Cognitive Studies, **10**(4), 509-527. (Dec. 2003)

●研究論文●

1桁の加法・乗法の暗算処理メカニズム
— 連合強度と干渉強度の2要因モデルによる検討 —

島田 英昭

RTs (Reaction times) for single-digit addition and multiplication problems are different in each of problem types (cf. problem size effect, tie effect), and this pattern is different in two arithmetic tasks: production and verification. The purpose of this study was which factor contributed to differences of RTs if it was assumed that RTs were the function of the associative strength (AS) and the interference strength (IS). AS and IS for each problem type were evaluated by a experimental method (number-matching task), and solution process in arithmetic tasks was examined. Five experiments and a computational simulation were conducted, and next four conclusions were led. Three of the beginning are related to the production task. First, problem size effect is caused by AS in addition, but by IS in multiplication. Second, tie effect is caused by AS in addition, but mainly by IS in multiplication. Third, the phenomenon which multiplication is solved slower than addition is caused by IS. And forth, in the verification task, difference of RTs in each problem type is caused by AS in both addition and multiplication.

Keywords: cognitive arithmetic（暗算）, associative strength（連合強度）, interference strength（干渉強度）, problem size effect（問題サイズ効果）, tie effect（同数効果）, production task（産出課題）, verification task（真偽判定課題）

1. 序　論

1.1 問　題

本研究は，1桁の加法・乗法の暗算処理メカニズムを明らかにするために計画された．

これまでに，産出課題 (3＋5＝? や 6×7＝? に答える課題) における問題のタイプによる反応時間の違いが報告されている．たとえば，問題や答えである数が大きければ反応時間が長くなる問題サイズ効果 (problem size effect) や，演算数[1]に同じ数を用いた同数問題 (たとえば，3＋3 や 6×6) は，非同数問題に比べて反応時間が短い同数効果 (tie effect) である[2]．そして，なぜこのように問題タイプごとに反応時間が異なるのかをめぐって，ネットワークモデルを背景に議論が展開されてきた (レビューとして，Ashcraft (1995), McCloskey, Harley & Sokol (1991), 島田・海保 (2003))．

これまでの研究で，問題タイプごとの反応時間の違いを説明する要因として，連合強度と干渉強度の2つの要因が挙げられている (Zbrodoff, 1995)．

連合強度とは，問題と答えの連合の強さであり，図1の (A) のリンクの強さを指す．この連合が強い問題タイプであれば，反応時間が短くなると説明される．たとえば，ネットワーク検索モデル (Ashcraft, 1987) によれば，問題サイズ効果は，2＋3と5の

Mechanisms of Processing of Single-Digit Addition and Multiplication: An Examination by Two-Factor Model of Strengths of Association and Interference, by Hideaki Shimada (Doctoral Program in Psychology, University of Tsukuba).

1) 演算数 (operand) とは，問題に用いられている2つの数を指す．たとえば，3×5の3や5のこと．

2) 問題サイズ効果や同数効果は，反応時間のみでなく，誤答率でも見られる．本研究では，主に反応時間を従属変数として扱ったが，一般的に反応時間と誤答率の相関は高いことが指摘されており (Campbell & Graham, 1985)，反応時間を考察の対象とすることで，誤答率の説明も可能であると考えられる．

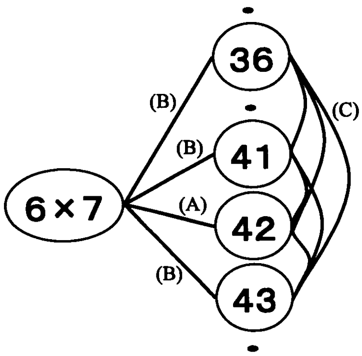

図 1 本研究で想定するネットワークモデルの概念図

連合が，8＋9と17の連合よりも強いことにより，反応時間が短いと説明される．

一方で，干渉の強さとは，以下の2種類からなる．一つは，問題とその答え以外の数との連合の強さ，および連合が形成されているリンクの数であり，図1の(B)のリンクの強さ，およびその数を指す．このリンクが強い，あるいは数が多い問題タイプであるほど答えに対する干渉が強いことにより，反応時間が長くなると説明される．たとえば，連合分布モデル(Siegler, 1988)では，問題サイズが大きい場合は，問題と答え以外の数との連合が強く，これが問題サイズ効果の一つの要因であるとしている．

もう一つは，問題の答えと答え以外の数との連合の強さであり，図1の(C)のリンクの強さを指す．ネットワーク干渉モデル(Campbell, 1995)では，答えを検索する際に答えに干渉する数の干渉の程度が，(C)のリンクの強さの関数であるとした．このモデルでは，大きな2数の間のリンクは，小さな2数の間のリンクよりも強いという大きさの類似性が仮定された．この大きさの類似性によって，答えが大きな数となる問題に対する干渉が大きくなり，問題サイズ効果が起こるとされた．たとえば，2＋3の答えである6は，8＋9の答えである17よりも干渉が小さく，これにより問題サイズ効果が起こると説明された．

これまでに提案されている暗算処理モデルでは，問題タイプごとの連合強度や干渉強度の仮定が異なっている．たとえば，連合強度によって反応時間が決定されるとしたネットワーク検索モデルでは，干渉の強さはすべての問題で一定であると仮定された．一方，干渉強度によって反応時間が決定されるとしたネットワーク干渉モデルでは，連合強度はすべての問題で一定であると仮定された．また，連合分布モデル(Siegler, 1988)では，連合強度と干渉強度のいずれも反応時間に寄与しているとした．

現在のところ，これらの2つの要因が，問題タイプごとの反応時間にそれぞれどの程度関与しているのかに関しては，決着がついていない．

1.2 目的と方法

本研究の目的は，問題タイプごとの反応時間に，連合強度と干渉強度のいずれの要因が寄与しているかについて結論を導くことである．

連合強度と干渉強度の仮定における意見の不一致が生じた背景として，これまでの処理モデルが産出課題の結果をもとに議論されていることが挙げられる．産出課題による問題タイプごとの反応時間の差は，連合強度による差なのか，干渉強度による差なのか，あるいはいずれの要因も関与しているのかが分離ができない．

そこで本研究では，実験パラダイムを工夫することで，問題タイプごとの連合強度や干渉強度を実験的に分離し，評価することを試みる．さらに，この結果をもとに，産出課題の処理プロセスについて議論する．この際，問題タイプごとの連合強度と干渉強度を具体的に数値化することにより，より精緻な説明を行う．

1.3 本研究の構成

本研究の構成を以下に示す．

産出課題の反応時間 本研究の説明対象となる産出課題の反応時間に対して，基本データを提出する(実験1)．

連合強度の実験的検討 問題タイプごとの連合強度を実験的に評価する(実験2)．

連合の学習モデル 実験2により得られた問題タイプごとの連合強度の違いが，どのような学習によって形成されたのかを，シミュレーションモデルによって検討する．

産出課題の処理モデル 干渉強度を実験的に評価し(実験3)，実験とシミュレーションにより得られた連合強度と干渉強度の関数により，実験1で得られた産出課題の反応時間のパターンを説明する．

真偽判定課題の処理モデル 本研究の提案するモデルの有効性を吟味するために，これまでのモデル

では説明が不可能であった真偽判定課題のデータを提出し (実験 4)，その処理過程を説明する．

2. 産出課題の反応時間 (実験 1)

本研究では，伝統的に用いられてきた問題サイズ，同数と非同数の 2 つの変数に加え，これまでそれほど比較が行われていない演算 (加法と乗法) の違いを加えた 3 つの軸によって問題タイプを分類した．実験 1 では，これら 3 つの軸ごとの反応時間を測定する．

2.1 方 法

被験者 大学生・大学院生 12 名．年齢は，20.8 歳から 27.7 歳まで (平均 23.5 歳) であった．

実験装置 パーソナルコンピュータ (シャープ製 MN-385-001)，17 インチ CRT ディスプレイ (富士通製 FMV-DP-97Y5)，キーボード (富士通製 FMV-KB321)，テープレコーダ (三洋製 MR-A8T) を用いた．なお，これより先の実験では，テープレコーダが用いられなかったこと以外は，すべて同じ装置を用いた．

材料 0 から 9 までの数の組み合わせにより，加法・乗法それぞれ 100 題が用意された．

手続き 刺激はコンピュータディスプレイ上に提示され，各試行は 750 ms の注視点提示 (「aaaaa」) のあと，「$a+b=$」の形式で提示された．被験者は，それぞれの試行において，提示された式に対して，口頭でできるだけ速く，正確に答えを言うと同時に，キーボードのスペースキーを押すことを求められた．被験者の反応後，1000 ms のブランクが挿入され，直後に次の試行に移った．刺激提示からキーを押すまでの時間，口頭で述べられた答えが記録された．加法と乗法 100 題ずつが 2 ブロックに分けて行われ，ブロックの順序は被験者間でカウンターバランスされた．また，ブロック内の刺激の提示順序は被験者ごとにランダム化された．

刺激全体 (「$a+b=$」) の大きさは，視角にして横約 7.2 度，縦約 1.7 度であった．実験に要した時間は約 30 分であった．

2.2 結果と考察

述べられた答えをもとに，実験者により正解と不正解が判定された．その結果，誤答率は 3.6%であった．誤答率が低いため，以後の分析は誤反応を除いた反応時間のみについて行った．反応時間の統計処理にあたっては，1 試行ごとに常用対数変換の後に行った (以下同様)．また，被験者ごとに，全試行の平均から 3SD 以上の距離のある反応は，異常反応として分析から除かれた (以下同様)．その結果，異常反応として，2.1%が分析から除かれた．なお，0, 1 を演算数に含む問題は分析から除かれた．これは，0, 1 を演算数に含む問題は，他の問題に比べて極端に反応時間が短い現象が見られることから，多くのモデル (たとえば，Campbell (1995)) では，これらの問題を区別して扱っているためである．また，本研究でも，0, 1 を演算数に含む問題は扱わない．

