

力学的にみた衣服の安定性

第Ⅱ報運動衣服の局所的な変形について

土屋 敦博・呉 祐吉・篠原 昭

Atsuhiko TSUCHIYA, Yukichi GO and Akira SHINOHARA: Mechanical Stability
of The Clothes. II On The Local Deformation of Sporting Suit

(1959年9月20日受理)

1. ま え が き

運動衣服に要求されるいくつかの機能のうち、熱の問題、通気性の問題、肌ざわりの問題等のいわゆる生理・衛生に関係した分野の研究は以前から行われてきている。⁽¹⁾一方衣服をまとうことによる活動性の低下の問題は体操用運動着や ballet 用のタイツ等において特に重要であるが従来ほとんど研究されてきていないのが現状である。また肢体の運動や体の曲線美を見る競技においては衣服の美しさも見逃すことのできない重要な因子である。

著者らは本研究の第Ⅰ報⁽²⁾—メリヤス製衣服の局所的な変形について—において肘または膝の屈局による衣服の変形機構を考察した。それによると手や足の屈曲によつて生ずる張力は皮膚との間に生ずる摩擦のために、屈曲部を極大にして指数的に減少することを報告し、さらに屈曲部を ball bursting 様の破裂変形として定性的に取扱つた。

本報ではこれを間接的に実測し、さらに単に破裂様変形とみなした inflated deformation を布の曲面への fitting の問題として考えることにした。これは特に形くずれの問題との関連において考察するのが便利である。形くずれとして問題になる主なものは、皺のような一般的なものを別としても次のようなものがある。

- i) 膝抜け、肘抜け⁽³⁾
- ii) 自重あるいは外部的な力による不均衡な垂下
- iii) 上袖などに現われる大きな隆起状の皺
- iv) 体表面に fit されないために生ずる膨み⁽⁴⁾

以上のうちiii)については T. Eeg-Olofsson⁽⁵⁾が指摘されたごとく薄肉円筒の外部法圧力による挫屈あるいは軸方向への圧縮による挫屈と考えることができるが、これに関する解析はない。今回は特に i) およびiv) についての考察結果を報告する。

2. 運動に伴なう皮膚表面積の変化

人間の体位は常時一定でなく、運動に伴つて形態が変化するが、特に手足や腰の屈伸による体表面積の変化はタイツ類の機能を論ずる上に重要な因子の一つである。石毛氏は背中や腹部に印した円形の輪が体の屈身等によつてどのように歪むかを調べている。われわれは特に膝と肘の部分に注目し、同様の実験を試みた。

まず普通の姿勢を呈する青年を選び腕および足を普通に伸ばした状態で膝および肘を中心にその長さの方向に直径1.9cmの輪をほぼ連続的に印し、乾燥後それぞれの屈曲によつてその輪形がどのように歪んだかを観察した。屈曲角は90°および180°(完全に曲げた状態)とした。被験者Aについての結果だけを次に示す。

被験者は18才の男子、身長170cm、座高92cm、体重57kg、胸囲89cmで筋肉労働に従事するもので特にスポーツはしていない。

膝および肘の部分の頂点を原点とし、それぞれの円の中心の位置を尾根に沿つた長さで示し、膝および肘から足先および手の先の方への距離を負号をつけて區別した。またこの種の円はほぼ楕円形になるので、その長短軸の長さを測定して面積を求め、元の面積に対する面積歪率を求めた。Fig. 1はその一例である。これによると歪の効果は上部ほど大きく裾を引いていることがわかる。布についての計算および実験では、この減少はほぼ指数的であることが予想せられるので長径(これは足の長さの方向への径と一致する)を片対数グラフにプロットするとほぼ直線となる。

もし衣服が体の表面に密着し、上記皮膚の変化と共に変位するものとすれば局部的に非常に大きな歪力を受けることになる。この場合衣服の変形に対する抵抗性が大きければ身体の運動に対する抵抗として作用するようになり、またこのような歪によつて塑性変形するものであ

