

暗算処理における反転問題の表象構造

—— プライミング技法を用いての検討 ——

島 田 英 昭*

本研究では、プライミング技法を用いて、暗算における反転問題の表象構造を検討した。産出課題と真偽判定課題による実験の結果、 $a \times b$ の解決に先立ち、演算数の位置と順序の一致する $a \times ?$ のプライムが提示された場合が最も反応時間が短かった。また、順序のみ一致する $? \times a$ と位置のみ一致する $? \times b$ のプライムが提示された場合、どちらも一致しない $b \times ?$ のプライムが提示された場合よりも反応時間が短かった。全体的に、順序の効果は位置よりも大きかった。これらの結果から、反転問題の表象は独立であり、その独立性は演算数の位置と順序の双方により区分されており、特に順序が重要であることが明らかになった。

キーワード：暗算、反転問題、表象、プライミング

問題と目的

1 桁の加法や乗法の暗算（たとえば、 $3 \times 5 = ?$ に答える）に関する知識は、学校教育の初期で獲得されるべき重要な課題である。そのため、学習困難児に対する指導法の研究（たとえば、東原・前川・藤倉, 1995）や、一般児童を対象とした学習過程の検討（たとえば、Ashcraft, 1987 ; Campbell & Graham, 1985 ; Siegler, 1988）、小学校の教科書における問題配置の研究（たとえば、Ashcraft & Christy, 1995）など、様々な教育心理学的研究が行われている。

その一方で、主に成人を対象とした、暗算の解決過程のモデル化といった認知心理学的研究も多く行われている（たとえば、Campbell, 1995 ; McCloskey & Lindemann, 1992 ; 島田, 2003, レビューとして、Ashcraft, 1995 ; 島田・海保, 2003）。暗算処理のエキスパートとしての成人の暗算処理過程を詳細に検討することで、教育心理学的研究の基礎的知見が得られることが期待される。

これまでに、暗算処理過程を計算モデルによって表現する理論的研究が行われてきた（たとえば、Ashcraft, 1987 ; Campbell, 1995 ; McCloskey & Lindemann, 1992 ; 島田, 2003 ; Siegler, 1988）。これらの研究の基礎となっているのはネットワークモデルである。暗算処理段階を、(1) 問題の符号化、(2) 問題と答えの連合構造を表象する長期記憶へのアクセス、(3) 答えの出力という3段階に分解し、特に長期記憶へのアクセス方法やそのネットワーク構造をめぐって検討が行われてきた。

本研究で取り上げる反転問題とは、 3×5 と 5×3

のように、演算数を入れ替えても答えが同じ問題の組を指す。本研究では、この反転問題の表象構造を実験的に検討することを目的とした。

この問題に対して最初に実験的検討を行ったのはRickard, Healy, & Bourne (1994)である。この中では、反転問題の表象が同一であること、つまり $a \times b$ と $b \times a$ の表象が同一であることを、転移課題を用いて主張している。

実験では、大学生を被験者とし、被験者は1日おきに3回の学習段階と、最後の学習が行われた4週間後のテスト段階において、いくつかの乗法の産出課題（たとえば、 3×5 の答えを口頭で答える課題）を解決することを求められた。学習段階では、乗法に関して18種の問題を用い、それらの問題の反転問題は含まれていなかった。その後、テスト段階においていくつかの問題を解決した。このとき、学習段階において学習された問題の反転問題に対して、テスト段階において転移が生じるのかどうかを検討された。

学習段階とテスト段階に用いられる問題の組み合わせによって、次の3条件が設定された。一つは、反復条件であり、たとえば、学習時に 3×5 を学習し、テスト時でも 3×5 の解決を行う条件である。次に、反転反復条件であり、たとえば、学習時に 3×5 を学習したが、 5×3 は学習しないように設定し、その後のテスト時では、 5×3 の解決をする。最後の条件は、転移が起こったことを保証するための統制条件で、たとえばテスト時で 4×6 が統制条件として用いられた場合には、学習時で 4×6 や 6×4 が学習されていない条件である。

