

ユニバーサル・ジョイントについて (第2報)

木 本 憲 三

ON THE UNIVERSAL JOINT (REPT. 2)

1. 緒 言

ユニバーサル・ジョイントの十字形リンク即ちクロス^①の相対するピンを結ぶ線が直角をなさない場合の角速度の変動については前に発表した。本論文は矢張り上記と同様のクロスを使用した場合のトルク及び曲げモーメントの変動について述べたものである。尚通常使用されているジョイント即ちクロス^①の十字が直角をなしている場合は、トルク及び曲げモーメントは次式で示されることは既知のことである。

$$\frac{T_{II}}{T_I} = \frac{\omega_I}{\omega_{II}} = \frac{1 - \sin^2\alpha \cdot \sin^2\theta}{\cos\alpha} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_I = T_I \cdot \tan\alpha \cdot \cos\theta \\ M_{II} = T_I \cdot \tan\alpha \cdot \sin\theta \cdot (1 - \sin^2\alpha \cdot \sin^2\theta)^{\frac{1}{2}} \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_I = T_I \cdot \tan\alpha \cdot \cos\theta \\ M_{II} = T_I \cdot \tan\alpha \cdot \sin\theta \cdot (1 - \sin^2\alpha \cdot \sin^2\theta)^{\frac{1}{2}} \end{array} \right. \quad (3)$$

