Journal of the Japan Institute of Energy, 82, 786-792 (2003)

Original Paper

New Model Formula for Evaluation of Repercussions on Demand Sectors by Industrial Structure Changes : Application of Input-Output Table

Takehiro MATSUSE and Koichi YAMADA

(Received March 10, 2003)

産業構造変化の需要部門への波及効果評価のための新しいモデル式
―産業連関表の応用―

松瀬丈浩，山田興一

To evaluate the repercussion effect induced by the industrial structure changes, we propose a new model formula by introducing a demand-repercussion inverse-matrix which is different from the transposed matrix of Leontief one, but is rigorously formulated by applying the basics of the input-output table. The new formula is shown to be useful for the evaluation of repercussion on the demand sectors by exemplifying the specific calculations in which the added values in the sectors such as the metallic ores, pig iron and petroleum refinery products are varied. Introducing an artificial transformation for the amount of domestic product, the well-known model formula of a conventional price equilibrium model is derived and the meaning of the conventional model is discussed. Furthermore, we attempt to construct new input-output table which incorporates the repercussion effect of the variation of added value and we also present one of possible methods to adjust the whole industrial activities to conserve the gross domestic product.

Key Words

Input-output table, New model formula, Demand-repercussion inverse-matrix, Repercussion effect, Price equilibrium model

1. はじめに

産業連関表を用いた分析モデルには，産業連関表を行方向に関しての収支バランスを基にした均衡産出高モデルと列方向に関しての収支バランスを基にしている均衡価格モデルの二つに大別される[1) 2)]。

均衡産出高モデルでは最終需要額に生じた変動の影響は原料産業や材料産業などの投入（Input）部門側（上流側）の産業部門へ波及すると理解されており，その影響を算出するにはLeontiefの逆行列を用いたモデル式が存在し，そのモデル式はCO_2排出量などの産業部門依存性など多くの分析に応用されている[3)~6)]。

一方，均衡価格モデルで現在用いられているモデル式は粗付加価値が国内生産額に関しての比で表される付加価値係数を用いるものであり[2)]，ある産業部門に生じた粗付加価値の変動が他の産業部門にどのように波及しているかを分析するには間接的なモデル式になっており，均衡産出高モデルのモデル式に比べて利用しにくいものになっている。

ここでは，次節で列方向に関しての収支バランスを基にして提案する新しいモデル式の意味を明確にするために，均衡産出高モデルのモデル式の概要を簡潔にまとめる。そのモデル式では，産業連関表の行方向に関して，産業部門iの国内生産額X_iと最終需要額F_iと中間投入額x_{ij}との間には，

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}+F_i=X_i \tag{1}$$

なる関係式が成立していることを基にしている。

次に，

Department of Fine Materials Engineering,
Faculty of Textile Science and Technology, Shinshu University,
Ueda, Nagano 386-8567, Japan

信州大学 繊維学部 精密素材工学科
〒386-8567 長野県上田市常田3-15-1

$$a_{ij}=\frac{x_{ij}}{X_j} \tag{2}$$

なる中間投入係数 a_{ij} を行列要素とする中間投入係数行列Aが定義され，

$$X=(1-A)^{-1}F \tag{3}$$

と国内生産額の列ベクトルXが最終需要額の列ベクトルFとLeontiefの逆行列 $(1-A)^{-1}$ を用いて求まると理解される基本式(3)が導出される。ここで，1は単位行列である。また，n は産業連関表の内生部門の総部門数を示しており，本計算では1995年産業連関表[1]の一番詳細な分類である399部門を用いる。なお，本論文では中間投入額 x_{ij} には輸入額が含まれている最も簡単な場合を考察するので，式(3)の最終需要Fは F－M と輸入Mが差し引かれているとする。

以下に導出する新しいモデル式を提案する目的は，例えば材料が高強度化，長寿命化など高機能化され，材料の使用量が減少した時に，それが経済的にどのように波及するか，また二酸化炭素の排出量がどのように減少するかを産業連関表を用いて計算するため，ある産業部門に生じた変動の需要部門側（下流側）の産業への波及を計算するモデル式を導入することである。

2. 新しいモデル式の導出

ここではある産業部門の粗付加価値の変動の影響がどのように他の産業部門へ波及しているかを自然に分析出来る新しいモデル式を産業連関表に基づいて導出する。そのためには次式に示すように産業連関表の産業部門 j の列方向に関しての国内生産額 X_j と中間投入額 x_{ij} と付加価値部門計 V_j との間に成立している収支バランスを示す，

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}+V_j= X_j \tag{4}$$

関係式を用いることである。次にこの式を，

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \frac{x_{ij}}{X_i}+V_j= X_j \tag{5}$$

