Tsukuba Psychological Research
2003, **25**, 51-67

心的演算処理研究の諸問題とその議論

筑波大学大学院（博）心理学研究科　島田　英昭

筑波大学心理学系　海保　博之

A review on mental arithmetic research

Hideaki Shimada and Hiroyuki Kaiho (*Institute of Psychology, University of Tsukuba, Tsukuba, 305-8572, Japan*)

This paper reviews mental arithmetic research within cognitive psychology. First, five computational models — (a) the Min model, (b) the Network retrieval model, (c) the Distribution of associations model, (d) the Network interference model, and (e) MATHNET — are introduced, with differences between them being identified. Next, six issues are discussed in terms of the experimental research and these computational models. The issues are (a) which strategy is used — procedural or fact-retrieval; (b) which influences performance — associative strength or interference strength; (c) are the solution processes for production and verification identical; (d) are answer representations analog or digital; (e) are the representations of commutative problems identical; and (f) which stage causes the tie effect — encoding or retrieval.

Key words: mental arithmetic, single-digit addition and multiplication

はじめに

本研究の目的は，これまでの心的演算（mental arithmetic）研究を概観し，その論点を検討することである．

本研究で扱う心的演算とは，１桁の加法と乗法の処理を指す．扱われる問題は，たとえば３＋５や６×７のような，演算数[1)]が１桁数となるものである．13×６のような複数桁を演算数に持つ問題の処理は扱わない．

心的演算処理では，演算に用いられる数が大きいと，誤答率が高くなり，反応時間が長くなる問題サイズ効果や，同じ数どうしで構成される同数問題は，非同数問題よりも誤答率が低く，反応時間が短い同数効果のような現象が確認されている[2)]．心的演算研究は，このような問題タイプごとの反応時間の違いが，どのようなメカニズムによって生起しているかを明らかにすることを中心に発展してきた．

心的演算研究が行われてきた背景には，よりよい学習方略を提供することを目的とした教育的なものと，人間の一般的な認知メカニズムを探る研究がある．本研究では，もっぱら後者にかかわる研究がとりあげられる．

認知研究として心的演算を扱うのは，ほぼすべての成人が同一の知識を獲得していること，表記が言語に依存せずに比較が行いやすいこと，課題空間が良定義であることなどの利点がある．特に，課題空間が良定義であることは，演算処理過程を具体的な数値計算による計算モデルにより表現しやすくして

1）演算数（operand）とは，問題で用いられている数のことを指す．たとえば，３＋５の３や５のこと．

2）たとえば，子どもではGroen & Parkman (1972)，Ashcraft (1987)，成人ではCampbell (1995) など．欧米圏での研究が盛んであるが，教育的背景が異なる日本人でも，問題サイズ効果や同数効果がみられることが確認されている．たとえば，子どもでは栗山・吉田 (1995)，成人では石原・権藤・中里・下仲・厳島 (1998)，Shimada (2000)，島田 (2001) など．

いる．このため，心的演算研究では，実験的検討とそのモデル化，モデルの予測性の実験的検討とモデルの修正といった一連のサイクルが，比較的スムーズに行われている．

本稿では，心的演算研究のこのような特徴に着目し，処理モデルによる検討と実験的検討の2つの側面から，現在の研究状況を概観してみる．

まず，これまでに提案されている処理モデルをまとめる．ここでは，モデルを提唱された時系列に沿って並べ，先行するモデルとの相違点を述べることに重点を置いた．これによって，新たな処理モデルが提唱された背景が浮かび上がることをねらった．次に，これまでの研究に見られるモデル上，実験検討上の対立点を6つ取り上げ，それぞれ吟味した．

第1．心的演算処理モデルの系譜

Groen & Parkman (1972) が心的演算の処理を検討対象として以降，しばらくは子どもを主な対象とした，演算方略を主な分析対象としたモデルの構築が行われた．一方，1980年代から，主に成人を対象としたネットワークモデルを背景とした理論が展開され始めた．

ここでは，そのような流れに沿って，時系列的に，これまでに提唱された5つの処理モデルをまとめた．ただし，これ以外にもいくつかのモデルがあるが，類似するものはまとめて紹介した．

ここに挙げる5つのモデルの特徴は，すべて具体的な数値計算によるシミュレーションが可能な計算モデルであることである．ここでは，具体的な計算がどのように行われるのかといったことまで，やや詳細にわたる紹介を行った．また，心的演算研究で主要な検討対象である問題サイズ効果に関しては，各モデルの説明を記述した．

1．ミンモデル

Groen & Parkman (1972) は，小学校1年生の子どもが，加法の解決にどのような方略を用いているのかを検討した．その際，問題サイズを独立変数 (T)，反応時間を従属変数 (x) とした線形回帰式 $T = A + Bx$ に対して，以下の5つのxの指標に対して，適合度を比較した．5つの指標とは，問題 $m + n$ に対し，$x = m + n$，$x = n$，$x = m$，$x = \max(m, n)$，$x = \min(m, n)$ である[3]．

小学校1年生を対象した実験結果とモデル式を比較した結果，$x = \min(m, n)$ がもっとも適合度が高いことが明らかにされた．この結果は，2つの演算数のうちで，はじめに2数の大小を判定し，その後大きな数に小さな数を数えたす方略が行われていることを示唆している．問題サイズ効果は，小さな方の演算数をカウントする回数により説明される．この方略はミン方略，このモデルはミンモデルと名づけられた．

Fuson (1992) は，ミンモデルで考えられた方略以外にも，多様な方略を子どもは用いているとして，子どもの使用する方略の多様性とその発達過程を詳細に検討している（心的演算の方略に関する議論は，栗山 (1995) に詳しい）．

2．ネットワーク検索モデル

Groen & Parkman (1972) や Fuson (1992) は，問題の解決までにいくつかのステップを仮定する手続き的方略による処理を仮定していた．これに対して，Ashcraft (1987) は，心的演算の処理にファクト検索方略を取り入れたネットワーク検索モデル (network retrieval model) を提唱した．ファクト検索方略とは，問題と答えの間に連合を仮定し，答えを長期記憶から直接検索する方略である．

このモデルでは，問題と答えをノードとみなし，その間の連合を仮定するネットワークモデルの枠組みが用いられている．演算処理のネットワークモデルによる説明は，後述のいずれのモデルでも用いられている（心的演算処理のネットワークモデルに関しては，McCloskey, Harley & Sokol (1991) に詳しい）．

対象が子どもであることは Groen & Parkman (1972) と一致しているが，使用される方略をカウンティングに限定しておらず，ファクト検索方略を取り入れていることが大きな違いである．ファクト検索方略の使用は，成人を対象とした場合は Groen & Parkman (1972) がその使用を指摘していた．ところが，ネットワーク検索モデルでは，ある程度の知識を獲得した子どもがファクト検索方略を使用しているとしている．

このモデルでのファクトの検索は，まず，入力された2つの数を表す演算数ノードが活性化する．類推モデルとしては，九九表において，それぞれの演算数を持つ行・列を活性化させると考えられる．そして，その行・列の交わる部分のノードが最大の活性値を持ち，答えとして出力される．

このモデルでは，ファクト検索方略を支えるネットワークの発達を中心にしている．その発達メカニ

3）max (m, n)，min (m, n) は，それぞれmとnの大きな数，小さな数を指す．

ズムは単純で，ファクトの学習頻度により，そのリンクの強さが強化されていくというものである．

ネットワーク検索モデルでは，小さな数は大きな数に比べて，学習される頻度が多いと仮定され，小さな数のノード間のリンクは強く，大きな数は弱くなるとされた．これにより，問題サイズ効果が説明された．

3．連合分布モデル

Siegler らは，子どもの方略選択の発達に関する研究の材料として，演算処理を用いてきた．その中で，演算処理のモデルが提唱されていおり，連合分布モデル（distribution of associations model）と呼ばれている（Siegler, 1987, 1988; Siegler & Shrager, 1984）．

このモデルでも，ネットワーク検索モデルと同様，ファクト検索方略と手続き的方略の２種の方略が仮定される．ネットワーク検索モデルが，ネットワークの発達を中心に述べていることに対して，連合分布モデルは方略選択の発達に説明の中心を置いている．

