

送電線の Percent Circle Diagram

小 泉 亮 一 郎*

信州大学工学部 電気工学教室
(昭和32年9月20日受理)

1 緒 言

円線図に依り送電線の計算を行う場合に於て、一般に特定の線路、特定の電圧ごとに別個の線図を画く必要があるのであるが、計算の誤差を少なくする為には多数の円を近接して画く必要があり仲々煩雑である。

これに関して本文に於ては電流電力をあるもののパーセントで表すことにより電流円線図については一個の線図を画けばこれをあらゆる線路あらゆる電圧に対して使用することが出来、又電力円線図についてもある場合には同様の取扱が可能である方法について述べている。

2 電 流 円 線 図

今線路の一般回路定数を $\dot{A}\dot{B}\dot{C}\dot{D}$ とすれば受送電電圧 \dot{E}_r, \dot{E}_s , 受送電電流 \dot{I}_r, \dot{I}_s の間には次の関係が成立し

$$\dot{E}_s = \dot{A}\dot{E}_r + \dot{B}\dot{I}_r, \quad \dot{I}_s = \dot{C}\dot{E}_r + \dot{D}\dot{I}_r$$

受電端電流円線図の基本式は次の通りになり

$$\frac{E_s}{B} \{ \cos(\theta_b - \theta_v) - j \sin(\theta_b - \theta_v) \} = (I_r' + lE_r) + j(I_r'' - mE_r) \quad (1)$$

その円線図は次の様になること周知の通りである。

$$\left. \begin{array}{l} \text{半径の大きさ} \quad E_s/B \\ \text{中心の位置} \quad x = -lE_r \\ \quad \quad \quad y = mE_r \end{array} \right\}$$

但し上式に於て I_r', I_r'' はそれぞれ受電端電流の有効分、無効分を示し又 l, m は定数 \dot{A}, \dot{B} を $\dot{A} = A e^{j\theta_a}, \dot{B} = B e^{j\theta_b}$ と表し $l = \frac{A}{B} \cos(\theta_b - \theta_a), m = \frac{A}{B} \sin(\theta_b - \theta_a)$ と置いたものであり、 θ_v は E_r をベクトル基準にとり $\dot{E}_s = E_s e^{j\theta_v}$ と現わしたときの角度である。

切て(1)式の両辺に $\frac{B}{E_s} \times 100$ を乗ずれば次の様になる。

$$\begin{aligned} & 100 \{ \cos(\theta_b - \theta_v) - j \sin(\theta_b - \theta_v) \} \\ & = \left(\frac{I_r' B}{E_s} \times 100 + l B \frac{E_r}{E_s} \times 100 \right) + j \left(\frac{I_r'' B}{E_s} - m B \frac{E_r}{E_s} \times 100 \right) \end{aligned}$$

* 信州大学教授

$$= \{P' + \cos(\theta_b - \theta_a)EA\} + j\{P'' - \sin(\theta_b - \theta_a)EA\} \quad (2)$$

(2)式に於て P' , P'' は

$$P' \equiv \frac{I_r' B}{E_s} \times 100 \quad P'' \equiv \frac{I_r'' B}{E_s} \times 100$$

であつて有効分無効分電流の大きさを B に於ける電圧降下の E_s に対するパーセントに換算表示したものである。線路定数を集中定数として扱うことの出来る線路に於ては B の値はインピーダンスの値そのものとなることを俟たない。

又 E は

$$E \equiv \frac{E_r}{E_s} \times 100$$

であつて受電端電圧を送電端電圧のパーセントで表したものである。

(2)式は P' , P'' の円線図が次の様になることを示している。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{半径の大きさ} & 100 \\ \text{中心の位置} & \begin{array}{l} x = -\cos(\theta_b - \theta_a)EA \\ y = \sin(\theta_b - \theta_a)EA \end{array} \end{array} \right\} \quad (3)$$

扱て送電端電圧 E_s が判明している場合受電端電流の各種状態に対応する受電端電圧を求めるための円線図の書き方と同一要領により半径 100 一定として受電端電圧の送電端電圧に対する各種比率を想定し(3)式に依り中心位置を定め円線図を画けば第 1 図の様になる。

第 1 図は一般回路定数 \dot{A} , \dot{B} である線路の受電端電流の大きさを B に於ける電圧降下の送電端電圧に対するパーセントで示した場合の受電端電流円線図であり受電端電圧の大きさは送電端電圧の大きさのパーセントで示されている。