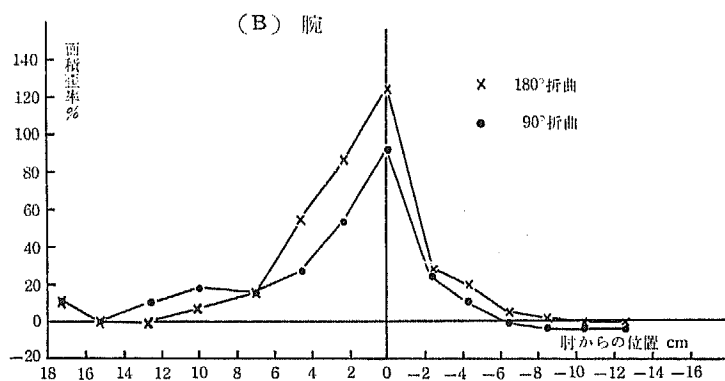
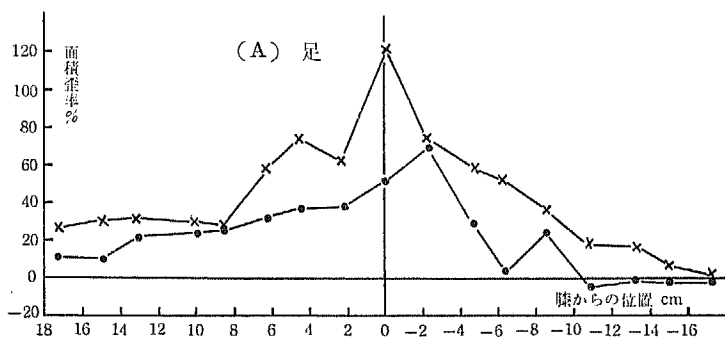


Fig. 1

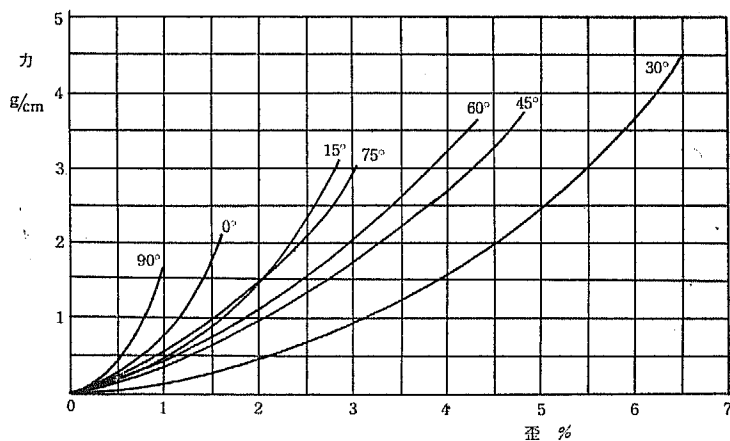


Fig. 2 織物の各方向の引張曲線，図中の数字は緯糸と成す角

れば、いわゆる膝抜け等の現象を呈することになる。

3. 織物の引張特性

このような皮膚の変化に対応する織物の性質として引張弾性率の方向性を考える必要がある。深谷氏が各種織物について単純な引張実験から求めている他はこの種の報告はない。筆者らは適当な無慣性の既製引張試験器がないため次の方法によつて測定した。まず巾 2 cm の試料をクランプ間隔 15 cm に水平に一定の張力でセットし、その中央を Spring balance で静かに引張り、中央部の撓みを測定した。この方法は繊維のヤング率の測定にはしばしば用いられるもので、変位を拡大して読める点が可能であるが、測定値の換算をしなければならぬ欠点がある。化繊服地について行つた結果を Fig. 2 に示した。図からもわかるように織物の引張曲線はほとんど直線にならず次第に伸び難くなつていくが、概して bias 方向ほど伸長し易いことがわかる。

深谷氏はこの応力（この場合は厚さを考えないので力÷試料巾）歪曲線の初期部分がほぼ直線的であるとして、その勾配から弾性率を求めている。後述するように、かくして求めた弾性率にあまり意味がないので、われわれは 0.9% までの仕事量をこの曲線の特性値とみなしてその値を求めた。極線図で示すと Fig. 3 のごとくなる。この図の形は直交異方性板のそれとよく似ているが、これを理論的に解析することはほとんど不可能に近いが、その一つの試みを附録