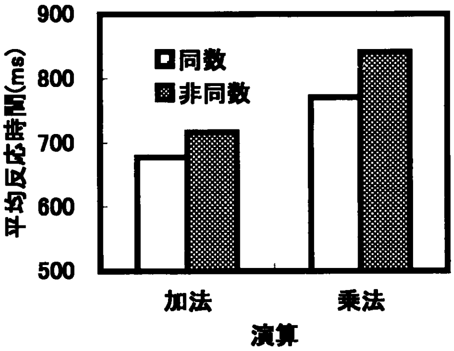

図 2 演算ごとの同数と非同数の反応時間 (実験 1)

はじめに，各演算における同数と非同数の比較を行った．図 2 に，同数・非同数ごとの加法・乗法の平均反応時間を示す (図中の反応時間の数値は幾何平均である；以下同様)．2(演算；加法，乗法) × 2(同数・非同数；同数，非同数) の 2 要因分散分析[3] の結果，演算の主効果，同数・非同数の主効果が有意であり [それぞれ，$F(1,11)=29.14$, $MSe=0.0016$, $p<.01$, $F(1,11)=20.68$, $MSe=0.00056$, $p<.01$]，交互作用はみられなかった [$F(1,11)<1$, $MSe=0.00059$, $p>.10$]．

この結果から，まず加法と乗法ともに同数効果が確認されたといえる．また，加法と乗法における同数効果の大きさは，ほぼ同程度であると考えられる．ただし，統計的に有意ではなかったが，同数と非同数の差分を演算ごとに比較した結果からは，加法が 39.0 ms，乗法が 70.5 ms と，やや乗法の方が同数効果が大きい傾向もみられた．また，全体的に乗法の方が反応時間が長いことが明らかになった．

3) いずれの要因も被験者内要因である．なお，本研究で用いた分散分析は，すべての要因が被験者内要因であった．

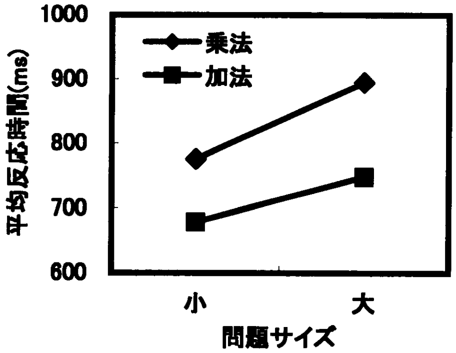

図 3 問題サイズによる演算ごとの反応時間 (実験 1)

次に，非同数問題のみに対して，各演算における問題サイズごとの分析を行った．問題サイズの指標として，小と大の 2 つに分けた．問題サイズの基準は，加法・乗法ともに，2 数の積が 25 未満を小条件，25 以上を大条件とした．図 3 に，問題サイズごとの加法と乗法の平均反応時間を示す．2(演算；加法，乗法) × 2(問題サイズ；小，大) の 2 要因分散分析の結果，演算の主効果，問題サイズの主効果が有意であり [それぞれ，$F(1,11) = 27.44$, $MSe = 0.0023$, $p < .01$, $F(1,11) = 47.33$, $MSe = 0.00078$, $p < .01$]，交互作用はみられなかった [$F(1,11) = 1.49$, $MSe = 0.00065$, $p > .10$]．交互作用が有意ではなかったが，問題サイズが増加するときの反応時間の増分をみると，加法が 70.1ms，乗法が 119.0ms とやや乗法の方が大きい．このため，乗法の方が問題サイズ効果が大きい可能性もある．そこで，この点をさらに検討するために，問題サイズを以下の定義に従って，3 つに分割して，さらに吟味した．問題サイズ小条件は，2 つの演算数がともに 2〜5，中条件は一方が 2〜5 でもう一方が 6〜9，大条件はともに 6〜9 の問題とした．平均反応時間は，小，中，大条件それぞれ，加法が 668.6, 710.1, 794.8 ms，乗法が 740.6, 845.9, 981.2 ms であった．2(演算；加法，乗法) × 3(問題サイズ；小，中，大) の 2 要因分散分析の結果，演算の主効果，問題サイズの主効果，および交互作用が有意であった [それぞれ，$F(1,11) = 26.37$, $MSe = 0.0034$, $p < .01$, $F(2,22) = 74.88$, $MSe = 0.00079$, $p < .01$, $F(2,22) = 3.47$, $MSe = 0.0010$, $p < .05$]．単純主効果の検定の結果，問題サイズ条件の各水準における演算の単純主効果は，すべての水準で有意であった [小，中，大の順に，$F(1,33) = 6.58$, $MSe = 0.0018$, $p < .05$, $F(1,33) = 19.26$, $MSe = 0.0018$, $p < .01$, $F(1,33) = 27.91$, $MSe = 0.0018$, $p < .01$]．また，演算条件の各水準における問題サイズの単純主効果は，いずれも有意であった [加法と乗法それぞれ，$F(2,44) = 19.58$, $MSe = 0.00089$, $p < .01$, $F(2,44) = 50.3$, $MSe = 0.00089$, $p < .01$]．演算条件の各水準における問題サイズの効果の多重比較 (WSD 法，$p < .05$) の結果，加法では，小と中の間には有意な差は見られなかったが，小と大，および中と大の間には，有意な差がみられた．また，乗法においては，小と中，小と大，中と大いずれも有意な差がみられた．

以上をまとめると，まず，加法・乗法ともに問題サイズ効果が確認されたといえる．また，演算ごとの問題サイズ効果の大きさを比較すると，やや乗法の方が大きいと考えられる．さらに，同数と非同数の分析と同様に，全体的に乗法の方が反応時間が長いことが明らかになった．以上の結果を，表 1 にまとめておく．

次に，このような問題タイプごとの反応時間の違いが，連合強度と干渉強度のいずれの要因によるのかを検討するために，問題タイプごとの連合強度 (図 1 における (A) のリンクの強さ) を実験的に評価する．

3. 連合強度の実験的検討

問題タイプごとの連合強度の評価にあたって，LeFevre, Bisanz & Mrkonjic (1988) による数照合課題 (number-matching task) を用いる．この課題の手続きは，2 つの数 (先行刺激) の提示直後に 1 つの数 (ターゲット) を提示し，それが最初に提示された数のいずれか (たとえば,「2 + 3」の提示に対して 2 か 3) の場合には真反応を，それ以外の場合には偽反応を求めるものである．LeFevre et al. (1988) の結果では，ターゲットとして 2 つの数の和が提示された場合は，それ以外の数が提示された場合よりも反応時間が長いことが示された．この結果をネットワークモデルにより解釈すれば，ある 2 数からその和に対する連合が無関連数との連合よりも強く，活性化拡散が生じたことにより，和に対する反応を遅らせたと考えられる．

本研究では，数照合課題を用いて，問題タイプを

表 1 実験 1, 4 の結果のまとめ

変数	演算	反応時間	演算間の反応時間差
		産出課題の反応時間 (実験 1)	
問題サイズ	加法	小<大	加法<乗法
	乗法	小<大	
同数と非同数	加法	同数<非同数	加法=乗法
	乗法	同数<非同数	
加法と乗法		加法<乗法	
		真偽判定課題の反応時間 (実験 4)	
問題サイズ	加法	小<大	加法>乗法
	乗法	小=大	
加法と乗法		加法>乗法	

注：$a<b$ は b の反応時間が a よりも長いことを示す．演算間の反応時間差とは，加法と乗法における，問題サイズ効果，同数効果の効果量の比較であり，$a<b$ は b の効果量が a よりも大きいことを示す．

操作し，連合強度を評価する．連合が強い問題タイプであるほど，問題から答えに対する活性化拡散がより強く起き，より反応時間が長くなると考えられる．

数照合課題が連合強度の評価基準として適切である理由は，以下の 2 点である．

第一に，和や積を提示することにより，処理すべきターゲットを限定していることである．干渉を仮定するモデルでは，産出課題の処理は (1) いくつかの答え候補の活性化，(2) 最も活性化しているノード (たいてい正解となる数) の選択の二過程からなるとされる．この中で (2) は，いくつかの答え候補からもっとも活性化している答えを検索するコストである (Campbell, 1995; Siegler, 1988)．数照合課題では，処理すべき和や積が提示されるため，ノード選択の必要はない．したがって，反応時間に反映されるのは，問題とその答えの連合の強さであると考えられる．

第二に，数照合課題は，和や積を求めることが課題要求とされないことである．たとえば，$2+3$ が提示されたときに，その和である 5 を求めることを，被験者に明示的に要求することはない．和や積を求めることが課題要求とされる真偽判定課題を用いた場合，産出＋比較方略が用いられる可能性がある．産出＋比較方略とは，$3\times6=18$ の真偽を判定する際，$3\times6=?$ の産出処理を行い，その後産出された 18 と提示された 18 を比較する方略である (Ashcraft, 1987; Ashcraft, Fierman, & Bartolotta, 1984)．もしこのような方略が用いられるとすれば，産出処理を内包するため，ノード選択の過程が反応時間に反映されることになり，問題とその答え以外の数の干渉の影響を受けることになるため，連合強度による効果のみを分離することができない．

実験 2a では問題サイズと演算を，実験 2b では同数・非同数と演算を独立変数とし，検討を行う．

3.1 実験 2a

問題サイズ，演算ごとの連合強度を評価する．

3.1.1 方 法

被験者 大学生・大学院生 16 名．年齢は，19.1 歳から 27.6 歳まで (平均 21.9 歳) であった．

材料 2〜9 までの数の中で，異なる 2 つの数の組み合わせである 28 組の中から 10 組が選ばれた．この 10 組には，問題サイズに関して，小，大の 2 条件に，5 組ずつ割り振られた．それぞれ，2〜5 のみの数の組み合わせ，6〜9 のみの数の組み合わせにより構成されている[4)]．