モデルは，（１）ファクト検索段階，（２）記憶の精緻化段階，（３）手続き段階の３段階の処理を行う．

ネットワークには，それぞれの問題に対し，問題と答えの連合の強さが仮定される．たとえば，３＋５に対しては８との連合を持つ．さらに，３＋５は，６，７，９などの数とも連合を持つ．ファクト検索段階において，提示された問題に対して，その答えの候補が活性化する．活性化の強さは，連合の強度に依存する．答えの候補の活性値のうち，少なくとも一つがあらかじめ決定されている確信範囲を越えた場合は，ファクト検索方略が採用される．このとき，確信範囲を越えた答え候補が複数ある場合，個々の数が検索される確率は，問題との連合の強さにより比例配分される値である．たとえば，３＋５が提示されたとき，６，７，８，９の連合が強く，これらの数の連合の強さが確信範囲を越えたとする．このとき，８が検索される確率をＰ（８）とすれば，Ｐ（８）＝（８の連合の強さ）/（すべての数の連合の強さの和）と書ける．たとえば，８の連合の強さが0.4，すべての数の連合の強さの和が0.8であるとき，８が検索される確率は50％となる．

一回目の検索で確信範囲を越える答えの候補がないとき，あらかじめ決定された検索距離の範囲内で何度も検索が試みられる．検索距離に達してもなお確信範囲を越える数がなかったとき，モデルは記憶の精緻化段階に入る．記憶の精緻化段階では，メンタルイメージや感覚運動的（kinesthetic）な手がかりを用いて，記憶の精緻化を行う．記憶の精緻化を行い，確信範囲を越える数があれば，ファクト検索により答えが述べられる．

精緻化が行われてもなお確信範囲を越える数がないとき，モデルはカウンティングなどの手続き的方略を用いる．

答えが述べられたあとには，フィードバックが行われる．ファクト検索，手続きの使用にかかわらず，問題と出力された数の連合を強化する．これによって，学習が進行していく．

問題サイズ効果は，ファクト検索が行われた場合には，ネットワーク検索モデルと同様に，学習の頻度の仮定により生じるとされる．また，サイズの大きな問題は，学習の頻度が低いことから，ファクト検索方略よりも時間のかかる手続き的方略が採用されやすくなる．このような採用される手続きの違いも，問題サイズ効果の一因であるとされる．

Siegler & Shipley（1995）は，連合分布モデルを発展させる形で，適応的方略選択モデル（adaptive strategy choice model）を提唱している．連合分布モデルと異なる点は，ファクト検索方略を多数ある方略の一つとし，連合分布モデル以上に方略選択に説明の中心が置かれていることである．これにより，心的演算処理以外の領域でも応用可能で（Siegler & Lemaire, 1997），広い適用範囲を持つものとなっている．

このモデルでは，それぞれの方略に対して，速さと正確さに対するデータベースを持つとしている．データベースには，それぞれの方略に対して，すべての問題に対するその方略の速さと正確さに関する包括的データ（global data），ある特徴をもつ問題に対するその方略の速さと正確さに関する特徴データ（featural data），ある特定の問題に対するその方略の速さと正確さに関する問題固有データ（problem-specific data）を持つ．

問題が提示されると，モデルは使用する方略を選択する．方略選択にあたっては，上に挙げた３つのデータをもとに使用される方略が決定される．手続き的方略の一つが選択された場合は，その方略が使用される．ファクト検索方略が選択された場合は，連合分布モデルに従う．

適応的方略選択モデルは，連合分布モデルと同様に，答えが出力された後は，フィードバックによりデータの更新が行われる．

4．ネットワーク干渉モデル

Campbell & Graham（1985）は，子どもの乗法の

解決時にみられる誤りを質的に分析し，ある一定の誤りの傾向があることを明らかにした．もっとも多い誤りは，演算表関連エラーである．これは，九九表における同一の行や列の数を誤りとして出力する現象である．たとえば，3×5の答えに，3×6の答えである18を誤りとして出力しやすい．さらに，このような誤答率と反応時間の間に，相関関係があることを示した．

これをもとに，Campbell & Graham (1985) は，このような誤りとする数が干渉することにより，反応時間が決定されるとするネットワーク干渉モデル (network interference model) を提唱した．Campbell & Graham (1985) では，計算モデル化までには至っていないが，その後，Campbell & Oliphant (1992) によって，干渉を用いた反応時間の説明が計算モデル化された．さらに，Campbell (1995) は，ネットワーク干渉モデルの改良版を提唱した．

このモデルとネットワーク検索モデルの大きな違いは，問題と答え以外の連合が反応時間に影響を及ぼすという部分である．ネットワーク検索モデルでは，3×5と15の連合の強さの関数によって反応時間が決定されるとされ，3×5と誤りである18との連合の強さは反応時間とは無関係である．

これより，Campbell (1995; Campbell & Oliphant, 1992) の詳細を述べる．

まず，表象の仮定として，2～9の演算数の組み合わせよりなるファクトをノードとして仮定する (たとえば，3×4＝12や5＋2＝7などが一つのノード)．モデルは，問題が入力されると，その問題を物理的コード (physical code) と大きさの類似性 (magnitude similarity) により符号化し，それぞれのファクトの活性値を決定する．

物理的コードとは，問題の演算数および演算記号などである．この物理的コードに一致，あるいは類似するファクトが活性化する．たとえば，3×6に対しては，演算数と演算記号が一致する3×6＝18をはじめ，類似する3＋6＝9や3×4＝12もある程度の活性化をする．

大きさの類似性は，提示された問題の答えに近いノードを活性化させる．たとえば，3×6に対して，大きさの一致する3×6＝18や2×9＝18はもとより，大きさの近い9＋8＝17も活性化する．

大きさの類似性は，答え部分による関数であり，演算数の大きさが類似していても，その大きさが直接評価されることはない．大きさの類似性の量的評価には，Welford (1960) による，2つの数の間の心理的距離を示す関数 log L / (L − S) を用いている．ただし，L，Sはそれぞれ，2数の大きな方の数，小さな方の数を示す．

以上の手続きにより，それぞれの活性値の初期値を得て，活性値の初期値の強いノードの活性値を増幅させる過程に入る．その際，活性値が強いものが複数ある場合は，相互抑制が行われる．最終的に閾値に達したノードの答え部分が，求める答えとして出力される．

問題サイズ効果は，大きさの類似性により説明される．大きさの類似性により，大きな数を持つノードは，その類似するノードも比較的大きな活性値を持つことになる．これにより，大きな活性値を持つノード同士の干渉が起こり，活性化の増幅のスピードが遅くなる．したがって，大きな数の問題は反応時間が長くなる．

Campbell (1995) のモデルは，対象を成人に限定することで，用いられる方略をファクト検索方略のみに限定している．これは，先行するモデルと異なる大きな特徴である．こうすることで，演算処理に見られる様々な現象を，ネットワークモデルにより詳細に再現した．

5．MATHNET

McCloskey & Lindemann (1992) は，バックプロパゲーション法 (誤差逆伝播法) を学習アルゴリズムに持つPDPモデル (Parallel Distributed Processing model; ニューラルネットワークモデル，コネクショニストモデルとも呼ばれる) を用い，乗法の学習過程と処理過程をモデル化した．このモデルは，MATHNETと名付けられた．

モデルのアーキテクチャは，26の問題ユニット (入力ユニット)，40の隠れユニット (中間ユニット)，24の答えユニット (出力ユニット) よりなる．

学習段階では，問題の大きさによるファクトの学習頻度を操作し，学習を行っている．この点は，ネットワーク検索モデルと同様である．処理段階では，解決する問題を入力したときに，もっとも活性化している出力ユニットの値を答えとする．

これまでのネットワークモデルと比較して，もっとも大きな特徴としてあげられるのが，答えの2桁表象の構造である．このモデルでは，答えの2桁数を，十の位と一の位に分割した表象構造を用いている．たとえば，6×7が入力された際は，十の位の4と一の位の2が活性化し，答えに至る．

MATHNET以外のネットワークモデルでは，基本的には，答えとなる数一つ一つを独立した表象として扱っている．たとえば，6×7が入力された際，42という表象全体が活性化するとしており，十

の位の4と一の位の2を独立したものとして扱っていない．

第2．問題点の吟味

ここでは，これまでの心的演算処理研究におけるモデル上，および実験的検討による6つの主要な対立点をまとめた．

それぞれの問題に関しては，論点，実験的検討，処理モデルの3つの点から考察した．論点は，それぞれの問題の議論の中心を述べたものである．実験的検討では，その問題に対する実験的な検討をまとめた．処理モデルでは，これまでの処理モデルにおけるこれらの問題の扱いと，相違点をまとめた．

それぞれの対立点の最後には，結論として，これまでの研究を統合した結果と，今後の方向を議論した．

なお，本研究で扱う問題点と，これまでの処理モデルの考え方の関係を，Table 1にまとめた．

1．手続きかファクト検索か

論点　演算処理には，手続き的方略が用いられているのか，それともファクト検索が用いられているのかという問題である．この問題については，Ashcraft (1987) をはじめとして，実験的検討とモデル化が十分に繰り返されてきた．

