

合併原料繭口の落緒分布

嶋崎昭典・西岡孝彦・渡部勝人

信州大学繊維学部繊維システム工学科

自動繰糸機の普及に伴い、また機織業界からの同一荷口生糸の長期供給の要請にこたえ、近年は生産地・蚕期あるいは異品種原料繭を合併混合した大量口の生糸生産が行われるようになってきた。これは当然荷口内生糸の質的変動を増大させる。大量合併口生糸の品質管理に関する嶋崎(1978, '81, '83, '86)、坪井(1983)、白(1985)、西岡(1986)、寿(1986)らによる一連の研究から合併原料繭の落緒特性の明らかにされることが要望されるに至った。ここでは、そのうち1粒繭に生じる繰糸中の繭糸切断数(落緒数)の確率分布について検討を行った。その結果落緒数は、*Polya-Eggenberger*型分布に従うことが知られたので報告する。なお、供試原料繭は本学部附属農場産繭を中心に茨城産繭及び中国・パラグアイ・ブルガリヤ産繭等を用いた。

1. 繭糸長変化と落緒分布

1粒繭の繭糸長を l 、単位繭糸長当りの落緒発生率を c とすると、均質な原料繭口に生じる落緒数 K が k なる値をとる確率 $\Pr\{K=k\}$ はPoisson分布

$$\Pr\{K=k\} = \frac{(cl)^k}{k!} e^{-cl} \quad \dots\dots(1)$$

で与えられた(嶋崎, 1955)、大量合併荷口における原料繭特性の一つとして、繭糸長 l の分布変動の増加が考えられる。一般に工場における大量合併口の繭糸長分布が正規分布に近似した変化を示すことを用いて繭糸長変化の落緒分布に及ぼす影響について検討する。ただしここでは、繭糸長変動の影響だけをみるために、単位繭糸長当りの落緒発生率 c は各原料繭とも同じ値をとるものとする。また $cl = \lambda$ とおき、 λ は繭糸長の影響をうけて平均値 μ 、分散 σ^2 の正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うものとする。このとき合併口の落緒確率 $\Pr\{K=k\}$ は、落緒が各繭独立におこるものとする、

$$\Pr\{K=k\} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(\lambda-\mu)^2}{2\sigma^2}} d\lambda \dots\dots(2)$$

で与えられる。 $t = (\lambda - (\mu - \sigma^2)) / \sqrt{2}\sigma$ とおくと

$$\Pr\{K=k\} = \frac{e^{\frac{\sigma^2}{2} - \mu}}{k! \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} [(\mu - \sigma^2) + \sqrt{2}\sigma t]^k e^{-t^2} dt \dots\dots(3)$$

$$= \frac{e^{\frac{\sigma^2}{2} - \mu}}{k!} \sum_{x=0}^k \binom{k}{x} (\mu - \sigma^2)^{k-x} (\sqrt{2}\sigma)^x \frac{1 \cdot 3 \cdots (x-1)}{2^{\frac{x}{2}}} \dots\dots(4)$$

をうる。ここに σ は偶数値0, 2, 4, ...をとる。(3)式から容易に知られるように、もしも繭糸長変化が小さければ、落緒数の分布は

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \Pr \{K=k\} = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} \dots\dots\dots(5)$$

となり、合併荷口における落緒歩合 μ を母数とするPoisson分布に近づく。

供試原料繭の繭糸長特性を表1に示す。

表1 原料繭荷口別繭糸長特性

原料荷口記号		A 1	A 2	A 3	A 4	B 1
繭糸長	平均繭糸長(m)	1160	1081	1165	960	1393
	標準偏差(m)	125	138	143	140	170
	変異係数	10.7	12.8	12.2	14.6	12.2
落緒特性	落緒発生率(c)	0.00022	0.00036	0.00044	0.00097	0.00050
	1粒平均落緒数(μ)	0.255	0.394	0.509	0.932	0.690
	標準偏差(σ)	0.0275	0.0503	0.0625	0.1359	0.0842

