数学と科学の関連について二，三の考察

―― M. H. Stone の講演を中心として ――

釜　沢　　弘　実

Hiromi KAMASAWA : Some Remarks about the Connection between Mathematics and Science

(1959年9月20日受理)

I　は じ め に

本学部は専門の異なる人が多い故か，自分達の分野に数学の応用を考えてくれたら有難いと思うがとか，数学者が抽象的なことばかりやつて居つて物理・化学或いは工科方面に全然関心をみせないのはけしからんとか言われることが間々ある。そんなわけで数学と科学の関係，数学とは一体どの様なものかと言つたことを否応なしに多少とも考えさせられて来た。たまたま M. H. Stone の "Mathematics and the Future of Science" という講演の内容が Bulletin of the American Mathematical Society (March, 1957) に載つて居るのに気がついたので，それを主として参照しながら私見も述べ問題点を挙げてみたいと思います。

II　数学について

"そこに問題があるから" ともかく解答を出してみるのだと言つた一つの代表的な数学者気質がある。更に自分の業績が純粋数学と言う楽園以外では決して役にも立たず，使われもしないと確信出来れば猶更嬉しくなる様な人も出て来る。確かに必然性を待ち，潮の満つるを望んで仕事をして居たのでは間に合わないということもあるし，結局何もせずに終ることにもなるので，興味に頼つてやると言うこと自体を非難するわけにもゆかないし，反つて目先の利害に囚われた余りに現実的なやり方よりはましとさえ思われる。"Euler の方陣" などの様に数学遊戯に類するものや記号論理学などを考えてみてもどこまでが数学の範囲になるか決めることは難しい。

勿論現代数学の主流は代数・解析・位相・幾何など各分野における抽象的，普遍的な公理主義にある。今世紀の初め以来益々高度化され，技巧的になり，形式化された抽象的方法は特にアメリカ，フランスで著しく，日本の場合も，これに倣つて居る様に思われる。ヨーロッパの古典的な文化中心から離れた，その代り自由な雰囲気を享受出来たアメリカの数学が抽象的方法において指導的役割を演じているのである。第二次大戦中にフランスに起つた Bourbaki 派の運動も既成の老大家に反撥して「従来のやり方と異なつたこういつた数学の構成もあるのだ」と言うことを実際に示すために集合論から始めて現代数学の全分野を公理主義的に統一的な立場から書き直しつつある。

アメリカの様なプラグマティズムの盛んな国で抽象数学が流行して居るのは皮肉な感じもするが，Stone によれば実業家や工業家の実用的な精神がアメリカの数学にごく功利的な役割しか期待しなかつたので数学者は純粋数学に全力を傾けることが出来たと言うわけである。

また，Stone は現在の様に電子計算機が発達して来ると産業が経営とか利潤の様な非常に制限された問題に特別な答を出す為に応用数学者と計算技術者を組にしたチーム編成にだけ関心を寄せる様になつて基礎数学への関心と釣合いがとれなくなるのを心配して居る。

ここで抽象数学とはどう言うものかについて秋月氏の文章を引用して置く。「現代代数学の起原をどこにおくかは人によつて異なるであろうが，ガロアの方程式論に求めてもさして独断のそしりは受けないであろう。5次以上の方程式が，4次以下と同様に普通の（代数的な）一般解法をもつかどうかに関しての，ガロア群の思想はまさに代数学の本性を指し示すものであつた。一つの方程式にこだわらず，それの根の有理函数を根とする方程式全体に視野をおしひろめ，その全体のもつ機構から原方程式の根と係数との関係を明らかにしようとする。またその全体のもつ機構を見るにつけても，原体系よりははるかに簡単な構造をもつガロア群なる群に投影して考える。かく特定な一つのものを考える代りに，それに相

伴する全体をもつてすること，またその全体の構造に主眼をおき，それから個々の場合を演繹すること，さらには性質に応じてより簡単な構造をとる，すなわち抽象化すること，これらの方法ないし態度はまさに現代代数学——ひいては現代の数学——のエッセンスをなすものである。」公理的な或いは代数的な方法がヒルベルト空間，位相群，代数函数など各方面で美事な理論体系を打ち建て，今迄関連がないと考えられて居た諸分野に統一を与え，理論の本質を抽象することによつて見通しを良くして来たことは疑えない。しかしながら一面益々直観から遠ざかつて難解なものになり，我々凡庸なる輩を途惑いさせることにもなる。さる老先生は「近頃皆馬鹿に難しいことをやつているけれど，皆分つて喋つて居るのですかね。」と言つたそうであるが，お互いがもう少し分り合える様になつても良いのではないか。

ここでもう一度振り返つて数学とは一体何であるかを考えてみることにしよう。B. Russel によれば，数学と論理学の間に確然とした境界線を引くことは出来ない，いわば論理学は数学の青年時代で数学は論理学の壮年時代だと言うのである。数学が数量や数だけを研究対象とした時代は過ぎ去つて，公理から出発する論理体系であれば如何なるものでも数学になり得る筈なので，論理学者が数学は形式論理のある体系だと言い，数学者は形式論理自体が一つの特殊な数学的体系であつて数学の方法で研究されるものだと主張する，何れも尤もな点があり，Stone も両方の主張を認めて数学と形式論理を等しいものと考えて居る。しかし乍ら個々の専門化された研究者にとつて論理学と数学が一つのものであるか否かを考える余裕はない。論理学—→形式論理—→数学と言う図式に枝分れがあり得るかどうかやはり問題である様に思われる。