と変形し，均衡産出高モデルの導出で定義される式(2)の中間投入係数 a_{ij} に対応した係数 c_{ij} を，

$$c_{ij}=\frac{x_{ij}}{X_i} \tag{6}$$

と定義して，式(5)に均衡産出高モデルの場合と同様に線形性を仮定して，

$$\sum_{i=1}^{n} X_i c_{ij}+V_j= X_j \tag{7}$$

と変形して，付加価値部門計 V_j と国内生産額 X_j との関係を連立方程式として表現することである。

本論文では式(6)で表される係数 c_{ij} を中間需要係数と呼ぶことにする。ここで注意すべきことは，中間投入額 x_{ij} に関して $x_{ij} \neq x_{ji}$ であるので，この中間需要係数 c_{ij} と中間投入係数 a_{ij} の転置にはなっていないことである。しかし，これらの係数間には，

$$c_{ij}=a_{ij}\frac{X_j}{X_i} \tag{8}$$

なる関係が成立していることは自明である。

より一般的には中間需要係数 c_{ij} を行列要素とする中間需要行列Cを定義して，連立方程式(7)を付加価値部門計の列ベクトルVと国内生産額の列ベクトルXを用いて，

$$X^T C+V^T=X^T \tag{9}$$

と表すことにより，式の構造はより理解し易くなる。ここで，X^T と V^T はX列ベクトルとV列ベクトルの転置ベクトル（行ベクトル）をそれぞれ表している。この式(9)は付加価値部門計の列ベクトルVが与えられた時，国内生産額の列ベクトルXが求められる関係式であると理解される。

また，式(9)の転置を求めて，$(1-C^T)X=V$ と変形して，国内生産額Xが，

$$X=(1-C^T)^{-1}V \tag{10}$$

と新しく定義された逆行列 $(1-C^T)^{-1}$ で表わされることである。ここで，C^T は行列Cの転置行列であり，この新しい逆行列 $(1-C^T)^{-1}$ を需要波及逆行列と呼ぶことにする。また，この式(10)は良く知られている均衡産出高モデルで最終需要額の列ベクトルFが分かるとLeontiefの逆行列 $(1-A)^{-1}$ を用いて国内生産額の列ベクトルXが求まる関係式(3)に対応している。

次に，需要波及逆行列 $(1-C^T)^{-1}$ の行列要素を d_{ij} と表すと，式(10)は，

$$X_i=\sum_{j=1}^{n} d_{ij}\, V_j \tag{11}$$

と具体的に表されるので，ある任意の産業部門 j の付加価値部門計に ΔV_j なる変動が生じた場合に国内生産額がどのように変動するかを評価する場合にも，式(11)の関係式を用いることが出来ると仮定して，

$$\Delta X_i=\sum_{j=1}^{n} d_{ij}\, \Delta V_j \tag{12}$$

と産業部門 i の国内生産額の変動額 ΔX_i を求めることが出来るとする。

また，それに伴う内生部門中間投入の変動額 Δx_{ij} は，式(6)の関係式が適用出来るとして，中間需要係数 c_{ij} を用いて，

$$\Delta x_{ij}= c_{ij}\, \Delta X_i \tag{13}$$

と評価出来るとする。ここで重要なことは，ある産業部門 j に生じた付加価値部門計 ΔV_j の変動によって生じた内生部門の変動額 Δx_{ij} を具体的に分析することによって，その変動がどのように他の産業部門に波及しているかの波及効果を評価することが出来ることである。

また，以上導入したモデル式の意味を明確にするために，中間需要係 c_{ij} と需要波及逆行列の行列要素 d_{ik} との間には，クロネッカーのデルタ δ_{jk} を用いて，

$$\sum_{i=1}^{n} d_{ik}\, c_{ij}=d_{jk}-\delta_{jk} \tag{14}$$

なる関係が成立しているので，この関係式を用いて，式(13)の投入部門 i に関しての和を求めると，

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta x_{ij} + \Delta V_j = \Delta X_i \tag{15}$$

なる関係式が成立することが分かる。

この式はある部門 j の粗付加価値部門計に変動 ΔV_j が生じた場合に，それが及ぼす波及効果の内生部門変動額の列和 $\Sigma_{i=1}^{n} \Delta x_{ij}$ と国内生産額の変動 ΔX_j との関連を簡潔に示す式であり，先に示した基本式(4)に素直に変動量を導入したことになっており，以上用いた数学的仮定は首尾一貫していることが分かる。

更に，ここで評価された内生部門変動額 Δx_{ij} を産業連関表の行方向の和に用いてみると，式(1)に関する変動が，

$$\sum_{j=1}^{n} \Delta x_{ij} + \Delta F_i = \Delta X_i \tag{16}$$

と表されることになり，粗付加価値部門計に変動 ΔV_j が生じた場合に，最終需要額の変動額 ΔF_j が自動的に評価されることになっていることも分かる。このことは，式(3)で Leontief の逆行列式を用いて産業の変動を分析するために仮定されていることと，式(10)で需要波及逆行列を用いて分析するために仮定されていることは数学的に同等であることを意味している。

以上のことから，ある産業部門 j の粗付加価値部門計に変動 ΔV_j が生じた場合に，その波及効果を取り込んだ新しい産業連関表を構築する方法が存在すると期待出来る。次節では特定の部門 k の粗付加価値部門計にだけ Δv_k なる額の変動が生じた場合に応用し，その変動の主な波及が需要部門側（下流側）の産業への波及になっていることを具体的に示す。