原料荷口記号		B 2	B 3	C	D	E
繭糸長	平均繭糸長(m)	1240	1207	972	1105	976
	標準偏差(m)	172	186	171	165	177
	変異係数	13.9	15.4	17.6	14.9	18.1
落緒特性	落緒発生率(c)	0.00079	0.00062	0.00077	0.00042	0.00071
	1粒平均落緒数(μ)	0.980	0.750	0.750	0.460	0.690
	標準偏差(σ)	0.1359	0.1156	0.1319	0.0687	0.1251

表より繭糸長は荷口によって標準偏差の値で120mから180mの範囲にわたり変化していることが知られる。それらの変化の落緒分布に及ぼす影響をみるために、繭糸長が各繭とも一定であるとき期待される(5)式と、繭糸長が表1の平均値と標準偏差をもつ正規分布に従い変化するとき期待される(4)式による落緒分布とを求めた結果を表2に示す。表中のPoは(5)式、Thは(4)式より求めた分布である。これから、いずれの荷口においても両者の分布が極めて近似した分布を示し、繭糸長の変化は落緒分布にほとんど影響しないことが知られる。

繭糸長変動が落緒分布に及ぼす影響を確かめるために、原料繭荷口の落緒歩合を0.5と固定し、(4)式における標準偏差を変異係数で50パーセントまで変化させたときの落緒分布を算出した。その結果を図1に縦棒で示す。また図中に(5)式から求めた分布を点線で示した。図の各分布から、変異係数を50パーセントまで変化させても、落緒分布の形はPoisson分布と大幅に偏移し

ないことが知られる。

表2 実測繭糸長分布の変動性と落緒分布の変化

荷口記号 落緒数	A 1		A 2		A 3		A 4		B 1	
	Po	Th								
0	0.755	0.755	0.674	0.675	0.601	0.602	0.394	0.397	0.502	0.503
1	0.198	0.197	0.266	0.264	0.306	0.304	0.367	0.363	0.346	0.344
2	0.025	0.025	0.052	0.053	0.078	0.078	0.171	0.170	0.119	0.119
3	0.002	0.002	0.007	0.007	0.013	0.014	0.053	0.054	0.027	0.028
4			0.001	0.001	0.002	0.002	0.012	0.013	0.005	0.005
5							0.002	0.003	0.001	0.001
6										
平均落緒数	0.26		0.39		0.51		0.93		0.69	
標準偏差									1.10	

落口記号 落緒数	B 2		B 3		C		D		E	
	Po	Th								
0	0.375	0.379	0.472	0.476	0.472	0.476	0.631	0.633	0.502	0.506
1	0.368	0.364	0.354	0.350	0.354	0.349	0.290	0.288	0.346	0.341
2	0.180	0.179	0.133	0.132	0.133	0.132	0.067	0.067	0.119	0.119
3	0.059	0.059	0.033	0.034	0.033	0.034	0.010	0.011	0.027	0.029
4	0.014	0.015	0.006	0.007	0.006	0.007	0.001	0.001	0.005	0.005
5	0.003	0.003	0.001	0.001	0.001	0.001			0.001	0.001
6	0.001	0.001								
平均落緒数	0.98		0.75		0.75		0.46		0.69	
標準偏差	1.41		1.17		1.17		0.81		1.15	

Po : Poisson分布による推定値 Th : (4)式による推定値

両者の分布偏移の指標として、個体総数を1000としたときの

$$I = \sum_{k=0}^{\infty} \{ Po(k) - Th(k) \}^2 / Th(k)$$

を算出した。変異係数の増大に伴うIの変化を図2に示す。これから両分布間の偏移は変異係数20パーセント以下では全く無視できることが知られる。

以上のことから原料繭の合併に伴う繭糸長の変動性は変異係数50パーセント程度までは落緒分布に大きな影響を与えないといえること。特に20パーセント以下の場合には合併に伴う繭糸長変化の影響は無視してよいことが知られる。