次に(3)式に拘らず $A=1$ とし次式によつて線図を画くことにする。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{半径の大きさ} & 100 \\ \text{中心の位置} & \begin{array}{l} x = -\cos(\theta_b - \theta_a)E \\ y = \sin(\theta_b - \theta_a)E \end{array} \end{array} \right\} \quad (4)$$

(3)式による線図と(4)式による線図とを比較すると中心の位置は異なるが半径は同一である。

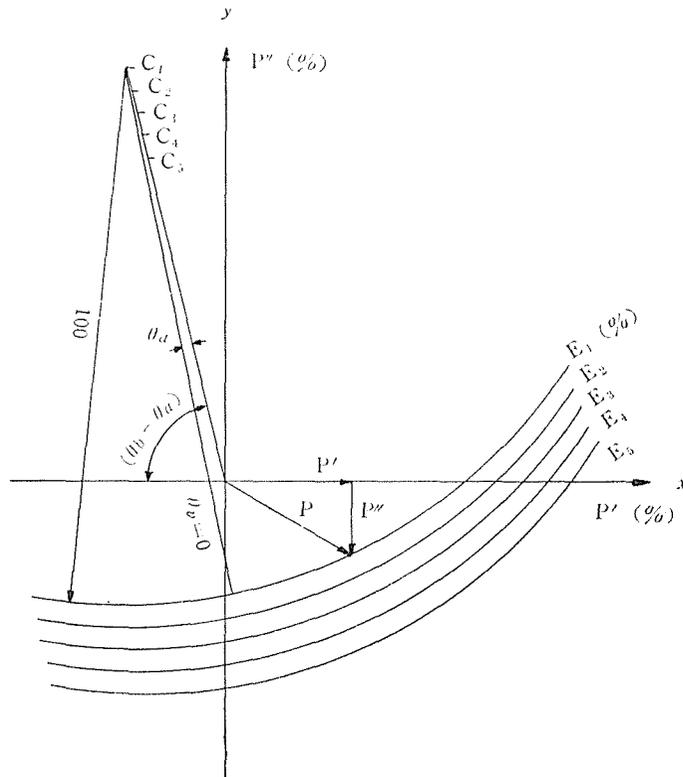
従つて(4)式によつて表される一つの円は(3)式によつて表される線図のある E の値の円と合致するはずである。今(4)式により $E=E_1$ として画いた円が(3)式によつて $A=a$, $E=E_a$ として画いた円と合致するものとすれば其間に当然次の関係が成立する。

$$aE_a = E_1 \quad \text{or} \quad E_a = E_1/a$$

この関係は言うまでもなく E の値の如何に拘らず成立する。

従つて $A=1$ として各種 E に対処して(4)式により円線図を画けば $A=a$ の場合は図の E の値に $1/a$ を乗じ読替えることにより直ちに電圧値のパーセントを知ることが出来る訳である。

即ち $A=1$ として画いた線図はその儘 A のあらゆる大きさの線図として使用することが出来る。



第 1 図

次に定数が異れば角度 $(\theta_b - \theta_a)$ も当然変化するのであるが此の場合線図自身はその儘の位置に置き x, y 軸をそれだけ回転移動することにより角度の変化に拘らず線図をその儘使用することが出来る。

以上の考え方を基として画いたのが第2図である。

此の図は(4)式によつて画いたものであるが、只取扱いを便利にするため $(\theta_b - \theta_a) = \pi/2$ として中心を y 軸上にとつて画いてある。即ち y 軸上に $y=E$ により各種 E に対する円の中心を求め 100 を半径として画いた線図である。