但し T_I, T_{II} ……主及び従動軸にかゝるトルク

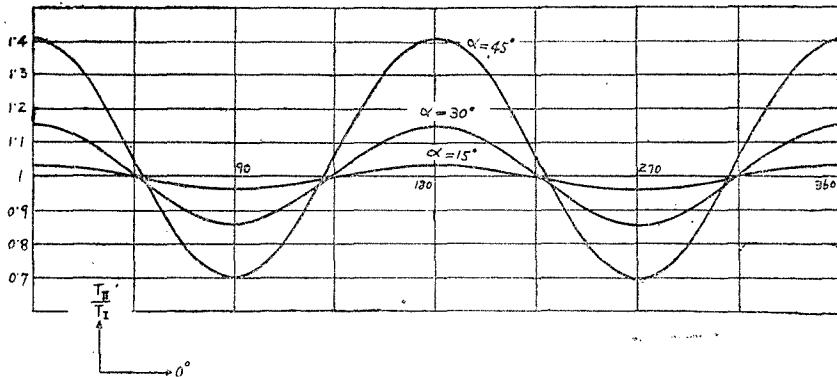
M_I, M_{II} ……主及び従動軸にかゝる曲げモーメント

ω_I, ω_{II} ……主及び従動軸の角速度

α ……両軸のなす角

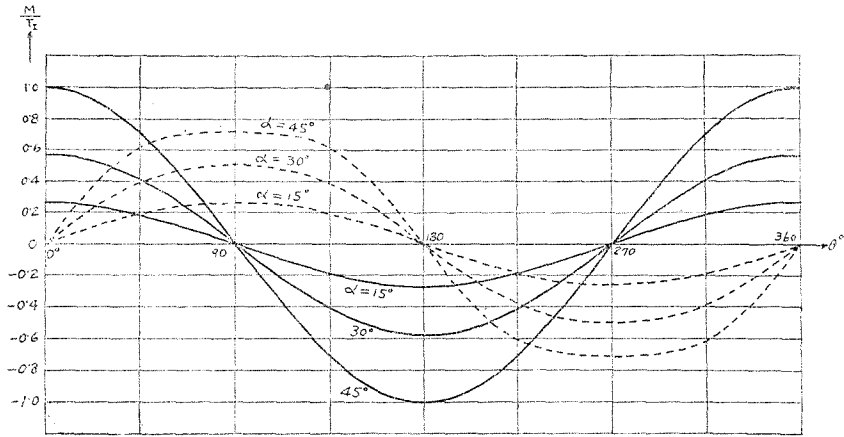
θ ……主動軸の回転角

第1図は(1)式を示したものであり、第2図は(2)及び(3)式を示したもので(+)(-)の



第 1 図

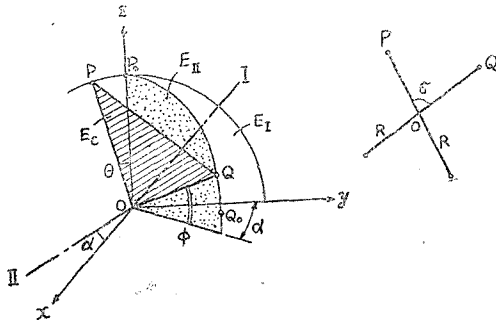
の値は曲げモーメントの方向の反対であることを意味している。



第 2 図

2. クロスが直角をなさない場合のトルクの変動

第3図のようにI軸をx軸に重ねて考えるものとする。I軸のフォークに取付けたピンPは(y-z)平面即ちE_I面上を円運動する。



第 3 図

又II軸のフォークに取付けたピンQはII軸に直角な平面E_{II}上を円運動する。最初ピンPがP₀点にあるものとすればピンQはQ₀にある。I軸がθ回転してPがP₀からPの位置に移動すればII軸はφだけ回転してQはQ₀からQの位置に移る。この際∠P₀OQ₀ = ∠POQ = σ = 一定 (≠ 90°) である。

今△POQの作る平面をE_CとすればE_I, E_{II}, E_C各平面の方程式は次のようになる。

E_Iは $z = 0$

E_{II}は $z \cos \alpha - y \sin \alpha = 0$

E_Cは $\left\{ \pm \frac{L \sin \theta}{(K^2 - L^2)^{1/2}} + \cos \alpha \cdot \cos \theta \right\} x - \sin \alpha \cdot \cos \theta \cdot y - \sin \alpha \cdot \sin \theta \cdot z = 0$

但し $K = 1 - \sin^2 \theta \cdot \sin^2 \alpha$

$L = \cos \sigma \cdot \cos \theta + \cos \alpha \cdot \sin \theta (\sin^2 \sigma - \sin^2 \theta \cdot \sin^2 \alpha)^{1/2}$

平面E_Cと平面E_Iとのなす角をγとすれば

$$\cos \gamma = \frac{A}{(A^2 + B^2 + C^2)^{1/2}} \tag{4}$$

但し
$$A = \pm \frac{L \sin \theta}{(K^2 - L^2)^{\frac{1}{2}}} + \cos \alpha \cdot \cos \theta$$

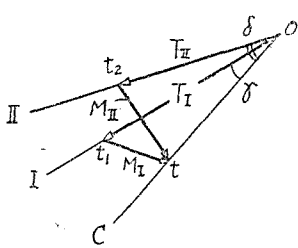
複号の取り方は $-(\pi - \sigma) < \theta < \sigma$ の場合を(+)
 $\sigma < \theta < \pi + \sigma$ の場合を(-)とする。

$$B = -\sin \alpha \cdot \cos \theta, \quad C = -\sin \alpha \cdot \sin \theta$$

又平面E_Cと平面E_{II}とのなす角をδとすれば

$$\cos \delta = \frac{A \cos \alpha - B \sin \alpha}{(A^2 + B^2 + C^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (5)$$

第4図においてI, II, Cを夫々原点Oを通りE_I, E_{II}, E_Cに立てた法線とし, C線上の一点tよりI及びIIに夫々垂線tt₁, tt₂を下すと