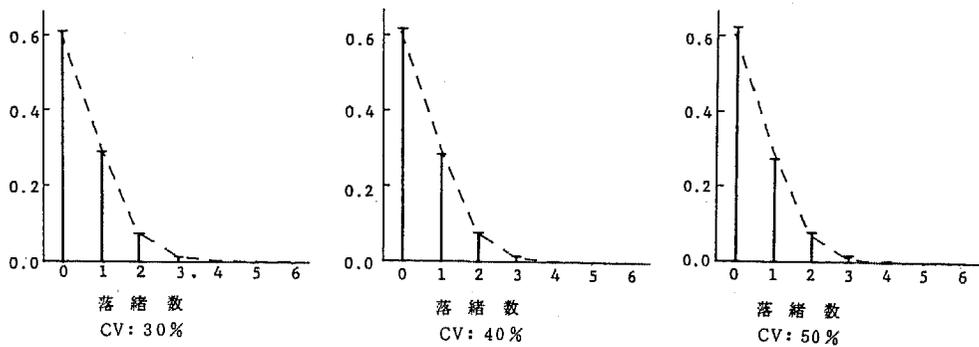
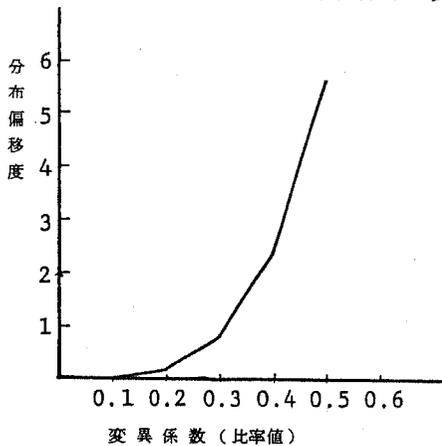


図1 繭糸長変化と落緒数の分布

注) 棒状図: (4)式による落緒分布 点線: Poisson 分布からの推定分布
CV: 繭糸長分布の変異係数



$$\text{偏移度} \quad I = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \{Po(k) - Th(k)\}^2}{Th(k)}$$

データ数 1000

2. 単位荷口落緒発生率の変化と落緒分布。

単位荷口毎の落緒発生率の変化が合併荷口の落緒分布へ及ぼす影響について検討する。単位荷口の平均繭糸長を \bar{l} 、1粒平均落緒数(落緒歩合)を λ 、 $\lambda = c\bar{l}$ とおくと、工場の合併荷口における λ の分布は経験的に *gamma* 分布

$$f(\lambda) = \frac{1}{(\alpha - 1)! \beta^\alpha} \lambda^{\alpha - 1} e^{-\frac{\lambda}{\beta}} \quad \dots\dots (6)$$

で与えられた(嶋崎、1973)。ここに母数 α は型母数、 β は尺度母数である。また合併特性を示す λ に関する荷口の平均落緒歩合を μ 、分散を σ^2 とおくと、(6)式から

$$\mu = \alpha\beta, \quad \sigma^2 = \alpha\beta^2$$

をうる。これから $\alpha = \mu^2 / \sigma^2$ 、 $\beta = \sigma^2 / \mu$ として型母数と尺度母数は合併荷口の落緒歩合の平均値と分散から求めることができる。このとき合併原料菌が十分混合されていれば、任意に採り出された 1 粒菌に生じる落緒数 K が k である確率は

$$\Pr \{ K = k \} = \int_0^\infty \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \frac{1}{(\alpha-1)! \beta^\alpha} \lambda^{\alpha-1} e^{-\frac{\lambda}{\beta}} d\lambda \dots (7)$$

で与えられる。 $\tau = \beta \lambda / (1 + \beta)$ とおくと

$$= \frac{\beta^k (1 + \beta)^{-k - \alpha}}{k! (\alpha - 1)!} \int_0^\infty \tau^{k + \alpha - 1} e^{-\tau} d\tau$$

をうる。 α を整数値、 $\mu = \alpha \beta$ とおくと上式は *Polya-Eggenberger* 分布

$$\Pr \{ K = k \} = \frac{\mu(\mu + \beta)(\mu + 2\beta) \dots (\mu + (k-1)\beta)}{k!} (1 + \beta)^{-\frac{\mu}{\beta}} \beta^{-k} \dots (8)$$

となる。(8) 式の分布の平均値 $E[K]$ は μ 、分散 $V[K]$ は $\mu(1 + \beta)$ である。また β を 0 に近づけると、(8) 式は (5) 式の *Poisson* 分布

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} \Pr \{ K = k \} = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}$$

