

γ-線カウンターの効率の測定

天 白 一 馬・一之瀬 匡 興

Kazuma TENPAKU and Masaoki ICHINOSE : Measurements of the Efficiency of Gamma-Ray Counter.

(昭和31年10月1日受理)

緒 言

ガンマー線の強度を直接測定することは困らぬのである。もし G-M カウンターを用いてこれを測定しようとすれば、その効率をあらかじめ知らねばならぬ。そしてガンマー線カウンターの効率は個々のカウンターについてそれぞれの条件のもとで理論的な計算によつて求めることができる。そのような理論的計算の例はいくつかある。しかしすべてのカウンターに共通な効率の公式を得ることは困らぬであつて、結局カウンターの特殊な使い方やその他の条件に応じてそれぞれの効率を個々別々に求めねばならぬものである。

われわれはガンマー線の応用的研究に際して、ガンマー線の絶対強度を知る必要から、ビーター線用のカウンターを適当に補装してガンマー線の計数用を使用し、その効率を決定する実験とそれに必要な理論的計算を試みた。以下その方法と結果について簡単に報告する。

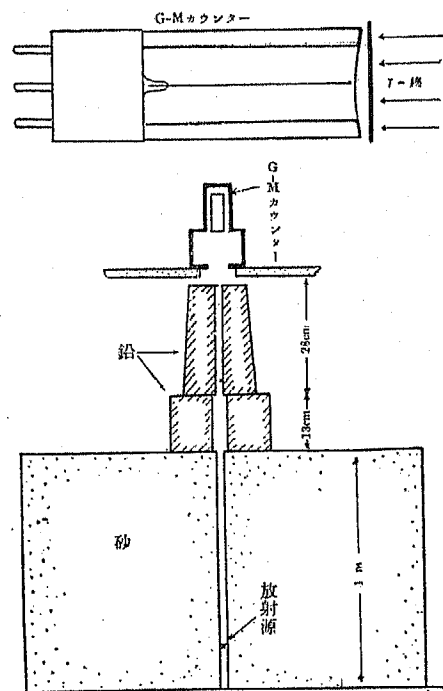
方 法

ビーター線用のカウンターは普通うすい雲母の窓をもつた End-Window 型のカウンターであつて、ビーター線は雲母窓を透して入射しカウンターを働かせる。この雲母窓からガンマー線を入射させてもカウンターは働く、それはカウンターの側壁にあつたガンマー線による反跳電子のためであるが、その場合の効率はガンマー線の方向と側壁との関係が複雑であるため計算等によつて求めることは殆ど不可能である。しかし効率を高める目的で雲母窓の前面を金ぞく板でしやへいし、それに直角にガンマー線をあてることは普通行われることである。この場合金ぞく板から反跳される電子のうち、カウンターにとびこんで有効に計数されるものの数を計算することは比較的條件は簡単である。われわれはこの方法で効率を計算し、それを用いてガンマー線の絶対強度を求めることにした。この場合に留意すべき点と、簡潔のための仮定とをのべると次のようである。

しやへい板をおいたため、それからの反跳電子によつて増加するカウント数を測定するのであるが、その場合の back ground は、(1) 宇宙線などによる自然計数、

(2) 放射線源からのガンマー線のうち、しやへい板および雲母窓を透して入射し、カウンターの内部側壁で二次電子を放出させたもの、および (3) 雲母窓を透さないで周囲からの散乱によつて側壁から入射したガンマー線によるものなどである。これらの back ground が、しやへい板をおくことによつて変化するならば測定を複雑にすることは明かである。しかし、(1)と(3)はこの点で問題はなく、(2)は多少えいきよを受けるはずであるがそのえいきよは板によるガンマー線の吸収の割合、 $1 - e^{-\mu x}$ に等しく、しかも吾々の実験では板は比較的うすい範囲にとどまるから、この割合は殆ど零とみてさしつかえない。したがつて back ground は種々のしやへい板の有無に関係なく一定としておいてよい。