各数の組み合わせを先行刺激とし，個々の先行刺激に対して，正解ターゲットが 4 種類作成された．正解ターゲットは，2 つの数字を x，y としたときに，x，y，$10x+y$，$10y+x$ である．例えば，「3

4) 実験 1 の分析との対応としては，問題サイズ小条件では 2 数の積は 25 未満に，大条件では 25 以上になる．

4」の組み合わせに対して，3, 4, 34, 43 の 4 つがある．正解ターゲットに対しては，被験者はキーボードに割り当てられた正解のキーを押すことを求められた．正解ターゲットとその先行刺激の対は，先行刺激 1 組に対して 4 ずつ，合計 40 組作成された．LeFevre et al. (1988) の実験では，1 桁となる和のみについて検討されたため，正解ターゲットも 1 桁となる数のみが用いられたが，本実験では，正解ターゲットを 2 桁数にも設定し，2 桁となる和や積も検討できるよう工夫した．

本実験の分析対象としたのが，先行刺激の和と積 (不正解ターゲット) である．例えば，「3 4」の組み合わせに対して，7 と 12 が用いられた．不正解ターゲットに対しては，被験者はキーボードに割り当てられた不正解のキーを押すことを求められた．不正解ターゲットとその先行刺激の対は，問題サイズと演算の各条件に 5 組ずつ，合計 20 組作成された．

次に，不正解ターゲットが，常に先行刺激の和や積となることを避けるため，不正解フィラーターゲットが作成された．不正解フィラーターゲットは，それぞれの和や積からプラスマイナス 2 または 3 である数から選ばれた．不正解フィラーターゲットとその先行刺激の対は，合計 20 組作成された．

最後に，不正解ターゲットと不正解フィラーターゲットが，試行セットの中で常に不正解反応となる (たとえば，72 が常に不正解反応となる) ことがないよう，正解フィラーターゲットが作成された．たとえば，不正解ターゲット 72 に対して，先行刺激「7 2」が用意された．各不正解ターゲットと不正解フィラーターゲットにつき 1 組ずつ，合計 40 組が作成された．

先行刺激の全体の大きさは，視角にして横約 5.4 度，縦約 1.7 度であった．

手続き 刺激はコンピュータディスプレイに提示された．1 試行は，被験者が任意のキーを押すことで始まり，最初に，750 ms の注視点 (「aaaaaa」) が提示された．次に，先行刺激が 120 ms の SOA で提示され (たとえば，「3 4」)，その直後にターゲットが提示された．このとき，被験者はキーボードに割り当てられた正解・不正解のキーをできるだけ速く，正確に押すことを求められた．反応はコンピュータにより記録された．

実験は 3 ブロックに分けて行われた．1 ブロックの構成は，まず，正解・不正解ターゲットの組み合わせが 2 回ずつ繰り返され，合計 160 組用いられた．このとき，先行刺激の順序が入れ替えられた (たとえば，不正解ターゲット 12 の先行刺激として，「3 4」と「4 3」が用いられた)．また，正解・不正解フィラーターゲットは，すべての組が 1 回ずつ，合計 80 組用いられた．フィラーターゲットの先行刺激に関しては，順序は固定された．1 ブロックは合計 240 試行からなり，休憩をはさみながら 3 ブロック行われた．

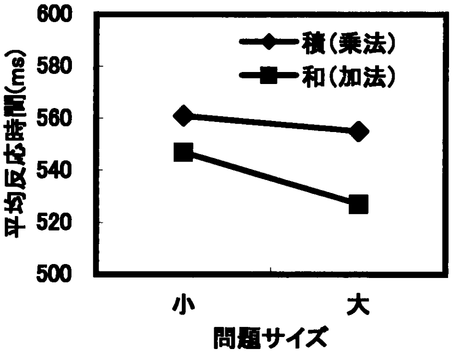

図 4 問題サイズによる演算ごとの反応時間 (実験 2a)

実験に要した時間は，平均 35 分程度であった．

3.1.2 結 果

ターゲットが先行刺激の和・積である試行のみが分析された．誤答率が低いため (2.0%)，反応時間についてのみ分析を行った．異常反応として 0.9%が分析から除かれた．

図 4 に演算 (和と積)，問題サイズごとの平均反応時間を示す．2(演算；和，積) × 2(問題サイズ；小，大) の 2 要因分散分析の結果，演算の主効果，問題サイズの主効果が有意であり [それぞれ，$F(1, 15) = 19.1$, $MSe = 0.00023$, $p < .01$, $F(1, 15) = 9.92$, $MSe = 0.00016$, $p < .01$]，交互作用に有意な傾向がみられた [$F(1, 15) = 3.16$, $MSe = 0.00018$, $p < .10$]．交互作用は有意傾向にとどまったが[5]，演算ごとの変化を詳細に調べるた

5) 実験 2a とこれより先に行われる実験 3 では，ターゲットが先行刺激の和・積である試行は全く同じ材料が用いられ，手続きも等しい．そこで，2 つの実験の結果を統合し，より頑健な分析を行ってみた．2(演算；和，積) × 2(問題サイズ；小，大) の 2 要因分散分析の結果，交互作用が有意であった [$F(1, 28) = 7.34$, $MSe = 0.00028$, $p < .05$]．実験 2a では交互作用が有意傾向にとどまったが，この分析では交互作用がみられたため，演算と問題サイズごとの変化のパターンは異なると考えられる．

め，単純主効果の検定を行った．その結果，演算条件の和水準における問題サイズの単純主効果が有意であったが [$F(1,30) = 12.3$, $MSe = 0.00017$, $p < .01$]，積水準は有意ではなかった [$F(1,30) < 1$, $MSe = 0.00017$, $p > .10$]．また，問題サイズ条件の小，大の各水準における演算の単純主効果がともに有意であった [それぞれ，$F(1,30) = 4.45$, $MSe = 0.00021$, $p < .05$, $F(1,30) = 20.1$, $MSe = 0.00021$, $p < .01$]．

3.2 実験 2b

演算ごとの同数，非同数問題の連合強度を評価する．

3.2.1 方　法

被験者は，大学生・大学院生 8 名．年齢は 20.1 歳から 22.5 歳まで (平均 22.1 歳) であった．3,4,7,8,9 の数の組み合わせが先行刺激として用いられた[6]．先行刺激に，同じ数を組み合わせた同数条件と，異なる数を組み合わせた非同数条件が設定された．同数条件の正解ターゲットは，x に対して，x と $10x+x$ の 2 種類となる．

以下，実験 2a と異なる点のみ述べる．非同数条件における正解・不正解ターゲットの先行刺激の数の順序は，左側に小さい数，右側に大きい数で統一された．不正解フィラーターゲットは，同数・非同数と演算の当該条件における他の先行刺激の和や積が用いられた．また，被験者の負担を軽減するため，正解フィラーターゲットは用いられなかった．1 ブロックは正解ターゲットが 2(演算) × 2(同数・非同数) の 4 条件に 30 組ずつ，合計 120 組用いられた．不正解ターゲットと不正解フィラーターゲットは，ともに 4 条件に 15 組ずつ，合計 120 組用いられた．これにより，1 ブロックは合計 240 試行からなり，休憩をはさみ同様のブロックが 2 度繰り返された．その他の点は，実験 2a と同様であった．

実験に要した時間は，平均 25 分程度であった．

3.2.2 結　果

8 名の被験者の中で，1 名の被験者の平均は，他の被験者の平均反応時間に比べて 3.95SD 離れており，被験者個人内の反応時間の分散も他の被験者と比較して高いことから，課題要求に適切に応じていなかった可能性があるため，分析から除外した．誤答率は 4.3%，異常反応として 1.7%が除かれた．

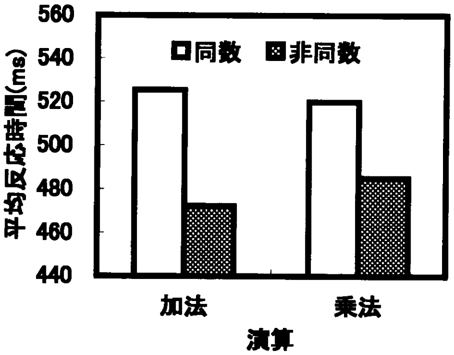

図 5　演算ごとの同数と非同数の反応時間 (実験 2b)

図 5 に演算，同数・非同数ごとの平均反応時間を示す．2(演算；和，積) × 2(同数・非同数；同数，非同数) の 2 要因分散分析の結果，同数・非同数の主効果，交互作用がそれぞれ有意であった [それぞれ，$F(1,6) = 29.33$, $MSe = 0.00035$, $p < .01$, $F(1,6) = 7.90$, $MSe = 0.00006$, $p < .05$]．単純主効果の検定の結果，演算条件の各水準における同数・非同数の単純主効果がともに有意であった [和，積それぞれ，$F(1,12) = 36.92$, $MSe = 0.00021$, $p < .01$, $F(1,12) = 15.56$, $MSe = 0.00021$, $p < .01$]．また，同数水準における演算の単純主効果は有意ではなく [$F(1,12) < 1$, $MSe = 0.00014$, $p > .10$]，非同数水準における演算の単純主効果に有意な傾向がみられた [$F(1,12) = 3.48$, $MSe = 0.00014$, $p < .10$]．非同数水準の演算条件の差は有意傾向にとどまったが，実験 2a の結果を考慮すれば，非同数の和と積を比較した場合には，全体的に積の方が反応時間が長いと考えることは妥当である．

