# 複占と価格決定

宮坂　正治*

Masaji MIYASAKA : Price Determination under Duopoly

(1959年9月20日受理)

## 1　もんだい

今日もはや，現在の経済社会を，全面的な完全競争の場であると言うひとはあるまい。資本主義化が進んだ現在，漸次種々な理由から，個々の企業が独占力を行使しうる条件が醸成され，かつ市場は不完全さを増して，ここに完全競争は弱化し，所謂不完全競争（imperfect competition）あるいは独占的競争（monopolistic competition）の経済社会となつていると言えよう。

こうした社会には他の稿[1]で述べたように，従来の社会とは異なつた種々の経済要素が入り，幾多の社会的経済的諸条件が交錯して，相互の依存関係の構造を前より一層複雑多岐なものにしている。従つてこれまでの，美しい精緻な形で打出された完全競争下の経済的諸法則も，余程の修正をほどこさない限り，かかる現実の社会に妥当したものと言えなくなつてきた。

このためか，ありのままの社会をとつて，その中に流れている経済の法則あるいは秩序を見出さんとする理論的研究が最近頓に多くなつたように見受けられる。

私もこれまで若干の問題について，この線に沿つてしらべ，卑見を述べてきた。更に本稿に於ても，所謂不完全競争下ではないが，これの最も単純な形たる不完全複占のもとで，価格決定の問題に関して考えてみようと思う。もつともこれに類似する完全複占の価格決定については，周知の如く，J. Bertrand, F. Y. Edgeworth その他の人々の多くの業蹟がものされている。[2]

ここでは，こうした諸文献を参照し，複占者としての企業者が，いかなる方法を以つて，どのような位置に価格を決定するのが最適か，を numerical example で以つて考察したい。numerical example をとつたのは，いろいろの利はあるが，特に，実際に企業者が現場のデータを用いて価格決定を考えるのに，いくらかでも役立てばという考慮からである。

*　信州大学繊維学部　工業経営学研究室

いままでの伝統的理論では，単純な極大原理（maximum principle）でなされてきたのが多いが，ここでは，この原理によるのみならず，最近数学の分野で多大な研究がなされている「ゲームの理論」（theory of games）のミニ・マックス原理（minimax principle）殊に二人ゲームのそれ[3]を用いて，この問題を考え，両者の結果を比較するという試みを，以下貧しい考察ながら述べてみたいと思う。

〔註〕(1)　拙稿「不完全競争市場と経営政策」（信州大学繊維学部研究報告. No. 5. 1955年12月，pp. 167—177.）ほか一連の不完全競争論の拙稿をみていただきたい。

(2)　E. H. Chamberlin : The Theory of Monopolistic Competition. 1933, の文末の文献目録をみられたい。

(3)　J. von Neumann and O. Morgenstern : Theory of Games and Economic Behavior, 1953. pp. 85—210.

## 2　仮　　定

問題を解く出発点として，単純化と，解明のプロセスの明確化のために，市場構造や企業者の行動について，次のような若干の仮定を設定しておこう。

(1)　市場は不完全である。従つてここでは同質的な（homogeneous）商品が供給されるとは言え，その商品の代替性は不完全で，異つた価格が成立する。

(2)　市場には二人の企業者A，Bしかおらない。両者は夫々ある領域で独占的地位を占めていながらも，常に相手の敵対行動に曝され，その位置は絶えず脅やかされている。従つて，価格，供給量，利潤は常に自己の経済的変数によるのみならず，相手の変数の値如何にも依存する。かくて

いま，$Xa$, $Xb$, $Pa$, $Pb$, $Ca$, $Cb$, $Ga$, $Gb$, を夫々

A，Bの需要量，価格，総費用，利潤とすれば，次のような諸函数関係が成立する。すなわち

個別需要函数は

$$\left.\begin{array}{ll}\text{(a)} & Xa=Fa(Pa, Pb)\\ \text{(b)} & Xb=Fb(Pa, Pb)\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.1)$$

総費用函数は

$$\left.\begin{array}{ll}\text{(a)} & Ca=\Phi a(Xa)\\ \text{(b)} & Cb=\Phi b(Xb)\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.2)$$

利潤函数は

$$\left.\begin{array}{ll}\text{(a)} & Ga=Ga(Pa, Pb)\\ \text{(b)} & Gb=Gb(Pa, Pb)\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1.3)$$

である。

(3) 複占者は相手に対し不利な行動をとれば，直ちに相手の報復を覚悟しなければならない。そこでこの不安を除くべく，A，B両者は敵対関係を解き，終には準協定(quisi-agreement)，協定(agreement)[1] あるいは結托(coalition)をする確率が大きい。しかし，ここではこうした協同的行動(cooperative action)はいかなる形に於てもとられない。

(4) 消費者には選好があるが，余りにも極端な他より低い価格の企業者は，消費者を全部吸収し，その逆の場合は消費者を悉く失う。

(5) 一般的に言つて，同一量について限界費用の低い方の企業は，能力は大きいものと思われ，この企業が，価格決定にイニシアティブをとり，他の企業はこれに追随するものと思われている。ところが，ここでは限界費用の差異のみでは両者の力関係は判定されず，両者の限界費用は異なれども，価格を指令し競争する力は同等である。

(6) 各企業の供給は如何なる需要の量に対しても応ぜられ，かつ生産した量はすべて売尽くされ，期間の終りには在庫(inventory)は全然ない。

(7) 各企業は，経済社会の諸制度を熟知し，かつ自分の行動の位置，行動の選択の順序などの完全な知識(perfect information)をもつている。

(8) 各企業は，相手の利潤函数を完全に知つてはいるが，相手の行動の状況についての知識は必ずしも完全とは言えず，置かれた具体的事情によつて異なる。

(9) 各企業者は常に，極大の利潤を獲得しようとする行動をとる。

(10) 時間的要素は考慮しない。

(11) 複占者相互のとる競争態度は「クールノー的前提」と他の稿[2]で仮称した態度である。すなわち競争相手は，自分とは無関係に価格を決定すると予測して，換言すれば，競争相手のストラテジーは与えられたものとして，競争を行う態度である。

以上若干の前提をかかげたが，本稿では特にゲーム論的手法をもとるので，厳密に言えば，更に多くの企業者の行動意欲あるいは選好型式等々について仮定せねばならぬであろう。しかしゲーム論にある一般的な想定は，[3] 断らない限り，そのまま暗黙的に認めて論が進められているものと推察していただきたい。

〔註〕(1) 拙稿「不完全競争市場と価格協定」（松商論叢．No. 5. 1958年3月．pp. 57—80.）

(2) 拙稿「不完全競争市場と供給量決定」（信州大学繊維学部研究報告．No. 7. 1957年12月．pp. 169—170.）

(3) R. D. Luce and H. Raiffa : Games and Decision; Introduction and Critical Survey 1957. pp. 1—55.