3. 新しいモデル式の応用と議論

ここでは，前節で導出した産業連関表に基づいた需要波及逆行列を用いた新しいモデル式を金属鉱物部門，銑鉄部門，石油製品部門と代表的な産業部門に具体的にそれぞれ応用し，そのモデル式の意味と有効性を議論する。なお，本計算では1995年産業連関表[1)] の内生部門を399部門に分類した基本分類を用いており，金額の単位は億円である。

3.1 金属鉱物部門の粗付加価値変動の波及効果

Table 1 に金属鉱物部門（k=29）の粗付加価値部門計に100%の変動，つまり Δv_k = 93 億円が生じた場合，中間投入変動額 Δx_{ij} が粗付加価値変動額 Δv_k との比 Δx_{ij} / Δv_k で 2.57 より大きい場合について示されている。

また，その表では，第1列目には399部門分類における投入部門 i と需要部門 j の部門名を番号で示しており，その番号は表の脚注に部門名が対応して示されている。また，表の第4列目には元の投入額 x_{ij} を比較のために引用し，第5列目には生じた中間投入変動額と元の投入額との変動比 Δx_{ij} / x_{ij} が示されている。

Table 1 から直に分かることは，金属鉱物部門に生じた変動が先ず銑鉄部門，銅部門，その他の非鉄金属地金部門と製品生産部門に波及していることである。銑鉄部門に波及した場合に関して説明すると，鉄鋼製品は粗鋼（転炉），粗鋼（電気炉），熱間圧延鋼材，冷間仕上鋼材部門などの各需要部門により高度な製品として次々と移されて行く産業の波及連関が見て取れる。一方，銅部門やその他の非鉄金属地金部門へ波及した製品は電線，ケーブル，伸銅品，非鉄金属素形材，核燃料，その他の非鉄金属製品，その他の電気機械器具，自動車部品などの需要部門にそれぞれ連関して波及していることが分かる。

Tabel 1 Main part of repercussions by variation in metallic ores sector

(i, j)	Δx_{ij} / Δv_k	Δx_{ij}	x_{ij}	Δx_{ij} / x_{ij}
(29,166)	18.83	1,746	2,997	0.583
(29,180)	11.59	1,075	1,845	0.583
(29,183)	12.14	1,126	1,932	0.583
(166,168)	17.79	1,650	11,286	0.146
(168,171)	19.29	1,789	23,779	0.075
(169,171)	2.61	242	12,498	0.019
(171,173)	6.14	569	15,412	0.037
(180,185)	10.06	933	2,948	0.317
(180,187)	3.52	326	1,031	0.317
(183,189)	2.62	243	953	0.255
(183,190)	3.22	299	1,174	0.255
(183,191)	4.83	448	1,757	0.255
(183,248)	5.37	497	1,952	0.255
(254,254)	2.57	238	56,688	0.004

Amount of input variation $\Delta v_k = 93 \times 10^8$ yen
Total amount of repercussion $\Sigma^{n}_{i=1} \Sigma^{n}_{j=1} \Delta x_{ij} = 24{,}410 \times 10^8$ *yen*
29 : metallic ores, 166:pig iron, 168:crude steel (converters), 169 : crude steel (electric furnaces), 171 : hot rolled steel, 173 : cold-finished steel, 180 : copper, 183 : other non-ferrous metals, 185 : electric wires and cables, 187 : rolled and drawn copper and copper alloys, 189 : non-ferrous metal castings and forgings, 190 : nuclear fuels, 191 : other non-ferrous metal products, 248 : other electrical devices and parts, 254 : motor vehicle parts and accessories

金属鉱物の粗付加価値は93億円であるが，金属鉱物から銑鉄への投入額の変動は1,746億円とその比は18.83になっており，鉱物の原料単価が金属鉱物から銑鉄への段階で大きく増大していることが分かる。一方，金属鉱物から銑鉄への投入額の変動は1,746億円と元の投入額2,997億円との変動比は0.583であり，金属鉱物における粗付加価値100%の変動は銑鉄への投入額としては約60%の変動をもたらすことになることが分かる。

また，この金属鉱物部門自身の内生部門変動額の列和 $\Sigma_{i=1}^{n} \Delta x_{ik}$ と国内生産額の変動 ΔX_k を計算してみると，需要波及逆行列の金属鉱物部門に関する行列要素の対角成分は1.001であるので，式(12)から予想できるように，列和は無視できる程度に少額であり，粗付加価値計の変動分は殆どが国内生産額の変動分になっていることが分かる。

その銑鉄部門は粗鋼（転炉）部門に波及し，更にその粗鋼（転炉）部門は熱間圧延鋼材部門に波及していることが分かる。第6行目の粗鋼（電気炉）部門から熱間圧延鋼材部門への元