に示した。

要するに織物の引張特性は著しい異方性を示すので第 I 報のような単純な破裂変形として取扱うことが不可能なわけである。この意味から A. Baker & E. Mikolajewski は biaxial stretching の実験と同様に楕円形試料の破裂変形実験を研究している。しかし変形の機構が解明されない限り織物の立体的な inflation を調べることはできない。

4. 織物の Surface fitting の問題

織物の局所的な変形を第 I 報の如く ball bursting として取扱うこともできるが、ここではこれをさらに一般的な問題として考えてみよう。織物が他の二次元物質たとえばフィルム、紙、薄板等と異なる最も大きな点は、剪断変形がし易いことである。これは織物が経糸と緯糸とでできているために生ずる特徴である。したがって織物の構成糸たる経・緯糸に歪を与えることなく両方向の糸の交叉角を適当に変えることによつて曲面を包むことも可能なわけである。森口氏は 1947 年この問題を微分幾何学的に解析した。氏は球を織布で包んで、皺の現れる限界を求めている。

一般にこの種の fitting の問題は次の二つに大別でき、現実にもられる多くの現象はこれらの混合したものとみて差支えない、すなわち

- a) 交叉角のみが変化して構成糸は歪をうけない場合
- b) 交叉角は常に直角を保ち、構成糸のみが伸長される場合

前者については Mack & Taylor の研究があるが、これだけで膝抜けや肘抜けの現象を説明することはできない。簡単な例を用いて両者を比較してみる。

いま経・緯糸の密度の等しい織物（なるべく密度の小さな）を 45° bias 方向に軸を有する円筒状に曲げ、縫目をなくした場合を考える、この円筒の中に固い物質で作った円形の底を入れ、織物を適当に絞ると皺をよすことなしに円筒状の織物を平面的な円板上にカバーさせることができる。この場合は勿論角度変位のみによつて行うのであることはいうまでもない。

たとえば円の半径を r 、相隣糸の間隔すなわち経緯糸によつて構成される四辺形の辺の長さを a とする。両方向の糸の交叉角を円の内部に向つてそれぞれ $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots$ とし、各々の頂点の位置を円周上から測つた半径上の長さで示して $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$ とすると簡単な幾何学

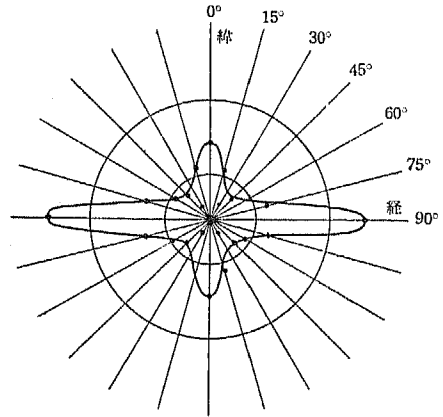


Fig. 3 各方向の引張弾性仕事量の極線図

的な計算からこれを求めることができる。いま円周上にくるものはすべて正方形で剪断変形をしていないものとする $\theta_1 = 90^\circ$ となり、円周上に並び得る数を n (これは r と a とから求めることができる) とする、 $\pi/n = \alpha$ とおくと

$$\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = \theta_1 - \alpha, \theta_3 = \theta_2 - \alpha = \theta_1 - 2\alpha \dots$$

となり、一般に

$$\theta_i = \theta_1 - (i-1)\alpha = \frac{\pi}{2} - (i-1)\alpha \tag{1}$$

また頂点の位置は

- a) i が奇数のとき

$$x_i = x_1 + \sqrt{2}a \frac{\sin \frac{(i-1)\alpha}{4}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \left(\cos \frac{i+1}{4}\alpha + \sin \frac{i+1}{4}\alpha \right)$$

$$x_1 = \frac{a}{\sqrt{2}} - r(1 - \cos \alpha) \tag{2}$$

- b) i が偶数のとき

$$x_i = \sqrt{2}a \frac{\sin \frac{i}{4}\alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}} \left(\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \right) \left(\cos \frac{i+2}{4}\alpha + \sin \frac{i+2}{4}\alpha \right)$$