J. C. C. McKinsey : Introduction to the Theory of Games. 1952. pp. 1—20.

## 3 価格の決定

複占者が利潤極大を目指して価格政策を行う場合，常に相手の価格の動きに注意しなくてはならぬことは，前述の如くである。ここでは仮定(11)により，相手の価格は与えられたものと考えて，複占者が価格操作をするケースである。

はじめに，A，Bが相互に価格闘争(price war)をして均衡するプロセスをみるため，(1.1)，(1.2) 両式の関係を示す図を描いて考察することとする。これには，縦軸に需要量，平面上の横軸に，AおよびBの価格を測つた三次元座標たるFig. 1Aの如き立体図 $D_1O_1D_1'O_0d_1$ を利用した方が解明し易く思われる。

この図で $O_1D_1$ は，Bの価格あるいはAの価格をゼロとしたときのAあるいはBの需要量，$O_1D_1'$ はAの価格，$O_1d_1$ はBの価格，曲面 $D_1D_1'O_0d_1$ は，A，B双方の価格によつて生ずる需要量を示す。限界費用は簡単化のためコンスタントとし，$A_1B_1$ はBの価格がゼロのとき，$A_2B_2$ はBの価格が$O_1O_2$ の値をとるときの限界費用曲線で，$O_1A_1=O_2A_2=\text{const.}$ である。$D_1'R_1$ あるいは $D_2'R_2$ は箇別需要曲線 $D_1D_1'$，$D_2D_2'$ に対応する限界収入曲線を示す。ここでは一種の独占的競争であるから，極大利潤の得られる価格は限界収入曲線と限

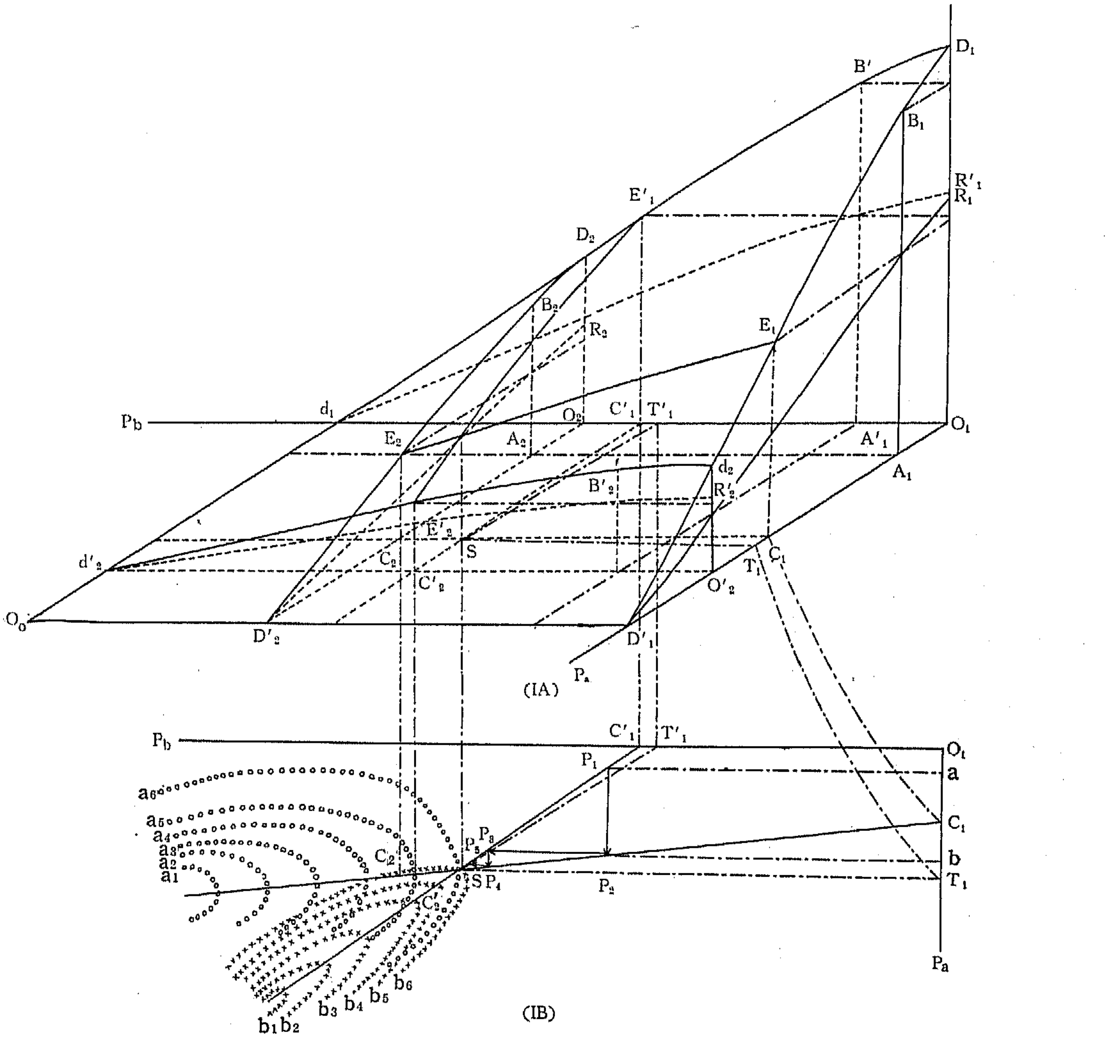

Fig. 1.