3.3 考　察

数照合課題の反応時間が長いことは，連合が強く，活性化拡散がより強く起きたためであると解釈できる．実験 2a より，非同数問題における連合強度は，(a) 全体的に乗法の方が強く，(b) 加法においては問題サイズが増加するに従って連合が弱まるが，乗法では問題サイズによらずほぼ一定であるこ

6) 2 が用いられなかった理由は，$2+2$ と 2×2 の答えが一致するため，演算ごとの比較ができないためである．また，5 と 6 が用いられなかった理由は，5×5 の積が 25，6×6 の積が 36 となり，正解ターゲットの一部を含んでしまうため，適切な評価ができない恐れがあるためである．

表 2 実験 2a,b の結果のまとめ

変数	演算	連合強度	演算間の強度差
問題サイズ	加法	小＞大	加法＞乗法
	乗法	小＝大	
同数と非同数	加法	同数＞非同数	加法＞乗法
	乗法	同数＞非同数	
加法と乗法		加法＜乗法	

注：$a > b$ は a の連合が b よりも強いことを示す．演算間の強度差とは，問題サイズごと，および同数と非同数の効果量 (反応時間の差分) の比較であり，$a > b$ は a の効果が b の効果よりも大きいことを示す．

とが示された．また，実験 2b より，同数と非同数を比較した結果，連合強度は (c) 全体的に同数の方が強く，(d) 同数においては演算によらずほぼ一定であることが明らかになった．これらの結果を，表 2 にまとめておく．

この結果から，これまでの処理モデルを吟味する．まず，問題タイプごとの連合強度の差異が産出課題の反応時間にそのまま反映されるというネットワーク検索モデルのようなモデルは支持できない．その理由を一つ挙げれば，実験 2a から，連合強度は乗法の方が強いため，産出課題の反応時間は乗法の方が短くなると予測されるが，実験 1 では，この予測が支持されないからである．

さらにこの結果は，連合強度が一定であるとするモデルも支持できない．ネットワーク干渉モデルでは，連合強度が問題タイプによらず一定であると仮定された．しかし，実験 2a,b の結果から，問題タイプによって連合強度に差があり，反応時間に影響を及ぼしていると考える方が妥当であると考えられる．

この実験により明らかになった問題タイプごとの連合強度をモデルのパラメータとして組み込むことで，より精緻なモデル化ができると考えられる．

そこで，これより次の 2 点を検討する．一つは，連合強度の差異がどのような要因によって生じたのかを，シミュレーションモデルによって検討する．もう一つは，産出課題の反応時間が連合強度と干渉強度の関数であるという立場から，実験により明らかになった連合強度の差異をふまえ，産出課題の処理をモデル化する．

4. 連合の学習モデル

実験 2a,b によって，問題タイプごとの連合強度の差異が明らかになった．ここでは，このような差異がどのような要因によって生じるのかを，これまでの暗算処理研究の知見，および実験心理学研究による知見をもとに，シミュレーションモデルによる検討を行う．

4.1 シミュレーション

1 から 10 までの演算数を持つ加法・乗法の合計 200 問題を考える．ただし，演算数に 1 または 10 を持つ問題は，モデルの計算には含むが，考察するのは 2 から 9 までの演算数を持つ 128 問題である．

問題とその答えの組あわせ（ファクト）を (a, b, r, c) で表すことにする．a, b はそれぞれ左右の演算数，r は演算記号，c は答えを表す．すべてのファクトの集合を $F = \{(a, b, r, c) | arb = c\}$ で表すことにする．たとえば，$(2, 3, +, 5) \in F$ である．ある $(a, b, r, c) \in F$ に対する連合強度を $\mathrm{Ass}(a, b, r, c)$ で表すことにする．Ass の最小値は 0 で，最大値は 1 とし，1 に近づくほど連合が強いことを表すこととする．

説明にあたって，連合促進のパラメータとして，(a) 問題に基づく連合強化，(b) 演算数に基づく連合強化，連合抑制のパラメータとして (c) ファン効果による連合抑制，(d) 大きさの類似性による連合抑制の 4 つの変数を用いた．これらのパラメータの値を，ファクトの関数として，それぞれ $p_p, p_o, q_f, q_s (\geq 0)$ とする．

ある問題 (a, b, r, c) の連合強度は，以下のような

学習の頻度 t の関数 $\mathrm{Ass}(a,b,r,c;t)$ によって定義した．

$$\frac{d\mathrm{Ass}(t)}{dt} = p_p(1-\mathrm{Ass}) + p_o(1-\mathrm{Ass}) + q_f(0-\mathrm{Ass}) + q_s(0-\mathrm{Ass})$$

p_p と p_o は Ass を 1 に，q_f と q_s は Ass を 0 に近づける役割，すなわち，それぞれ連合の促進効果，抑制効果をもたらすことになる．この方程式を $\mathrm{Ass}(t=0)=0$ の初期条件のもとで解けば，$\mathrm{Ass}(t) = \{(p_p+p_o)/(p_p+p_o+q_f+q_s)\}(1-\exp\{-(p_p+p_o+q_f+q_s)t\})$ である．成人の暗算処理は，学習が十分に収束した上での処理と仮定できるので，$t\to\infty$ として，

$$\mathrm{Ass}(a,b,r,c) = \frac{p_p+p_o}{p_p+p_o+q_f+q_s}$$

を得る．

これより，4つのパラメータの具体的評価方法，およびそれらの変数を仮定するにあたっての理論的背景を述べる．与えられた定数は，モデルのテストにより設定された．

問題に基づく連合強化 すべてのファクトに共通に与えられる定数である．$(a,b,r,c)\in F$ を学習したとき，$\mathrm{Ass}(a,b,r,c)$ を強化する．モデルでは，$p_p = 100$ とした．

演算数に基づく連合強化 a,c を固定し，$(a,r',b',c)\in F$ なる r',b' の組が存在するとき，その存在する数に比例し，任意の b,r に対する $\mathrm{Ass}(a,b,r,c)$ を強化する．同様に b,c を固定した場合もある．たとえば，$\mathrm{Ass}(3,3,+,6)$ は，$2\times 3=6$ なるファクトの存在により強化される．

この想定は，2つの演算数それぞれから答えへの連合を仮定したネットワーク検索モデルの説明に類似している．このモデルでは，問題ノードを2つの演算数に分離して説明をした．たとえば，$3+5=8$ は，問題の3ノードと5ノードから活性化拡散が起き，答えである8が活性化するとした．本研究では，このような表象構造を持つと仮定して，ある (a,b,r,c) に対して，a と c，あるいは b と c の連合を強めるチャンスが多ければ，その数に応じて $\mathrm{Ass}(a,b,r,c)$ の値も増加すると考えた．

モデルでは，a,c を固定した場合の b',r' の組の存在する個数を $n_{a,c}$，同様に，b,c を固定した場合を $n_{b,c}$ としたとき，$p_o(a,b,r,c) = 20(n_{a,c}+n_{b,c})$ とした．たとえば，$(3,6,+,9)$ に対しては，$3+6=9$ 自身と $3\times 3=9$ の存在により $n_{a,c}=2$ であり，6 と 9 を固定した場合は $3+6=9$ 以外のファクトは存在しないので $n_{b,c}=1$ であるから，$p_o(3,6,+,9) = 20(2+1) = 60$ である．

ファン効果による連合抑制 c を固定し，$(a',b',r',c)\in F$ なる a',b',r' の組が存在するとき，その存在する数に応じて，任意の a,b,r に対する $\mathrm{Ass}(a,b,r,c)$ の値を低下させる．

ファン効果とは，学習時に多くの概念 (concept) と結合しているファクトほど，後の再認成績が悪くなる現象である．たとえば，下の3つの文「弁護士は洞窟にいる」,「医者は洞窟にいる」,「作家は公園にいる」を学習する．十分に学習が行われたのち，これらの文の再認を求める．このとき,「洞窟」を共有している「弁護士は洞窟にいる」,「医者は洞窟にいる」の文は,「作家は公園にいる」に比べて，再認までの時間が長いことが明らかにされている (Anderson & Reder, 1999).

加法･乗法の演算構造を考えた際，たとえば「3+5」と「$4+4$」は，ともに8を共有している概念と考えることができる．これまでのファン効果に関する実験で用いられている材料と暗算処理の材料は異なるが，人工的な暗算処理課題を用いた Phenix & Campbell (2001) に見られるように，数を材料に用いた場合にも，ファン効果が見られることが示されている．

Anderson & Reder (1999) は，ファンの数が多いファクトは，その数に応じて，連合が抑制されるとしてファン効果を説明した．これに従い，ある c を答えに持つファクトの数が多ければ，その数に応じて，連合が抑制されると考えた．モデルでは，c を固定した場合の a',b',r' の組の存在する個数を n_c としたとき，$q_f(a,b,r,c) = 12\log_{10} n_c$ とされた．たとえば，$(3,6,+,9)$ に対しては，9を答えに持つファクトは $1+8, 2+7, 3+6, 4+5, 5+4, 6+3, 7+2, 8+1, 1\times 9, 3\times 3, 9\times 1$ の11種であるから，$n_c = 11$ であり，$q_f(3,6,+,9) = 12\log_{10} 11 = 12.50$ である．ファンの数を対数関数により評価することは，Anderson & Reder (1999) を参考とした．