の投入額は12,498億円と高額であるが，金属鉱物部門の変動による投入の変動額は242億円，変動比では0.019と小さくなっており，これは粗鋼（電気炉）部門の大半がフェロアロイ部門と鉄屑部門からの投入であることによるものである。

また，Table 1の第2行目と3行目に示されているように，金属鉱物には鉄原料ばかりでなく銅原料やその他の非鉄金属原料が含まれているので，電線・ケーブル部門などで製品化されていることが分かる。

次に金属鉱物部門の粗付加価値100%，つまり93億円の変動の内生部門への波及効果の総和$\Sigma_{i=1}^{n}\Sigma_{j=1}^{n}\Delta x_{ij}$は24,410億円にもなり，比では263倍にもなっている。当然のことであるが金属鉱物部門が如何に大きく日本の産業構造に寄与しているかが理解できる。

3.2 銑鉄部門の粗付加価値変動の波及効果

金属鉱物部門からの波及効果が大きい部門である銑鉄部門（$k=166$）の粗付加価値部門計に100%の変動，つまり$\Delta v_k=2{,}765$億円，が生じた場合，中間投入変動額Δx_{ij}を粗付加価値変動額Δv_kとの比$\Delta x_{ij}/\Delta v_k$で0.036より大きい場合についてTable 2に示す。この変動の内生部門への波及効果の総和$\Sigma_{i=1}^{n}\Sigma_{j=1}^{n}\Delta x_{ij}$は11,920億円にもなり，比では4.31倍になっている。

銑鉄部門に生じた粗付加価値の変動は，粗鋼（転炉），粗鋼（電気炉）の各部門に波及し，次にそれは熱間圧延鋼材部門に一度集中していることが分かる。更に熱間圧延鋼材部門で高度に製品化された鋼材は，鋼管，冷間仕上鋼材，めっき鋼材，鉄鋼シャースリット業，住宅建築（非木造），建設用金属製品，自動車部品の各部門に鋼材は製品として流通していることが分かり，銑鉄部門で生じた変動が産業連関表の需要部門（下流側）へ波及していることが明確に理解される。

Table 1とTable 2で共通のことであるが，本論文で示した新しいモデルによる波及効果は生じた中間投入変動額と元の投入額との変動比$\Delta x_{ij}/x_{ij}$が，中間投入部門iが同一であればすべての中間需要部門jに関して同一の変動比になることである。このことは前節で示した変動額Δx_{ij}の定義式(13)を分析することで理解出来ることであり，本モデルの基本的特性である。また，生産過程が進むにつれて，つまり下流側へ進むにつれて，その変動比$\Delta x_{ij}/x_{ij}$の値が小さくなることが分かり，これは波及効果の一般的傾向であると理解出来る。

Table 2 Main part of repercussions by variation in pig iron sector

(i, j)	$\Delta x_{ij}/\Delta v_k$	Δx_{ij}	x_{ij}	$\Delta x_{ij}/x_{ij}$
(166,168)	0.944	2,609	11,286	0.231
(166,169)	0.041	113	489	0.231
(166,177)	0.041	114	495	0.231
(168,171)	0.933	2,580	23,779	0.109
(169,171)	0.039	108	12,498	0.009
(171,172)	0.081	223	4,581	0.049
(171,173)	0.272	753	15,412	0.049
(171,178)	0.081	223	4,571	0.049
(171,192)	0.074	205	4,215	0.049
(171,281)	0.031	84	1,734	0.049
(173,174)	0.053	145	5,802	0.025
(173,178)	0.038	105	4,228	0.025
(254,254)	0.037	102	56,688	0.002

Amount of input variation $\Delta v_k=2{,}765\times10^8$ *yen*
Total amount of repercussion $\Sigma_{i=1}^{n}\Sigma_{j=1}^{n}\Delta x_{ij}=11{,}920\times10^8$ *yen*
166 : pig iron, 169 : crude steel (electric furnaces), 171 : hot rolled steel, 172 : Steel pipes and tubes, 173 : cold-finished steel, 174 : coated steel, 177 : cast and forged materials (iron), 178 : iron and steel shearing and slitting, 281 : residential construction (non-wooden), 192 : metal products for construction, 254 : motor vehicle parts and accessories

3.3 石油製品部門の粗付加価値変動の波及効果

Table 3に石油製品（k=143）の粗付加価値部門計に100%の変動，つまり$\Delta v_k=49{,}774$億円，が生じた場合，中間投入変動額Δx_{ij}が粗付価値変動額Δv_kとの比$\Delta x_{ij}/\Delta v_k$で0.01より大きい場合についての計算結果を示す。この変動の内生部門への波及効果の総和$\Sigma_{i=1}^{n}\Sigma_{j=1}^{n}\Delta x_{ij}$は101,158億円にもなり，比では2.03倍になっている。これは，本論文では示していないが原油・天然ガス部門の変動から始まった波及効果に比べ

Table 3 Main part of repercussions by variation in petroleum refinery products sector