に近づく。工場の単位荷口における落緒歩合 λ の分布の 1 例を図 3 に示す。

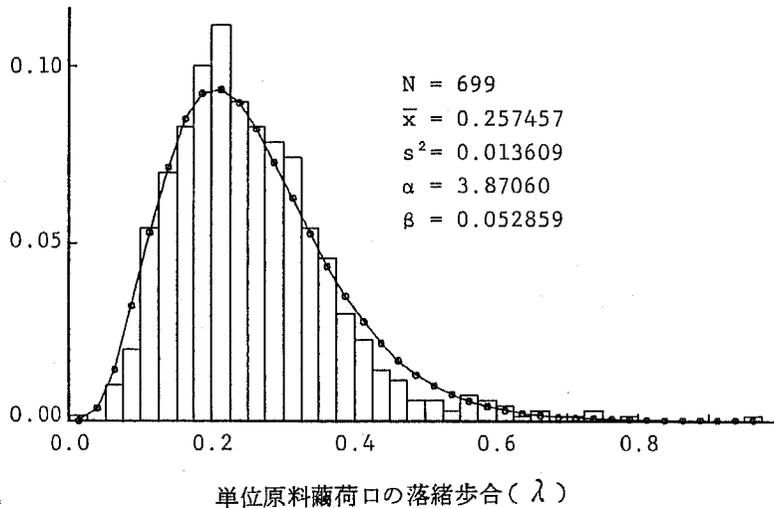


図 3 合併荷口における単位荷口落緒歩合分布と *gamma* 分布

注 棒状図: 落緒歩合実測分布 白丸実線: *gamma* 分布 N : データ数 \bar{x} : 平均落緒歩合。
 s^2 : 落緒歩合の分散 α : 型母数推定値 β : 尺度母数推定値

またこれに *gamma* 分布のあてはめを行った結果を図中に白丸実線で示した。なお型母数 α の推定値 3.87 の小数点以下の値を四捨五入して $\alpha = 4$ とみなしたときの λ の分布と *gamma* 分布との関係を図 4 に示す。

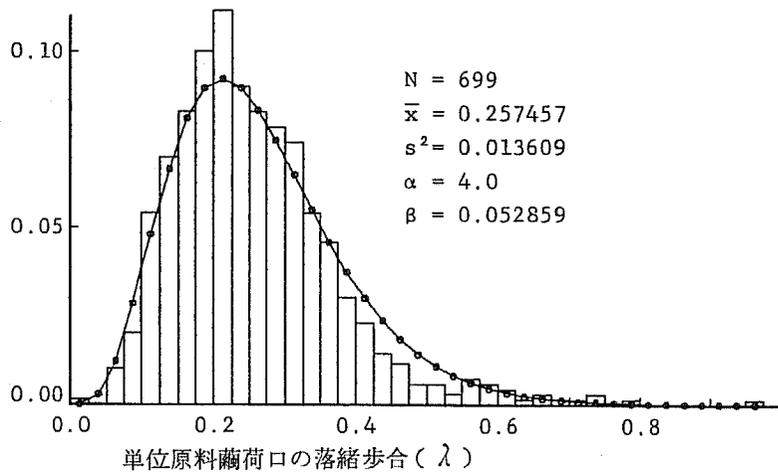


図4 合併荷口における単位荷口落緒歩合分布と α を整数値にした *gamma* 分布

注 柱状図：落緒歩合実測分布 白丸実線：*gamma* 分布 N ：データ数 \bar{x} ：平均落緒歩合。
 s^2 ：落緒歩合の分散 α ：型母数推定値 β ：尺度母数推定値

これらの図から落緒歩合 λ の分布は型母数 α が整数値をとる *gamma* 分布に従うとみてよいことが知られる。

9種類の単位荷口から1000粒前後の繭を抽出し荷口毎の落緒分布と、それらの合併口の落緒分布を求めた結果を表3に示す。また合併口の落緒分布に *Polya-Eggenberger* 分布と *Poisson* 分布をあてはめた結果は図5に示すようである。図から *Polya-Eggenberger* 分布により合併口の落緒分布のよく近似されることが知られる。