これまでに提唱された処理モデルでは，学習の初期段階である場合には，手続き的方略が使用されるということで一貫している．また，手続き的方略が用いられることは，統計モデルによる検討 (Groen & Parkman, 1972) のほかに，子どもの演算処理過程を観察した研究（たとえば，Fuson, 1992; Siegler, 1988）などによっても明らかにされている．

問題となるのは，学習がある程度進んだ子ども，あるいは成人を対象とした場合である．これまでの処理モデルでは，成人の演算処理はファクト検索によることで一貫している．たとえば，成人のみを対象としたネットワーク干渉モデルやMATHNETでは，仮定する処理方略はファクト検索のみである．また，学習の初期段階では手続き的方略の使用を仮定するネットワーク検索モデルや連合分布モデルであっても，成人ではファクト検索モデルが用いられているとしている．

実験的検討　この問題に関しては，1980年代から多数の実験的検討が加えられている．その中で，成人やある程度の知識を獲得した子どもがファクト検索方略を用いているという仮説を支持するものが圧倒的に多い．その中から，演算選択エラー (Ashcraft, 1987)，自動的活性化 (LeFevre, Bisantz & Mrkonjic, 1988)，エラープライミング (Campbell & Clark, 1989) やネガティブプライミング (Stadler, Geary & Hogan, 2001) のようなプライミング研究の3つを挙げておく．

演算選択エラーとは，加法の問題を解決する際に，その問題の2数の積を答えてしまう誤り，あるいはその逆である．たとえば，3＋4に対して，12と答えてしまう誤りである (Ashcraft, 1987)．誤りのタイプを分類したCampbell (1995) によれば，加法の問題に積を答える誤りは，加法の誤り全体の

Table 1　これまでに提唱された処理モデルと，本稿の論点に対する考え方

モデル名	代表的論文	方略	連合と干渉	課題ごとの処理	答え出力表象	反転問題	同数効果
ミンモデル	Groen & Parkman (1972)	手続き	—	—	アナログ	同一	—
たし算モデル	Fuson (1992)	手続き	—	—	アナログ デジタル	異なる	—
ネットワーク検索モデル	Ashcraft (1987)	手続き ファクト検索	連合	同じ	アナログ	異なる	検索
連合分布モデル	Siegler (1988), Siegler & Shrager (1984)	手続き ファクト検索	連合 干渉	—	アナログ	異なる	検索
適応的方略選択モデル	Siegler & Shipley (1995)	手続き ファクト検索	連合 干渉	—	アナログ	異なる	検索
ネットワーク干渉モデル	Campbell (1995), Campbell & Oliphant (1992)	ファクト検索	干渉	—	アナログ デジタル	異なる	検索
MATHNET	McCloskey & Lindemann (1992)	ファクト検索	連合	—	デジタル	異なる	検索

注：表中の“—”は，対応する問題が，当該の処理モデルで扱われていないことを示す．

23.1%にのぼり，74.1%である演算表関連エラーに次ぐ頻度の高い誤りである．

また，真偽判定課題でも同様の傾向がある．たとえば，3＋4の答え部分に2数の積である12を提示した場合は，13のような無関連な数を提示するよりも，誤反応までの反応時間が長いことが示されている（Zbrodoff & Logan, 1986）．

演算選択エラーは，手続き的方略の使用を仮定するモデルからは極めて説明が行われにくいと考えられる．たとえば，加法で用いられる手続き的方略は，ミン方略（Groen & Parkman, 1972）や数えたし方略（Fuson, 1972）のようなカウンティングをベースとしたものがあるが，これらの手続きを用いた場合に予測されるエラーは，答えに近い数である．加法と乗法に適用される手続に大きな違いがあることは，内観報告をもとにしたLeFevre, Bisanz, Daley, Buffone, Greenham & Sadesky（1996a）とLeFevre, Sadesky & Bisanz（1996b）の研究を比較しても分かる．そのとき，加法の問題を解決する際に，乗法の手続きが誤って適用されるとは考えにくい．

一方，ファクト検索方略では，提示された2数とは，和と積ともにリンクが仮定でき，演算選択エラーを自然に説明することができる．

自動的活性化（あるいは強制的活性化）は，LeFevre et al.（1988）によってその存在が示された．LeFevreらは，次のような手続きを用いて，2数に対する和は，その検索意図がない状態でも，検索が行われることを示した．

その手続きは，次の通りである．まず，画面上に，2＋3のような数式を提示する．その直後に，2や5のような1桁の数を提示する．その際，後に提示された数が，はじめに提示された2数のいずれかである場合には正反応を，それ以外の数の場合は誤反応を求める．反応を求める数が2数の和である場合と，それ以外の無関連な数の場合の，誤反応までの反応時間を比較した結果，2数の和である場合の反応時間が長いことが示された．

この手続きでは，2数の和を求めることは課題要求とはされてない．したがって，この実験結果は，検索意図がない状態でも和は検索されることの証拠であるといえる．

この結果は，演算処理に手続き的方略が用いられる仮説は支持できない．なぜなら，カウンティングのような手続き的方略には，検索意図が必要条件であると考えられるからである．カウンティングのような手続きは，検索意図がない場合には，手続きが生起しないであろう．

その後，自動的活性化に関する研究は，発達的検討（Lemaire, Barrett, Fayol & Abdi, 1994），個人差に関する検討（LeFevre & Kulak, 1994），積に関する検討（Thibodeau, LeFevre & Bisanz, 1996）などが行われた．

エラープライミングとは，系列的に産出課題を解決していく実験手続きの中で，以前の試行の問題の正解が，その数試行後の問題の誤りとして産出される傾向が高い現象である．たとえば，3×6に15と誤って答える背景には，数試行前に，3×5を解決したことが影響している．逆に，直前の試行の答えは，その直後の試行では誤りとして産出される傾向が低いことも知られている．特に，前者はポジティブエラープライミング，後者はネガティブエラープライミングと区別される（Campbell & Clark, 1989; Campbell & Tarling, 1996）．この現象は，はじめは乗法を中心に実験的検討がなされたが，加法においても確認されている（Arbuthnott & Campbell, 1996, 2000）．

また，エラープライミング以外にも，Stadler et al.（2001）は，和に関するネガティブプライミングの効果が見られることを示した．実験では，“2　4”のように，1～6までの数が左右に提示された．被験者は，左側の数は無視し，右側の数に割り当てられたキーを押すことを求められた．このとき，直前の試行の和が，次の試行の反応を求められる数（右側の数）である場合には，無関連である場合よりも反応時間が長いことが示された．

この結果は，直前の試行では，和の検索が全く求められない場合であっても，何らかの和に関する処理が行われていることが示唆される．

以上のようなプライミング研究の結果は，ファクト検索方略では容易に説明が可能である．プライム段階における処理が，ネットワーク表象を変化させ，次の試行に影響を及ぼすとすればよい．たとえば，ネットワーク干渉モデルでは，こうすることでエラープライミングが説明されている．また，プライミング現象は，演算処理以外にも見られるものであり，ネットワークモデルによる説明が主流である．

以上が，成人がファクト検索方略を用いているとする考えを支持する結果である．一方で，近年であっても，成人は手続き的方略を用いているとの主張もある．

LeFevre et al.（1996a, 1996b）は，成人も手続き的方略を用いていることを，内観報告をもとにした実験により主張した．この研究では，加法と乗法の産出課題を解決した直後に，課題解決に用いた方

略の内観報告を求める手続きが用いられた．この内観報告では，ファクト検索方略以外にも，多様な手続き的方略の使用が報告された．たとえば，加法ではファクト検索＋カウンティング方略や，乗法では加法の繰り返しなどである．

この研究のもっとも重要なのは，内観報告が手続き的であったか，ファクト検索であったかにより，問題サイズ効果や同数効果などの問題タイプごとの反応時間の違いの多くが説明可能であることを，回帰分析により示したことである．たとえば，問題サイズが小さな問題は，解決までに時間がかからないファクト検索方略が用いられ，問題サイズが大きな問題は，解決までに比較的時間を要する手続き的方略が用いられることが示された．また，同数問題は，ファクト検索方略が用いられる頻度が高かった．

処理モデル　これまでの処理モデルでは，比較的初期に提案された，子どもを対象に含めているミンモデルやネットワーク検索モデル，連合分布モデルでは，手続き的方略の使用が仮定されている．一方で，比較的後期に提案された，成人のみを対象としたネットワーク干渉モデルやMATHNETでは，ファクト検索方略のみの使用が仮定されている．

心的演算研究の初期では，就学前児や小学校1年生を対象とした研究が多かった．このため，ミンモデルでは，使用される手続きをモデル化することが主たる視点であった．

しかし，より年齢の高い被験者を研究対象とした場合，ファクト検索方略が使用されることが明らかになってきた（Ashcraft, 1987）．そこで，ネットワークモデルの枠組みを用い，手続き的方略からファクト検索方略への移り変わりのモデル化が試みられた．