界費用曲線との交点に対応するものとして求まる。

いま，さきにBの価格がゼロと与えられたものとしたときの，Aの極大利潤を求めるケースからみよう。Fig. 1Aから明白なように，限界収入曲線と限界費用曲線との交点に対応する点 $E_1$ が，このときのAの最有利価格 $O_1C_1$ を示す。またBの価格が $O_1O_2$ のときの，Aの最有利価格 $O_2C_2$ は $E_2$ 点で示される。つぎに同様にしてAの価格が与えられた場合の，Bの最有利価格を示す各点 $E_1'$, $E_2'$ を求める。$E_1$, $E_2$ あるいは $E_1'$, $E_2'$ は，所謂クールノーの点 (Cournot's point) である。このクールノーの点を結んだ曲線 $E_1\ E_2$ は，Bの価格が種々与えられたときに，Aが指令する価格を示す。すなわち，Bの価格に対するAの反作用 (reaction) を示すものである。これを $O_1\ O_0\ D'_1\ d_1$ 平面上に投影すると，$C_1\ C_2$ 曲線ができる。これAの反作用曲線 (reaction curve) である。

同様にしてBの反作用曲線 $C_1'C_2'$ が求まる。$C_1C_2$ 曲線にあつては，Bの価格が高まる程，Aの最有利価格

も高くなり，$C_1' C_2'$ 曲線にあつても同様にAの価格が高まる程，Bの最有利価格は高くなる。このAとBの反作用曲線の交点Sが均衡点であり，この点に対応して，両者が複占者として競争した結果落ち着く価格，$ST_1$，$ST'_1$ が得られるのである。この均衡化へのプロセスをFig. 1Bにて考えてみよう。

ここに予想曲線と利潤無差別曲線の概念を新たに導入する。予想曲線とは相手の価格の予想に対し自己が動く曲線で，$Pa=Pa(Pb)$，$Pb=Pb(Pa)$ の函数関係を表わすものであり，利潤無差別曲線とは，夫々の企業者に対して相等しき利潤を与える Pa, Pb の組合せを連ねた曲線である。予想曲線はクールノー的前提では，Aのそれは，Pb 直線に平行，Bのそれは Pa 直線に平行となる。また利潤無差別曲線は他の稿[1)]で述べたように，Aのそれは原点$O_1$より上に向う程高い値を示し，各曲線は $O_1Pa$ に対し凸となり，Bのそれは，原点$O_1$から北東に向う程その値は高くなり，夫々の曲線は，$O_1Pb$ に凸となる。けだし，一般にAの利潤は，Bの価格が高ければ高い程大きく，かつBの価格が上昇するにつれてAの価格も騰貴し，またAの利潤は，その極大点に達するまでは価格の騰貴と共に上昇し，それ以後は減少するからであつて，なおBの立場から言うも同様なことが言いうるからである。Fig. 1Bで言えばAの利潤無差別曲線は$a_1 \cdots a_6$，Bのそれは $b_1 \cdots b_6$ である。この予想曲線と利潤無差別曲線との交点の軌跡が反作用曲線とも考えられる。

さて，いま例えば，Aが価格 $O_1a$ をはじめに指令するとなすと，Bは自己の反作用曲線 $C_1'C_2'$ 上の $P_1$ 点をとつて反作用する。すなわち，Bは価格 $aP_1$ をとつてAに対抗する。そうすると，Aは更にBに対抗すべく，自己の反作用曲線 $C_1C_2$ 上の点 $P_2$，すなわち価格 $O_1b$ に高めて対抗する。同様な道行で，A，Bの価格の作用反作用が矢印によつて示される方向へ運動を展開し，結局，A，B夫々がかれらの利潤無差別曲線と予想曲線とが切し，かつAとBとの予想曲線とが切する点，すなわちA, Bの反作用曲線とが交わる点Sで両者の運動は止む。蓋し，この点は，AとBとの予想と現実とが一致し，しかもこのときのA，B夫々の価格における利潤極大点にもなるからである。また，例えばBを先に価格指令者としても，同様な作用反作用のプロセスが展開され，前と同じ理由によつて両者の動きはSにて止まる。

かくて，このS点は両者の価格斗争の結果落着く安定的な均衡点ということができよう。この均衡点に対応するA，Bの価格の点が，本題で求むる最有利あるいは最適価格であることは前述の如くである。

以上は均衡化へのプロセスを中心にして考えたが，次に，具体的に最適価格の値を実際のデータから求めるには，どのように考えたらよいかを述べよう。

ここでは，numerical example を以つて，この解明を試みよう。

仮定(2)の諸函数は，簡単化のために次のような linear な形で与えられたものと想定する。すなわち

個別需要函数は

$$\left.\begin{array}{ll}\text{(a)} & Xa=10-2Pa+\frac{1}{2}Pb \\ \text{(b)} & Xb=10-2Pb+\frac{1}{2}Pa\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2.1)$$

総費用函数は

$$\left.\begin{array}{ll}\text{(a)} & Ca=5+2Xa \\ \text{(b)} & Cb=6+4Xb\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2.2)$$

利潤函数は

$$\left.\begin{array}{ll}\text{(a)} & Ga=PaXa-Ca=-2Pa^2+ \\ & (14+\frac{1}{2}Pb)\ Pa-Pb-25 \\ \text{(b)} & Gb=PbXb-Cb=-2Pb^2+ \\ & (18+\frac{1}{2}Pa)\ Pb-2Pa-46\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots(2.3)$$

相手の価格を所与と考えて自己の価格を動かして利潤の極大を達成する条件式は，A, B夫々次の如くである。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{(a)} & \frac{\partial Ga}{\partial Pa}=14-4Pa+\frac{1}{2}Pb=0 \\ & \qquad (\text{但し}\quad Pb=\text{const.}) \\ \text{(b)} & \frac{\partial Gb}{\partial Pb}=18-4Pb+\frac{1}{2}Pa=0 \\ & \qquad (\text{但し}\quad Pa=\text{const.})\end{array}\right\}\cdots\cdots(2.4)$$

これらの関係式は，前述の反作用曲線を表わすもので，$C_1C_2$ 曲線の式は (2.4a) 式，$C_1' C_2'$ 曲線の式は (2.4b) 式である。この反作用曲線の交点の座標は，(2.4) 式をPa, Pbに関する連立方程式として解けば求められる。すなわち

$$\left.\begin{array}{l}Pa=4.1 \\ Pb=5.0\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2.5)$$

A，Bの安定的均衡の価格としては $Pa=4.1$　$Pb=5.0$ で，このとき，最適なストラテジーとしてこれらの価格が働き，両者の夫々の利潤が極大となることを示すものである。

ところで，この場合の利潤はどのようであるか，A, B

夫々の表を作成してみると，第1表，第2表の如くである。

第1表　Aの利潤表

| B価の格＼A価の格 | 4.0 | 4.1 |
|---|---|---|
| 5.0 | 4.00 | 4.03 |
| 5.1 | 4.10 | 4.14 |

第2表　Bの利潤表

| B価の格＼A価の格 | 4.0 | 4.1 |
|---|---|---|
| 5.0 | 0 | 0.15 |
| 5.1 | −0.02 | 0.14 |

第1，第2表からわかる如く，Aの価格4.1とBの価格5.0との組合せの場合は，夫々Aの利潤は4.03，Bの利潤は0.15ということがわかる。なお，A，Bの種々の価格との組合せによる，両者夫々の利潤表を作成してみると〔註〕(2)の表(i)(ii)の如くで，Aは価格4.1のとき，Bは価格5.0のときが常に極大にして，Aの利潤表で，その価格4.1の列の値と，Bの利潤表の5.0の行の値との交錯するところが，両者の安定する位置であることが理解される。