(i, j)	$\Delta x_{ij}/\Delta v_k$	Δx_{ij}	x_{ij}	$\Delta x_{ij}/x_{ij}$
(118,120)	0.013	666	2,394	0.278
(118,129)	0.018	903	3,244	0.278
(119,121)	0.014	692	3,081	0.225
(129,146)	0.020	1,010	11,261	0.090
(143,26)	0.010	518	931	0.556
(143,118)	0.045	2,228	4,005	0.556
(143,119)	0.018	899	1,615	0.556
(143,143)	0.023	1,165	2,095	0.556
(143,145)	0.011	564	1,014	0.556
(143,292)	0.044	2,189	3,934	0.556
(143,312)	0.011	550	989	0.556
(143,313)	0.094	4,683	8,418	0.556
(143,314)	0.165	8,219	14,772	0.556
(143,315)	0.094	4,698	8,443	0.556
(143,319)	0.025	1,220	2,192	0.556
(314,301)	0.030	1,494	9,862	0.152
(314,302)	0.019	953	6,290	0.152
(315,301)	0.017	847	6,319	0.134
(315,302)	0.011	540	4,027	0.134

Amount of input variation $\Delta v_k=49{,}774\times10^8$ *yen*
Total amount of repercussion $\Sigma_{i=1}^{n}\Sigma_{j=1}^{n}\Delta x_{ij}=101{,}158\times10^8$ *yen*
26 : marine fisheries, 118 : petrochemical basic products, 119 : petrochemical aromatic products, 120 : aliphatic intermediates, 121 : cyclic intermediates, 129 : thermoplastics resin, 143 : petrolium refinery products, 145 : paving materials, 146 : plastic products, 292 : electric power for enterprise use, 301 : wholesale trade, 302 : retail trade, 312 : hired car and taxi transport, 313 : road freight transport service, 314 : transport by private cars (passengers), 315 : transport by private cars (freight), 319 : air transport

て非常に小さい値になっており，先に示した銑鉄部門の変動による波及効果の場合と同様に，石油製品部門の変動による波及効果は部門間での利潤価格の上昇が落ち着いて来ていることを示していると考えられる。

このTable 3を見ると，石油製品に生じた粗付加価値の変動の波及効果を追跡して行くことにより，海面漁業，石油化学基礎製品，脂肪族中間物，熱可塑性樹脂，石油化学系芳香族製品，環式中間物，プラスチック製品，舗装材料，事業用電力，ハイヤー，タクシー，道路貨物輸送，自家用旅客自動車輸送，自家用貨物自動車輸送，航空輸送，卸売，小売の各部門へと，石油製品がより高度な製品に加工され利用されて行く産業構造の様子が良く分かる。

ここでも，中間投入変動額Δx_{ij}が粗付加価値変動額Δv_kとの比$\Delta x_{ij} / \Delta v_k$は部門間でそれぞれ異なっているが，生じた中間投入変動額と元の投入額x_{ij}との変動比$\Delta x_{ij} / x_{ij}$が，中間投入部門iが同一であればすべての中間需要部門jに関して同一の変動比になるという性質が先に述べた金属鉱物部門や銑鉄部門の場合と同様に現れている。また，その部門間依存性から，石油製品の製品加工が進むにつれて波及効果が小さくなっている様子も理解される。

以上の具体的分析から，前節で導入した新しいモデル式は，ある産業部門の粗付加価値に何らかの変動が生じた場合，主には需要部門への波及効果の評価法になっていることが理解される。

4. 従来の均衡価格モデルのモデル式との関係

産業連関表の列方向に成立している関係式(4)を素直に変換して粗付加価値Vが与えられると国内生産額Xが求められると理解される新しいモデル式(10)が自然に導かれ，それがある産業部門に生じた粗付加価値の変動が需要部門への波及効果を評価する方法になっていることを示したが，ここではこの新しいモデル式を基にして従来の均衡価格モデルのモデル式との関係を調べてみる。そのために，次に示すようにi部門の国内生産額X_iが，

$$X_i = X_i p_i \tag{17}$$

と実は$p_i = 1$なる無次元単位量が存在すると考えてみる。次に，その無次元量p_jを陽に変数とみなして表示してみる。つまり，この関係式(17)を前節で導いた式(7)に代入してみると，

$$\sum_{i=1}^{n} X_i p_i c_{ij} + V_j = X_j p_j \tag{18}$$

となる。

そこで，上式の両辺をj部門の国内生産額X_jで割ると，式(8)の関係式が存在するので，均衡産出高モデルでの中間投入係数a_{ij}を用いて，

$$\sum_{i=1}^{n} p_i a_{ij} + \bar{v}_j = p_j \tag{19}$$

なる関係式を得る。この関係式は従来の均衡価格モデルのモデル式[2]に形式的には対応していると判断される。

ここで，$\bar{v}_j$は，

$$\bar{v}_j = \frac{V_j}{X_j} \tag{20}$$

と定義される国内生産額の単位あたりの付加価値である無次元量であり，従来の均衡価格モデルでは付加価値係数と呼ばれている量に対応している。また，p_iは従来の均衡価格モデルではi部門の価格と呼ばれている量に対応している。もっとも，ここで示している変換は産業連関表から素直に導かれるものであるので，上で定義されたp_iは無次元量であることは再度念頭においておくべきである。以上が産業連関表から従来の均衡価格モデルのモデル式を素直に導出する方法であると判断出来る。

