多端子抵抗減衰器を設計してみる。今インピーダンス $R_1 = R_2 = 70\Omega$ で各方向の減衰量は一様に $35db$ という対称不平衡形六端子抵抗減衰器を求めものとする。

いずれの回路によって実現してもよいが、今T形回路を用いてみる。基本T形六端子抵抗減衰器は第6図であって、まずこの回路の定数を求める。第(2)式、第(25)式および第(31)式により \dot{Z}_a' 、 \dot{Z}_b' 、 \dot{Z}_c' 、 k 、 k_{13} および k_{23} はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} k &= 3 = 9.54 \text{ db} \\ k_{13} &= k_{23} = \sqrt{3} = 4.77 \text{ db} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (70)$$

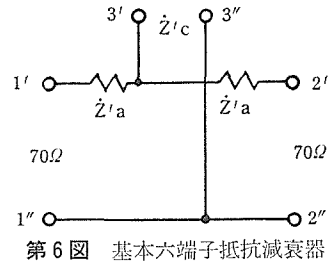
$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{a'} = \dot{Z}_{b'} = R_1 \frac{k-1}{k+1} = 35.0\Omega \\ \dot{Z}_{c'} = 2R_1 \frac{k}{k^2-1} = 52.5\Omega \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(71)$$

この時 1'1''-2'2'' 間の減衰量は 9.54db となり、所要の 35db より 25.46db 少ない。又 1'1''-3'3'' 間あるいは 2'2''-3'3'' 間の減衰量は 4.77db で所要減衰量より 30.23db 少ない。したがってこの不足分だけ1'1'' 端子・2'2'' 端子および 3'3'' 端子に四端子抵抗減衰器を接続しなければならない。これらの減衰量をそれぞれ A_1 、 A_2 および A_3 とすれば、この値は第(69)式の関係より求める事ができる。

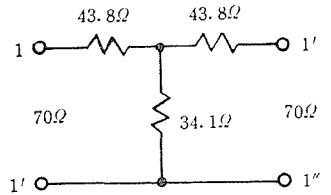
$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2}[a+b-c-(k+k_{13}-k_{23})] = 12.73db \\ A_2 &= \frac{1}{2}[a-b+c-(k-k_{13}+k_{23})] = 12.73db \\ A_3 &= \frac{1}{2}[c-a+b+(k-k_{13}-k_{23})] = 17.50db \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(72)$$

今これら四端子抵抗減衰器も T型回路を用いるものとする。

まず 1'1'' 端子へ接続する減衰器を求める。この場合には、それは 2'2'' 端子へ接続する減衰器と同じになる。この減衰量は 12.73db で $k=4.33$ となりインピーダンス R_1 および R_2 は共に 70Ω である。したがって第(2)式によって各素子の値が求まる。



第 6 図 基本六端子抵抗減衰器



第 7 図 12.73db T形抵抗減衰器

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a = \dot{Z}_b = R_1 \frac{k-1}{k+1} = 43.8\Omega \\ \dot{Z}_c = 2R_1 \frac{k}{k^2-1} = 34.1\Omega \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(73)$$

すなわち第 7 図の回路となる。

次に 3'3'' 端子へ接続する減衰器を求める。この減衰量は第(72)式で求めた通り 17.50db で $k=7.5$ となり又インピーダンスは $R_1=52.5\Omega$ 、 $R_2=70\Omega$ となる。この非対称抵抗減衰器は次のように第(43)式の実現条件を満足するので実現することができる。

また $k=7.5$

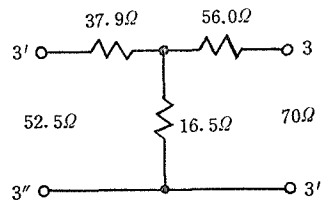
$$\left. \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_1} - 1} = 1.72 \right\} \dots\dots\dots(74)$$

したがって $k > \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_1} - 1}$ (75)