上の二つの式は本質的には全く等価なものであり、 $r/x_i \geq 1$ を満たす最大の i を求めることができる。もし剪断挫屈の臨界角を $p\alpha$ とすれば $\theta_i / p\alpha \geq 1$ を満足せしむる i を越えると皺が現われることになる。Fig. 4 は上の公式に従つて作図したものである。写真は市販の魚釣用の手

揚げ網の底を写したもので、手近にみられる例である。
累旋状にみえる曲線はいわゆる対数累旋ではない。

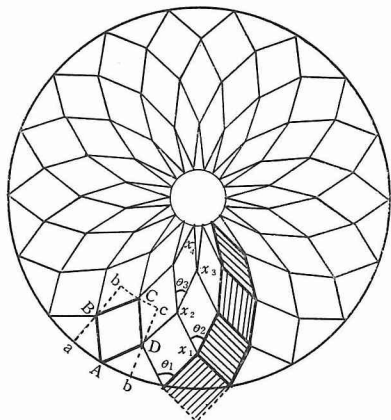


Fig. 4

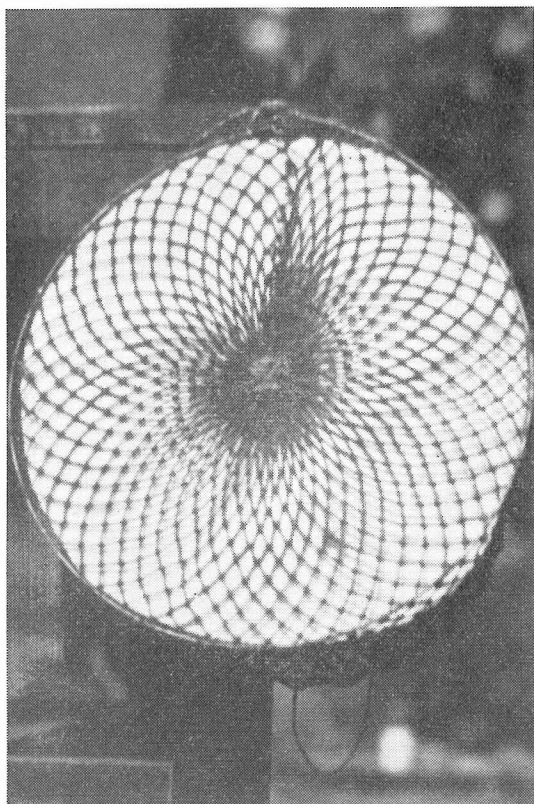


Fig. 5

一般の曲面についてこのような計算は必ずしも容易ではないが、臨界角が大きい網のようなものであれば、いかなる凸曲面をも包むことができる。

次に上に対応した後者の例を考えてみる。いま Z 平面, ξ 平面が複素函数

$$\xi = ez \tag{4}$$

でつながるとすると $z = \infty$ 以外は正則となるから互に等角写像の関係にある, ξ を極座標で表し

$$\xi = \rho e^{i\theta} \tag{5}$$

とし, $z = x + iy$ と共に (1) 式に代入すると

$$\rho = e^x, \quad \theta = y \tag{6}$$

となる。これは Z 平面上の x, y 軸に平行な直線は ξ 平面ではそれぞれ同心円群および放射線群に対応し, また Z 面上の 45° 対角線は ξ 面上ではいわゆる対数累線に対応することを示している。したがって Fig. 5 で $\delta r_n = r_n \delta \theta$ になるように描けばよいわけである。これは複素函数論の教科書にしばしば引用される例であるが、上の場合と外見上は似ているが根本的に異なるものである、地図の作製法として知られている Mercator 法すなわち Kremer の問題というのがあるが、これはいま考えているものと逆な立場にあるもので球面を平面に展開するものである。