この線図は各種受電端電流条件に対する受電端電圧等を求める円線図として定数、送電電圧の異なるあらゆる線路に使用することが出来る。

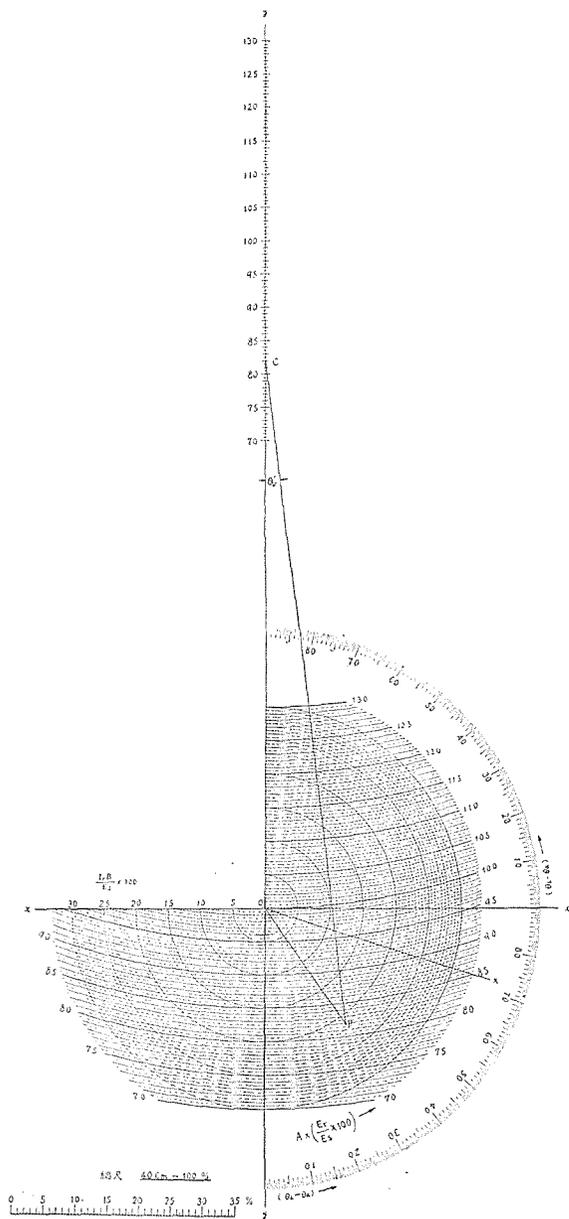
これを送電端電圧一定、受電端電圧可変の場合の受電端電流に関する Percent Circle Diagram と仮称する。

次に一例を挙げて同図の使用法を説明する。

今ある 140kv の線路について次の条件に対する受電電圧値を求めてみる。

$$\text{線路定数} \quad \dot{A} = 0.9491 \angle 55' \Omega \quad \dot{B} = 125.9 \angle 73^\circ 38' \Omega$$

$$\text{送電電圧} \quad |V_s| = 154.000V \quad (|E_s| = 88.915V)$$



第 2 图

受電端電流 $|I_r| = 150A$

受電端力率 80%遅れ

この条件に対して

$$P = \frac{I_r B}{E_s} \times 100 = \frac{150 \times 125.9}{88.915} \times 100 = 21.2\%$$

$$(\theta_b - \theta_a) = 73^\circ 38' - 55' = 72^\circ 43'$$

従つて $-oy$ 軸と反時計式の方に $72^\circ 43'$ を夾む線をと P' 軸として OX 線を得る。次にこの P' 軸を基準として力率 80% 遅れの線を引きその上に 21.2% の点をと P とすれば P 点は負荷状態を示す点となる。図に於て P 点は $(A \times \frac{E_r}{E_s} \times 100) = 82\%$ の線図上にあるから此の時の受電電圧は次の値となる。

$$V_r = \frac{154,000 \times 0.82}{0.9491} = 133,050V$$

又 P 点と 82% 線図の中心 C を結ぶ直線 CP は y 軸と反時計式の方に於て $\theta_v' = 7^\circ 10'$ を夾んでいるから此の負荷状態に於ては送電端電圧は受電端電圧に対して $(\theta_a + \theta_v') = 55' + 7^\circ 10' = 8^\circ 5'$ 進んでいることが判る。

次に記号を前と同一にとれば送電端電流円線図の基本式は周知のように次の通りになる。

$$\frac{E_r}{B} \{-\cos(\theta_b + \theta_v) + j \sin(\theta_b + \theta_v)\} = (I_s' - lE_s) + j(I_s'' + mE_s) \quad (5)$$

但し I_s' は送電端電流の有効分を、 I_s'' はその無効分を表している。

前と同様(5)式の両辺に $\frac{B}{E_r} \times 100$ を乗ずれば次のようになる。

$$\begin{aligned} & 100\{-\cos(\theta_b + \theta_v) + j \sin(\theta_b + \theta_v)\} \\ &= \left(\frac{I_s' B}{E_r} \times 100 - lB \frac{E_s}{E_r} \times 100\right) + j\left(\frac{I_s'' B}{E_r} \times 100 + mB \frac{E_s}{E_r} \times 100\right) \\ &= \{P' - \cos(\theta_b - \theta_a)EA\} + j\{P'' + \sin(\theta_b - \theta_a)EA\} \end{aligned} \quad (6)$$

(6)式に於て P' , P'' は

$$P' \equiv \frac{I_s' B}{E_r} \times 100 \quad P'' \equiv \frac{I_s'' B}{E_r} \times 100$$