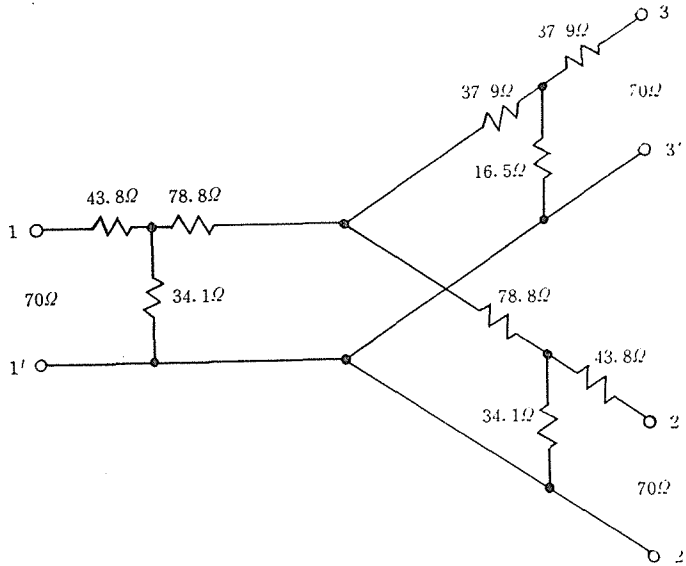
そこで第(1)式によって各素子の値を求めると第8図のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= R_1 \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2 - 1} = 37.9\Omega \\ \dot{Z}_b &= R_2 \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} - 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2 - 1} = 56.0\Omega \\ \dot{Z}_c &= 2\sqrt{R_1 R_2} \frac{k}{k^2 - 1} = 16.5\Omega \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(76)$$

このように求めた四端子抵抗減衰器を基本六端子抵抗減衰器に接続し、整理すればよい。すなわち第6図の1'1''端子および2'2''端子へ第7図の四端子抵抗減衰器を、又3'3''端子へ第8図の四端子抵抗減衰器を接続する。そして各抵抗を整理すれば求める六端子抵抗減衰器として、第9図が得られるわけである。



第8図 17.5db抵抗減衰器



第9図 35db 六端子抵抗減衰器

6 結 言

以上多端子抵抗減衰器について考察を行った。その結果、ある一定減衰量の場合には実現することができ、その条件を各減衰回路について求めたところ、第1表、第2表の

通りとなった。したがってこれらで与えられる一定減衰量より大きい多端子抵抗減衰器は実現できるわけである。すなわち設計例にも示したように、その基本減衰量より余分の減衰量はその端子方向に縦続接続すればよい。

このようにして任意端子の多端子抵抗減衰器を実現することができる。そして種々の測定に、あるいは回路網の一部として便利に使用されるものと思われる。

最後に種々御討論下さった本学の先生方に厚く御礼申し上げます。

7 文 献

- (1) 永井, 神谷: 伝送回路網学, 昭和24年発行, 第9版

Summary

Multi-terminal Resistance Attenuator

Yorimoto TANNO

(Department of Communication Engineering, Faculty of Engineering)

A resistance attenuator is a network that attenuates input independently of frequency. A four-terminal resistance attenuator can be calculated by an accurate formula and has been used in all the fields of communication. It is true, however, that a multi-terminal attenuator is, in fact, to be required in the communication as well as a four-terminal attenuator.

In this paper, a multi-terminal attenuator is discussed. This principle is to make a six-terminal attenuator that one element of a four-terminal attenuator may be an output-terminal. The base six-terminal attenuator and four-terminal attenuator are combined and connected so as to design the multi-terminal attenuator. The base six-terminal attenuator is to be carried out so long as it has a constant attenuation. Therefore, when the multi-terminal attenuator requires attenuation larger than the constant attenuation, it has to be connected with the four-terminal attenuator that has the deficient attenuation.

The condition on which the multi-terminal attenuator can be carried out is calculated and the example of design is practically illustrated.