従って，以下では従来の均衡価格モデルの用語法を用いることにして議論する。つまり，i部門の価格p_iを成分とする列ベクトルをPとし，付加価値係数$\bar{v}_i$を成分とする列ベクトルを$\bar{\mathrm{v}}$で表すと，式(19)は均衡産出高モデルの中間投入係数行列Aを用いて

$$\mathrm{P}^T\mathrm{A} + \bar{\mathrm{v}}^T = \mathrm{P}^T \tag{21}$$

と表され，付加価値係数ベクトルが分かると，

$$\mathrm{P} = (1 - \mathrm{A}^T)^{-1}\bar{\mathrm{v}} \tag{22}$$

と価格ベクトルPが逆行列$(1 - \mathrm{A}^T)^{-1}$を用いて求められることになる。

次に，付加価値係数$\bar{v}_i$に$\Delta\bar{v}_i$なる変動が生じた場合を考える。その場合の価格p_iの変動量Δp_iは，

$$\Delta\mathrm{P} = (1 - \mathrm{A}^T)^{-1}\Delta\bar{\mathrm{v}} \tag{23}$$

と求められる。更に，この変動量Δp_iを用いて国内生産額の変動額ΔX_iを求める方法を検討してみる。そのためには式(17)の関係式を用いることになるのであるが，右辺の国内生産額X_iは不変であるとし，左辺の国内生産額X_iが変動するとして以下のような，

$$\Delta X_i = X_i \Delta p_i \tag{24}$$

関係式で見積もることになる。

このように国内生産額の変動額ΔX_iが変動量Δp_iを用いて定義されると，それは前節で導入した変動額と一致することが分かる。但し，

$$\Delta\bar{v}_j = \frac{\Delta V_j}{X_j} \tag{25}$$

であるとしなければならない。また，粗付加価値計の変動による内生部門投入額の変動額Δx_{ij}を求めるには先に示した式(13)以外を用いることは不可能である。

いずれにせよ，産業連関表から得られる基本式は行方向に関しての式(1)と列方向に関しての式(4)であるので，以上示したように粗付加価値の変動の影響がどのように需要部門側（下流側）へ波及しているかを自然に分析するには，ここで我々が導入している中間需要係数c_{ij}と需要波及逆行列$(1 - \mathrm{C}^T)^{-1}$を用いるモデル式が優れていると判断する。

5. 国内総生産額を保存した新しい産業連関表の構築

前節で導入した粗付加価値部門計の変動が正の場合は，一般的には内生部門の投入額や国内生産額や国内総生産額などの産業連関表に登場する殆どすべての額は増加し，一方負の場合，つまり削減であると仮定すると，それらの産業連関表に登場する殆どすべての額は減少することは自明なことである。

特に導入された粗付加価値部門計の変動が削減である場合は，その原因が産業技術の革新に伴うものかどうかに係わらず，産業が不活性になると判断される。従ってどのような方策を想定すると現在の産業の活性度を保つことが出来るかを以下に考察する。

そのためには，粗付加価値部門計に変動が生じた以外は産業構造全体としては現状が維持されていることを前提にして，産業の活性度の基準を国内総生産額（GDP）に求めて，減少した国内総生産額を現状に回復させる一つの方法を示し，それで得られる結論に関して議論する。

前節で示したように，ある産業部門 k の粗付加価値部門計に ΔV_k なる変動が生じた場合，産業部門 i の国内生産額の変動額 $\Delta X_i^{(0)}$ が需要波及逆行列 $(1-C^T)^{-1}$ の行列要素 d_{ij} を用いて式(12)に示されているように，

$$\Delta X_i^{(0)}=d_{ik}\Delta V_k \tag{26}$$

と求められ，それを用いて式(13)に示されているように内生部門投入額に変動額 $\Delta x_{ij}^{(0)}$ が中間需要係数 c_{ij} を用いて，

$$\Delta x_{ij}^{(0)}=\Delta X_i^{(0)}c_{ij} \tag{27}$$

と求められるので，現在の産業連関表の投入額 $x_{ij}^{(0)}$ とその変動額 $\Delta x_{ij}^{(0)}$ を用いて新しい産業連関表が作成されると仮定する。つまり，その新しい産業連関表の内生部門の投入額 $\Delta x_{ij}^{(1)}$ は，