その後，対象が成人まで広げられたことから，ファクト検索方略にまつわる新たな現象の説明が試みられてきた．これらのモデルでは，対象を成人に限定し，ファクト検索方略を用いることを前提に，検討が進められてきた．

以上のように，モデルで仮定される方略は，その対象となる被験者の年齢が広げられることと同期して，改良が加えられてきたことがわかる．

結論　演算処理に使用される方略は，子どもでは手続き的方略，成人ではファクト検索方略ということで，ほぼ同意が得られているといえよう．これまでの研究でも，子どもを対象とするときは手続き的方略，成人を対象とするときはファクト検索方略を仮定して研究が進められており，今後も，この枠組みからの検討が妥当であると考えられる．

しかしながら，新たな実験的検討により，成人でも手続き的方略が使用されているという指摘もある．また，適応的方略選択モデルでは，必ずしも成人がファクト検索方略を使用することを予測してはいない．成人の使用方略については，ファクト検索方略を仮定したモデルによる検討を行う一方で，手続き的方略の使用についても再考の余地がある．

なお，手続き的方略による説明の枠組みと，ファクト検索方略による説明の枠組みでは，これより述べる問題点に対する考え方が大きく異なるものとなる．本稿では，ファクト検索モデルによる説明を中心に述べたが，適宜手続き的方略を仮定するモデルとの関連も述べた．

2．連合強度か干渉強度か

論点　ファクト検索モデルを仮定した際，その表象構造としてネットワークモデルの枠組みが用いられ，検討されてきた．

これまでに提唱されたファクト検索モデルのほとんどが，ネットワークモデルの枠組みが用いられているものである．しかしながら，その詳細は異なっている．

Fig. 1に，問題と答え，および答えの候補となる数のネットワーク表象を示す．問題と答えの候補の数をそれぞれ一つのノードとしてみなすとき，それらのノード間のリンクとしては，以下の3つが考えられる．

第一に，問題と答えの連合の強さであり，Fig. 1の（A）のリンクの強さである．この連合が強いほど，その問題に対する反応時間が短くなるとされる．

第二に，問題と答え以外の数との連合の強さであり，Fig. 1の（B）のリンクの強さである．これは，答えを検索する際，このリンクが強いほど答えに干

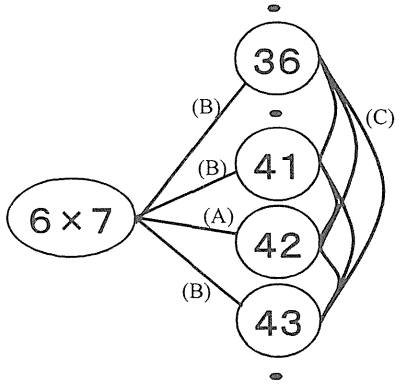

Fig. 1　ネットワークモデルの概念図

渉し，答えの検索を遅らせると考えられる．また，誤りとして出力される頻度も高くなる．連合分布モデル，ネットワーク干渉モデルなどで仮定される．

第三に，答え候補間のリンクの強さであり，Fig. 1の（C）のリンクの強さである．この連合が強ければ，問題と答え以外のリンクとの相乗効果により，干渉が強くなると考えられる．ネットワーク干渉モデルで仮定される．

ここでは，第一の変数を連合強度，第二，第三の変数を合わせて干渉強度と大まかに分類することにする．このなかのどちらの要因が現象説明により有効であるかをめぐって，議論が展開されてきた．

実験的検討　ネットワークモデルの枠組みで演算処理が議論され始めた当初は，問題タイプごとの反応時間の違いと連合強度の対応が仮定されて議論されてきた（Ashcraft, 1987; Ashcraft, Fierman & Bartolotta, 1984）．このため，議論の焦点は，問題タイプごとの連合強度の違いが，どのような要因によって起こるのかであった．

ひとつの解釈として，学習頻度の効果があげられている．Hamman & Ashcraft（1986）は，小学校の教科書に出現するファクトの頻度を調査した．その結果，問題サイズが小さいファクトの頻度が高いことが明らかになった．Ashcraft（1987）は，このような学習頻度の差異が問題と答えの連合の強さを決定し，結果として反応時間に差が見られると説明した．教科書を調査した研究は，その後もより詳細にわたる調査がいくつか行われたが，問題サイズごとの比較に関しては，同様の結果が得られている（Ashcraft & Christy, 1995; Siegler, 1988）．

一方，演算処理に見られる誤りを質的に検討した場合，その誤りにはある一貫した傾向があることが明らかになっている．Campbell & Graham（1985）は，子どもの乗法における誤りを質的に検討した結果，演算表関連エラーが多く見られ，問題サイズが大きくなるにつれて，そのエラーの頻度が高くなることを明らかにした．さらに，問題ごとのエラーの頻度と反応時間の間には，高い相関関係があることが明らかにされた．このことから，Campbell & Graham（1985）は，エラーを誘発するような誤りであるリンクが，正解である答えに干渉することが反応時間に影響を与えていると解釈し，Campbell（1995）によってモデル化された．

このことをより直接的に検討した研究として，Campbell（1987b）がある．実験では，ある問題セットの乗法の問題を解決する際のエラーの頻度と正解の反応時間が従属変数とされた．

これらの問題には，それぞれ典型的な演算表関連エラーがある．一つの条件では，ある問題に対して，その問題の演算表関連エラーとして典型的に産出される数を答えに持つ問題は，その問題セットの中には含まれていないもので構成された．もう一つの条件は，先の問題セットに加えて，それぞれの問題の典型的な演算表関連エラーとして産出される数を答えに持つ問題が加えられ，新たな問題セットが構成された．もし干渉の効果が，演算処理の反応時間に影響を及ぼすとすれば，後者のセットでは，典型的なエラーとなる数の処理が促進され，問題により強く干渉することにより，反応時間の増加が予測される．

実験の結果，後者のセットでは反応時間の増加がみられ，演算処理の反応時間には，干渉の影響があることが示唆された．

他の実験的検討として，Zbrodoff（1995）は，A＋2＝Cのような人工的な演算課題を学習後，その真偽判断までの時間を従属変数とする実験により，問題サイズ効果に対する連合強度と干渉強度の寄与を吟味した．操作された変数は，問題の学習頻度と，課題セットの類似性である．課題セットの類似性とは，学習されるいくつかの問題の間の類似度である．問題の学習頻度は連合強度，課題セットの類似性は干渉強度と解釈された．

課題セットの類似性がない条件では，問題ごとの学習頻度に差をつけても，学習が進むにつれて学習頻度の効果は減少した．つまり，学習が十分に進むと，問題ごとに学習頻度の差があっても，最終的なテストでの反応時間には，学習頻度の影響は見られなくなった．一方，課題セットの類似性が大きい条件では，学習が十分に進んでも，問題ごとの学習頻度の効果がみられた．

通常の演算の問題は，互いの類似性が大きい．この実験では，このような類似性が大きい条件下では，問題ごとの学習頻度は，反応時間に大きな影響を与えることを示唆している．この結果から問題サイズ効果を解釈すると，問題サイズ効果には，ファクトごとの学習頻度の差が影響を与え，かつ，ファクトの類似性も影響を与えていると考えられる．つまり，問題サイズ効果は，連合強度と干渉強度の2要因によって生起していると考えられる．

処理モデル　これまでに提案されているモデルでは，連合強度と干渉強度の変数の仮定が異なっている．これらの処理モデルを，連合強度と干渉強度の仮定により分類すれば，Table 1のようになる．たとえば，ネットワーク検索モデルでは，連合強度のみが反応時間に影響を及ぼす変数として仮定されており，干渉強度の影響は仮定されない．一方，ネッ

トワーク干渉モデルでは，連合強度は，問題タイプごとの反応時間の差には影響しないとされ，反応時間の差を生み出すのは干渉強度の差，特に答え候補間の干渉強度である[4]．さらに，連合分布モデルでは，連合強度と干渉強度がともに反応時間の差に影響するとしている．

ネットワークモデルの枠組みが用いられた初期では，連合強度のみが仮定され，議論が展開されてきた．その後，誤りの分析を進めるなかで，干渉モデルの有効性が確認され始めたといえる．特に，成人を対象とし，ファクト検索の処理過程の詳細をモデル化した場合には，干渉の仮定は不可欠のものとなっていることがわかる．

結論　もっとも重要な論点は，干渉強度の反応時間への影響である．初期のモデルでは，連合強度のみが仮定されていたが，これはモデルの節約の原理にかなった枠組みである．一方，研究が進むにつれて，干渉モデルの有効性が確認された．したがって，干渉強度の仮定は，連合強度のみのモデルの発展形と解釈することができよう．