以上は複占者双方が，相互に相手の価格を所与と看做して利潤極大を図るのみの価格政策であつた。ここには相手を破滅せしめて，相手の利潤をも自己のものにするという程の競争の強さは感ぜられない。さればこそA，B双方に夫々同じA，Bの価格に於て，値こそ異なつているが，利潤が存在しているのである。第1，第2表をまとめて作表すれば第3表となる。

第3表　A，B組合せの利潤表

| Bの価格＼Aの価格 | 4.0 | 4.1 |
|---|---|---|
| 5.0 | (4.00, 0) | (4.03, 0.15) |
| 5.1 | (4.10, −0.02) | (4.14, 0.14) |

第3表によつてわかるように，この場合の競争では，A，B双方の利害が全く相反しているのではない。この競争を仮に単純競争（simple competition）と呼称しておこう。ところが，相手の価格が constant として与えられたケースであるだけに，たとえ不完全市場で消費者に選好があるとはいえ，A，B何れかが，相手を徹底的に打負かして，その上で自己の利潤の極大を図ろうとして，一方が他方より極度に低い価格を指令するならば，仮定(4)より消費者は当然ヨリ低い価格の方へ移つてしまうものと考えられる。この場合ヨリ高い価格の複占者の利潤はゼロか，マイナスとなつて現われ，極端な場合は利害が全く相反し，A，B双方の絶対値が同一で，そこに低い価格の複占者がプラス，高い価格の方がマイナスとなつてあらわれるケースも起ろう。ここでの numerical example で言えば，AがBより価格が低い組合せになつており，これを利害の相反する極端な場合と考えれば，第1，第2表は次の如く変化しよう。

第4表　Aの利潤表

| B価の格＼A価の格 | 4.0 | 4.1 |
|---|---|---|
| 5.0 | 4.00 | 4.03 |
| 5.1 | 4.10 | 4.14 |

第5表　Bの利潤表

| B価の格＼A価の格 | 4.0 | 4.1 |
|---|---|---|
| 5.0 | −4.00 | −4.03 |
| 5.1 | −4.10 | −4.14 |

こうした競争は余り現実にはないが，所謂破壊的競争（cut-throat competition）と呼称されているものである。かかる競争に於ても，相手より低ければ，いかなる価格でもよいというわけにはいかない。相手を倒すと同時に自己の利潤が極大になつておらなければならない。そこに相手より低い価格なりきに最適な価格の位置が存在する筈である。

しかも現実は相手のあることであり，殊にこの複占のような場合は，極端に相手の行動に敏感でなければならぬし，また敏感である筈である。従つて，極大利潤を目指して複占者が行動するが結局は，一歩譲歩して，相互に利潤獲得につき歩み寄らねばならぬ。

そこで，以下，前と同じ前提のもとに，複占者双方の目的ははじめ単純な極大原理と全く同一であるが，結局において確実に獲得できる安全な利潤を目指すゲーム論的方法をとつて，最適な価格（optimal price）を考えてみよう。

理論を運ぶに便利である都合から，はじめに cut-throat competition，あとに simple competition について，この問題を解いてみたいと思う。

(1) cut-throat competition

複占者A，Bの指令する価格が，ゲーム論でいうスト

ラテジー変数 (strategy variable) となる。第4，第5表ではこのストラテジーは二つづつである。従つて，

$$\left.\begin{array}{lll}\text{(a)} & Pa=Pa_1,\ Pa_2 & Pa\epsilon Pa \\ \text{(b)} & Pb=Pb_1,\ Pb_2 & Pb\epsilon Pb\end{array}\right\}\cdots\cdots(2.6)$$

ゲーム論での利得函数 (payoff function) は，この場合第4，第5表で示された利潤函数に等しいものとする。従つて利得函数 (payoff function) を以下利潤函数と呼ぶ。これは (1.3) 式と同じく

$$\left.\begin{array}{ll}\text{(a)} & Ga=Ga(Pa, Pb) \\ \text{(b)} & Gb=Gb(Pa, Pb)\end{array}\right\}$$

である。この利潤函数の特徴は，前述の極大原理のケースの利潤函数と同様な意味をもち，しかも相手が自分と利害全く相反するようにストラテジーたる価格を選択するということである。

それ故，両者の利潤函数の関係は

$$Gb(Pa, Pb)\equiv -Ga(Pa, Pb)$$
$$\therefore\ Ga(Pa, Pb)+Gb(Pa, Pb)\equiv 0\cdots\cdots\cdots\cdots(2.7)$$

となる。この利潤函数を，A，B夫々の側から見るのではなく，一般的に考える利潤函数を G(Pa, Pb) とすれば，(2.7) 式の関係は次のようにも表現できる。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{(a)} & Ga(Pa, Pb)\equiv G(Pa, Pb) \\ \text{(b)} & Gb(Pa, Pb)\equiv -G(Pa, Pb)\end{array}\right\}\cdots\cdots\ (2.8)$$

複占者，A，Bははじめにかかげた目的の如く，夫々の利潤を極大にしようと欲する。しかしこのことは (2.8) 式から理解されるように，AはG(Pa, Pb) を極大にしようとするに対し，Bはこれを極小にしようとする意味となる。

ところで，利潤はA，B双方の価格に依存し，自己の価格のみでは，いかに操作しようと決定的な力とはなり得ない。それかと言つて，相手の価格は，cut-throat competition であるだけに，絶対的に支配できない。しかもここでの競争者の行動の想定はクールノー的前提，すなわち双方が相手のストラテジーを与えられたものと予想して行動をとる想定である。しかし，相手より先に行動するか，相手より後に行動するかにより大分競争上の有利さが異なる。そこで，いま，実際にクールノー的前提で競争的行動にでる競争をT，かりに相手より先に行動開始する競争を$T_1$，かりに相手の行動のあとで対抗的行動をとるケースを$T_2$とする。この$T_1$，$T_2$ の競争[3]をもう少し厳密に定義しておこう。

(i) $T_1$ 競争

相手が行動を開始する前に自己が価格を選択し，相手がこの価格の値を十分知つて，その価格を選択するという仮定での競争である。これは相手が自己の行動を知つて動くのであるから，自己にとつては不利である。

(ii) $T_2$ 競争

自己が行動する前に，既に相手は価格を選択しており，自己は相手のとつた価格を十分知つた上で，価格を選択できる競争である。これは既に相手の行動とその結果が推知できているのであるから，$T_1$競争と比すれば，自己に遙かに有利な競争と言えよう。