大きさの類似性による連合抑制 c の大きさに応じて，任意の a,b,r に対する $\mathrm{Ass}(a,b,r,c)$ を低くする．

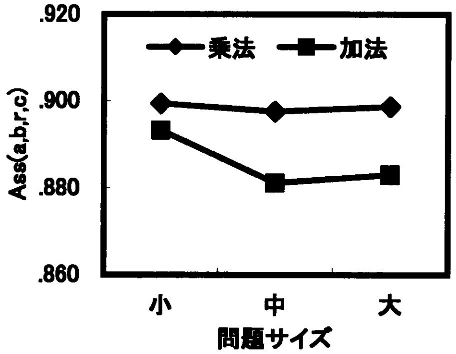

図 6 問題サイズによる演算ごとの連合強度

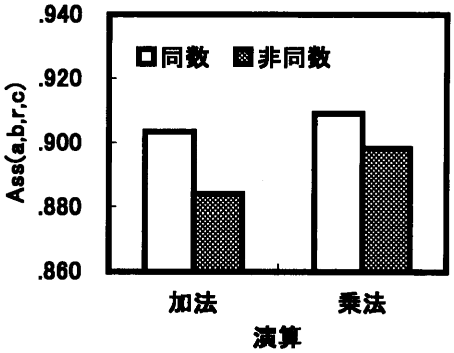

図 7 演算ごとの同数と非同数の連合強度

これは，ネットワーク干渉モデルで用いられた大きさの類似性の仮定に類似するものである．答えとなる数が大きくなるほど，連合を形成すべき答えに対する他の数からの干渉が大きくなり，結果として連合が形成されにくいと仮定した．モデルでは，$q_s(a, b, r, c) = 7\log_{10} c$ とした．たとえば，$q_s(3, 6, +, 9) = 7\log_{10} 9 = 6.68$ である．大きさの類似性を答えの数の対数関数により評価することは，Campbell (1995) を参考とした．

4.2 モデルの結果と考察

加法と乗法それぞれについて，(a) 問題サイズ，(b) 同数・非同数の連合強度の比較について見ていく．

問題サイズごとの比較 図 6 に，問題サイズごとの Ass(a, b, r, c) の値を示す．全体的に乗法の方が連合が強く，問題サイズごとの変化は加法の方が大きいことは，実験 2a の結果 (図 4) を説明している．図 6 に示してある数値は，すべての非同数問題を用いて算出されているが，実験 2a で用いた刺激に限定しても，同様の結果となる．

全体的に乗法の連合が強いことに関しては，問題サイズが大きいものに関しては，ファン効果が少ないことが理由として挙げられる．乗法では，大きなサイズになると，ファン効果はほとんどない．これにより，サイズの大きな乗法は，連合が抑制されない．

これに対して，加法は答えを共有するファクトが多く，全体的にファン効果が大きい．加法は，答えの範囲が 4 から 18 までであることから答えを共有するものが多い．このため，ファン効果の影響を大きく受ける．しかしながら，サイズの小さな加法は，ファン効果にもかかわらず，連合が強いまま維持される．これは，一つは大きさの類似性によるものであるが，もう一つは，演算数による連合による．サイズの小さな加法は，乗法と演算数と答えを共有することが多い (たとえば，$2 + 4 = 6$ と $2 \times 3 = 6$)．これにより，問題サイズの小さな加法は，連合が強化されやすくなる．

同数・非同数の比較 図 7 に，同数・非同数ごとの Ass(a, b, r, c) の値を示す．全体的に同数の方が大きく，同数と非同数の差は加法の方が大きいことは，実験 2b の結果 (図 5) を説明している．また，図 7 に示してあるのは，すべての問題が用いられているが，実験 2b で用いた刺激に限定しても，同様の結果となる．

このようなパターンになった理由として，すべての加法の同数問題には，演算数による強化を引き起こす乗法のファクトが存在することに起因する．たとえば，$3 + 3 = 6$ は，$3 \times 2 = 6$ が存在する．一般に，$a + a =$ は，$a \times 2 =$ あるいは $2 \times a =$ という乗法のファクトが必ず存在する．一方で，乗法にはこのような構造はない．これにより，加法は同数と非同数の差が非常に大きくなる．また，乗法においても同数と非同数の差がみられたことは，乗法の同数問題はファンが 1 つであることが多いことによる．非同数問題では，$5 \times 7 = 35$ と $7 \times 5 = 35$ があるように，演算数を逆転させることで，必ずファンが増える．一方，答えに 25 を持つものは，5×5 のみである．

以上より，先に述べた 4 つの変数により連合強度を説明した．この結果は，実験 2a,b の結果を説明可能であった．

5. 産出課題の処理

産出課題の反応時間は，連合強度と干渉強度の関数により決定されるというモデルを仮定し，産出課題の処理を説明する．

連合強度のパラメータは，連合強度の学習のシミュレーションにより得られた値を用いた．一方，干渉強度のパラメータは，次のように実験的検討を行い，算出した．

干渉強度は，問題とその答え以外の数との連合の強さ (図 1 における (B) のリンク) と，大きさの類似性 (同様に，(C) のリンク) との関数として算出した．大きさの類似性のパラメータに関しては，Campbell (1995) を参考に評価した．一方で，問題と答え以外の数との連合の強さに関しては，次のように実験的に評価した．

ネットワーク干渉モデルでは，特徴の類似する問題の答えが，正解に干渉するとした．特徴の類似する問題の答えとは，主に演算表関連数がある．演算表関連数とは，たとえば $4+5$ に対して演算数 4 と演算 $+$ を共有している $4+6$ の答えである 10 や，4×5 に対して演算数 5 と演算記号 $\times$ を共有している 3×5 の答えである 15 のように，九九表で同一の行，列にある数のことである[7]．そこで，実験 2a と同様の方法で，演算と問題サイズを軸に，問題と演算表関連数の連合の強さを評価した．これをモデルに組み込むことで，産出課題の処理を説明した．

5.1 干渉の強さの評価 (実験 3)

5.1.1 方　法

被験者は，大学生・大学院生 13 名．年齢は 19.4 から 24.4 歳まで (平均 21.8 歳) であった．

以下，実験 2a と異なる点のみ述べる．不正解ターゲットとして，和・積以外に，関連数条件が設定された．関連数条件とは，ターゲットに先行刺激の演算表関連数が提示される条件である．演算表関連数は，それぞれの演算，問題サイズ条件の中で，異なる先行刺激の和・積のなかから選ばれた．演算表関連数は先行刺激の和や積ではないことから，不正解ターゲットが常に先行刺激の和や積となることは避けられるため，不正解フィラーターゲットは用いられなかった．

実験 2a の不正解フィラーターゲットに対応する，不正解ターゲットの関連数条件は，和や積の中から選ばれたため，不正解と判定されるターゲットの種類が実験 2a の半分となる．このため，正解フィラーターゲットは，実験 2a の半分の 40 組が用意された．また，正解フィラーターゲットが実験 2a の半数であるため，1 ブロックは 200 試行であった．その他の点は，実験 2a と同様であった．

実験に要した時間は，平均 30 分程度であった．

5.1.2 結果と考察

誤答率は 4.4%，異常反応として 0.1%が除かれた．

問題サイズと和・積の種類ごとの，答えと演算表関連数の比較を行う．各条件の平均反応時間を図 8 に示す．2(演算；和，積) × 2(問題サイズ；小，大) × 2(関連性；答え，演算表関連数) の 3 要因分散分析の結果，演算の主効果，関連性の主効果，演算と問題サイズの交互作用が有意であった [順に，$F(1,12)=6.97$, $MSe=0.00055$, $p<.05$, $F(1,12)=12.94$, $MSe=0.00025$, $p<.01$, $F(1,12)=7.88$, $MSe=0.00064$, $p<.05$]．また，関連性に関する交互作用は全く見られなかった [演算×関連性，$F(1,12)<1$, $MSe=0.00039$, $p>.10$，問題サイズ×関連性，$F(1,12)=1.11$, $MSe=0.00031$, $p>.10$，二次の交互作用，$F(1,12)<1$, $MSe=0.00031$, $p>.10$]．

この結果は，各条件における問題と演算表関連数の連合は，対応する問題とその答えの連合の強さに準じる連合の強さを持つことを示していると考えられる．

以上の結果をもとに，産出課題の処理を考察した．

5.2 産出課題の処理モデル

連合強度と干渉強度の関数として，産出課題の処理をモデル化した．連合強度に関しては，連合強度の学習のシミュレーションにより得られた値を用いた．一方，干渉強度は実験 3 の結果を考慮して算出した．

$(a,b,r,c) \in F$ の産出課題の成績 $T(a,b,r,c)$ は，

$$T(a,b,r,c)=\frac{I(a,b,r,c)\log_{10} c}{\mathrm{Ass}(a,b,r,c)}$$

によって評価された[8]．T が大きいことは反応時間が長いこと，T が小さいことは反応時間が短いこと

7) この場合は，乗法の場合は一般的な乗法九九であり，加法の場合は加法の答えを配した加法九九を指す．

8) ここでは，$a, b \in \{2,3,\ldots,9\}$ である．

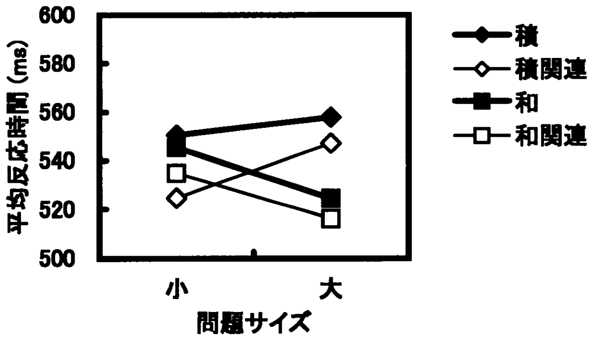

図 8　問題サイズによる演算ごとの反応時間 (実験 3)