現状では，連合強度と干渉強度の２要因モデルの中での解釈がもっとも妥当である．今後さらに，どちらの要因が現象の説明に対してより有効であるかを議論していく必要があるだろう．

３．産出課題と真偽判定課題は同じ処理か異なる処理か

論点　心的演算の処理の検討には，産出課題が用いられることが多い．その一方で，真偽判定課題が用いられる研究もある．

古くは，真偽判定課題は産出＋比較方略により解決されているとされた（Ashcraft, 1987; Ashcraft et al., 1984）．たとえば，３×５＝15の処理は，最初に３×５の答えである15が検索され，その後答えに提示されている15の部分と産出された15が比較され，真偽が判定されるとするものである．

一方で，産出課題と真偽判定課題の処理が異なるとの指摘もされてきた．これは，真偽判定課題の処理過程に産出課題の処理が含まれておらず，全く別の処理経路を持つとする考え方である．

実験的検討　真偽判定課題が産出＋比較方略により解決されていることを主張したのは，Ashcraft et al.（1984）である．この実験では，子どもと成人に対して，加法の産出課題と真偽判定課題に対する問題サイズ効果が比較された．その結果，問題サイズ効果の大きさは，産出課題と真偽判定課題で違いがなかった．

一方，Campbell（1987a）は，乗法において，産出課題と真偽判定課題の成績を比較した．その結果，問題サイズ効果の効果量は，２つの課題の間で大きく異なることが明らかになった．

以上のような課題間の反応時間の直接的な比較の他にも，いくつかの実験的検討がある．

Zbrodoff & Logan（1990）は，真偽判定課題において，問題の提示と答えの提示の間に遅延時間をおく実験により，産出＋比較仮説の検討を行った．実験では，真偽判定課題と，数比較課題が行われた．真偽判定課題では，問題提示と答え提示の間の遅延時間が操作された．数比較課題では，真偽判定課題の数式のかわりに，その真偽判定課題の答えが提示された．つまり，数比較課題では，提示された２つの数が等しいか，等しくないかを判断する課題であった．

真偽判定課題が産出＋比較により解決されているとすれば，遅延時間に関係なく，産出処理が行われ，その後比較処理が行われることになる．数比較課題は，比較処理成分のみを取り出していると考えることができ，遅延時間と課題間の交互作用はないことが予測される．

実験の結果，遅延時間と課題間の交互作用がみられた．特に，遅延時間が短い場合は，真偽判定課題の反応時間が比較課題よりも長く，遅延時間が長くなるにしたがって，２つの課題間の反応時間はほぼ等しくなった．

この結果は，真偽判定課題では，答え部分を無視した産出処理が行われるのではなく，答え部分を含んだ等式全体により，演算表象にアクセスしていると解釈された．遅延時間が大きくなると，答え部分の提示なしに産出処理が完了するため，２つの課題間の反応時間に差がなくなると考えられる．

この結果から，Zbrodoff & Logan（1990）は，産出課題と真偽判定課題の処理が異なるとする二重マクロプロセスモデル（dual macroprocess model）を提案した．このモデルのもっとも主要な点は，真偽判定課題では，その反応に答え部分の提示が影響を及ぼすということである．産出課題では，答え部分の提示がないことから，答え部分の影響という意味で，２つの課題の処理は，根本的に異なる処理が行われているとしている．二重マクロプロセスモデル

4）Campbell（1995）によるネットワーク干渉モデルでは，３×６＝18のようなファクトが一つのノードとして仮定されている．このモデルは，３×６と18のように問題と答えに分けたノードを仮定し，その間のリンクが，すべてのファクトで等しいというモデルと同値であると考えた．

に関しては，Zbrodoff & Logan (2000) は，ストループ様課題を用いて検討を行ったが，答え部分の提示が真偽判定課題の処理に影響するという仮説を支持するものであった．

もう一つの検討として，Campbell & Tarling (1996) は，エラープライミングを用いて，産出課題と真偽判定課題の処理過程の違いを検討した．手続きは，産出課題と真偽判定課題が交互に出現する問題系列を解決することを求めるものであった．

検討の結果，産出課題のエラープライミングは，以前の産出課題の処理の影響によるものであり，以前の真偽判定課題の処理は全く影響を及ぼさないことが明らかになった．この結果は，真偽判定課題の解決は，その後の産出課題の処理に影響を及ぼさないことを示しているものである．したがって，産出課題と真偽判定課題の処理経路が異なることが示唆される．

処理モデル　これまでの演算処理モデルでは，ほとんどのモデルが，検討対象を産出課題に限定している．一方で，ネットワーク検索モデルでは，産出課題と真偽判定課題の双方を説明可能であると明言している．

しかし，ネットワーク検索モデルでは，真偽判定課題は，産出＋比較方略による解決が想定された．したがって，真偽判定課題は産出課題の処理を内包していることになる．

その他のモデルでは，説明対象を産出課題に限定している．しかし，産出＋比較方略を採用した場合には，比較部分を加えることによって，その他のモデルによっても説明が可能となる．

真偽判定課題が産出課題とは異なる処理が行われているとする立場からは，Zbrodoff & Logan (1990) がある．しかし，具体的に反応時間を予測する計算モデル化は，未だ試みられていない．

結論　これまでの実験的検討を概観すれば，産出課題と真偽判定課題が産出＋比較方略により解決されているとする主張は，Ashcraft et al. (1984) の加法の反応時間を比較した場合のみである．その他の検討では，すべての検討が，産出課題と真偽判定課題の処理が異なることを主張している．

Ashcraft et al. (1984) の結果は，反応時間の一致を主張するのみであり，処理プロセスが異なるという立場であっても，加法の課題間の反応時間が等しいこととは矛盾しない．したがって，産出課題と真偽判定課題では，その処理プロセスは異なるということは，ほぼ同意が得られている事実としてよいだろう．

真偽判定課題が産出＋比較方略により解決されているとは考えられないとき，現状では，真偽判定課題特有の処理プロセスのモデル化は試みられていない．今後は，真偽判定課題に特有の処理の特徴を明らかにし，その特徴を実装した処理モデルを構築することが期待される．

ただし，課題間の処理経路が異なるという検討は，すべて成人を対象として行われている．したがって，手続き的方略を使用すると考えられる子どもでは，産出＋比較方略の使用が十分に考えられる．

4．答え出力の2桁表象はアナログかデジタルか

論点　ファクト検索モデルにより演算処理をモデル化する際，答えを出力する何らかのユニットを仮定する必要がある．そのユニットの中では，答えとなる数の表象構造が必要である．この答えとなる数の表象構造をめぐって，処理モデルごとの違いがある．

問題サイズの大きな加法や乗法では，答えが2桁となる場合が多い．この2桁数の表象構造が，十進構造をもとにした構造を持つのか，それともこのような構造を無視しているかが問題となる．

たとえば，15と18では十の位を共有し，17と20では十の位も一の位も共有しない．したがって，15と18を答えに持つ問題の間に何らかの共通性を仮定する必要があるとするのが，十進構造に基づいた考え方である．一方で，このような十進構造を全く仮定しないという考え方もある．

本稿では，前者のような十進構造を持つ考え方を，位の分離をしていることから，デジタルモデルと呼ぶことにする．一方，後者のような十進構造を無視した考え方を，連続的な自然数系列，いわゆる心的数直線（Dehaene, 1997）のような2桁数構造を仮定することから，アナログモデルと呼ぶことにする．

実験的検討　この問題は，演算処理研究では，Campbell (1995) が，産出課題のエラーの質的分析により，議論している．

Campbell (1995) は，次のような演算数エラーの存在を明らかにした．演算数エラーとは，問題の左側の演算数は，十の位に誤りとして現れやすく，右側の演算数は一の位に誤りとして現れやすい現象である．たとえば，7×8に対して，48というエラーが産出されやすいのは，一つは演算表関連エラーがある．しかしながら，8×7の場合は，48というエラーが比較的少ない．これは，演算表関連エラーのみでは説明ができない．Campbellは，7×8の8

が，答えの一の位に影響を与えやすく，これによって48というエラーが増加すると分析した．以上の演算数エラーは，提示された問題と答えの左という位置情報により，十の位と一の位への影響が異なるとされた．

演算数エラーは，完全なアナログモデルからは説明ができない．つまり，一の位と十の位を分ける，何らかのデジタル構造がなければ，説明できないのである．

演算処理研究では，これ以外には，特に直接的な実験的検討が行われていない．しかしながら，演算処理研究に関連が深いものとして，数の大きさ判断課題をはじめとした自然数の表象を検討した研究を挙げることができるであろう（Dehaene, Dupoux & Mehler, 1990; Nuerk, Weger & Willmes, 2001）．