表3 単位荷口と合併荷口の落緒実測分布

K	A	B	C	D	E	F	G	H	I	合併口
0	567	688	639	622	505	573	687	681	911	5882
1	262	219	240	245	269	282	258	250	96	2121
2	98	73	98	95	117	97	92	91	14	775
3	54	20	39	36	58	45	43	24	6	325
4	15	5	17	22	31	11	6	17	2	126
5	3	3	6	10	12	12	11	2	1	60
6	6	1	5	1	7	5	2	1		28
7	3		3	2	7	1	2	1		19
8	0		0	1	2	2	1			6
9	0		2		0	1	1			4
10	0				2					2
11	0									0
12	1									1
計	1018	1009	1049	1034	1010	1029	1103	1067	1030	9349

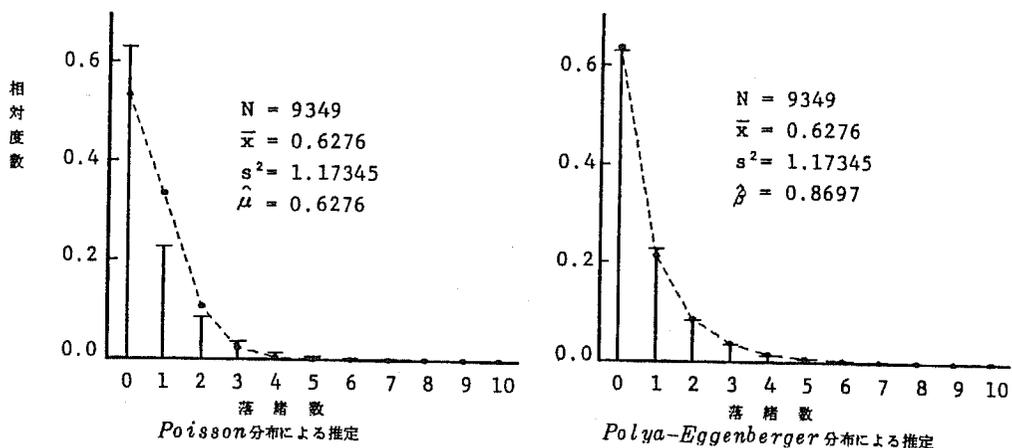


図5 合併原料繭荷口における落緒分布と *Poisson* 及び *Polya-Eggenberger* 分布との関係 (注) 縦棒: 実測合併原料口の落緒分布 白丸点線: 推定分布
 N : データ数 \bar{x} : 平均落緒歩合 s^2 : 落緒分布の分散
 $\hat{\mu}$: *Poisson* 分布の推定母数 $\hat{\beta}$: *Polya-Eggenberger* 分布の推定母数

摘 要

原料繭を大量合併した荷口の落緒分布について検討した、その結果1粒繭に生じる落緒数は *Polya-Eggenberger* 分布に従うことが知られた。またその分布母数が合併条件により決まる単位原料繭荷口の落緒歩合の分布における平均値と分散により決定されることが知られた。これらのことから合併条件を調整して落緒分布を的確に管理する一つの基準を見出すことができた。

文 献

- 白 倫(1985): 蘇州絲綢工学院学報(14), 1 - 16.
 寿国梁・三浦幹彦・西岡孝彦・嶋崎昭典(1986): 日蚕雑, 55(3), 191 - 196.
 NISHOKA T. & M. MIURA(1986): J. Seric. sci. Jpn. 55(5), 367 - 370.
 嶋崎昭典(1973): 管理工学入門, P. 151, 農林統計協会, 東京.
 嶋崎昭典(1978): 日蚕雑, 47(5), 427 - 432.
 嶋崎昭典・青木久夫・竹内幸子(1981): 日蚕雑, 50(5), 396 - 402.
 嶋崎昭典・山崎光彦・竹内幸子・田渕貞夫(1981): 日蚕雑, 50(5), 403 - 408.
 嶋崎昭典・山崎光彦・田渕貞夫・竹内幸子(1983): 日蚕雑, 52(5), 394 - 399.
 嶋崎昭典・三浦幹彦・西岡孝彦・森川英明(1986): 日蚕雑, 55(1), 41 - 45.
 坪井 恒(1983): 科研報告(00536024).