

リスクと投資

浜崎 実

1 序

およそ社会的現象について正確な予測もしくは推定を行うことは問題がどのようなものであっても不可能に近いことであろう。あらゆる現象の中には偶然が存在する。「われわれの日々の生活においてと同様に、科学においても、われわれが探し求めているものは、予見の体系である。予見に際してわれわれを導いてくれる原理は、計算における段階以上のものではない。」と Bronowski¹⁾ は述べている。そしてこの原理は、できるだけ正確に、しかしできる範囲内での正確さで予測するという原理だけである。将来が限定された不確定な範囲内で決定されているものとして考えられている。

社会的現象の中には偶然と同様に、常にリスクが存在し、われわれはそこから逃げ出すことはできない。われわれの歴史はリスクをいかにコントロールするかということに多くの努力を払ってきた。現代は信用経済の時代といわれ、国家、企業さらに個人の生活においても信用が介在することによって、バランスを保持しているのである。特に企業の信用、消費者の信用に関して計量的手法が益んに議論されている。そのために逆にリスクを測定することによって問題の解答を見出そうとする。本稿では投資に関するリスクについて、意思決定をどのようにすべきかを考察する。

2 リスクの定義

企業経営に関しては常に多くのリスクを発生する。リスクの分類²⁾をすれば、

イ) 物理的リスク ロ) 経済的リスク ハ) 社会的リスク ニ) 財務的リスク
の四つになる。物理的リスクのように必ず損失を伴うものがある反面、社会的リスク、例えば相場の変動によってリスクが利益を生み出す場合もある。前者を純粹リスク、後者を投機リスクと呼んでいるが、ここでは勿論、後者のリスクについて考える。

リスクの測定については、三つの主な考え方がある。1) 期待値原理(期待値の最大のものを選択する。これは利益の平均を意味するからどれ位のデータで計算すればよいかという基準はない。) 2) 最尤未来原理(最も確からしいものを選択する。これは一回限りの決定に適している。) 3) 要求水準原理(ある要求水準を決めて、その水準を満足してくれる確率の中で最大のものを選択する。) これらの原理は、選択の結果が確率的であって、結果の起こる確率もわかっているという考えに基づいている。この理由から、選択の結果が確率的で、結果の起こる確率がわからない場合には、これを不確実性というから、リスクとは区別しておく必要がある。ただラプラスの原理だけは、結

1 J. Bronowski, The Common Sense of Science, Heinemann, 1951

2 南部二三雄, 売掛金の効率管理, 中央経済社, 1972

果についての確率をすべて同じとして考えるからリスク的方法といってもよい。いずれにしても統計的決定論に基づく判断であるといえる。

将来の予測が確実性をもつという仮定のもとでは、多くの可能な結果に対する投資政策の中から、総収入または総支出を計算し、実行可能な投資政策の中で利益を最大に、または費用を最小にするものを選択することができる。ここではただ一つの将来が考慮されているが、殆んど意思決定は、いくつかの可能な将来のもとでの各々の投資政策を評価する必要がある。意思決定者が、可能な投資について、それぞれの確率を推定できるなら（それはリスクをもった意思決定といわれる）、年間期待利益または期待現価を最大にする政策を選択することができる。

概念的には、決定行列を用いて、その行列の各要素を充す数値から、現価や年間費用を計算できる。したがって行と列の構成が実行可能であるように配列されていれば、リスクまたは不確実性のもとで、決定に対する選択基準を作ることができる。しかし多くのモデルは、決定行列が明確に定義されなくても、リスクのもとで意思決定がなされることを仮定している。

さらに、将来の結果に関するある種の確率情報を利用することも可能である。それらのデータは、例えば意思決定者間の会話から集められた主観的確率であることが多いが、それがたとえ非常に主観的であるとしても、可能な予測結果の範囲や、投資政策の異なった目的を達成する見込みを与えてくれる。確率情報の利用は、従来手法にとって代わるというより、むしろ補足的なものである。実際には、現価や収益率の基準が公式として利用されている場合の決定は、期待値に基づいてなされている。費用とか利率などが、不確かな精度で計算されたものを利用していることがある。将来の結果について、意思決定者もつ不確かさというものは、投資から生ずる望ましい報酬よりは、むしろより大きな利率を詳細に規定することによって調節されている。