でありそれぞれ有効分無効分電流の大きさを B に於ける電圧降下の E_r に対するパーセントで表したものである。

又 E は

$$E = \frac{E_s}{E_r} \times 100$$

であり送電端電圧を受電端電圧のパーセントで表したものとなる。

従つて第2図と同様 $-y$ 軸上に $y=E$ により各種 E に対する円の中心を求め、100を半径として数多の円を画いておけばこの線図は各種送電端電流条件に対する送電端電圧等を求める線図として定数受電電圧を異にするあらゆる線路に使用することが出来ると言うことになるが線図自身は實質上第2図と全く同一のものとなる。即ち図を適当に画

けば受電端送電端両電流円線図として共用することが出来る。

3 電力円線図

受電端電力円線図の基本式は周知の通り次のようになる。

$$\frac{E_s E_r}{B} \{ \cos(\theta_b - \theta_v) - j \sin(\theta_b - \theta_v) \} = (P_r + l E_r^2) + j(Q_r - m E_r^2) \quad (7)$$

但し P_r , Q_r はそれぞれ受電端の有効分無効分各電力を示し, その他の記号については已述の通りである。

(7)式の両辺に $\frac{B}{E_s^2} \times 100$ を乗ずると次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{E_r}{E_s} \times 100 \{ \cos(\theta_b - \theta_v) - j \sin(\theta_b - \theta_v) \} \\ = & \left\{ \frac{P_r B}{E_s^2} \times 100 + \cos(\theta_b - \theta_a) \left(\frac{E_r}{E_s} \right)^2 \times 100 A \right\} + j \left\{ \frac{Q_r B}{E_s^2} \times 100 - \sin(\theta_b - \theta_a) \left(\frac{E_r}{E_s} \right)^2 \times 100 A \right\} \end{aligned}$$

or

$$\begin{aligned} & E \{ \cos(\theta_b - \theta_v) - j \sin(\theta_b - \theta_v) \} \\ = & \left\{ P_r' + \cos(\theta_b - \theta_a) \frac{E^2}{100} A \right\} + j \left\{ Q_r' - \sin(\theta_b - \theta_a) \frac{E^2}{100} A \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

但し

$$E \equiv \frac{E_r}{E_s} \times 100, \quad P_r' \equiv \frac{P_r B}{E_s^2} \times 100, \quad Q_r' \equiv \frac{Q_r B}{E_s^2} \times 100$$

P_r' , Q_r' は次のような意味をもっている。例えば P_r' については

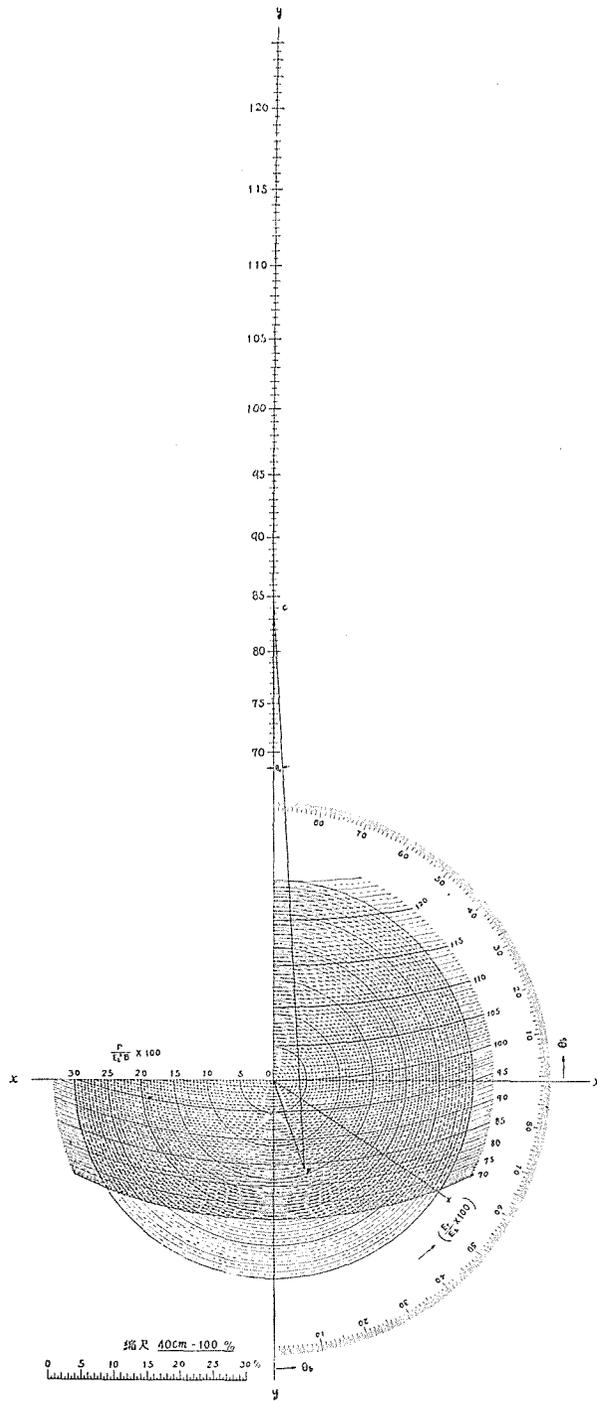
$$P_r' = \frac{P_r B}{E_s^2} \times 100 = \frac{P_r}{E_s \left(\frac{E_s}{B} \right)} \times 100$$