カウンターにとびこんだ反跳電子はすべて有効に働きのカウントされるものと仮定する。すると、しやへい板をおいたために増加したカウント数から、板の中で発生し

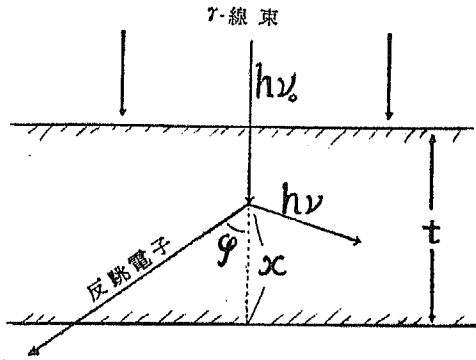


第1図

た二次電子のうちカウンターにとびこんだものの数を
知ることができる。

計算の基礎

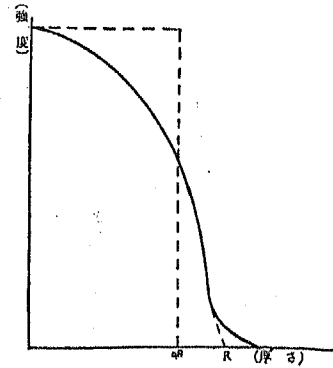
われわれは普通用いられる放射性物質からのガンマ線
を対象とする故、そのエネルギーは1~2 Mev. 程度
のものとし、したがってガンマ線と物質との作用は殆
どコムプトン効果によるものと考え、光電効果や電子対
創生の過程によるものは一応無視することにする。いま、
厚さtのしやへい板に強度1 [cm⁻². sec⁻¹] のガン
マ線束が板に直角に入射し、板の底面からの距離がx
のところ、コムプトン散乱によつて反跳された電子が、
φ、φ₁の方向にとんだとする(第2図)。物質中におけ



第2図

る反跳電子の運動を厳密にたどつて計算することは困
難であるから、次のような仮定のもとで近似計算を進め
る。第2図において反跳電子は発生した点から物質中を
一直線に進み、そのエネルギーに応じたある一定の距離
だけとび得るものとする。そしてその一定の距離が板の
底面までの道程よりも大きければ電子は板を透過してカ
ンターを働かせるのに役立つ、そうでない場合は板の
中に阻止されてしまい、カウントされないものとする。
ここでエネルギーの大きさに応じて物質中をとび得る一
定の距離をどうとるかが問題であるが、これはその物質
に対する電子の限界厚さ、R、に近いある長さaR、(a<1)
であると仮定する、この仮定は言いかえると、物質を透過
する電子の強度と物質の厚さとの関係を表わす曲線(第
3図)において、限界厚さまで順次減少して行く曲線を
簡単に aR で急に零となる一定強度の不連続な曲線でお
きかえることである。このように仮定すると反跳電子の
うち有効にカウントされるものの角度分布が角度の増加
と共に実際の場合よりも急げきに零になると考えられ
る。しかし反跳電子のエネルギーは角度と共に減少し、

したがつてRが角度と共に減少する上に、板の底面まで
の道程は角度と共に増加する故、この二重の効果によつ
て板を透過する反跳電子の角度分布は可なり急げきに不
連続的に零になると考えられる。したがつて上のような
仮定も実際に近い結果をあたえるものと思われる。



第3図

上のように仮定すると板の中のxなる点では
aRcosφ₁=x, なる角 φ₁ より小さい角度内に反跳され
た電子はすべて有効にカウントされることになる。限界
厚さRと反跳角φとの関係はコムプトン散乱の基本式と、
Rと電子のエネルギーとの関係を表わすEcholandの式

$$R = \frac{G}{\rho} \left[(1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} + (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} - 2 \right] \dots \dots \dots (1)$$

を用いて求められる。ただしρは物質の密度、Gは物質
には無関係な、しかし電子のエネルギーには多少関係す
る常数、β≡v/c、vは電子の速度、cは光の速度であ
る。