* 筑波大学（現所属：独立行政法人産業技術総合研究所）
shimadahideaki@ni.aist.go.jp

実験の結果、反復条件と反転反復条件の反応時間に差はなく、これらの条件は統制条件よりも反応時間が短かった。この結果は、反転問題の表象が同一であるために生じたものであると解釈された。このように、反転問題の表象が同一であるとする仮説は同一表象モデル (identical element model) と呼ばれる。

反転問題の表象が同一であるとする主張の一方で、表象が独立であるとする実験的証拠もある。その中の一つとして、Arbuthnott & Campbell (1996) の研究がある。この研究では、系列的に加法や乗法の産出課題を解決する際、以前の試行の答えが、後の試行に誤りとして産出されやすい現象であるエラープライミングが用いられた。たとえば、 3×5 に 18 と誤りが出現する背景に、以前の試行で 3×6 を解決したことが影響している。

実験では加法の産出課題が用いられ、次の 3 条件が比較された。一つは、位置共有条件で、たとえば、 $3 + 5$ の問題の解決のあと、 $3 + 6$ に 8 と答える誤りの頻度である。比較の対象とされたのが、位置非共有条件で、 $5 + 3$ の問題の解決のあと、 $3 + 6$ に 8 と答える誤りの頻度である。もう一つは統制条件で、エラーの原因となった以前の問題と演算数を共有していない誤りの頻度である。実験の結果、位置共有条件の頻度は位置非共有条件の頻度よりも高いことが明らかになった。この結果は、反転問題の表象が独立であることによると解釈された。なぜなら、反転問題の表象が同一であるとすれば、位置の共有と非共有の効果はみられないことが予測されるからである。

さらに、Phenix & Campbell (2001) は、人工的な演算課題を用いて、ファン効果 (Anderson & Reder, 1999) を利用した検討を行い、独立表象を支持している。

Arbuthnott & Campbell (1996) や Phenix & Campbell (2001) の結果を踏まえ、反転問題の表象が独立であると仮定したとき、2 つの反転問題の表象がどのような情報によって区分されているのか、特に、位置情報と順序情報のどちらが区分に重要であるのか、あるいは双方とも重要であるのかという点が問題として残される。位置情報とは、たとえば 3×5 と 5×3 において、「左が 3、右が 5」といった位置に関する情報である。一方、順序情報とは、暗算処理が、一般的に左から右の演算数へと処理されていると仮定するとき、「先が 3、後が 5」といった時間的な順序に関する情報である。

これまでに提唱された計算モデルでは、いずれのモデルも反転問題は独立した表象であることを仮定して

いる (たとえば, Ashcraft, 1987 ; Campbell, 1995 ; McCloskey & Lindemann, 1992 ; 島田, 2003 ; Siegler, 1988)。しかしながら、反転問題を区分する情報は特定されていない。たとえば、ネットワーク干渉モデル (Campbell, 1995) や 2 要因モデル (島田, 2003) では、 3×5 の表象を (3, 5, ×, 15) といった 4 要素を持つベクトルにより表現している。このベクトルの第 1, 第 2 の要素が、位置を表す要素なのか、あるいは順序を表す要素なのかという点は検討されていない。本研究では、ネットワーク干渉モデルや 2 要因モデルによる表象構造を仮定した際、第 1 と第 2 の要素が、どのような特徴 (feature) を表す要素であるのかを特定することを試みる。

本研究の目的は、次の 2 点を検討することである。第 1 に、反転問題の表象が独立であるかどうかを再検討することである。第 2 に、表象が独立であることが支持されたとき、位置と順序のどちらの情報により反転問題が区分されているのか、あるいは位置と順序の両方の情報が重要であるのかを検討することである。この目的のためにプライミング技法を応用した実験を行う。本研究では、ある問題の解決に先立ち、その問題の一方の演算数を先行提示する。この際、Rickard et al. (1994) や Arbuthnott & Campbell (1996) が用いている産出課題を用いた検討を実験 1 にて行い、産出課題とはやや異なった処理プロセスを持つ (島田, 2003 ; Zbrodoff & Logan, 1990, 2000) とされる真偽判定課題 (たとえば、 $3 \times 5 = 15$ の真偽を判定する課題) を用いた検討を実験 2 にて行う。

実 験 1

実験 1 では、 $a \times b$ の産出課題 (ターゲット) を解く直前に、 $a \times ?$, $? \times a$, $? \times b$, $b \times ?$ の 4 つのタイプのプライムを先行提示する方法を用いた。