かくて $T_1$競争は相手に自己のとつた価格を十分知られる，T競争は相手が自己の価格を不十分な知識で予想する，$T_2$競争は自己が相手のとつた価格を十分知る，という夫々の前提をもつから，その競争の有利性の順位は，当然

$$T_1<T<T_2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (2.9)$$

となる。

いま利潤表を次の如く与えて，これら三者の競争の利潤函数の関係を考えてみよう。

| B＼A | $Pa_1$ | $Pa_2$ | … | $Pa_i$ | … | $Pa_m$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Pb_1$ | $G(Pa_1, Pb_1)$ | $G(Pa_2, Pb_1)$ | … | $G(Pa_i, Pb_1)$ | … | $G(Pa_m, Pb_1)$ |
| $Pb_2$ | $G(Pa_1, Pb_2)$ | $G(Pa_2, Pb_2)$ | … | $G(Pa_i, Pb_2)$ | … | $G(Pa_m, Pb_2)$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | | ⋮ | | ⋮ |
| $Pb_j$ | $G(Pa_1, Pb_j)$ | $G(Pa_2, Pb_j)$ | … | $G(Pa_i, Pb_j)$ | … | $G(Pa_m, Pb_{ij})$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | | ⋮ | | ⋮ |
| $Pb_n$ | $G(Pa_1, Pb_n)$ | $G(Pa_2, Pb_n)$ | … | $G(Pa_i, Pb_n)$ | … | $G(Pa_m, Pb_n)$ |

ここで前と同様，Pa, Pb はA，Bの価格で，かつ

$$Pa_i\ \epsilon\ Pa\qquad i=1, 2\ \cdots\cdots\cdots m$$
$$Pb_j\ \epsilon\ Pb\qquad j=1, 2\ \cdots\cdots\cdots n$$

$G(Pa_i,\ Pb_j)$ はAの価格 $Pa_i$ $(i=1, 2\cdots\cdots m)$，Bの価格 $Pb_j$ $(j=1, 2\cdots\cdots n)$ のときの利潤を表わす。

さて，まず$T_1$競争を前提，すなわちAが先に価格を選び，その後Bが行動するという想定での競争結果がどうなるかを考えてみよう。

前述のようにBは支払を極小にしたという欲求であるから，かくしうるPbを$Pb_j$ と予測すれば，それに対応するであろうAの価格は $Pa_j$ である故，その利潤は Min

$_{p_{bj}}(Pa_i, Pb_j)$ なる筈である。こうした予想を以つてAはBより先に $\mathrm{Min}_{p_{bj}}(Pa_i, Pb_j)$ の極大の値 $\mathrm{Max}_{p_{ai}} \mathrm{Min}_{p_{bj}}(Pa_i, Pb_j)$ の得られる good strategy たる集合 Pa に属する $Pa_i$ を選ぶ。

この $Pa_i$ を十分知つたBの good strategy は，当然 $G(Pa_i, Pb_j)$ の極小の値 $\mathrm{Min}_{p_{bj}}(Pa_i, Pb_j)$ の得られる集合 Pb に属する $Pb_j$ である。

こうした基礎の上で，もしAとBとが $T_1$ 競争を十分になすならば，$G(Pa_i, Pb_j)$ の値 $V_1$は少くとも (at least)

$$V_1 = \mathrm{Max}_{p_{ai}} \mathrm{Min}_{p_{bj}} G(Pa_i, Pb_j) \cdots\cdots (2.10)$$

に等しい。

つぎに$T_2$競争について考えると，Bが先に $Pb_j$ を選んだ後Aが $Pa_i$ を選ぶケースである。これは前と全くAとBとの立場を逆にした場合である。

ここではAが競争するにとる good strategy は $G(Pa_i, Pb_j)$の極大の値 $\mathrm{Max}_{p_{ai}} G(Pa_i, Pb_j)$ の得られる価格 $Pa_i$ である。Aはこれを B の行動後にとるのであるから十分になしうる。BはAのかかる行動を予測して，Aより先に $\mathrm{Max}_{p_{ai}} G(Pa_i, Pb_j)$ の極小の値 $\mathrm{Min}_{p_{bj}} \mathrm{Max}_{p_{ai}} G(Pa_i, Pb_j)$ の得られるであろう価格 $Pb_j$ を good strategy としてとる筈である。

こうした基礎的関係の上に立つてAとBとが十分に$T_2$競争を行なうならば，$G(Pa_i, Pb_j)$ の値 $V_2$ は少くとも (at least)

$$V_2 = \mathrm{Min}_{p_{bj}} \mathrm{Max}_{p_{ai}} G(Pa_i, Pb_j) \cdots\cdots (2.11)$$

に等しくなる。

Aにとつて，前述したように，$T_1$ 競争は $T_2$ より不利である。すなわち

$$V_1 \leqq V_2 \cdots\cdots (2.12)$$

ところで，ここで問題としている競争Tは各競争者が相手の選択の結果について未知のまま，夫々人的手番 (personal move) をなすクールノー的前提のものである。しかし，競争者の一人，例えばBが相手Aの打出した価格の値を，これまでの競争の経験から得たものとし，かつAの事情はいかなる理由があろうと変らないとすれば，この場合は，$T_1$ 競争と全く同様である。また，もしAが相手Bの行動を知つたと逆の仮定をすれば，これは$T_2$競争の場合と変らない。しかもAに関する限り(2.12)式の関係があるから，T競争の値をVとすればVは$V_1$と$V_2$との間に位置すると思われる。すなわち

$$V_1 \leqq V \leqq V_2 \cdots\cdots (2.13)$$

これは (2.10)，(2.11) の両式から次のようにも表現しうる。

$$\mathrm{Max}_{p_{ai}} \mathrm{Min}_{p_{bj}} G(Pa_i, Pb_j) \leqq V \leqq \mathrm{Min}_{p_{bj}} \mathrm{Max}_{p_{ai}} G(Pa_i, Pb_j) \cdots\cdots (2.14)$$

この式は，ここで問題としている複占者の予想利潤の範囲を与えるものである。

この範囲を△とすれば，

$$\triangle = V_2 - V_1 \geqq 0 \cdots\cdots (2.15)$$

これは競争Tに於て相手によつて発見される代りに，相手を発見することによつて得られる利潤をあらわす。いま，終局に於ていずれの競争者がその相手のストラテジーの値を知るかが問題とならない，すなわち，前述のような利潤の範囲△がゼロとなる競争となつたとしよう。そのときには

$$\left.\begin{array}{l} \triangle = 0 \\ V_1 = V_2 \end{array}\right\} \cdots\cdots (2.16)$$

$$\mathrm{Max}_{p_{ai}} \mathrm{Min}_{p_{bj}} G(Pa_i, Pb_j) = \mathrm{Min}_{p_{bj}} \mathrm{Max}_{p_{ai}} G(Pa_i, Pb_j)$$