εを電子の運動エネルギー、μ≡mc²を電子の静止エ
ネルギー、γ≡hν₀/μを入射ガンマ線のエネルギーと
すると、

$$\frac{\epsilon}{\mu} = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} - 1$$

であるから(1)に代入して

$$R = \frac{G}{\rho} \frac{\left(\frac{\epsilon}{\mu}\right)^2}{1 + \frac{\epsilon}{\mu}}$$

一方、コムプトン散乱の式から

$$\frac{\epsilon}{\mu} = \frac{2\gamma^2 \cdot \cos^2 \phi}{1 + 2\gamma + \gamma^2 \cdot \sin^2 \phi}$$

であるから、上式に代入すると、

$$R\rho = \frac{4G \cdot \gamma^4 \cdot \cos^4 \phi}{(1 + \gamma)^4 - \gamma^4 \cdot \cos^4 \phi} \dots \dots \dots (2)$$

を得る。したがつて板の底面まで到達できる反跳電子の

最大反跳角 φ_1 は、 x の点では

$$x\rho = \frac{4Ca \cdot r^4 \cdot \cos^5 \varphi_1}{(1+r)^4 - r^4 \cdot \cos^4 \varphi_1} \dots\dots\dots(3)$$

から定まる。 $\varphi_1 = 0$ のときの x を t_0 とすれば、これは、 $x > t_0$ なる点 x で発生した反跳電子は方向に関係なく物質中に阻止され、カウントされなくなる限界を表わすことになる。

次に反跳電子の角度分布を考えるに、エネルギーが $r \equiv h\nu_0/\mu$ のガンマー線による反跳電子のうち、 φ 方向の立体角 $d\Omega$ 内に反跳されるものの確率 $d\phi$ は

$$d\phi = 4r_0^2 \cdot \frac{(1+r)^2 \cdot \cos \varphi \cdot d\Omega}{(1+2r+r^2 \sin^2 \varphi)^2} \left\{ 1 + \frac{2r^2 \cdot \cos^4 \varphi}{[1+2r+r^2 \sin^2 \varphi] \cdot [1+r(2+r) \sin^2 \varphi]} - \frac{2(1+r)^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi}{[1+r(2+r) \sin^2 \varphi]^2} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

であたえられる。ここに $r_0^2 \equiv e^2/mc^2$ は電子の古典半径である。

いま厚さ t ($\leq t_0$) のしやへい板に強度 1 ($\text{cm}^{-2}\text{sec}^{-1}$) のガンマー線束が入射するとすれば、 x の点における dx の層で発生する反跳電子のうち有効にカウントされるものの数は dx 層の単位面積につき、

$$d\eta = NZ \cdot dx \cdot \exp\{-\lambda(t-x)\} \cdot \int_{\varphi=0}^{\varphi_1} d\phi$$

であたえられる。ここに N は板の物質の単位体積中の原子の数、 Z はこの物質の原子番号、 λ はガンマー線に対するこの物質の線吸収係数である。この式に (4) を代入して右辺の積分を計算した結果を

$$d\eta = NZ \cdot dx \cdot \exp\{-\lambda(t-x)\} \cdot 2\pi r_0^2 \cdot f(\varphi_1) \quad (5)$$

とおくならば、 $f(\varphi_1)$ は次のようになる。

$$f(\varphi_1) = \frac{(1+r)^2 \cdot (1+5r+7r^2+r^3) \cdot \sin^2 \varphi_1}{r^2(1+2r)^2 \cdot (1+2r+r^2 \sin^2 \varphi_1)} - \frac{(1+r)^4 \cdot \sin^2 \varphi_1}{r(1+2r) \cdot (1+2r+r^2 \sin^2 \varphi_1)^2} + \frac{(1+r)^2}{r^2} \cdot \frac{\sin^2 \varphi_1}{1+r(2+r) \sin^2 \varphi_1} + \left(\frac{1}{2r} - \frac{1+r}{r^3}\right) \log \frac{(1+2r)\{1+r(2+r) \sin^2 \varphi_1\}}{1+2r+r^2 \sin^2 \varphi_1} \dots\dots(6)$$