Ⅲ　科学との関連において

Stone は数学と科学の関係を次の三段論法に要約している：Science is reasoning ; reasoning is mathematics ; and, therefore science is mathematics. 小前提については形式論理と数学と言う形で上述した。大前提について言えば，科学においては実験，観察，収集，分類などが推理とか思惟的なものより本質的であると言う見方も出来る。しかし単なる事実の組織的な収集と言うことなら，歴史とか文学批評，美術批評なども科学の中に入るのかも知れないし，実験を科学の第一条件とするなら，気象学や地質学や水星に磁気があるかどうかとか言う様な学問は今の段階では科学の中に入らなくなる恐れがある。気象学者，植物学者の観察と歴史学者のそれとどこが一体違うのかと言うわけである。Stone は予想或いは予言が科学の大事な特徴だとする。統計的なものにせよ，決定的なものにせよ予言が出来る為には以前の観察や研究を基にした一般的な原理から推理する能力が必要になる。予想が良く当る為には原理と議論の仕方を改良していかねばならない。予言しないから歴史は科学でないと言うことになるが，つまり歴史の研究では reasoning が本質的な役割を演じないと言うことである。（裏を返せば特定の事実を拾つて行けば，いろいろの見方を論理づけられるのかも知れない。）数理的なもの，（形式）論理的な訓練は余り生物的な学問には必要でないと考える人も居るが，それと原理的に違つた考え方が研究に採り入れられて居るのであろうか。徐々に rational な要素が大きくなつて行くのではなかろうか。

ここで応用数学と純粋数学の関係について考えてみよう。これは教育における職業教育と自由教育の様に対立しているものであり，同時に相補うべきものと思われる。個人の知的，精神的な能力を伸ばすものは何でも良いものと考える立場と，働いて役に立つ結果を生み出すものは何でも良いとする立場の相違である。無理からぬことではあるが多くの科学者は数学者に唯単なる計算技術だけを期待して，計算がどう言う形で，どう言う意味の所に使われるのかを教えようとしない。多少の役に立つと言うことで表面的な計算技術を利用することに急で，その背景にあるものを知ろうとしないので時としてその適用を誤る場合さえ出て来る。数学者が数学の応用に熱心でないと言うこともあろうが，科学者が功利的に考え過ぎて単なる計算——数学者にとつてもつとも興味の少ない——だけを望むと，そこでお互いの交流が絶たれてしまうことになり，応用数学と純粋数学の間に溝が出来てしまう。一体，既成の数学を応用して面白い結果が得られることも勿論であるが，科学の真に興味ある問題の研究から新しい応用数学の分野が開ける様な場合がもつとも数学の応用の仕甲斐がある時でもあろう。推測統計，オペレーションズ・リサーチ，ゲームの理論，リニア・プログラミングなどがその例になろう。

純粋数学の分野でもヒルベルト空間における作用素論や位相群の表現論，超函数など物理殊に量子力学と密接に関係して発展して来たものも多いが，新しい数学が現

実世界をそのまま反映して生れて来ると考えるのはいささか早計の様に思われる。ユークリッドの幾何学でさえ之が我々の住んでいる物理的世界に完全にマッチしているという証明をすることは出来ない。出来るとしてもそれは数学のやる事でなくて応用する人の考えるべき仕事なのである。点，直線，平面の本質が何であるかと言うことについて幾何の公理は何も教えてくれないのであつて，公理は点とか直線が満足すべき最小限の性質，例えば二点は一直線を定める，二直線は一点で交わる等を規定して居るに過ぎない。殊にロバチェフスキーの非ユークリッド幾何学の発見（19世紀初め）以後「数学は必ずしも物理的世界の要求に縛られる必要はないのだ」と言う認識が徐々に現代数学への道を開いて公理的方法（仮設をたてて唯それだけから論理的に結論を出すやり方，物理における Dirac の電子論，湯川氏の中間子理論などもそう言う方法が成功した例といわれる）を盛んにしたと考えられる。

「直観や経験とかけ離れた思考や論理はあり得ない，従つて数学は経験にかかわりのない理性の学問であるというような深い溝が現実世界との間に存在するわけがない」と主張する人達も多いが，現在の数学の抽象的傾向を知る者にとつては容易には受入れることが出来ない様に思われる。今の数学はむしろ経験から遠ざかろう，遠ざかろうとして居る様な気がする。無論直観から離れることが，直観を反つてより良く生かすこともあるわけではあるが。

Ⅳ　終　り　に

数学は或る意味で物理的世界と精神的（理性的）世界との橋渡しをして居ると考えられる。そう言う意味で数学には二つの側面があり，諸科学の中で今だに自然哲学の面影を残して居る例外の一つのように思われる。だとすれば数学基礎論における基礎づけと共に意味づけがもう少し行われてもよいと思われる。業績を挙げて自己の存在証明をするのも結構であるが，学問の魅力というものは厳しさと同時にのどかさにある様な気がする。なお誤つて居る所，独りよがりの点が多いと思いますので教えて頂けれで幸です。

References

1. M. H. Stone, Mathematics and the future of science, Bull. Amer. Math. Soc. vol. 63 (1957) pp. 61—76.
2. M. H. Stone, Science and statecraft, Science vol. 105 (1947) pp. 507—510.
3. A. T. Waterman, The National Science Foundation program in mathematics, Bull. Amer. Math. Soc. vol. 60 (1954) pp. 207—214
4. 近藤洋逸編，数学の歴史（1955）毎日新聞社刊
5. B. ラッセル著，平野智治訳，数理哲学序説(1942) 弘文堂書房刊
6. 秋月康夫・永田雅宜，近代代数学（現代数学講座）(1957) 共立出版