$$x_{ij}^{(1)}=x_{ij}^{(0)}-\Delta x_{ij}^{(0)} \tag{28}$$

と表されるとする。

また，新しい産業連関表では産業部門 j の粗付加価値部門計 $V_j^{(1)}$ も，

$$V_j^{(1)}=V_j^{(0)}-\Delta V_j^{(0)} \tag{29}$$

と現在の粗付加価値 $V_j^{(0)}$ と式(15)に示されている方法で求められる変動額 $\Delta V_j^{(0)}$ を用いて求められる。更に，国内総生産額への産業部門 j の寄与額を G_j で表すと，それは $G_j=V_j-h_j$ と粗付加価値部門計 V_j と家計外消費支出 h_j を用いて表されるので，新しい産業連関表での国内総生産額への産業部門 j の寄与額 $G_j^{(1)}$ は，

$$G_j^{(1)}=V_j^{(1)}-h_j^{(1)} \tag{30}$$

と一般的には家計外消費支出も変動するとして求められることになる。しかし，現在は家計外消費支出の変動額を決定する一般原理は産業連関表からは見出すことは出来ない。

ここでは次に示すように産業部門 j の内生部門の列和 $\Sigma_{i=1}^{n}x_{ij}$ に比例すると仮定して，新しい産業連関表での家計外消費支出 $h_j^{(1)}$ は現在の産業連関表の家計外消費支出 $h_j^{(0)}$ を用いて，

$$h_j^{(1)}=h_j^{(0)}\frac{\sum_{i=1}^{n}x_{ij}^{(1)}}{\sum_{i=1}^{n}x_{ij}^{(0)}} \tag{31}$$

と変動させることにする。先に議論したように，ここで得られる国内総生産額 $\Sigma_{j=1}^{n}G_j^{(1)}$ は現在の国内総生産額 $\Sigma_{j=1}^{n}G_j^{(0)}$ より小さい額になっている。

$$\sum_{j=1}^{n}G_j^{(1)}\leq\sum_{j=1}^{n}G_j^{(0)} \tag{32}$$

簡単のために，現在の国内総生産額 $\Sigma_{j=1}^{n}G_j^{(0)}$ を $\mathrm{GDP}^{(0)}$ で表し，新しい産業連関表の国内総生産額 $\Sigma_{j=1}^{n}G_j^{(1)}$ を $\mathrm{GDP}^{(1)}$ で表すことにする。

この新しい産業連関表での国内総生産額 $\mathrm{GDP}^{(1)}$ を現在の国内総生産額 $\mathrm{GDP}^{(0)}$ に回復させる方法には一般的原理は存在しないが，ここでは以下に示すように新しい産業連関表の国内総生産額への産業部門 j の寄与額 $G_j^{(1)}$ が，

$$\tilde{G}_j^{(1)}=G_j^{(1)}\frac{\mathrm{GDP}^{(0)}}{\mathrm{GDP}^{(1)}} \tag{33}$$

と $\mathrm{GDP}^{(1)}$ と $\mathrm{GDP}^{(0)}$ の比で変更されると仮定して，この変更された国内総生産額への産業部門 j の寄与額を $\tilde{G}_j^{(1)}$ で表すことにする。しかし，以上示したような国内総生産額を現在の国内総生産額に復元する方法は新しい産業連関表全体としては首尾一貫した産業連関表にはなっていない。つまり，この段階での新しい産業連関表の行方向の和と列方向の和の収支バランスは破れている。

そこで，更に粗付加価値部門計 $V_j^{(1)}$ も式(33)の変更された $\tilde{G}_j^{(1)}$ を用いて，

$$\tilde{V}_j^{(1)}=\tilde{G}_j^{(1)}+h_j^{(1)} \tag{34}$$

と変更された粗付加価値部門計 $\tilde{V}_j^{(1)}$ になるとする。また，この粗付加価値部門計 $\tilde{V}_j^{(1)}$ と現在の粗付加価値部門計 $V_j^{(0)}$ を用いて新たな粗付加価値部門計の変動額が $\Delta V_j^{(1)}$ が

$$\Delta V_j^{(1)}=\tilde{V}_j^{(1)}-V_j^{(0)} \tag{35}$$

と求められるとして，それを式(26)の産業部門 j の粗付加価値部門計に $\Delta V_j^{(0)}=\Delta V_j^{(1)}$ なる変動が生じた場合として，

$$\Delta X_i^{(0)}=\sum_{j=1}^{n}d_{ij}\Delta V_j^{(0)} \tag{36}$$

と産業部門 i の国内生産額の変動額 $\Delta X_i^{(0)}$ が新たに求められるとする。そして，上に示した式(26)から(36)までの一連の計算を，

$$\mathrm{GDP}^{(1)}\simeq\mathrm{GDP}^{(0)} \tag{37}$$

と収束するまで繰り返して，首尾一貫した新しい産業連関表を求めることにする。

以上導入した国内総生産額（GDP）を回復する方法は，国内総生産額の変動が $\Sigma_j\Delta G_j=0$ になるまで繰り返すのであるが，産業部門 j の粗付加価値の変動額 ΔV_j と家計外消費支出の変動額 Δh_j とが等しくなる必要はなく，それらの総和 $\Sigma_j\Delta V_j$ と $\Sigma_j\Delta h_j$ とが等しくなることが条件になっている。