もし Fig. 4 の菱形 ABCD を囲む四辺形 abc d を織物の 1 エlement に対応させれば疑似等角写像 (長さの比が一定にならない) が得られることになる。実際の衣服特にタイトのようなものにはこのような混合された変形が多いのではないかとおもわれる。織物のこのような変形を実際に測定するには皮膚の場合と同様、未歪布上に描いた円の歪から間接的に推測することができる。先に求めた皮膚上の変位を織物のそれに対応させて模式的に示すことも可能である。この変形機構は明かに両者の組合さつたものである。いわゆる膝抜けの類を防ぐためには剪断性に富み、かつ伸長回復性にも優れていなければならないことを示唆するものである。もし裁断に際して尾根沿いに bias 方向をとれば伸長性への要求はかなり緩和されることになる。

しかし多くの場合体表面に密着していることは不可能である。したがって尾根に沿って膝あるいは肘を中心に引き寄せられることになるが、反対側はほとんどそのままの状態に保たれることになる。そのため剪断歪は膝頭近傍よりむしろ多少上部の方が大きいわけであり、これは足の大きさによらずほぼ一定すなわち上肢 (腕) と下肢

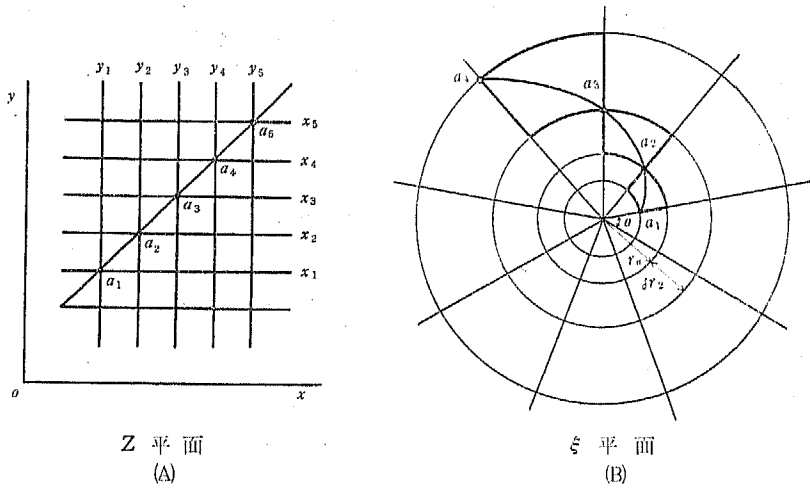


Fig. 5

(腕)との成す角に相当する。したがって臨界角を(90°-交叉角)で表わしたとすると大体45°~60°くらいになるとみてさしつかえない。

現在市販されている各種織物¹²⁾についての剪断挫屈の臨界角については先に報告したが³⁾, 普通のトレンパン地, ズボン類では非常に小さく10°以下であり, デニム類はさらに小さい。下着に用いられる木綿のチヂミや普通の浴衣地などは大きく45°以上のもある。一般の服地はかかる条件を満たしていないがバルキー糸を用いたものやジャージーのようなものでは伸長性と同時に剪断性もよくなっている。

5. まとめ

以上身体に密着している運動着にみられる諸問題とそれに附随した繊維物理学的問題について考察を進めてみた。要は身体の極度な運動による体表面の非常に大きな変化に対応するような織物構造を得るには如何にしたらよいかという問題に帰着する。先ず織物の引張伸長率とその方向性について解明した。実験結果によれば伸長性は特殊なものを除いて皮膚変化よりはるかに小さいものであることがわかった。したがって伸長のみによつて曲面を包むことは不可能である。そこでいわゆる surface fitting の問題を新しい立場から数学的に論じた。

6. Appendix: 織物引張特性の解析一試論

⁶⁾ 深谷氏は織物の任意方向の引張弾性率が直交異方性板

に関する公式¹³⁾

$$\frac{1}{E_\theta} = \frac{1}{E_0} \cos^4 \theta + \frac{1}{E_{90}} \sin^4 \theta + \left(\frac{1}{G_0} + \frac{2\nu_0}{E_0} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$\frac{1}{G_\theta} = \left(\frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_{90}} + \frac{2\nu_0}{E_0} \right) \sin^2 2\theta + \frac{1}{G_0} = \cos^2 2\theta$$