に対応する．$I(a,b,r,c)\log_{10}c$ は，各問題における干渉強度を表す．

まず，$I(a,b,r,c)$ は，当該の問題と答え以外の数との連合の強さの和であり，以下のように算出した．

ある問題 $(a,b,r,c) \in F$ に対して，答え c に干渉する数 $k \in \{4,5,\ldots,c-1,c+1,\ldots,80,81\}$ の問題との連合の強さを $I_k(a,b,r,c)$ とする．I_k は，(a,b,r,c) に特徴が類似するファクトにより決定された．細かくは，$I_k(a,b,r,c)$ の値は，k を答えに持ち，a,b,r のなかで 2 つ以上の変数が一致するファクトの連合強度と定義した．ただし，k を答えに持ち，a,b,r の 2 つ以上が一致するファクトが複数ある場合，その中の最大値が用いられた．また，答えに k を持つ類似するファクトが存在しない場合，$I_k = 0$ とされた．

具体的には，たとえば，$(3,5,+,8)$ に干渉するのは，$(3,6,+,9)$ や $(3,5,\times,15)$ などである．まず，$I_{15}(3,5,+,8) = \mathrm{Ass}(3,5,\times,15)$ である．一方，$(3,5,+,8)$ に類似し，答えに 9 を持つファクトとしては，$(3,6,+,9)$，$(4,5,+,9)$ と複数あるため，$I_9(3,5,+,8) = \max\{\mathrm{Ass}(3,6,+,9), \mathrm{Ass}(4,5,+,9)\}$ である．また，$(3,5,+,8)$ に類似し，答えに 49 を持つファクトは存在しないので，$I_{49}(3,5,+,8) = 0$ である．

以上のように決定された I_k は，実験 3(図 8) の結果を説明している．

次に，$I_k(a,b,r,c)$ を用いて，$I(a,b,r,c) = \sum_{k(\neq c)} I_k(a,b,r,c)$ とした．これは，すべての干渉する数の，対応する問題と答え以外の数の連合の強さの和である．以上の手続きで，$I(a,b,r,c)$ が算出された．

また，$\log_{10}c$ は，干渉強度を決めるもう一つの要因である大きさの類似性を反映するパラメータである (図 1 における (C) の強さ)．ここでは，大きな数を答えに持つ問題を解く際は，答え以外の数からの干渉が強くなると仮定した．この仮定は，ネットワーク干渉モデルの仮定と共通であり，大きさの類似性を対数関数により評価することは，ネットワーク干渉モデルを参考とした．

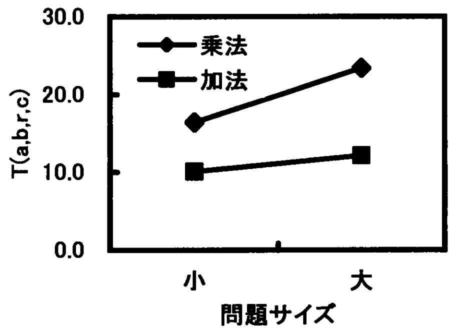

図 9　問題サイズごとの加法と乗法の $T(a,b,r,c)$：モデル

モデルでは，干渉強度が大きいほど T は大きくなる，すなわち反応時間が長くなる．また，連合強度が大きいほど T は小さくなる，すなわち反応時間が短くなる．

5.3 モデルの結果

まず，非同数問題における問題サイズごとの加法・乗法の $T(a,b,r,c)$ を図 9 に示す．結果パターンは，実験 1 の結果 (図 3) を説明している．つまり，(a) 全体的に乗法の方が反応時間が長く，(b) 問題サイズごとの変化は乗法の方が大きいことに一致している．また，同数・非同数の比較を図 10 に示

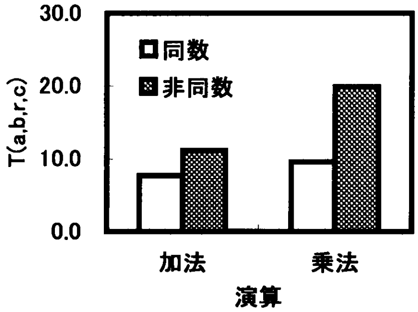

図10 加法・乗法の同数と非同数ごとの $T(a,b,r,c)$：モデル

す．これも，実験1の結果パターン (図2) を説明している．

5.4 考　察

まず，本研究による産出課題の反応時間の説明をまとめる．その後，既存のモデルとの相違点をまとめる．

5.4.1 反応時間の違いの説明

まず，問題サイズ効果に関して，本研究のモデルでは，加法と乗法でその生起因が異なる．加法では，問題サイズ効果に寄与するのは連合強度である．干渉強度はほとんど影響を与えない．問題と答え以外の数との連合に関しては，問題サイズごとの違いはほとんどない．また，大きさの類似性に関しては，答えの範囲が4〜18であるため，多少の影響はあるが，乗法と比較して，それほど大きな影響はない．

一方，乗法に関しては，問題サイズ効果に寄与するのは干渉強度である．問題サイズごとの連合強度は，実験2aの結果のように，変化はほとんどない．しかし，干渉強度に関しては，答えの範囲が大きいため，大きさの類似性の影響を大きく受ける．

同数効果に関しても，その生起因は加法と乗法で大きく異なる．加法の同数効果の原因は，連合強度である．加法では，同数問題と非同数問題の連合強度の差異が比較的大きいことにより，同数効果が生じる．干渉強度に関しては，加法では同数問題と非同数問題に大きな違いはなく，同数効果には寄与していない．一方，乗法では，同数効果の主要な原因は，干渉強度である．同数問題は，干渉する数が少ない．たとえば，5×5 に干渉する数は，簡単のために九九表で隣り合う数に限定すれば，5×4 の答えである20と，5×6 の答えである30である．ところが，4×7 に干渉する数は，$3 \times 7 = 21$，$4 \times 6 = 24$，$4 \times 8 = 32$，$5 \times 7 = 35$ の4つがある．つまり，乗法の同数問題では，問題の2つの演算数を変化させた際，$5 \times 4 = 4 \times 5$ のように，演算表関連数が一致する構造を持つ．このために，乗法の同数問題は，非同数問題に比べて干渉が少ないと考えられる．加法では，同数同数と非同数問題でこのような差異はないため，干渉の強さに大きな差異はないのである．

最後に，本研究では加法と乗法の演算間での，全体的な反応時間の違いも説明した．乗法の反応時間が長くなる要因は，干渉強度である．乗法では，問題と答え以外の数との連合が，加法よりも多い．これは，乗法の同数効果と同様で，演算表関連数の数の違いによるものである．たとえば，$3+6=9$ に干渉する演算表関連数は，九九表で隣り合う数に限定すれば，8と10の2つである．しかし，$3 \times 6 = 18$ では，12, 15, 21, 24の4つである．このように，干渉する演算表関連数は，乗法の方が多い．さらに，全体的に答えとなる数が大きくなる乗法では，大きさの類似性の影響も大きい．以上から，乗法は加法に比べて干渉が強いため，全体的な反応時間が長くなるといえる．

以上の結果を，表3にまとめておく．

5.4.2 既存のモデルと違い

これまでの研究では，問題サイズ効果や同数効果のような現象の種類，あるいは演算の種類によらず，反応時間の違いが連合強度と干渉強度のどちらか一方の要因によって起こるという立場に立っていた．たとえば，ネットワーク検索モデルでは，加法と乗法ともに，反応時間の違いは連合強度に基づくとされた．また，ネットワーク干渉モデルでは，反応時間の違いは干渉強度によるとされた．しかし，本研究では，問題サイズ効果や同数効果が，加法と乗法で異なる要因によるとした．この点は，本研究のモデルの最も大きな特徴である．

このような説明を行ったことにより，加法と乗法で異なるパターンがみられる現象についての説明を可能としている．たとえば，本研究のモデルでは，主たる説明対象は反応時間であるが，加法と乗法における演算間エラーの頻度の違いに示唆を与えて

表 3 本研究の結論

課題	現象	演算	連合強度	干渉強度
産出課題	問題サイズ効果	加法	○	△
		乗法	×	○
	同数効果	加法	○	×
		乗法	△	○
	演算間の違い		×	○
真偽判定課題	問題サイズ効果	加法	○	×
		乗法	○	×
	演算間の違い		○	×

注：反応時間の違いに寄与する要因．○は主たる要因，△は主たる要因ではないが寄与する要因，×はほとんどあるいは全く寄与しない要因を示す．

いる．演算間エラーとは，加法の問題にその 2 数の積を答えてしまう誤り，あるいはその逆である．加法と乗法の演算間エラーの頻度を比較すると，加法に積を答えてしまう誤りが，その逆よりも多いことが明らかになっている．問題と答えの連合がすべての問題で等しいと仮定したネットワーク干渉モデルでは，この結果を説明することができなかった (Campbell, 1995) [9]．本研究のモデルでは，加法の問題を解決する際のその問題の 2 数の積の干渉が，乗法の問題に対する和よりも強い．さらに，全体的に加法の干渉は弱いことから，加法の問題を解決する際の積の干渉は，比較的強くなる．誤りが答え候補の干渉の強さに依存するというネットワーク干渉モデルの仮定に従えば，加法に対する積は干渉が強く，誤りとなる頻度が高くなると説明ができる．

これより，さらに本研究で提唱したモデルの有効性を吟味するために，既存のモデルと比較しながら，真偽判定課題の処理を検討する．

6. 真偽判定課題の処理

真偽判定課題の処理プロセスとして，ネットワーク検索モデルでは，産出＋比較方略が使用されるとした．この根拠として，Ashcraft et al. (1984) は，加法の問題サイズ効果が，産出課題と真偽判定課題でほぼ等しいことを挙げている．真偽判定課題が産出＋比較方略で解決されているとすれば，加法の問題サイズ効果以外の現象に関しても，実験 1 による産出課題の結果と，真偽判定課題の反応時間のパターンの一致が予測される．