このことはある産業部門 k の粗付加価値計に削減として生じた変動によって減少した国内総生産額を，産業部門 k 以外の産業が微小ではあるが現状とほぼ同等な割合で成長すれば，国内総生産額（GDP）は元に回復することになっている。

具体的には，任意の産業部門の粗付加価値計に変動を仮定して計算を実行したところ，5回から10回程度の繰り返しで収束することが分かった。

6. 展　望

以上具体的に示したように，本論文で導入した需要波及逆行列を用いる新しいモデル式は需要部門側（Output 側）への波及効果を評価する式になっていることが分かった。また，粗付加価値計の変動が削減である場合には，国民総生産を元の額に回復させる方法が存在することが示せた。このことは均衡産出高モデルで Leontief の逆行列を用いて投入部門側（Input 側）への波及効果が正確に表現されていることと合わせると，今後は産業連関表を用いた総合的分析が可能になったと判断出来る。

つまり，ある産業部門に技術革新が実現され，それが他の産業部門に波及する場合を想定すると，それは製品を作るための原料産業部門への波及と同時に，製品化に伴う需要部門へ波及が生じる。従って産業構造全体へのそれらの波及効果に伴う産業構造の変動を理解するには，良く知られている Leontief の逆行列を用いた分析と同様に本論文で導入した需要波及逆行列を用いる分析を同時に行うことが有効であり，そのためのモデル式を見出したことになる。前節で議論したように国民総生産を一定にする条件の下で，付加価値計の変動による波及効果を考慮した新しい産業連関表の構築が可能であると期待出来るので，式(16)に示しているように最終需要額の変動をも取り込んだ首尾一貫した産業連関表の利用が望まれる。

我々がこのモデル式を提案した大きな理由は，例えば材料の高強度化，長寿命化など高機能化され，使用量が減少した時に，二酸化炭素の排出量がどのように減少されるか産業連関表を用いて計算したかったからである。このような技術革新により産業構造がどのように変化し，環境がどうなるかなどの検討の結果が直に得られる需要波及逆行列式を導出したことになる。

この逆行列式は行列方式の統計資料があれば幅広い分野，例えば経営管理，生産管理などへの応用が可能である。

7. まとめ

産業連関表を用いた分析で付加価値になんらかの変動が生じた場合，需要部門側（下流側）への波及効果を評価する新しいモデル式を産業連関表の列方向に関して成立している収支バランス式を用いることで提案出来た。その基本的なことは，従来のように Leontief の逆行列 $(1-A)^{-1}$ の転置行列を用いるのではなく，産業連関表に基づいて自然に導かれる式(6)の中間需要係数 c_{ij} を行列要素とする行列 C を用いた式(10)に定義されている需要波及逆行列 $(1-C^{T})^{-1}$ を用いることである。

具体的には金属鉱物部門，銑鉄部門，石油製品部門の粗付加価値に仮想的な変動を設定した計算結果を示すことで，提案された新しいモデル式は需要部門側への波及効果を評価するモデル式になっていることが理解された。

また，新しいモデル式に仮想的変数変換を導入すると従来の均衡価格モデルに対応するモデル式が導出出来ることが示された。しかし，そのモデル式では付加価値を国内生産額に関しての比で表される付加価値係数として用いることになり，ある産業部門に生じた付加価値部門計の変動がどのように波及するかを評価するには間接的なモデル式になっていることが分り，本論文で提案した新しいモデル式がより素直で優れていると判断出来た。

更に付加価値の変動による波及効果を考慮した新しい産業連関表の構築を試みる時，特にその変動が削減の場合，全産業部門の活性度を保持するための指標を国民総生産額に設定し，それを保存するための一つの方法を提案し，議論した。

文　献：References

1）平成7年（1995年）産業連関表-総合解説編（総務庁），p.523 (1999)：1995 Input-Output Tables Explanatory Report (Management and Coordination Agancy, Govermant of Japan), p.523 (1999)

2）宮沢健一，産業連関分析入門（日本経済新聞社），p.216 (1995)：Miyazawa, K., Sangyou Renkan Bunseki Nyuumon (Nihon Keizai Shinbun Sya), p.216 (1995)

3）近藤美則，森口祐一，清水　浩，エネルギー・資源，15, 75 (1994)：Kondoh, Y., Moriguchi, Y., Simizu, H., *Energy and Resources*, 15, 75 (1994)

4）森口祐一，近藤美則，日本エネルギー学会誌，77, 1062 (1998)：Moriguchi, Y., Kondoh, Y., *J. Jpn. Inst. Energy*, 77, 1062 (1998)

5）本藤祐樹，外岡　豊，内山洋司，エネルギー・資源，20, 93 (1999)：Hondo, Y., Tonooka, U., Uchiyama, Y., *Energy and Resources*, 20, 93 (1999)

6）本藤祐樹，森泉由恵，外岡　豊，神成陽容：日本エネルギー学会誌，81, 828 (2002)：Hondo, Y., Moriizumi, Y., Tonooka, U., Kaminari, Y., *J. Jpn. Inst. Energy*, 81, 828 (2002)