即ち P_r の大きさを, 電圧 E_s を B に加えた場合の皮相電力に対する比率で表したものである。 P_r , Q_r を以上のように表せば次式により種々の E に対する一群の円図を画くことが出来る。

$$\left. \begin{array}{l} \text{半径の大きさ} \\ \text{中心の位置} \end{array} \right\} \begin{array}{l} E \\ x = -\cos(\theta_b - \theta_a) \frac{E^2}{100} A \\ y = \sin(\theta_b - \theta_a) \frac{E^2}{100} A \end{array} \quad (9)$$

但し此の場合は E が変化し, 円の中心が変化すれば円の半径も変るから電流円線図の場合のように $A=1$ の場合の線図を画いて異なる A の値の線路の線図として使用することはできない。

即ち一般的にはその線路についての個有の線図であるが $A=1$ と考え得られる程度の線路については一個の線図を以て各種線路に使用可能の円線図を画き得ること前述の事項より明である。



第 3 図

第3図は $A=1$ として画いた受電端電圧可変の場合の受電端電力円線図である。

次に数字例を以て同図の使用法を説明する。今ある 20kv 線路について次の条件に対する受電圧を求めてみる。

$$\text{線路定数} \quad \dot{A} = 1 \angle 0^\circ \Omega \quad \dot{B} = 28.452 \angle 55^\circ 47' \Omega$$

$$\text{送電端電圧} \quad |V_s| = 22,000\text{v} \quad (|E_s| = 12,700\text{v})$$

$$\text{受電々力} \quad P = 2400\text{kW} \quad (\text{1 相当り} 800\text{kW})$$

$$\text{受電端力率} \quad 80\% \text{ 遅れ}$$

この条件に対して

$$P' = \frac{PB}{E_s^2} \times 100 = \frac{800 \times 10^3 \times 28.452}{12,700^2} \times 10^2 = 14.1\%$$

— oy 軸と反時計式の方向に $55^\circ 47'$ を夾む線を引き基準線 OX を得る。次に OX 線を基準として力率 80% 遅れの線を引きその上に 14.1% の点を取りこれを P とすれば P 点は負荷状況を示す点となる。図に於て P 点は $(E_r/E_s) \times 100 = 84.0\%$ の線図上にあるから

$$V_r = 22,000 \times 0.84 = 18,480\text{v}$$

又 P 点と 84% 線図の中心 C を結ぶ直線 CP は y 軸と反時計式の方向に於て $\theta_0 = 3^\circ$ を夾んでいるからこの負荷状態に於ては送電端電圧は受電端電圧に対して 3° 進んでいることが判る。

次に $A=1$ の場合の送電端電力円線図も第3図と同一となり共用出来ること前と同様である。

4 結 言

本文の方法によれば電流、電力をパーセントで表すため多少の計算を必要とする弊を伴うが、その代り電流円線図については一個の線図を画いて置けば定数電圧を異にする各種線路に其の儘使用することができるし、又電力円線図についてもある場合には同様の方法が可能であるのでそれ等の場合に於てはその都度線図を置き替へなければならぬ手順を省くことができる。

Summary

Percent Circle Diagram of Power Transmission Line

Ryoichiro KOIZUMI

(Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering)

In case of calculating electric power transmission line by using circle diagram, we must generally draw the circles for each voltage or each line, and to make the error small, it is necessary to draw many circle close to each other, which is very complex.

Regarding this, the writer explains one of the treating methods of circle diagram. In this method electric power and current are represented by percentage. By employing current circle diagram treated by this method, it is not necessary to draw it again, every time the line or voltage change. With respect to the power circle diagram, the same method as above mentioned can be used in some case. Accordingly much labor is saved in the calculation of transmission lines.