Dehaene et al.（1990）は，2桁の数表象の構造を検討するために，数の大きさ判断課題による検討を行った．その手続きは，あらかじめ決められた基準数（たとえば55）に対して，提示された数がその数よりも大きいか，小さいかを判断するものである．大小判断までの反応時間が測定された．

議論の対象となるのは，基準数と十の位が異なる際に，一の位の数の影響があるかということである．デジタル表象を仮定した場合，たとえば41や49を基準数55よりも小さいと判断する場合には，十の位の4と5を比較することになる．よって，41と49に対する反応時間には差が見られないことが予測される．ところが，実験の結果，41と49では，49の方が反応時間が長いことが示された．また，39と41のような，十の位が異なる数の場合でも，それほど反応時間が異ならないことが示された．回帰分析による検討の結果，反応時間は，基準値と比較対象の数の差の絶対値を対数変換した値に比例することが明らかになった．

この結果は，2桁数の大きさ表象は，十の位の違いよりも，全体としての大きさの差が重要な情報であることを示唆している．すなわち，十の位と一の位を分割したデジタル構造ではなく，アナログ構造が妥当であると考えられる．

これに対して，Neurk et al.（2001）は，このような大きさ判断が，必ずしも2桁数全体による判断だけではないことを主張した．Neurkらの実験では，2つの数を同時に提示し，被験者に大きい方の数に割り当てられたキーを押すことを求める課題が用いられた．検討の結果，比較される2つの数の絶対的な大きさが等しい条件間でも，十の位と一の位の大小関係が一貫している条件の方が，反応時間が短いことが示された．たとえば，47と62の大小判断までの反応時間と，42と57の反応時間を比較した際，絶対的な差は15と変わらないが，十の位と一の位の大小関係が一貫していない後者の方が長かった．

この結果は，完全なアナログモデルでは予測されない．完全なアナログモデルでは，十の位や一の位の数は分離できないことから，絶対的な差分が等しければ，反応時間は等しくなることが予測されるからである．すなわち，この結果は，十の位と一の位が分割されて処理が行われていることを示唆しているのである．

処理モデル　ネットワーク検索モデルや連合分布モデルでは，答えとなる数表象は，数の十進法構造とは関連のないものとして扱われているアナログモデルを採用している．以上のような比較的古くからある理論は，理論の煩雑さをさけるため，このようなアナログモデルを採用していると考えられる．

一方で，MATHNETでは，出力ユニットは，十の位と一の位で全く別のユニットが与えられているデジタルモデルを採用している．

最後に，ネットワーク干渉モデルでは，アナログとデジタルの両方の性質を混在させている．アナログ構造を持つのは，大きさの類似性である．大きさの類似性の影響は，答えとなる数の絶対的な大きさによって定義される．一方で，デジタル構造を持つのは，演算数エラーを説明するためのものである．このモデルでは，提示された問題の左の演算数を答えの十の位に持つファクトは，他よりも幾分強く活性化するとしている．たとえば，7×8を処理する際，6×8＝48というファクトを強く活性化させる．これによって，48という誤りが産出されやすいとしている．

結論　古くは完全なアナログモデルが採用されていたが，その背景には，理論の煩雑さを避けるという意味があったと考えられる．また，答え表象の構造は，これまで中心的な問題ではなかった．

これまでの実験的検討を概観すると，より詳細な説明を行うためには，演算数エラーの存在から，完全アナログモデルを支持することは難しいと考えられる．

議論の焦点となるのは，答えとなる数の絶対的大きさが，演算処理に影響しているかということである．ネットワーク干渉モデルのように，数の絶対的な大きさが，現象説明のための大きな要因であると考えるとき，アナログ的性質を考慮する必要がある．

一方で，答えとなる数の絶対的な大きさが，演算処理に影響をしていないとすれば，MATHNETの

ような完全デジタルモデルを採用した方が，モデルが煩雑にならずにすむ．MATHNETでは，問題サイズ効果に対しては，答えの大きさではなく，ネットワーク検索モデルや連合分布モデルのような学習頻度の差を用いて説明している．このため，答え表象に大きさの効果を考慮する必要がなくなる．

また，Whalen（1997）は，ネットワーク干渉モデルのような大きさの類似性による問題サイズ効果の説明を行っているが，大きさが関与するのは答えの数の大きさではなく，演算数の大きさであることを学習実験により示した．この結果に従えば，答えとなる数の絶対的な大きさの情報は，演算処理には必要ではない．したがって，完全デジタルモデルによる表象を仮定しても差し支えない．

もし，数の絶対的な大きさが，演算処理の説明に不可欠の要因であるならば，アナログ，デジタルの両方の性質を兼ね備えることが，現象をもっとも適切に説明することができるだろう．つまり，この問題の解決には，答えとなる数の絶対的な大きさの情報が必要であるかどうかが焦点となる．この点は，今後の実験的検討が必要であろう．

最後に，手続き的方略を仮定するモデルでは，Fuson（1992）の指摘するような，数の合成と分解を用いた方略を使用する際に数の10進構造が関連する．数の合成と分解を用いた方略とは，たとえば，8＋7を解決する際に，7を2＋5に分割し，8＋2＝10を用いて，10＋5＝15とする方略である．また，5のまとまりが用いられるとの報告もある（栗山・吉田，1988, 1995）．このように，10や5のまとまりを作る背景には，数の10進構造の影響があると考えることができる．

5．反転問題の処理は同一か異なるか

論点　3＋5や5＋3のような，演算数を逆にした問題を，反転問題と呼ぶ．この反転問題の処理経路が同一か異なるかという問題が，近年では議論の対象となっている．

ミンモデルでは，2つの演算数から大きな数を選択してからは，反転問題で同じ処理が行われる．一方，たし算モデルでは，発達段階によって，反転問題の間で使用される方略が異なる可能性を指摘している．たとえば，加法の問題を解決する際，左側の演算数に右側の演算数を数えたす方略がある．この数えたし方略を用いた際は，反転問題の処理経路は異なるといえる．

手続き的方略を仮定するモデルでの議論の他に，ファクト検索方略を仮定するモデルでの議論がある．これまでの処理モデルでは，ファクト検索モデルでは例外なく処理経路が異なるとしている．ファクト検索モデルにおけるこの議論は，Rickard, Healy & Bourne（1994）によって提案された比較的新しい問題である．現在までに，いくつかの実験的検討が行われている．

実験的検討　この問題を最初に指摘し，検討したのはRickard et al.（1994; Rickard & Bourne, 1996）である．Rickardらは，乗法の転移課題を用いた次のような検討を行い，反転問題の表象は同一であるとする同一要素モデル（identical elements model）を提唱した．

実験は，学習段階とテスト段階に分けられた．被験者は，はじめ学習段階において特定のファクトの問題を解決した．その後，テスト段階においていくつかの問題を解決した．学習段階とテスト段階に用いられるファクトの組み合わせによって，次の3条件が設定された．一つは，反復条件であり，たとえば，学習時に3×5を学習し，テスト時でも3×5の解決を行う条件である．次に，反転反復条件であり，たとえば，学習時に3×5を学習したが，5×3は学習しないように設定する．その後のテスト時では，5×3の解決をする．最後の条件は，転移が起こったことを保証するための統制条件で，たとえばテスト時で4×6が統制条件として用いられた場合には，学習時で4×6や6×4が学習されていないものである．

議論の焦点は，反転反復条件の成績である．仮に，3×5と5×3の表象が共有されているのであれば，3×5の学習は，5×3の解決も促す．一方で，表象が独立であれば，3×5の学習は，5×3の解決を促進しないはずである．

実験の結果，反転反復条件は，統制条件に比べて，反応時間が短かった．また，反転反復条件と反復条件に反応時間の差は見られなかった．したがって，反転問題の表象が共有であることが示唆された．

これに対し，Arbuthnott & Campbell（1996）は，エラープライミングを用いた実験を行い，反転問題の表象が独立であることを主張した．用いられた問題は加法の問題で，次の3条件が比較された．一つは，位置共有条件で，たとえば，3＋5の問題の解決のあと，3＋6に8と答える誤りの頻度である．比較の対象とされたのが，位置非共有条件で，5＋3の問題の解決のあと，3＋6に8と答える誤りの頻度である．もう一つは統制条件で，エラーの原因となった以前の問題と演算数を共有していない誤りの頻度である．

実験の焦点は，位置共有条件と位置非共有条件の

頻度の比較である．仮に，反転問題が共有表象を持つとすれば，位置情報には無関係であるから，２つの条件間に差がないことが予測される．一方，反転問題が独立の表象を持つとすると，位置共有条件の頻度が高いことが予測される．