となる。ここでは，Aにとつては少くとも maximin，Bは少くとも minimax が得られ，両者にとつて最小の利潤は保証せられるから，もはや価格を動かさないとみられる。よつて $Pa_i, Pb_j$ に対応する利潤のえられる点は安定的な均衡点と言えよう。これはAとBとを逆に仮定して考えても同様である。これ所謂「ミニ・マックス原理」(minimax principle) 成立の一つの考え方である。

上述のような考え方のミニ・マックス原理で以つてA，Bの目的が達せられる最適価格 (optimal price)，ゲーム論的に言えばミニ・マックス戦略あるいは最適戦略 (optimal strategy) を求めてみよう。

この「ミニ・マックス」と「マックス・ミニ」との出会う点をゲーム論では鞍点 (saddle point) と言い，厳密に定義すれば次のようになる。[4] すなわち，函数$G(Pa_m, Pb_n)$ を $Pa_m \in Pa$, $Pb_n \in Pb$ で定義された実数値函数とし，$Pa_i \in Pa$, $Pb_j \in Pb$ なる点 $(Pa_i, Pb_j)$ が次の二つの条件

(i) Pa のすべての点 $Pa_m$ に対して，

$$G(Pa_m, Pb_j) \leqq G(Pa_i, Pb_j)$$

(ii) Pb のすべての点 $Pb_n$ に対して，

$$G(Pa_i, Pb_j) \leqq G(Pa_i, Pb_n)$$

を満たすとき，$(Pa_i, Pb_j)$ の点を函数 $G(Pa_m, Pb_n)$ の鞍点という。そして

$$\operatorname{Max}_{p_{ai}} \operatorname{Min}_{p_{bj}} G(Pa_i, Pb_j) = \operatorname{Min}_{p_{bj}} \operatorname{Max}_{p_{ai}} G(Pa_i, Pb_j)$$

が成立するための必要十分条件は，利潤行列が鞍点をもつことであり，[5] この鞍点から，最適価格やそれに対応する利潤が求まる。

本稿で与えられた利潤行列は，第4表と第5表との組合せとしての次の表で，選択対象の価格は夫々二つで最も簡単なケースである。これは一つの表でもつてAとBとの側から考えられる表である。

**第 6 表**

| A価の格 / B価の格 | 4.0 | 4.1 | max |
|---|---|---|---|
| 5.0 | 4.00 | **4.03** | 4.03 |
| 5.1 | 4.10 | 4.14 | 4.14 |
| min | 4.00 | 4.03 | |

いま，Aのミニマム，Bのマクシマムをみると第6表の如くである。これから直ちにAの maximin の値4.03, Bの minimax の値4.03が求まる。これは前述の鞍点の定義を満たすもので，利潤4.03のところで鞍点が成立する。よつてこの鞍点に対応する Pa=4.1, Pb=5.0 は A, Bの最適価格と言えよう。ところでAの利潤は 4.03, Bのそれは−4.03であるから，このとき，BはAに徹底的に打ちのめされたこととなる。

これは. A, Bそれぞれがただ一つのストラテジーしか選ばない競争，すなわち純粋戦略（pure strategy）で考えてきた。ところで，自分のとる価格を相手に見破られたり，予測されたりしない方法をとつて，競争者双方が競争する場合が現実には考えられる。これは純粋戦略を確率でとることをも，一つの戦略と考える混合戦略（mixed strategy）をとるケースとなる。こうした混合戦略をとる場合は，どうかを考えてみよう。

**第7表　利 潤 表**

| B \ A | | $\alpha_1$ $Pa_1$ | $\alpha_2$ $Pa_2$ |
|---|---|---|---|
| $\beta_1$ | $Pb_1$ | $P_1$ | $P_2$ |
| $\beta_2$ | $Pb_2$ | $P_3$ | $P_4$ |

いま，第7表のような利潤行列が与えられたとする。

この表にて$\alpha=(\alpha_1, \alpha_2)$, $\beta=(\beta_1, \beta_2)$ はA，Bのそれぞれ戦略のとらるべき確率であり，二つの手は排反事象と考えられるから

$$\left.\begin{array}{l} 1 \geqq \alpha_1, \alpha_2 \geqq 0 \quad \alpha_1+\alpha_2=1 \\ 1 \geqq \beta_1, \beta_2 \geqq 0 \quad \beta_1+\beta_2=1 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(2.17)$$

$P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$ は純粋戦略の種々の組合せによる利潤である。利潤の期待値を $V'$ とすれば，一般には

$$V'=P_1\alpha_1\beta_1+P_2\alpha_2\beta_1+P_3\alpha_1\beta_2+P_4\alpha_2\beta_2 \cdots\cdots(2.18)$$

(2.18) 式を変形すると

$$V'=\alpha_1(P_1\beta_1+P_3\beta_2)+\alpha_2(P_2\beta_1+P_4\beta_2) \cdots\cdots(2.19)$$

この式において，もし

$$P_1\beta_1+P_3\beta_2=P_2\beta_1+P_4\beta_2=Z \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2.20)$$

が成立するものとすれば

$$V'=\alpha_1 Z+\alpha_2 Z=(\alpha_1+\alpha_2)Z=Z \cdots\cdots\cdots\cdots(2.21)$$

故に $V'$ は $\alpha_1, \alpha_2$ の値如何にかかわらず，常に$Z$の値をとることがわかる。そこで

$$\left.\begin{array}{ll} \text{(i)} & P_1\beta_1+P_3\beta_2=P_2\beta_1+P_4\beta_2 \\ \text{(ii)} & \beta_1+\beta_2=1 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(2.22)$$

この連立方程式をとき，この場合の確率を $\beta_{10}$, $\beta_{20}$ とすれば，

$$\left.\begin{array}{ll} \text{(i)} & \beta_{10}=\dfrac{P_4-P_3}{P_1-P_2-P_3+P_4} \\ \text{(ii)} & \beta_{20}=\dfrac{P_1-P_2}{P_1-P_2-P_3+P_4} \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(2.23)$$

この場合のBの期待値を $V_0'$ とすれば

$$V_0'=\frac{P_1P_4-P_2P_3}{P_1-P_2-P_3+P_4} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2.24)$$