投資決定における色々な要因の期待値ばかりではなく、それら要因の値の範囲もまた規定する必要がある。そこで、もし意思決定者が、確率論や統計学の十分な知識をもっているなら、各要因の分布の型、確率変数間の相関などを推定することができる。例えば、すべての確率変数が全区間で正規分布をなすという仮定、あるいは、推定期待値が中央の区間にはいない場合にベータ分布を仮定するなどである。このことから、確率推定値に関連して、投資に含まれているリスクの計量的推定値を、さらに追加することができる。

決定の目安としてのリスクの推定値は、高い期待収益率をもつリスクの大きな投資よりも、低い期待収益率をもつ安全投資を選ぶことによって定まる。投資におけるリスクが大きいために、期待された業績を達成せずに失敗したとき、その企業の財政的狀態は重大な危機におちいる。このような場合に、低い期待収益率を選択することは本質的に正しいのである。

3 リスクのある投資

はじめに、確率変数としてネット・キャッシュ・フローを考える。キャッシュ・フロ

一は、現金の流れであるが、時間的価値の存在を考慮すれば、資本支出は現象的に現金の支払いと解してもよい。しかし、ここでは j 年におけるネット・キャッシュ・フローは、その年の収入から支出を差引いたものとする。いま、 c_j を j 年のネット・キャッシュ・フローとし、投資の n 年間の経済寿命についての利率 i は固定したものと仮定する。現在価値を P とすると、

$$(1) \quad P = \sum_{j=0}^n \frac{c_j}{(1+i)^j}$$

が成り立つ。 P に関するより一般的な式は、期間毎の利率を違えることによって得られるが現実的には、 i は一定と考えてよい。

P は、 n 個の確率変数 c_j に、それぞれ $(1+i)^{-j}$ という定数を掛けた和から成り立っている一つの確率変数である。期待値の一次結合の加法性から、 P の期待値を $E(P)$ とすれば、(1)式から

$$(2) \quad E(P) = \sum_{j=0}^n \frac{\mu_j}{(1+i)^j}$$

が導かれ、ここで、 μ_j は確率変数 $\{c_j\}$ の平均値である。

さらに、 $y = x_1 x_2$ の分散が、 $\sigma_y^2 = \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + 2\sigma_{x_1 x_2}$ から計算されることを利用し、これを拡張して P の分散 σ_P^2 を求めると、

$$(3) \quad \sigma_P^2 = \sum_{j=0}^n \left\{ \frac{\sigma_j}{(1+i)^j} \right\}^2 + 2 \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \frac{\sigma_{jk}}{(1+i)^{j+k}}$$

ただし、 σ_j^2 と σ_{jk} は確率変数 $\{c_j\}$ の分散と共分散とする。また、 $\{c_j\}$ の相関係数を r_{jk} とすれば、共分散は、 $\sigma_{jk} = r_{jk} \sigma_j \sigma_k$ から計算される。

共分散の信頼性の高い推定値を求めても、投資分析については非現実的である、と Hillier³⁾ は主張している。その理由として、どの年におけるネット・キャッシュ・フローも独立であるように適当に分割されており、互いに密接に関連している。すなわち、次式のようにになっている。

$$(4) \quad c_j = X_j + Y_{j(1)} + Y_{j(2)} + \dots + Y_{j(m)}$$

X_j の値は互いに独立で、 $Y_0^{(k)}$, $Y_1^{(k)}$, \dots , $Y_n^{(k)}$ は $k=1, 2, \dots, m$ に対して完全に相関である。完全相関は、もし $Y_r^{(k)}$ が $\mu_r^{(y)} + t\sigma_r^{(y)}$ の値をとるなら、 $Y_j^{(k)}$ は $\mu_j^{(y)} + t\sigma_j^{(y)}$ の値をとることを意味している。完全相関、すなわち $r_{jk}=1$ の条件では、

$$(5) \quad \sigma_{Y^{(k)}}^2 = \sum_j \sum_k \left[\frac{\sigma_j^{(y)} \sigma_k^{(y)}}{(1+i)^{j+k}} \right]$$

3, F. S. Hillier, The Derivation of Probabilistic Information for the Evaluation of Risky Investment, Managamant Science, 1963, pp. 443-457