まず、反転問題の表象構造が同一であるとする同一表象モデルに従えば、 $a \times ?$, $? \times a$, $? \times b$, $b \times ?$ のいずれのプライムを提示した場合でも、 $a \times b$ と $b \times a$ の共通表象を活性化させると考えられる。したがって、いずれの形式でプライムを提示しても、 $a \times b$ の反応時間に違いはみられないことが予測される。ただし、反応時間に違いがみられないという予測は、プライムの処理が全く行われなかった場合にも予測される。このため、プライムの処理が行われていることを保証するため、 $? \times ?$ をプライムとした統制条件が設定された。つまり、同一表象モデルは、4 種の実験条件のプライムに対して $a \times b$ の反応時間に違いがなく、かつ統制条件よりも反応時間が短くなった場合に支持される。

次に、独立表象が支持される場合には、反転問題を区分する情報により、次の3通りの仮説が成り立つ。

まず、位置により区分されているとすれば、 $a \times ?$ と $? \times b$ のプライムは、位置情報の一致する $a \times b$ を活性化させ、反応時間が促進される。しかし、 $? \times a$ と $b \times ?$ は、 $b \times a$ の表象は活性化させるが、位置が一致しない $a \times b$ の表象は $b \times a$ に比べて活性化が起こりにくい。したがって、 $a \times ?$ と $? \times b$ の条件は、 $? \times a$ と $b \times ?$ の条件よりも、 $a \times b$ の反応時間が短くなることが予測される。

順序により区分されているとすれば、 $a \times ?$ と $? \times a$ のプライムが提示されたとき、 a は時間的に先行されて処理される。したがって、 a は b に比べて先に処理されるという順序情報の一致する $a \times b$ を活性化させ、反応時間が促進される。しかし、 $? \times b$ と $b \times ?$ は、順序情報の一致する $b \times a$ の表象は活性化させるが、順序情報が一致しない $a \times b$ の表象は $b \times a$ に比べて活性化が起こりにくい。したがって、 $a \times ?$ と $? \times a$ の条件は、 $? \times b$ と $b \times ?$ の条件よりも、 $a \times b$ の反応時間が短くなることが予測される。

最後に、位置と順序の双方が反転問題の区分に重要であるとすれば、 $a \times ?$ のプライムが提示された際には、 $a \times b$ に対して位置と順序の両方の情報において一致しているため、その他の形式のプライムよりも反応時間が短いと予測される。また、 $b \times ?$ に対しては、 $a \times b$ に対して位置と順序の双方とも一致しないため、順序のみ一致する $? \times a$ や、位置のみ一致する $? \times b$ よりも反応時間が長くなると予測される。

なお、4つの実験条件の分析によって独立表象が支持された場合には、統制条件の分析を行わないこととする。これは、統制条件は同一表象モデルの検討のために設定した条件であり、4つの実験条件で反応時間に差が生ずることは、独立表象を支持するための十分条件であるからである¹。

方法

被験者 成人24名。年齢は、18歳から31歳まで、平均20.7歳であった。

材料 ターゲットとして、2から9までの順序を考慮した組み合わせから、 3×3 のような同数問題を除いた乗法の問題56問が準備された。

個々の問題に対して、以下の5種類のプライムが作成された。一つは、ターゲットの左側の数をプライムとして提示する条件で、提示位置により、 $a \times b$ に対して、 $a \times ?$ 、 $? \times a$ の2種類が作成された。同様に、ターゲットの右側の数をプライムとして提示する条件として、 $b \times ?$ 、 $? \times b$ の2種類が作成された。また、統制条件として、 $? \times ?$ が作成された。以上の手続きにより合計280のプライムとターゲットのセットが作成された。以上の問題セットは、140ずつの2つのブロックに分割された。

刺激提示はコンピュータ (IBM 製 Net Vista 26J) により制御され、刺激は17インチ CRT ディスプレイ (三菱製 RDS171X) に提示された。提示された数式の大きさは視角にして横2.3度、縦0.7度であった。被験者の反応はキーボード (富士通製 FMV-KB321) により入力された。