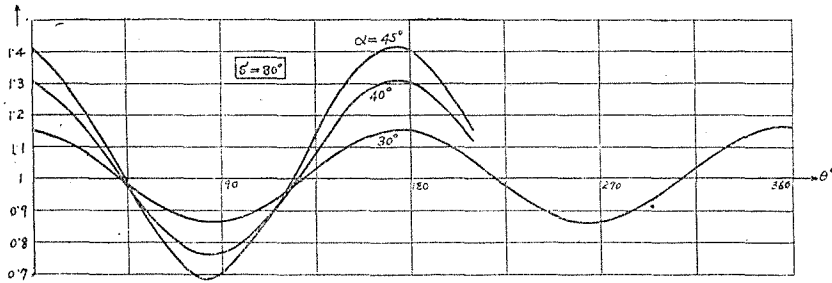


$\frac{ot_1}{ot_2} = \frac{T_I}{T_{II}}$ が成立つてであろう。然るに $\angle COI = \gamma$,
 $\angle COII = \delta$ なる故次の式を得る。

$$\frac{T_{II}}{T_I} = \frac{\cos \delta}{\cos \gamma} = \cos \alpha + \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos \theta}{A} \quad (6)$$

この式によつて T_{II}/T_I の変化を图示したものが第5図である。

第4図



第5図

次にトルクの変動率を次式で示される値とし, これの変化を調べて見る。

$$K = \frac{T_{II(\max)} - T_{II(\min)}}{T_I} \times 100\% \quad (7)$$

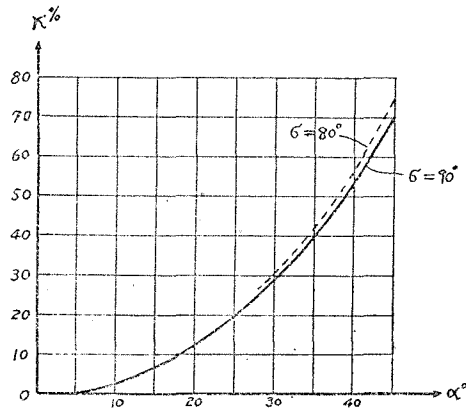
$\sigma = 90^\circ$ の場合即ち通常のジョイントでは

$$K = \sin \alpha \cdot \tan \alpha \times 100\% \quad (8)$$

で示されこれを图示したものが第6図の実線である。 $\sigma = 80^\circ$ の場合について図上で

$\frac{T_{II(\max)}}{T_I}, \frac{T_{II(\min)}}{T_I}$ を求めると大体次の値を得る。

$\alpha = 30^\circ$ のとき $K = 30\%$, $\alpha = 40^\circ$ のとき $K = 56\%$, $\alpha = 45^\circ$ のとき $K = 75\%$ であ



第 6 図

る。第6図の点線はこれを示す。

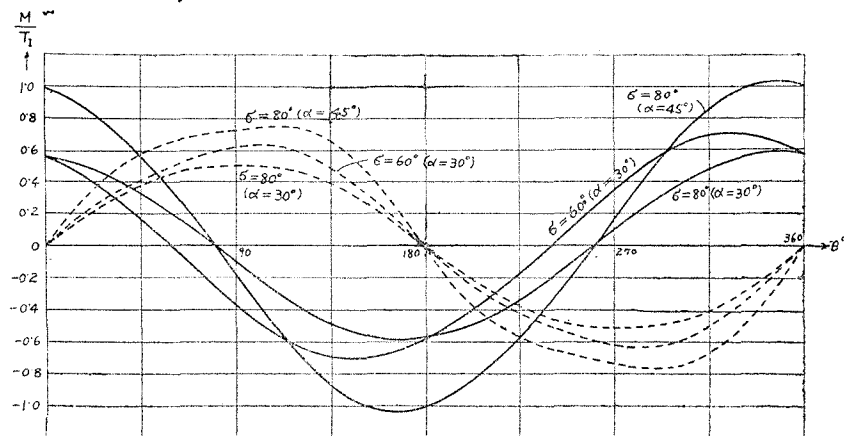
3. クロスが直角をなさない場合の曲げモーメントの変動

第4図において $\frac{M_I}{M_{II}}$ は I 軸及び II 軸にかかる曲げモーメントの比 $\frac{M_I}{M_{II}}$ を表わすから次の関係を得る。

$$M_I = T_I \cdot \tan \gamma = T_I \frac{\sin \alpha}{A} \quad (9)$$

$$M_{II} = M_I \frac{\sin \delta}{\sin \gamma} = T_I \frac{\sin \alpha [(A - \cos \alpha \cdot \cos \theta)^2 + \sin^2 \theta]^{\frac{1}{2}}}{A} \quad (10)$$