ここで、 $\sigma_j^{(y)}$ は確率変数 $Y_j^{(k)}$ に関係しているから、標準偏差を $\sigma_{Y(k)}$ とすると、

$$(6) \quad \sigma_{Y(k)} = \sum_{j=0}^n \frac{\sigma_j^{(y)}}{(1+i)^j}$$

Hillier によって提案されたモデルでは、期待値と分散はそれぞれ次のようになっている。

$$(7) \quad E(P) = \sum_{j=0}^n \frac{\mu_j}{(1+i)^j} = \sum_{j=0}^m \frac{E(X_j) + \sum_{k=1}^m E(Y_j^{(k)})}{(1+i)^j}$$

$$(8) \quad \sigma_P^2 = \sum_{j=0}^n \frac{\text{Var}(X_j)}{(1+i)^{2j}} + \sum_{k=1}^m \left[\sum_{j=0}^n \frac{\sqrt{\text{Var}(Y_j^{(k)})}}{(1+i)^j} \right]$$

式(7), (8)は(3), (2)の特別な場合と考えることができる。ただし、変数のいくつかは相関係数が0であり、他のものは相関係数が1である。

中心極限定理を利用すれば、 P は(2), (3)式で計算された平均値と分散をもつ正規分布であるといえる。 c_j が互いに独立な変数であるときに限って、このことは正しい。正規分布が目的に合った近似方法であるのは、われわれにとって非常に都合がよい。しかし、その仮定がなくても、式(2), (3)は、なお平均値と分散に適当な値を与える。なぜなら、チェビシェフの不等式を使って、確率の説明ができるからである。

現在価値 P の分布がわかれば、年間の費用、あるいは利益に対する分布を知るために、式(2), (3)の結果を拡張することは問題ではない。

現在価値 P にある要因を乗ずることによってそれを年間費用に変換する。要因として $RP_{(i-n)}$ を考える。 R を各期末の収入または支払い量と等しい n 期間の総量とすれば、 $RP_{(i-n)}$ は、ある期間 n におけるインプット P をアウトプット R に変換する、利子率 i でのオペレータと考える。

$$(9) \quad P = R \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{1+i} \right)^j = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

$$(10) \quad R = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] = \sum_{j=1}^n \left[\frac{c_j}{(1+i)^j} \right] RP_{(i-n)}$$

式(10)から、 R は単に確率変数 P に定数を乗じた確率変数であるといえる。いま、 P が正規分布であると仮定すると、 R も平均値 $E(R)$ 、分散 σ_R^2 をもつ正規分布である。すなわち、

$$(11) \quad E(R) = RP_{(i-n)} E(P)$$

$$(12) \quad \sigma_R^2 = (RP_{(i-n)})^2 \sigma_P^2$$

ここで、内部利益率法を導入すると、内部利益率 r は、ネット・キャッシュ・フローの現在価値 P が0であるときの利子率として定義されるから、投資に順位づけをすれば、

r が最大の値をもつときの投資に最大のプライオリティが与えられる。 r の累積分布は、 i の種々の値に対する P の確率分布から推定される。 P が i の固定値に対するネット・キャッシュ・フローの現在価値を表わすから、 $P < 0$ という事象は、 $r < i$ という事象に等しい。換言すれば、負の現在価値は、そのときの投資計画が望ましい利子率 i を生みださないことを意味している。これを式で表現すれば次のようになる。

$$(4) \text{ Prob. } \{r < i\} = \text{Prob. } \{P < 0 \mid i\}$$

以上の手法は、より複雑な資本投資の決定に拡張されるが、モデルに多くの確率変数がいってくるから、高い精度で解を求めることは難しくなる。この場合には、リスクの測定にシミュレーションの手法が使われるであろう。しかし、その目的は全く同じものである。

参 考 文 献

- 1) Myron J. Gordon, The Investment, Financing, and Valuation of the Corporation, Irwin, 1962
- 2) 柴川林也, 投資決定論, 同文館, 1969
- 3) 横山保, 意思決定の科学, 中央経済社, 1972
- 4) 村川武雄, 設備投資の経済計算とその理論, 日科技連, 1965
- 5) Harold Bierman, Jr., Financial Policy Decisions, Macmillan, 1970
- 6) Harold Bierman, Jr. & Seymour Smidt, The Capital Budgeting Decision, Macmillan, 1966

Risk and Investment

By MINORU HAMAZAKI

This paper presents a definition of a risk and a risky investment. The present worth and net cash flows are used for the risky investment. Since the present worth, P is treated as a random variable, the mean and variance are computed.