手続き 1 試行は、被験者が“z”キーを押すことではじまり、最初に750msの注視点 (aaa) が提示された。次に、プライムが500ms提示された。その後、プライムが画面上から消え、マスク刺激 (■ \times ■) が1200 ms提示された。最後に、ターゲットが提示され、被験者は、そのターゲットの答えを口頭で答えると同時に、スペースキーを押すことを求められた。反応はできるだけ速く正確に行うよう被験者に教示された。ターゲットは、被験者がスペースキーを押すまで提示され続け、被験者の反応後に300msのブランク画面が挿入され、次の試行に移った。コンピュータにより、ターゲットが提示されてから、スペースキーが押されるまでの反応時間が測定された。口頭で答えられた答えは、実験者により記録された。

実験は2つのブロックに分けて行われた。1つのブロックでは、140の問題セットが行われた。はじめのブロックの前に、20試行の練習試行が行われた。その後、休憩を挟みながら2ブロックが行われた。ブロックの順序は、被験者間でカウンターバランスされた。被験者一人あたりの実験に要した時間は30分程度であった。

実験計画 2 (位置:一致,不一致) \times 2 (順序:一致,不一致) の2要因計画。ここに、統制条件を加えた合計5条件の比較が行われた。いずれの変数も被験者内変数であった。

¹ 反転問題が位置により区分されている場合の $? \times a$ と $b \times ?$ 、あるいは、順序の場合の $? \times b$ と $b \times ?$ であっても、全く手がかりが提示されない $? \times ?$ と比較すれば、 $a \times b$ の処理が促進される可能性がある。これは、最初に演算数自体(この時点では、位置あるいは順序が欠落している)の処理が行われ、その後にその数の位置、あるいは順序が同定されるという認知モデルを仮定して考えるときに予測される。 $? \times a$ や $b \times ?$ でも、 $? \times ?$ と比較すれば、 $a \times b$ の演算数 a と b の提示により、演算数自体の処理は促進されるからである。

結果と考察

実験者により、正解と不正解が判定された。反応時間の分析には、正答の反応時間のみ用いられた。誤答率は平均6.6%であった。誤答率が低いため、誤答率の分析は補助的に行うこととし、反応時間の分析から結果の解釈を行った。反応時間は、1試行ごとに常用対数変換が施され、分析が実行された。各被験者の各プライム条件ごとに、その条件の平均値から3SD以上の距離のある反応は、異常反応として分析から除かれた。この手続きにより誤答と合わせ、反応時間の分析には、全試行の反応のうち7.8%が除かれた。各条件における平均反応時間と誤答率をTABLE 1に示す（反応時間については幾何平均値、誤答率については算術平均値を示す）。

反応時間に対して、2（位置：一致、不一致）×2（順序：一致、不一致）の2要因被験者内分散分析を行ったところ、順序の主効果が有意であり（ $F(1,23)=16.23$, $MSe=0.00022$, $p<.01$ ）、その効果量は21 msであった。また、7 msときわめて小さな差であるが、位置の主効果に有意な傾向がみられた（ $F(1,23)=3.02$, $MSe=0.00013$, $p<.10$ ）。交互作用についてはみられなかった。

以上から、まず、各プライムの違いによる反応時間の違いがみられたことから、独立表象が支持され、同一表象モデルは支持できないことが明らかになった。なお、独立表象が支持されたため、統制条件の分析は行われなかった。

次に、独立表象における表象区分の情報については、明確な順序の効果と、少ないながらも位置の効果がみられたことから、位置と順序の双方の情報が反転問題の区分に必要であると考えられる。ただし、位置情報の重要性は、その効果量の違いから順序情報に比べて相対的に低いと考えられる。また、位置の効果については、統計的には有意傾向に留まっており、位置の効果が頑健にみられるのかどうかは、実験2においてさらに検討する。

誤答率に対しては、2（位置：一致、不一致）×2（順序：一致、不一致）の2要因被験者内分散分析を行ったところ、

ろ、いずれの効果も有意ではなかった。

実験 2

実験1においては、反転問題の表象は独立であること、およびその独立性を区分する情報は順序が特に重要であることが示され、位置も必要である可能性が示唆された。実験2では、この結果の妥当性を、真偽判定課題を用いてさらに検討を行う。