同様にして得た確率を $\alpha_{10}$, $\alpha_{20}$, Aの期待値を$V_0'$とすれば，

$$\left.\begin{array}{ll} \text{(i)} & \alpha_{10}=\dfrac{P_4-P_3}{P_1-P_2-P_3+P_4} \\ \text{(ii)} & \alpha_{20}=\dfrac{P_1-P_2}{P_1-P_2-P_3+P_4} \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(2.25)$$

$$V_0'=\frac{P_1P_4-P_2P_3}{P_1-P_2-P_3+P_4} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2.26)$$

(2.24) 式と (2.26) 式とは全く等しい。

この $V_0'$ の値はAにとつて maximin であり，Bにとつて minimax での値であることは一般に知られている。[6]

本稿での numerical example の第6表を使用して $\alpha_{10}$, $\alpha_{20}$, $\beta_{10}$, $\beta_{20}$ $V_0'$ を求めてみよう。ここでは $P_1=4.00$, $P_2=4.03$, $P_3=4.10$, $P_4=4.14$ の利潤であるから次のようになる。

$$\left.\begin{array}{ll}\alpha_{10}=4, & \beta_{10}=11 \\ \alpha_{20}=-3, & \beta_{20}=-10 \\ \quad V_0'=4.00 & \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(2.27)$$

これは (2.17) 式の　$1\geqq\alpha_1, \alpha_2\geqq 0$
$1\geqq\beta_1, \beta_2\geqq 0$

に反する。従つて，この場合における mixed strategy equilibrium は存在しないと言えよう。かくて，A，Bが相互に相手に自己のストラテジーを予見されないために混合戦略的な行動をとろうとしても，最適混合戦略がないのであるから，こうした行動はあきらめなければならない。

いま，第6表をよく吟味してみると，Aにとつては，4.1という価格は，

$Ga(4.1, 5.0)=4.03>Ga(4.0, 5.0)=4.00$
$Gb(4.1, 5.1)=4.14>Gb(4.0, 5.1)=4.10$

であるから，Bがいかなる価格をとろうとも，価格4.0より優れている。すなわち，価格4.1は価格4.0を支配している (dominate) といえよう。従つてAは価格4.0というストラテジーは用いないであろう。またBの立場に立つて考えると，価格5.0のときは，価格5.1より，Aがいかなる戦略をとろうとも，Bの損失は少ない。すなわち

$Gb(5.1, 4.0)=4.10>Gb(5.0, 4.0)=4.00$
$Gb(5.1, 4.1)=4.14>Gb(5.0, 4.1)=4.03$

である。よつて価格5.1は価格5.0に支配され，Bは5.1を用いない筈である。結局Aの価格4.1のストラテジーと，Bの価格5.0のストラテジーだけが残る。かくてこの交点のAの価格4.1とBの価格5.0，A，Bの利潤4.03，−4.03が均衡解となる。

ところで，この場合，Aを中心として考えて純粋戦略均衡が成立したのであるが，cut-throat competition のケースであるだけに，Bは恐らく，行動を開始するであろう。従つて均衡は一時成立しても間もなく崩れる可能性があり，これは不安定均衡といえよう。現実の競争を見つめてみると，これまでみてきた cut-throat competition というのは特殊な場合と考えられ，普通には，複占者同士の利害は必ずしも全く相対立するものとは考えられないと思われる。普通，第3表に示されるように一方に全然利潤のない場合もあろうが，大体は双方に利益があり，あるいは損失があつても，一方の利潤とその絶対値において全く同じということはあるまい。つぎにこうした競争を「ミニ・マックス原理」で以つて考察してみよう。

(2) simple competition

はじめに純粋戦略 (pure strategy) による最適価格を求めてみよう。第3表を再録してAのミニマム，Bのマクシマムをみると，次の第8表の如くである。

**第 8 表**

| B ＼ A | | $\alpha_1$ 4.0 | $\alpha_2$ 4.1 | max |
|---|---|---|---|---|
| $\beta_1$ | 5.0 | (4.00, 0) | (4.03, 0.15) | 0.15 |
| $\beta_2$ | 5.1 | (4.10, −0.02) | (4.14, 0.14) | 0.14 |
| min | | 4.00 | 4.03 | |

よつてAの立場から考えると，その maximin は価格4.1，利潤 4.03である。またBの立場からは，その minimax は価格 5.1，利潤 0.14 である。従つてここでは，Aの maximin とBの minimax の交点はなく，前の cut-throat competition のときのような鞍点の存否による均衡は存在しないと言いうる。

それでは混合戦略の鞍点を考えての最適戦略は求まるであろうかを検討することとする。

いま，Bが混合戦略 $\beta=(\beta_1, \beta_2)$ を，Aが4.0，および4.1という純粋戦略を用いたと仮定する。この場合のBの利潤の期待値は，V'とすると，第8表から

$$V'=V'(\beta, 4.0)=0\times\beta_1-0.02\times\beta_2=0\times\beta_1-0.02(1-\beta_1)=0.02\beta_1-0.02 \cdots\cdots(2.28)$$

$$V'=V'(\beta, 4.1)=0.15\times\beta_1+0.14\times\beta_2=0.15\beta_1+0.14(1-\beta_1)=0.01\beta_1+0.14 \cdots(2.29)$$

$$\text{但し}\quad \left.\begin{array}{l}1\geqq\beta_1\geqq 0 \\ \beta_1+\beta_2=1\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (2.30)$$

maximin の値を保証する確率 $\beta_0$ を求めるべく図をえがくと，Fig. 2 の如くなる。

図で明らかな如く鞍点たる交点は存在しない。また試みにかりに鞍点が存在したとすれば，その鞍点では

$$V'(\beta, 4.0)=V'(\beta, 4.1)$$
$$=0\times\beta_1-0.02\times\beta_2=0.15\beta_1+0.14\beta_2$$
$$\frac{\beta_1}{\beta_2}=-\frac{16}{15}, \qquad \beta_1=16,\ \beta_2=-15$$

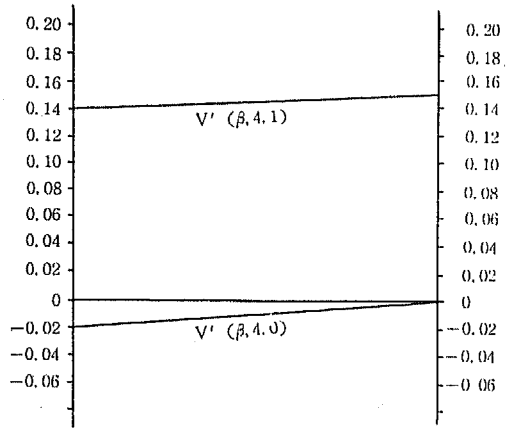


**Fig. 2**

これは（2.30）式に反する。$\alpha$ についても(2.29)式に反する結果となる。それ故混合戦略の鞍点の存否による均衡も存在しないことが推察される。

最後に戦略の支配という概念から考えてみよう。

いま，Bの立場から考えると，第8表に於てAが価格4.0，4.1何れを選択しようと，Bの利潤は $0 > -0.02$，$0.15 > 0.14$ であるから，Bが価格5.0を選択することは必定であろう。すなわち，価格5.0は価格5.1を支配するストラテジーといえよう。