(5) を x について積分すれば板の単位面積毎にカウントされる電子の数が得られる。これは又カウンターの効率 η にも等しい。

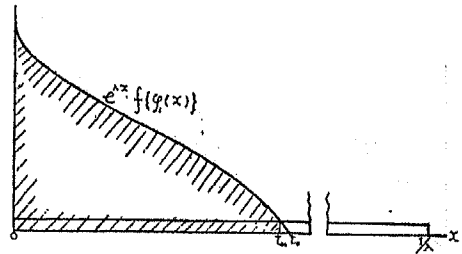
$$\eta = 2\pi NZr_0^2 \cdot e^{-\lambda t} \cdot \int_0^t e^{\lambda x} \cdot f\{\varphi_1(x)\} \cdot dx \dots\dots\dots(7)$$

(7) の積分計算は簡単には遂行できないため、 f の中の常数に具体的な値をあたえた上で graphically に求めてゆく。 f は φ_1 の函数であるが (3) を通じて x の函数でも

ある。それで (7) の被積分函数 $e^{\lambda x} \cdot f\{\varphi_1(x)\}$ をグラフにして図の上で積分を求めないのであるが、 $e^{\lambda x} f\{\varphi_1(x)\}$ の中に含まれる常数 C, a をどうあたえるかが先ず問題である。 C は Schonland の実験からは物質に無関係な、しかし電子のエネルギーには関係する常数であることが知られている。したがって反跳電子の方向によつて電子のエネルギーが異なる場合は、(3) における C を常数とすることは厳密にはできない。又 a をどうとるかも簡単にはきめられない。しかし第一次の近似的な計算として C と a との積 (Ca を一括して、実験的に妥当な常数值をあたえることにする。そこで実験的に妥当な値をあたえる一つの方法として、先ず一定のガンマー線に対して、しやへい板の厚さを順次変化させ、カウント数が最大に達する時の板の厚さに注目する。その時の厚さを t_m とすれば、これは (7) における η が最大値 η_m になる時の厚さと等しくなければならぬ。よつて (7) から

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \text{ をつくと} \quad e^{\lambda t_m} \cdot f\{\varphi_1(t_m)\} = \lambda \int_0^{t_m} e^{\lambda x} \cdot f\{\varphi_1(x)\} \cdot dx \quad (8)$$

を得る。(8) の意味は第 4 図における斜線の部分の面積が矩形の面積と等しいと言う条件である。



第 4 図

ところが一般に $1/\lambda \gg t_0$ であるため、図から明かなように t_m と t_0 は極めて近くなる。したがつて t_m と t_0 とを等しいと見て殆ど差支えない。すると (3) から

$$t_m \rho = t_0 \rho = \frac{Ca \cdot 4r^4}{(1+2r)(1+2r+2r^2)} \dots\dots\dots(9)$$

とおくことができる。 t_m が実験的に求められればそれを用いて (9) から Ca が定められることになる。

以上の結果から任意の厚さのしやへい板に対する効率 η の値を実際に求める順序を示すと次のようになる。

- 1) ガンマー線のエネルギー、 $r \equiv h\nu_0/\mu$ の値が知られていなければならぬ。
- 2) ガンマー線に対するしやへい板の吸収係数を求める。(これは求めなくても近似的には殆ど計算に差支えない)
- 3) しやへい板の厚さを零から順次増しつつ、カウン

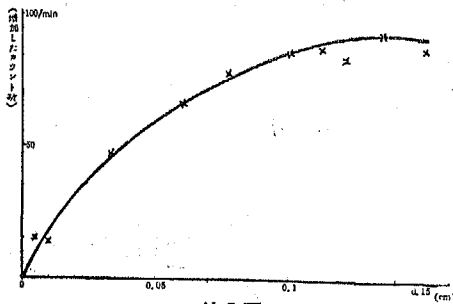
ト数を測定し、それが極大になる厚さ t_m を求める。

4) (9)式に t_m を代入して常数 Ca の値を定め(3)式に代入する。

5) (3)と(6)とから $f(\varphi_1)$ を x の函数と考え、 $e^{-\lambda x} \times f\{\varphi_1(x)\}$ をグラフにした上で(7)の積分を図の上で求める。