一方，産出課題と真偽判定課題の処理プロセスが異なるとの主張もある (Campbell, 1987; Campbell & Tarling, 1996; Zbrodoff & Logan, 1990, 2000)．たとえば，Campbell (1987) は，乗法の問題サイズ効果が，産出課題と真偽判定課題で大きく異なることを示した．Zbrodoff & Logan (1990) は，二重マクロプロセスモデル (dual macroprocess model) を提案し，課題間の処理プロセスの違いを説明している．このモデルと産出＋比較方略によるモデルの違いは，真偽判定課題の反応時間に，提示された答え部分が影響するのかどうかである．二重マクロプロセスモデルは，提示された答え部分を含めた等式全体で判断される「共鳴 (resonance) 判断」により真偽判定課題が解決されるとした．

しかし，二重マクロプロセスは，産出課題と真偽判定課題の反応時間のパターンの違いに関しては，全く説明が行われていない．たとえば，課題間の問題サイズ効果の大きさについて，Ashcraft et al. (1984) が加法では等しいことを示し，Campbell (1987) が乗法では異なることを示したが，なぜこのような反応時間のパターンが現れるのかを説明することができない．

本研究のモデルでは，真偽判定課題が共鳴判断により解決されると仮定した際，その反応時間のパターンを明確に予測することが可能である．等式全体による答え部分を含めた判断では，処理すべき答

9) Campbell (1995) の実験とシミュレーションによるデータでは，すべての誤りに演算間エラーが占める割合は，乗法に和：加法に積として，実験では 6.4%：23.1%に対し，モデルでは 6.1%：4.9%であった．

えが決定されているため，答え以外の数の干渉による影響がないと考えられる．つまり，連合強度が強ければ，反応時間が短くなることが予測される．

本研究では，この予測を検討するために，問題サイズと演算を軸とした真偽判断課題の反応時間を測定する．本研究のモデルからは，(a) 全体的に加法の方が反応時間が短く，(b) 問題サイズごとの変化は加法の方が大きいことが予測される．

6.1 真偽判定課題の成績 (実験 4)

6.1.1 方 法

被験者 大学生・大学院生 12 名．年齢は，20.3 歳から 28.0 歳まで (平均 23.4 歳) であった．

材料 実験刺激として，2～9(ただし 5 を除く) の組み合わせ (同数問題は除かれ，順序は考えない)21 組が用意された．この数の組み合わせに加法・乗法の問題として，「＋」，「×」の演算記号を付け，合計 42 題が先行刺激として用いられた．ただし，演算数の左右の順序は，左側に小さいもの，右側に大きいもので統一された．それぞれの先行刺激に対して，ターゲットとして，正解ターゲット，不正解ターゲットが用意された．正解ターゲットは，それぞれの先行刺激の答えとなるもの (加法のときは和，乗法のときは積) であり，被験者は正解の反応を求められた．不正解ターゲットは任意に用意され，被験者は不正解の反応を求められた．

さらに，先行刺激の前に提示する演算予告刺激を用意し，付加的に吟味した．これは，同一被験者に，同一実験上で複数の演算の処理を求めるという本実験の手続きによる反応時間への影響を吟味するためである．これまでの研究が加法と乗法の一方のみを実験対象としていたため，実験上で扱った演算が単一か複数かで，問題サイズ効果や同数効果，あるいは演算間の反応時間差への影響が考えられるためである．

演算の予告には，予告あり条件として，「＋」または「×」が用いられた．「＋」は提示される問題が加法であること，「×」は提示される問題が乗法であることを予告するものである．予告なし条件には「○」が用意された．これは，提示される問題が加法であるか，乗法であるかを特定できないことを示すものである．予告あり条件は，提示される演算が特定されているため，これまでに行われてきた研究と同様の処理が行われると考えられる．一方で，予告なし条件は，複数の演算を扱うことになる．もし，複数演算を扱うことが，問題サイズ効果や演算間の反応時間のパターンに影響を及ぼすとすれば，この 2 条件間で，反応時間のパターンに違いが見られることが予測される．

以上の組み合わせにより，合計 336 組の刺激が準備された．先行刺激の大きさは，視角にして横約 7.6 度，縦約 2.0 度であった．

手続き 336 組の刺激は，被験者ごとにランダムに 168 組ずつ 2 ブロックに分けられた．刺激はコンピュータディスプレイ上に提示された．1 試行は，被験者が特定のキーを押すことで始まり，最初に，演算予告刺激が 2000 ms 提示された．その後，注視点 (「aaaaaaa」) が 750 ms 提示された．次に，先行刺激が 120 ms 提示され，その直後にターゲットが提示された．被験者は正解・不正解のキーをできるだけ速く正確に押すことを求められた．最初に約 40 試行の練習試行が行われ，休憩をはさみ 2 ブロック行われた．練習試行は全刺激の中から任意に選ばれた．反応はコンピュータにより記録された．

実験に要した時間は，平均 30 分程度であった．

6.1.2 結 果

正解ターゲットを持つ試行についてのみ分析が行われた．平均誤答率が 14.3%と高いため，反応時間に加え，誤答率の分析も補助的に行った．

なお，誤答率の統計的分析にあたっては，逆正弦変換値 (単位はラジアン) を用いた (図中の数値は変換前の算術平均である)．反応時間について，異常反応として除かれた試行はなかった．

予告の有無，演算，問題サイズごとの平均誤答率を図 11 に，平均反応時間を図 12 に示す．誤答率について，2(予告；予告あり，予告なし) × 2(演算；加法，乗法) × 2(問題サイズ；小，大) の 3 要因分散分析を行った結果，演算の主効果，演算と問題サイズの交互作用が有意であった [それぞれ，$F(1,11)=13.81$, $MSe=0.024$, $p<.01$, $F(1,11)=6.34$, $MSe=0.014$, $p<.05$]．演算と問題サイズの交互作用に対して，単純主効果の検定を行った結果，問題サイズ大水準における演算の単純主効果，および，演算条件の加法水準における問題サイズの単純主効果が有意であった [それぞれ，$F(1,22)=22.02$, $MSe=0.019$, $p<.01$, $F(1,22)=5.83$, $MSe=0.013$, $p<.05$]．反応時

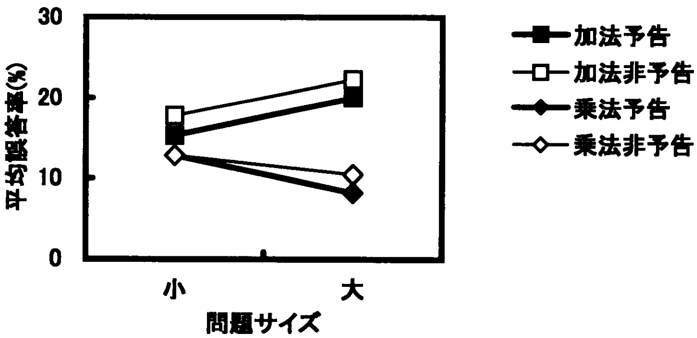

図 11　真偽判定課題における問題サイズによる演算ごとの誤答率 (実験 4)

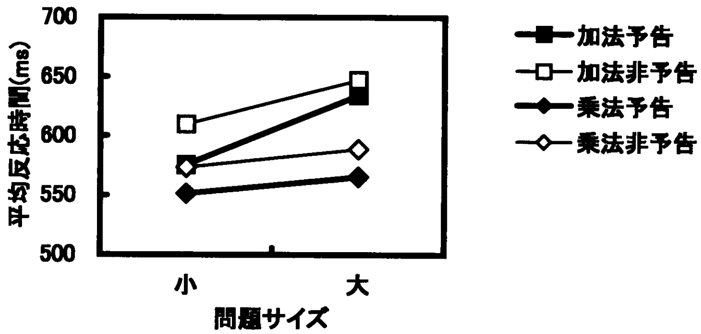

図 12　真偽判定課題における問題サイズによる演算ごとの反応時間 (実験 4)

間について同様の分析を行った結果，演算の主効果，問題サイズの主効果が有意であり [$F(1,11) = 7.81$, $MSe = 0.0039$, $p < .05$, $F(1,11) = 14.36$, $MSe = 0.00089$, $p < .01$]，予告の主効果，演算と問題サイズの交互作用に有意な傾向がみられた [それぞれ，$F(1,11) = 3.50$, $MSe = 0.0028$, $p < .10$, $F(1,11) = 3.43$, $MSe = 0.00096$, $p < .10$]．演算と問題サイズの交互作用は有意傾向にとどまったが，暗算処理においては誤答率と反応時間の相関が見られることが指摘されており (Campbell & Graham, 1985)，誤答率と同様のパターンが見られる可能性がある．そこで，この交互作用に対して，単純主効果の検定を行った結果，問題サイズ大水準における演算の単純主効果，および，演算条件の加法水準における問題サイズの単純主効果が有意であった [それぞれ，$F(1,22) = 10.19$, $MSe = 0.0024$, $p < .01$, $F(1,22) = 14.98$, $MSe = 0.00093$, $p < .01$]．

6.1.3 考　察

まず，問題サイズ効果は，加法の方が大きいことが明らかになった．特に，乗法においては，問題サイズ効果は見られなかった．また，演算間の反応時間は，全体的に乗法の方が短かった．これらの点は，産出課題の成績パターン (実験 1) と演算について逆転する結果であった (これらの結果を表 1 にまとめた)．

産出課題と真偽判定課題で，問題サイズごとの加法と乗法の反応時間のパターンが逆転するという結果から，真偽判定課題が産出＋比較により行われているという仮説 (Ashcraft et al., 1984) は支持できない．この結果は，産出課題と真偽判定課題の処理プロセスが異なるとの主張 (Campbell, 1987; Campbell & Tarling, 1996; Zbrodoff & Logan, 1990, 2000) を支持している．

次に，付加的に操作された演算記号の先行提示の効果は，反応時間における主効果のみに有意傾向がみられた．一方で，その他の変数との交互作用は全く見られなかった．加法と乗法の一方のみを扱ったこれまでの研究と異なり，本研究では 2 つの演算を扱った．このため，扱う演算数による問題サイズ効果や同数効果への影響の可能性もあった．しかしながら，この結果は，演算予告の変数の反応時間への影響は，少なくとも問題サイズ，演算の変数の影響とは独立であることが示唆された．