ここで $\tan \gamma$, $\sin \gamma$, $\sin \delta$ は (4), (5) 式から求められる値である。第7図は (9), (10) 式から求められる $\frac{M_I}{T_I}$ (実線) 及び $\frac{M_{II}}{T_I}$ (点線) が σ の大きさによつて如何に変化するかを示したものである。



第 7 図

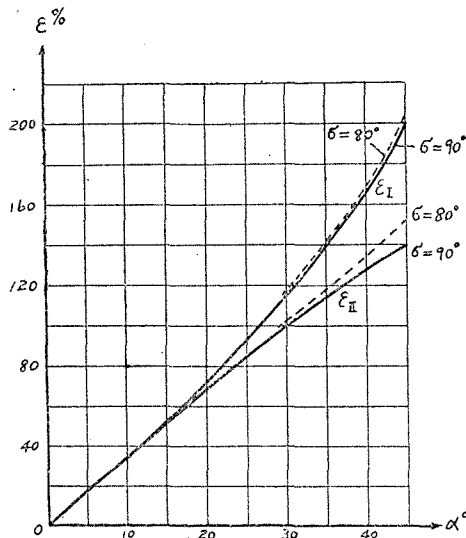
次に曲げモーメントの変動率について見ると、今

$$\epsilon_I \equiv \frac{M_{I(\max)} - M_{I(\min)}}{T_I} \times 100\%, \quad \epsilon_{II} \equiv \frac{M_{II(\max)} - M_{II(\min)}}{T_I} \times 100\%$$

とおき夫々 I 及び II 軸の変動率とすると $\sigma = 90^\circ$ の場合は

$$\epsilon_I = 2 \tan \alpha \times 100\%, \quad \epsilon_{II} = 2 \sin \alpha \times 100\% \quad (11)$$

でありこれを図示すると第 8 図の実線のようになる。



第 8 図

$\sigma = 80^\circ$ の場合を第 7 図より求めて見ると

$\alpha = 30^\circ$ ならば $\epsilon_I = 116\%$, $\epsilon_{II} = 102\%$

$\alpha = 40^\circ$ ならば $\epsilon_I = 170\%$, $\epsilon_{II} = 134\%$

$\alpha = 45^\circ$ ならば $\epsilon_I = 204\%$, $\epsilon_{II} = 152\%$

そしてこれを図示すると第 8 図の点線のようになる。

4. 結 言

ユニバーサル・ジョイントのクロス製作に誤差が生じ、相対するピンを結ぶ線が直角をなさない場合即ち $\sigma \neq 90^\circ$ の場合角速度比の変動は誤差の大きくなる程大きくなるが、これと同じような関係がトルクの変動及び曲げモーメントの変動についても言い得ることが知れた。即ち第 1 図と第 5 図、及び第 2 図と第 7 図とを比較して見れば変動の状態がわかる。実際問題としては、たとい製作に誤差があつても σ は殆んど 90° に近いのであるから軸の設計上それ程考慮を要しないかも知れない。

ON THE UNIVERSAL JOINT (Rept. 2)

By

Kenzo KIMOTO

The ordinary universal joint has a right angle cross which is an intermediate link connected with two forks.

If the joint does not have a right angle cross, the angular velocity ratio between two shafts and the torque and bending moment of each shaft are different from the case of the common joint.

In this paper the changes of the torque and bending moment are described, and we could see that the more the cross angle of the intermediate link parted from the right angle, the greater the fluctuation became.

The report of the angular velocity ratio is made in the Journal of Shinshu University (No. 2).