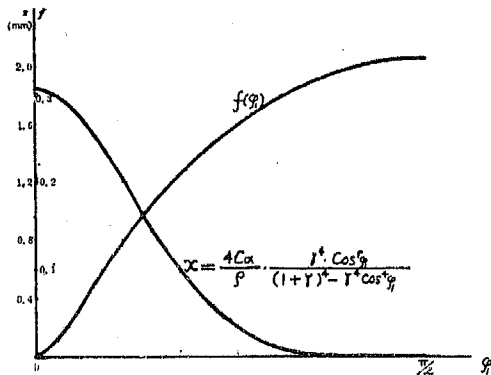
計算結果と実測値

計算結果を検討するため次のような実験を行った。約10mgの, Raとその生成物との混合物から放射されるガンマ線を, P_{10} のブロックに開けた細いトンネルを通して細いガンマ線束をつくり, これをAlのしやへい板に直角に照射してカウント数を測定した。このガンマ線は単色でないため計算式の中の γ の値としては一種の平均的な値をあてざるを得なかつた。それで吸収係数の測定値からの推定値として, $\gamma = 3$, を用いることにした。Alの板の厚さを順次増加させるとカウント数も増加してゆく, その増加の分をグラフにすると第5図のようになる。この結果からカウント数の最大になる厚さは大体 $t_m = 0.14\text{cm}$ 附近になることがわかる。



第5図

この t_m の値を用いて(9)から常数 Ca を求めると $Ca = 0.2$ が得られる (t_m を正確に決定することは困るので

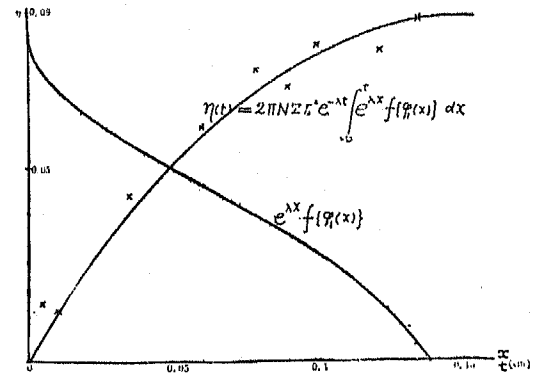


第6図

あるため, Ca の値もそれに応じた幅をもつことになる。しかしその幅のために各厚さにおける効率の値が大きくなることはない。($Ca=0.2$ として(3)および(6)をグラフにすると第6図のようになる。

第6図から x と f との対応がわかるから, したがって x と $e^{-\lambda x} \cdot f\{\varphi_1(x)\}$ との対応もわかる。それをグラフにすると第7図になる。この曲線から図の上で積分,

$\int_0^{t_m} e^{-\lambda x} \cdot f\{\varphi_1(x)\} \cdot dx$, を求め, (7)から $\eta(t)$ を計算すると第7図の曲線 η を得る。これが効率 η をAl板の厚さ



第7図

t の函数として求めた最後の結果である。カウント数の最大値と計算による効率の最大点とを一致させて, 各厚さにおける効率の値を第7図にプロットした。

しやへい板の厚さ t が t_0 よりも大きければ t_0 よりも厚い部分については $f(\varphi_1)$ は φ の如何にかかわらず零であるから(7)は

$$\eta(t) = 2\pi N Z r_0^2 \cdot e^{-\lambda t} \int_0^{t_0} e^{-\lambda x} \cdot f\{\varphi_1(x)\} dx$$

としなければならぬ。 $t = t_0$ のときの η を η_0 とすれば上の式は

$$\eta(t) = \eta_0 \cdot e^{-\lambda(t-t_0)}$$

となり, t_0 より厚い部分は指数函数的に減少してゆく。しかし実際の場合には吸収係数 λ が小さい値であるため $t > t_0$ で η は殆ど一定値になる。 t_m の値を確定しにくいのはこのためである。