6.2 真偽判定課題の処理モデル

真偽判定課題の反応時間は，連合が強い問題タイプほど誤答率が低くなり，反応時間が短くなることが示された．

これまでの二重マクロプロセスモデルでは，真偽判定課題の反応時間のパターンを予測することが不可能であった．本研究のモデルは，明確な反応時間のパターンの違いを予測できるように，二重マクロプロセスモデルを拡張したものと位置づけることができよう．

Ashcraft et al. (1984) と Campbell (1987) による，課題間の問題サイズ効果の大きさに対する加法と乗法の不一致も，説明することができる．真偽判定課題では，乗法よりも加法の方が問題サイズ効果が大きいが，産出課題では逆に加法の方が大きいことが実験的に明らかになった．これに加えて，問題サイズ効果は全体的に産出課題の方が大きい．これにより，全体的に問題サイズ効果が大きい産出課題において効果が小さい加法と，全体的に問題サイズ効果が小さい真偽判定課題において効果が大きい加法が，結果的に効果の大きさが一致したと考えることができる．同様に，乗法において演算間の問題サイズ効果の大きさが異なることも説明可能である．また，全体的に真偽判定課題の反応時間が短いことは，産出課題の解決過程を (1) 答え候補の活性化，(2) ノードの選択に分離したとき，真偽判定課題では (2) の過程が不要であるためであると考えられる．

産出課題 (実験 1) と真偽判定課題 (実験 4) でみられた演算間でのパターンの逆転は，これまでの処理モデルでは説明ができない．この点で，本研究のモデルの有効性が示されたといえる．

7. 結　論

本研究では，連合強度と干渉強度の 2 要因を用いて，同数効果や問題サイズ効果などの問題タイプごとの反応時間が異なる現象がどちらの要因によっているのかを，実験とシミュレーションモデルを通して検討した．

まず，以下に本研究のモデルによる説明，およびその根拠となる実験とシミュレーションの結果をまとめる (表 3)．

産出課題の問題サイズ効果　これまでのモデルが加法と乗法に対して共通の要因を用いて説明していたことに対し，本研究では演算間で異なる説明をした．加法では，連合強度が問題サイズが大きくなるにしたがって弱まり，結果として問題サイズ効果が起こるとした．一方，乗法では，問題サイズが大きくなるにつれて干渉が強くなることを仮定することで，問題サイズ効果が起こるとした．

加法と乗法の問題サイズごとの連合強度の違いについては，実験 2a によって実験的検討がなされ，連合強度のシミュレーションにより実験結果が説明可能であることが示された．また，問題サイズごとの干渉強度の違いが実験 3 により実験的検討がなされ，それをもとに干渉強度が算出された．そして，連合強度と干渉強度の関数により，実験 1 で検討された加法と乗法の問題サイズごとの反応時間の違いが説明可能であることが，シミュレーションにより示された．

産出課題の同数効果　問題サイズ効果と同様に，加法と乗法で異なる説明をした．加法では，連合強度が同数問題と非同数問題で異なることにより，同数効果が起こるとした．一方で，乗法では，干渉する類似問題の答えの種類が，同数問題と非同数問題で異なることにより，干渉強度が異なり，同数効果が起こるとした．

同数と非同数の連合強度の違いについては，実験 2b により実験的検討がなされ，連合強度のシミュレーションにより実験結果が説明可能であることが示された．また，同数と非同数の干渉強度の違いが，問題サイズごとの干渉の違いをもとに，シミュレーションによって推定された．そして，連合強度と干渉強度の関数により，実験 1 で検討された加法と乗法の同数問題と非同数問題に対する反応時間の違いを説明可能であることが，シミュレーションによって示された．

産出課題における演算間の違い　全体的に乗法の反応時間が長いことに対しては，干渉に関する 2 つの下位要因により説明した．一つは，乗法は干渉する数の種類が多いことである．もう一つは，大きさの類似性による干渉強度の違いである．これらの要因により，産出課題の反応時間は乗法の方が長いことを説明した．

乗法に干渉する数の種類が多いこと，および大きさの類似性による干渉強度の違いが産出課題のシミュレーションで仮定されることで，実験 1 の結果を説明可能であることが示された．

真偽判定課題の処理　真偽判定課題では，連合強

度が強いほど，反応時間が短くなると説明した．連合強度は，(a) 全体的に乗法の方が強く，(b) 問題サイズごとの変化は加法の方が大きいことから，真偽判定課題は，(a) 全体的に乗法の方が反応時間が短く，(b) 問題サイズ効果は加法の方が大きいことが説明された．

問題サイズごとの連合強度の違いに関しては，実験 2a により示された．また，その連合強度は，シミュレーションにより説明可能であることが示された．この連合強度によって，実験 4 における真偽判定課題の反応時間を説明可能であることが示された．

既存のモデルと比較した際，本研究のモデルの特に有効な点は，次の 3 点である．

第一に，産出課題の加法と乗法の反応時間のパターンの違いを説明していることである．ネットワーク検索モデルや連合分布モデルでは，加法と乗法一方のみの問題サイズ効果や同数効果は説明可能であった．しかし，全体的に乗法の反応時間が長く，問題サイズ効果は乗法の方が大きい傾向があることは説明できなかった．

第二に，産出課題と真偽判定課題の反応時間のパターンの違いを説明可能としている点である．ネットワーク検索モデルでは，真偽判定課題の説明も可能であるとされたが，本研究の実験 1 と 4 の違いを説明できないことが明らかになった．また，ネットワーク干渉モデルや連合分布モデルでは，真偽判定課題を説明対象としてこなかった．

第三に，産出課題の同数効果を，同数問題のみに対する特別な仮定をせずに，加法と乗法の演算構造のみにより説明した点である．たとえば，ネットワーク検索モデルや連合分布モデルでは，同数問題は連合強度が比較的大きいことが仮定された．また，ネットワーク干渉モデルでは，同数問題は干渉の影響を受けにくいことが仮定された．しかし，このような仮定の妥当性に関しては，ほとんど検討が行われてこなかった．本研究では，同数問題のみに対するこのような仮定は全く用いておらず，したがって同数問題に適用される仮定の妥当性に関する検討は必要ない．

注

本研究の一部は，The 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education，日本教育心理学会第 43 回大会，日本心理学会第 65 回大会，日本心理学会第 66 回大会において発表された．また，本研究の一部は，2000 年度筑波大学大学院博士課程心理学研究科中間論文の一部である．

謝　辞

本研究をまとめるにあたり，筑波大学心理学系海保博之先生にご指導いただきました．ここに感謝いたします．

文　献

Anderson, J. R. & Reder, L. M. 1999 The fan effect: New results and new theories. *Journal of Experimental Psycholgy: General*, **128**, 186-197.

Ashcraft, M. H. 1987 Children's knowledge of simple arithmetic: A developmental model and simulation. In J. Bisanz, C. J. Brainerd, & R. Kail (Eds.) *Formal models in developmental psychology: Progress in cognitive development research.* New York: Springer-Verlag. Pp. 302-338.

Ashcraft, M. H. 1995 Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. *Mathematical Cognition*, **1** , 3-34.

Ashcraft, M. H., Fierman, B. A., & Bartolotta, R. 1984 The production and verification tasks in mental addition: An empirical comparison. *Developmental Review*, **4,** 157-170.

Campbell, J. I. D. 1987 Production, verification, and priming of multiplication facts. *Memory and Cognition*, **15**, 349-364.

Campbell, J. I. D. 1995 Mechanisms of simple addition and multiplication: A modified network interference theory and simulation. *Mathematical Cognition*, **1**, 121-164.

Campbell, J. I. D. & Graham, D. J. 1985 Mental multiplication skill: Structure, process and acquisition. *Canadian Journal of Psychology*, **39**, 338-366.

Campbell, J. I. D. & Tarling, D. P. M. 1996 Retrieval processes in arithmetic production and verification. *Memory and Cognition*, **24**, 156-172.

LeFevre, J., Bisanz, J. & Mrkonjic, L. 1988 Cognitive arithemetic: Evidence for obligatory activatioin of arithmetic facts. *Memory and Cognition*, **16**, 45-53.

McCloskey, M., Harley, W. & Sokol, S. 1991 Models of arithmetic fact retrieval: An evaluation in light of findings from normal and brain damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, **17**, 377-397.

Phenix, T. L. & Campbell, J. I. D. 2001 Fan effects reveal position-specific numerical concepts. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, **55**, 271-276.

島田英昭・海保博之 2003 心的演算処理研究の諸問題とその議論.『筑波大学心理学研究』, **25**, 51-67.

Siegler, R. S. 1988 Strategy choice procedure and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General*, **117**, 258-275.

Zbrodoff, N. J. 1995 Why is 9+7 harder than 2+3? Strength and interference as explanations of the problem-size effect. *Memory and Cognition*, **23**, 689-700.

Zbrodoff, N. J. & Logan, G. D. 1990 On the relation between production and verification tasks in the psychology of simple arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, **16**, 83-97.

Zbrodoff, N. J. & Logan, G. D. 2000 When it hurts to be misled: A stroop-like effect in a simple addition production task. *Memory and Cognition*, **28**, 1-7.

(Received 30 July 2002)
(Accepted 17 June 2003)

島田　英昭 (学生会員)
1976年生. 1999年筑波大学第一学群自然学類卒業. 同年, 筑波大学大学院博士課程心理学研究科入学, 現在に至る. 自然数の処理を中心とした算数・数学の認知過程に興味を持つ. 日本心理学会, 日本認知心理学会, 日本教育心理学会, 日本数学教育学会各会員.