でよく近似できることを報告しているが, 織物の場合には単に現象的に一致したに過ぎないものであつて何らの物理学的意味をも認めることはできない。織物の引張は他の連続物質のそれと異なる次の二つの特徴がある。

i) 試料の大きさに依存する

ii) 方向によつて変形機作が構造的に違つている。

前者が問題になる原因は両方のクランプに共通に把持されている糸の数が引張特性に大きく影響するからであり, また後者は織物の引張が糸の引張と織物の剪断変形の両者を含むことを示すものである。経緯糸方向への引張は糸の伸長と交叉糸のクリンプを大きくするように作用する交叉点間に働く法圧力によるものであり, そのため横収縮を考えねばならぬわけである。しかしポアソン比も方向に依存していることは明かである。さらに問題はこれらの特性が非線型であることである。われわれは変形を線型内に限り, 次の仮定の下に考えた。

i) 引張は糸の伸長と織物の剪断変形のみによる

ii) 両クランプに共通に把持されている糸が無いときにはのみ剪断変形が生ずる。従つて両者が混合することはない。さらに bias 方向の伸長に伴う turn effect なども無視する。

一般に二次元変形の歪度テンソルは

$$e = \begin{vmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) & \frac{\partial u_y}{\partial y} \end{vmatrix}$$

であるが、ii) の条件は対角線方向が独立に作用することを示しているわけであるから $e = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ と $e = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ とが別々に働くことになる。

いま試料の中を a 、クランプ間の距離を l 、経糸とクランプとの成す角（鋭角の方をとる）を θ 、経・緯糸方向の引張弾性率を EW （これは $E \cdot nW +$ （横糸効果）となる。但し nW は経糸密度） EF 、剪断弾性率を GW 、 GF とすると

$$E_\theta = \left(1 - \frac{l}{a} \tan \theta \right) EW + 1 - \frac{l}{a} \cot \theta EF$$

$$E_\theta = \frac{2GW}{\left(1 - \frac{a}{l} \cot \theta \right) \sin 2\theta} + \frac{2GF}{\left(1 - \frac{a}{l} \tan \theta \right) \sin 2\theta}$$

ただし上式はすべて

$$(\quad) \geq 0$$

の領域でのみ成立するものとする。これを検証するためにはさらに多くの測定を必要とするので目下総合的な実験を計画中である。

文 献

- 1) O. Mecheels, M. Nopitch, A. Kling & J. Mecheels: Mell. Textilber., 38, 1017 (1957)
- 2) 呉祐吉, 松橋房江, 篠原昭, 土屋敦博, 繊維学誌, 14, 21 (1958)
- 3) 呉祐吉, 篠原昭: ibid, 14, 300 (1958)
- 4) T. Eeg-Olofsson: Private communication at Akakura symposium on the mechanical properties of textile fabrics, (1959-9/6)

- 5) 石毛フミ子: 家政学誌, 9, 53 (1958)
- 6) 深谷浩: 青山学院女子短大紀要 No. 7 (1957-3)
- 7) A. Baker & E. Mikolajewski: J. Text. Inst., 50, T249 (1959)
- 8) 森口繁一: 応用数学力学, 1, 47 (1947)
- 9) C. Mack & H. M. Taylor: J. Text. Inst., 47 T477 (1956)
- 10) たとえば鬼頭史城: 等角写像とその応用(オーム社)
- 11) たとえ窪田忠彦: 初等微分幾何学(岩波全書)
- 12) 呉祐吉, 篠原昭, 松橋房江: 繊維学誌, 13, 460 (1957)
- 13) 林毅: 日本航空学会誌, 8, 1131 (1941)

Summary

The fitting properties of woven fabric are studied from a standpoint of sporting suit. There are two typical ways analysing such a properties, that is:

(1) A crossing angle of a warp and a weft changes from right angle and no longitudinal deformation occurs in yarn itself, this method is reported by Mack & Taylor (ref. cited No. 9).

(2) Warp and weft yarns are deformed to its direction and crossing angle is kept right angle always.

On this two cases, typical analysis is performed mathematically by citing a fitting problem of circular plate with fabric or such like net.

First case is shown in Fig. 4. This is able to analyse by means of simple progression. A way of second case is to use a method of conformal transformation in Fig. 5.