最後にしやへい板の物質の種るいによつて効率の値がどう変るかについて一言する。ガンマ線の吸収を表わす因子, $e^{-\lambda x}$, は此の種の実験の範囲では物質の種るいに関係なく殆ど1である。そうすると(7)式は $e^{-\lambda x}$ をはぶいて

$$\eta = 2\pi N Z r_0^2 \cdot \int_0^{t_0} f\{\varphi_1(x)\} \cdot dx \dots\dots\dots(7)'$$

とおいて 殆ど差支えない。いま(3)を

$$\zeta \equiv \frac{x\rho}{Ca} = \frac{4\gamma^4 \cdot \cos^5 \varphi_1}{(1+\gamma)^4 - \gamma^4 \cdot \cos^4 \varphi_1}$$

とかくと、 ζ と φ_1 との関係は物質の種りによらないものとなる。そこで(7)'の変数 x を ζ にかえると、

$$\eta = 2\pi N Z t_0^2 \cdot \frac{Ca}{\rho} \int_0^{\zeta} f\{\varphi_1(\zeta)\} \cdot d\zeta$$

となる。 $f\{\varphi_1(\zeta)\} \equiv f(\zeta)$ は物質の種りに依らない共通な函数とみられるから、 ζ の値が等しければ積分の値は物質の種りに関係なく等しい。したがって二種類の物質のしやへい板について、 ζ が等しければ夫々の効率 η 、 η' の比は

$$\frac{\eta}{\eta'} = \frac{NZ(Ca)}{N'Z'(Ca)'} \cdot \frac{\rho'}{\rho} = \frac{A/Z(Ca)}{A'/Z'(Ca)'}, \quad (A \text{は原子量})$$

となる。これから、例えばAl板について $\eta(t)$ が求められれば、Al板と ζ を等しくする厚さの他の物質の $\eta'(t')$ が、積分計算をすることなく上式から計算できる(ただしCaの値は実験的に求めておく必要はある)。このような比例関係が、平たい板に限らず任意の板についても言えるかどうかは次の研究に待たねばならぬが少くとも類似の関係は成立つのではないかと考えられる。するとガンマー線カウンターの側壁の材料の考察にも参考になるものと思われる。

結 語

実験結果から見ると効率の値はしやへい板の厚さの増加と共に、計算値よりもやや急激に増加し、その後計算値よりも増加がゆるやかになる傾向にある。吾々の計算ではこの傾向に一致させるように常数Caを定めること

はできなかつた。それは、立ち上りの部分を一致させるようにCaをとると効率の最大値の厚さもずれてしまうからである。したがってこの不一致はCaを反跳電子のエネルギーの大きさに無関係な常数とする計算方法の限界だと言わねばならぬ。Caをエネルギーによつて変るもの、したがって反跳角によつて変るものとすれば実験と一致させることはできるかも知れないが現象論的な方法をそこまで進めるのも今の場合あまり意味はない。また実験結果と計算との総合結果から判断すると効率の最大値はAl板の厚さが1.4mm附近のときで、その値は約0.85%である。この値は、湯川、坂田両氏が計算したAlカウンターのそれよりもやや小さい。しかし両氏の計算は円筒型のガンマー線カウンターについて行つたもので、われわれの場合のように一平面だけの散乱とは条件が異なるから、散乱される面の範囲から言つてこのちがいは不思議ではない。ただわれわれの計算はコムプトン効果だけを考慮したものであるから、エネルギーの大きい場合、即ち電子対創生の過程をも考慮せねばならぬ場合には当てはまらなくなる、その場合の計算については次回にゆずることにする。

文 献

- (1) H. YUKAWA, S. SAKATA : Scient. Pap. Inst. Phys. and Chem. Research, Japan. 31 (686) 187 (1937)
- (2) M. SONODA : J. Phys. Soc. Japan. 5(2) 35(1950)
- (3) HEITLER : Quantum Theory of Radiation.