検討の結果，位置共有条件の頻度は位置非共有条件の頻度よりも高く，独立表象であることが示唆された．

さらに，Phenix & Campbell（2001）は，人工的な演算課題を用いて，ファン効果（Anderson & Reder, 1999）を利用した検討を行い，独立表象を支持している．

処理モデル　手続き的方略を仮定する場合は，演算数の左右の位置により，使用される方略が異なることは，古くから指摘されていた．その一方，ファクト検索方略を仮定する場合は，これまでの処理モデルではいずれも独立表象が仮定された．Rickard et al.（1994）によるこの問題への着眼は，独立表象を暗黙に仮定していたこれまでのファクト検索モデルの考え方に一石を投じたといえる．今後，Rickard et al.（1994）の結果に基づいた処理モデルも検討されることが期待される．

結論　手続き的方略を使用する場合では，演算数の左右の位置に依存する場合があるというのは，Fuson（1992）や LeFevre et al.（1996a, 1996b）を見ても明らかである．

一方で，ファクト検索方略を仮定する場合，多くの実験的検討が行われてきたが，その結果は一貫していない．したがって，現状では結論を下すのは難しい．

ファクト検索モデルの場合は，これまでは独立表象を仮定したモデルのみであった．今後の実験的検討とともに，処理モデルによる検討も期待される．

最後に，この問題に関連しては，乗法と除法の表象の依存性の問題も議論されている（Campbell, 1997, 1999; LeFevre & Morris, 1999; Rickard et al., 1994; Rickard & Bourne, 1996）．これは，３×５と５×３の表象の独立性の検討と類似する問題として，３×５ =15の表象と，15÷３＝５の表象の独立性の問題があるからである．これまでは，加法と乗法が研究の主流であったが，乗法と除法の関連，あるいは加法と減法の関連も議論が深まることが期待される．

６．同数効果の生起因は符号化過程にあるのか検索過程にあるのか

論点　ファクト検索モデルを仮定し，演算処理を符号化，検索，出力の３過程に分離したとき，同数効果がいずれの過程の優位性から生起しているのかという問題である．この中で，出力過程は，同数問題であろうとも，他の非同数問題の答えと比較して大きな特徴の違いはない．したがって，問題となるのは，符号化過程にあるのか，検索過程にあるのかということである．

90年代までは，例外なく検索過程に原因があるとされてきた（たとえば，Ashcraft, 1987; Campbell, 1995; Siegler, 1988）．たとえば，同数問題は非同数問題よりも学習頻度が高く，連合強度が強いために生起する（Ashcraft, 1987; Siegler, 1988），あるいは，同数問題は非同数問題よりも干渉を受けにくい（Campbell, 1995; Campbell & Graham, 1985; Graham & Campbell, 1992）などである．

ところが，近年，Blankenberger（2001）は，符号化過程に原因があるとする説を提出した．

実験的検討　Blankenberger（2001）は，同数効果の生起因が符号化過程にあることを主張した．これは，同数問題は同じ数が２つ並ぶことにより，非同数問題よりも符号化が有利であるという主張である．Blankenberger（2001）は，この仮説を検討するために，次のような実験を行った．

加法と乗法の産出課題が用いられた．次の２条件が設定された．一つは，表示一致条件で，３＋３のような算用数字による提示，あるいは drei ＋ drei（ドイツ語）のような，単語による提示が行われた．もう一つの表示不一致条件は，３＋ drei のような，算用数字と単語を混在させた表示が用いられた．つまり，これらの２つの条件の違いは，問題の演算数の表現に算用数字と単語が用いられるのであるが，左右の演算数の表現がどちらかの表現で統一されているか否かである．これらの２つの条件に対して，それぞれ同数問題と非同数問題の反応時間の比較，すなわち同数効果の比較が行われた．

議論の焦点は，表示不一致条件で同数効果が見られるかである．仮に，提示された問題の演算数が知覚的に同一の刺激であり，符号化が促進されることにより同数効果が起こるのであれば，表示不一致条件ではこの恩恵を受けられないため，同数効果は生起しないであろう．逆に，同数効果が検索過程に起因するとすれば，表示による効果はみられず，不一致条件でも同数効果がみられることが予測される．

実験の結果，一致条件では同数効果がみられ，不一致条件では同数効果がみられなかった．この結果は，加法と乗法ともに確認された．よって，同数効果が符号化過程に起因することが示唆された．

演算処理におけるこの仮説の検討は，現在のところ Blankenberger（2001）のみである．ただし，間

接的にではあるが，この解釈を支持する結果もある．

Dehaene et al.（1990）は，2桁数の大小比較判断課題を検討した際，55や66のような，位の数が一致する数は，処理が特殊であるとしている．このように，同じ数が連続する場合には，何らかの知覚的に異なる処理が行われていることが示唆される．

処理モデル　これまでの処理モデルでは，モデル化の視点は検索過程に限定されていた．このため，同数効果の生起因も，検索過程にあるという前提の上で議論がなされてきた．

したがって，現状では，同数効果の原因が符号化過程にあるか，検索過程にあるかという問題は，計算モデルによる検討は全く行われていない．

結論　現在，この問題を扱っているのはBlankenberger（2001）のみである．したがって，この問題に関しては，今後の検討が待たれることとなる．

Blankenberger（2001）の研究は，演算処理の反応時間に関して，符号化過程の重要性を指摘した．これは，これまでの処理モデルでは全く考慮されてこなかった枠組みである．また，符号化過程の重要性は，手続き的方略を仮定したモデルにもあてはまることである．今後，同数効果に限らず，この枠組みを用いることで，より精緻に現象の説明がなされる可能性もある．

最後に

本稿では，1桁の加法と乗法の心的演算処理過程を探る研究を概観してきた．

本稿では，実験的検討と計算モデルによる検討の2つの観点から，6つの問題点を議論した．反転問題の表象と同数効果の生起因に関しては，実験的検討も始まったばかりである．産出課題と真偽判定課題の違いは，実験的検討は十分になされているが，課題間の処理が異なる立場からの計算モデル化は，未だ行われていない．答え表象の問題に関しては，処理モデルではその考えが導入されてはいるが，実験的検討による決着はついていないのが現状である．これらの問題は，方略の問題や干渉の問題のように，実験的検討と処理モデルによる検討の両面で，十分に検討が行われることにより，さらに研究が深まることが，今後期待される．

本稿がとりあげた6つの問題以外にも，議論されている問題は多い．たとえば，5の特異表象に関する問題（栗山・吉田，1988，1995），老人を対象とした生涯発達研究（石原他，1988），あるいは，比較文化的問題（LeFevre & Liu, 1997）などである．これらの問題についても，今後の研究が期待される．

さらに，これらの研究を利用して，一般的な認知メカニズムを探る研究の基盤としても注目されている．事実，ワーキングメモリ（Ashcraft, 1995; Seitz & Schumann-Hengsteler, 2000）や抑制機構（Arbuthnott & Campbell, 2000）を検討するために，心的演算の処理が用いられる研究例もある．また，Siegler（1988）が行ってきた一連の研究は，演算処理の詳細な検討を行っているが，方略選択の検討という一般化された要請の中で検討されたものである．

これらの研究の背景にあるのは，本研究が示してきたような，領域限定的研究がある．これらの研究をさらに発展させるためにも，心的演算処理研究がよりいっそう深まることが期待される．

要　約

本稿は，これまでの認知心理学的な心的演算研究を概観した．はじめに，ミンモデル，ネットワーク検索モデル，連合分布モデル，ネットワーク干渉モデル，MATHNETの5つの計算モデルが紹介され，その相違点が同定された．次に，以下の述べる6つの問題点が，実験的研究と計算モデルの観点から議論された．その問題点とは，(a) 手続き的方略とファクト検索方略のどちらが用いられるのか，(b) 連合強度と干渉強度のどちらが成績に影響するのか，(c) 産出課題と真偽判定課題の処理は同一か異なるか，(d) 答えの表象はアナログかデジタルか，(e) 反転問題の処理は同一か異なるか，(e) 同数効果の生起因は符号化過程にあるのか検索過程にあるのかであった．

引用文献

Anderson, J.R. & Reder, L.M. 1999 The fan effect: New results and new theories. *Journal of Experimental Psychology: General*, **128**, 186-197.

Arbuthnott, K. & Campbell, J.I.D. 1996 Effects of operand order and problem repetition on error priming in cognitive arithmetic. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, **50**, 182-195.

Arbuthnott, K. & Campbell, J.I.D. 2000 Cognitive inhibition in selection and sequential retrieval. *Memory and Cognition*, **28**, 331-340.