つぎにAについて言えば，同じく第8表に於て利潤が $4.03 > 4.00$，$4.14 > 4.10$ であるから，Aは価格4.0を選ぶよりも価格4.1を取るであろう。すなわち，価格4.1は価格4.0を支配するストラテジーと言えよう。

従つてA，B双方から言えば価格を（4.1，5.0）という組合せで以つて選択するのが，かれらの合理的な選択と言えよう。かりにA，Bが価格の組合せを(4.0, 5.0)というように選択をしたと想定すると，AもBも利潤を減少することとなり，また（4.1，5.1）というストラテジーの組合せもAには利潤を増加する結果となるが，Bには利潤を減少することとなつて不適当である。

かくて，（4.1，5.0）という価格の組合せが，このsimple competitionの唯一の，しかも安定的な均衡点であつて，価格（4.1，5.0）は，A，B夫々のミニ・マックス戦略とも言えよう。

この場合の利潤は表にて明白な如く，Aは4.03，Bは.015である。

〔註〕(1) 拙稿「不完全競争市場と供給量決定」(信州大学繊維学部研究報告. No. 7. 1957年12月, PP. 169—181.)

(2) (i) Aの利潤表

| Pb \ Pa | 3.9 | 4.0 | 4.1 | 4.2 |
|---|---|---|---|---|
| 4.9 | 5.48 | 3.90 | 3.93 | 3.91 |
| 5.0 | 3.83 | 4.00 | 4.03 | 4.02 |
| 5.1 | 4.03 | 4.10 | 4.14 | 4.13 |
| 5.2 | 7.12 | 7.20 | 7.24 | 7.24 |

(ii) Bの利潤表

| Pb \ Pa | 3.9 | 4.0 | 4.1 | 4.2 |
|---|---|---|---|---|
| 4.9 | −0.18 | −0.02 | 0.13 | 0.27 |
| 5.0 | −0.15 | 0 | 0.15 | 0.30 |
| 5.1 | −0.18 | −0.02 | 0.14 | 0.29 |
| 5.2 | −0.30 | −0.08 | 0.08 | 0.24 |

(3) J. von Neumann and Morgenstern : ibid.. pp. 100—105. の minorant game と majorant game を参照。

(4) D. Blackwell and M. A. Gershick : Theory of Games and Statistical Decisions. 1954. pp. 20—21. 鈴木光男「ゲームの理論」1959. pp. 43—44.

(5) J. C. C. Mckinsey : ibid.. p. 143.

(6) 山田雄三「現代経済学の根柢にあるもの」1955. pp. 126—133.

## 4 むすび

単純な極大原理による複占価格の決定については，種々の視角から，これまでも多く研究されてきた。しかしミニ・マックス原理を通してのものは未だ少いように見受けられる。[1] それはゲームの理論そのものが最近考え出されたものであり，なおゲーム人が余りにも非現実的な人間，すなわち余りにも理性的で，非情な人間をもつてきて描かれていることなどに原因しよう。

一応ここではミニ・マックス原理を応用したが，ゲームの理論が数学と，経済学や経営学の二面をもつており，かつ数学の面がどちらかと言えば強調されているため，数学の論理と，経済の論理と現実とを橋渡しするものを

ヨリ厳密に考えねば，十分な応用とは言えないであろう。本稿でもこのそしりは免れない。

ここでは単純な極大原理とミニ・マックス原理とからの複占価格の最適位置の比較ということに力点を置いて究明してきた。第9表をみてわかるように，両者は殆んど異ならない。しかし，最適価格を見出してゆく過程からみられる相異はかなり感得せられる。特に単純なる極大原理は，均衡化へのプロセス，就中競争者間の作用，

反作用を明確な形で打出し，簡単な数学的手法で最適な価格を計測できる点に優れてはいるが，その理論の前提にはかなり非現実的な要素が含まれ，結局現実への応用に弱い欠点をもつ。それに対し，ミニ・マックス原理は，実際の経済活動における摩擦を考え，ミニ・マックスあるいはマックス・ミニという安全な位置をねらう点，ヨリ現実性を帯び，それだけに最適価格の決定など極めて実用性に富むと思われる。しかし最適ストラテジーを求めるに当り，本稿でこそ簡単な利得行列（payoff-matrix）をとつたため，まことに簡単な操作で計測し得たが，現実ではかかるデータは少なく，もつと複雑であることから，リニア・プログラミングやその他比較的複雑な解法を以つてしなけばならぬ欠点をもち，殊にここにあげた仮称 simple competition の如き非零和ゲーム（non-zero sum game）は理論としても未熟なため，その応用にはかなり難がある弱さをもつ。

では，最適価格の位置について，両者の原理による結果の差はいかなるようであるか，最後に一表にまとめてこの稿を結びたい。

**第　9　表**

| 方法 ＼ 価格，利潤，均衡状況 | | | | | Aの価格 | Bの価格 | Aの利潤 | Bの利潤 | 均衡状況 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 単純極大原理 | | | | | 4.1 | 5.0 | 4.03 | 0.15 | 安定均衡 |
| ミニ・マックス原理 | cut-throat competition (2) | 純粋戦略 | 鞍点の存否 | 存在 | 4.1 | 5.0 | 4.03 | −4.03 | 不安定均衡 |
| | | | 戦略の支配成否 | 成立 | 4.1 | 5.0 | 4.03 | −4.03 | 不安定均衡 |
| | | 混合戦略 | 鞍点の存否 | 否 | — (3) | — | — | — | — |
| | simple competition | 純粋戦略 | 鞍点の存否 | 否 | — | — | — | — | — |
| | | | 戦略の支配成否 | 成立 | 4.1 | 5.0 | 4.03 | 0.15 | 安定均衡 |
| | | 混合戦略 | 鞍点の存否 | 否 | — | — | — | — | — |

〔註〕(1) M. Shubik : Strategy and Market Structure ; Competition, Oligopoly and the Theory of Games. 1959. pp. 371—378. に詳しい bibliography がある。

(2) 複占者Aを中心にして考えた結果である。

(3) —印はすべて不成立を意味する。

（以上）