Ashcraft, M.H. 1995 Cognitive psychology and

simple arithmetic: A review and summary of new directions. *Mathematical Cognition*, **1**, 3-34.

Ashcraft, M.H. 1987 Children's knowledge of simple arithmetic: A developmental model and simulation. In J. Bisanz, C.J. Brainerd, & R. Kail (Eds.), *Formal models in developmental psychology: Progress in cognitive development research*. New York: Springer-Verlag. Pp.302-338.

Ashcraft, M.H. & Christy, K.S. 1995 The frequency of arithmetic facts in elementary texts: Addition and multiplication in grades 1-6. *Journal for Research in Mathematics Education*, **26**, 396-421.

Ashcraft, M.H., Fierman, B.A. & Bartolotta, R. 1984 The production and verification tasks in mental addition: An empirical comparison. *Developmental Review*, **4**, 157-170.

Blankenberger, S. 2001 The arithmetic tie effect in mainly encoding-based. *Cognition*, **82**, B15-B24.

Campbell, J.I.D. 1987a Production, verification, and priming of multiplication facts. *Memory and Cognition*, **15**, 349-364.

Campbell, J.I.D. 1987b Network interference and mental multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, **13**, 109-123.

Campbell, J.I.D. 1995 Mechanisms of simple addition and multiplication: A modified network interference theory and simulation. *Mathematical Cognition*, **1**, 121-164.

Campbell, J.I.D. 1997 On the relation between skilled performance of simple division and multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, **23**, 1140-1159.

Campbell, J.I.D. 1999 Devision by multiplication. *Memory and Cognition*, **27**, 791-802.

Campbell, J.I.D. & Clark, J.M. 1989 Time Course of error priming in number-fact retrieval: Evidence for excitatory and inhibitory mechanisms. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, **15**, 920-929.

Campbell, J.I.D. & Graham, D.J. 1985 Mental multiplication skill: Structure, process and aquisition. *Canadian Journal of Psychology*, **39**, 338-366.

Campbell, J.I.D. & Oliphant, M. 1992 Representation and retrieval of atithmetic facts: A network interference model and simulation. In J.I.D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills. Amsterdam: Elsevier Science*. Pp.331-364.

Campbell, J.I.D. & Tarling D.P.M. 1996 Retrieval process in arithmetic production and verification. *Memory and Cognition*, **24**, 156-172.

Dehaene, S. 1997 *The number sense*. Oxford University Press.

Dehaene, S., Dupoux, E. & Mehler, J. 1990 Is Numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, **16**, 626-641.

Fuson, K.C. 1992 Research on learning and teaching addition and subtraction of whole numbers. In G. Leinhardt, R. Patman & R. A. Hattrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching*. Hillsdale, NJ: Erlbaum. Pp.53-181.

Graham, D.J. & Campbell, J.I.D. 1992 Network interference and number fact retrieval: evidence from children's alphaplication. *Canadian Journal of Psychology*, **46**, 65-91.

Groen, G.J. & Parkman, J.M. 1972 A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, **79**, 329-343.

Hamann, M.S. & Ashcraft, M.H. 1986 Textbook presentations of basic addition facts. *Cognition and Instruction*, **3**, 173-192.

石原　治・権藤恭之・中里克治・下仲順子・厳島行雄　1998　四則演算の処理：成人に老人を加えての検討　発達心理学研究，**9**，201-208.

栗山和広　1995　数概念　吉田　甫・多鹿秀継（編）　認知心理学からみた数の理解　北大路書房　Pp.11-32.

栗山和広・吉田　甫　1988　幼児の数表象の構造－数唱分析からの検討－　心理学研究，**59**，287-294.

栗山和広・吉田　甫　1995　心的加算における数の表象構造について　教育心理学研究，43，402-410.

LeFevre, J., Bisanz, J., Daley, K.E., Buffone, L., Greenham, S.L. & Sadesky, G.S. 1996a Multiple routes to solution of single-digit multiplication problems. *Journal of Experimental Psychology: General*, **125**, 284-306.

LeFevre, J., Bisanz, J. & Mrkonjic, L. 1988 Cognitive arithmetic: Evidence for obligatory

activation of arithmetic facts. *Memory and Cognition*, **16**, 45-53.

LeFevre, J. & Kulak, A.G. 1994 Individual differences in the obligatory activation of addition facts. *Memory and Cognition*, **22**, 188-200.

LeFevre, J. & Liu, J. 1997 The role of experience in numerical skill: Multiplication performance in adults from Canada and China. *Mathematical Cognition*, **3**, 31-62.

LeFevre, J. & Morris, J. 1999 More on the relation between division and multiplication in simple arithmetic: Evidence for mediation of division solusions via multiplication. *Memory and Cognition*, **27**, 803-812.

LeFevre, J., Sadesky, G.S. & Bisanz, J. 1996b Selection of procedures in mental addition: Reassessing the problem size effect in adult. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, **22**, 216-230.

Lemaire, P., Barrett, S.E., Fayol, M. & Abdi, H. 1994 Automatic activation of addition and multiplication facts in elementary school children. *Journal of Experimental Child Psychology*, **57**, 224-258.

McCloskey, M., Harley, W. & Sokol, S. 1991 Models of arithmetic fact retrieval: An evaluation in light of findings from normal and brain damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, **17**, 377-397.

McCloskey, M. & Lindemann, A.M. 1992 MATH-NET: Preliminary results from a distributed model of arithmetic fact retrieval. In J.I.D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills*. Amsterdam: Elsevier Science. Pp.365-409.

Nuerk, H., Weger, U. & Willmes, K. 2001 Decade breaks in the mental number line? Putting the tens and units back in defferent bins. *Cognition*, **82**, B25-B33.

Phenix, T.L. & Campbell, J.I.D. 2001 Fan effects reveal position-specific numerical concepts. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, **55**, 271-276.

Rickard, T.C., Healy, A.F. & Bourne, L.E., Jr. 1994 On the cognitive structure of basic arithmetic skills: Operation, order, and symbol transfer effects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, **20**, 1139-1153.

Rickard, T.C. & Bourne, L.E., Jr. 1996 Some tests of an identical elements model of basic arithmetic skills. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, **22**, 1281-1295.

Seitz, K. & Schumann-Hengsteler, R. 2000 Mental multiplication and working memory. *European Journal of Cognitive Psychology*, **12**, 552-570.

Shimada, H. 2000 Single-digit multiplication performance in Japanese adults: Assessing the problem size effect. *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, **1**, 218.

島田英昭 2001 加法・乗法の暗算処理を支える記憶の特性とそのモデル化 筑波大学大学院博士課程心理学研究科中間論文（未公刊）

Sigler, R.S. 1987 The perls of averaging data over strategies: An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology: General*, **116**, 250-264.

Siegler, R.S. 1988 Strategy choice procedure and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General*, **117**, 258-275.

Siegler, R.S. & Lemaire, P. 1997 Older and younger adults' strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology: General*, **126**, 71-92.

Siegler, R.S. & Shipley, E. 1995 Variation, selection, and cognitive change. In G. Halford & T. Simon (Eds.), *Developing cognitive competence: New approaches to process modeling*. Hillsdale, NJ: Erlbaum. Pp.31-76.

Siegler, R.S. & Shrager, J. 1984 A model of strategy choices. In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills*. Hillsdale, NJ: Erlbaum. Pp.229-293.

Stadler, M.A., Geary, D.C. & Hogan, M.E. 2001 Negative priming from activation of counting and addition knowledge *Psychological Research*, **65**, 24-27.

Thibodeau, M.H., LeFevre, J., & Bisanz, J. 1996 The extension of the interference effect to multiplication. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, **50**, 393-396.

Welford, A.T. 1960 The measurement of sensory-

moter performance: Survey and reappraisal of twelve years' progress. *Ergonomics*, **3**, 189–230.

Whalen, J. 1997 The influnce of semantic magnitude representation on arithmetic: Theory, data, and simulation. *Proceedings of the Nineteenth Annual Conference of the Cognitive Science Society.* Hillsdale, NJ: Erlbaum. Pp.814–819.

Zbrodoff, N.J. 1995 Why is 9+7 harder than 2+3? Strength and interference as explanations of the problem-size effect. *Memory and Cognition*, **23**, 689–700.

Zbrodoff, N.J. & Logan G.D. 1986 On the autonomy of mental process: A case study of arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, **115**, 118–130.

Zbrodoff, N.J. & Logan G.D. 1990 On the relation between production and verification tasks in the psychology of simple arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, **16**, 83–97.

Zbrodoff, N.J. & Logan G.D. 2000 When it hurts to be misled: A stroop-like effect in a simple addition production task. *Memory and Cognition*, **28**, 1–7.

（受稿９月19日：受理11月13日）