これまでの暗算処理に関する研究においては、真偽判定課題は産出課題と異なった処理が行われるとされる（Campbell & Tarling, 1996；島田, 2003；Zbrodoff & Logan, 1990, 2000）。

たとえば、島田（2003）の暗算処理の2要因モデルでは、産出課題の処理過程には、提示された問題の答えの活性化（たとえば、 3×5 が提示された際に15が活性化する）と、提示された問題に類似する問題の答えの干渉（たとえば、 3×5 の演算数を変化させた 3×6 の答えである18の干渉）の2要因がかかわっているとしている。その一方で、真偽判定課題では、問題の答えがすでに提示されているために、類似する問題の答えの干渉がないとされる。このモデルで重要な点は、産出課題と真偽判定課題の解決時にアクセスする表象は同一であるが、そのアクセスの様式が異なるということである。このような性質は、Campbell & Tarling(1996)やZbrodoff & Logan (1990, 2000)でも指摘されている。

これらの研究を踏まえた際、実験1でみられた結果は、産出課題の処理過程に特有の性質である可能性がある。つまり、産出課題においては位置や順序を長期記憶へのアクセスの手がかりとして用いるが、真偽判定課題ではそうではない可能性がある。そこで、実験1により検討した産出課題の結果が真偽判定課題に一般化が可能であるのかを検討する。これにより、実験1でみられた結果の妥当性を検討する。

方法

被験者 成人16名。年齢は、19歳から21歳まで、平均20.3歳であった。

材料 実験1と同様の56種の問題それぞれに対して、

TABLE 1 各条件の平均反応時間と誤答率

	位置 順序	一致		不一致		統制
		一致	不一致	一致	不一致	
産出課題	反応時間(ms)	743.8	765.1	750.8	772.5	789.0
(実験1)	誤答率 (%)	6.0	6.4	7.5	6.6	6.3
真偽判定課題	反応時間(ms)	754.1	803.7	778.7	813.6	
(実験2)	誤答率 (%)	4.0	3.1	4.7	4.0	

問題部分の正解を答え部分に提示する正解刺激 ($3 \times 4 = 12$) が作成された。また、不正解を答え部分に提示する不正解刺激 ($3 \times 4 = 15$) が作成された。この不正解刺激の答え部分に提示される数は、対応する問題の演算表関連数、つまり、演算数の一方を変化させたときの問題の答えとなる数が割り当てられた (たとえば、15 は 3×5 の答えであり、 $3 \times 4 = 15$ が作成された)。

正解と不正解の個々の問題に対して、実験 1 と同様に位置と順序が操作された 4 種類のプライムが組み合わされた。なお、実験 1 によって同一表象モデルが棄却されたことから、統制条件は被験者の負担軽減のために用いられなかった。したがって、4 種のプライムに対する反応時間が等しかった場合には、同一表象モデルの検証のために、あらためて統制条件を用いた比較を行うこととした。

以上の手続きにより正解・不正解刺激それぞれ 224 ずつ、合計 448 のプライムとターゲットのセットが作成された。以上の問題セットは、正解刺激と不正解刺激の数が等しくなるように、224 ずつの 2 つのブロックに分割された。

使用された実験装置は実験 1 と同じである。提示された刺激の大きさは、答え部分を含め、視角にして横 4.6 度、縦 0.7 度であった。

手続き 1 試行は、被験者が“z”キーを押すことではじまり、最初に 750ms の注視点 (aaaaaa) が提示された。次に、プライムが 500ms 提示された。プライムの形式は、ターゲットの形式が産出課題と異なり答え部分を含むため、真偽判定課題のターゲットに合わせ $3 \times ? = ??$ とした。その後、プライムが画面上から消え、マスク刺激 (■ \times ■=??) が 1200ms 提示された。最後に、ターゲット ($3 \times 4 = 12$) が提示され、被験者は、そのターゲットが正解刺激であればキーボードの“m”キーを、不正解刺激であればキーボードの“n”キーを押すことを求められた。なお、“m”キーと“n”キーの正解・不正解への割り当ては、被験者ごとにカウンターバランスされた。反応はできるだけ速く正確に行うよう被験者に教示された。ターゲットは、被験者が“m”または“n”キーを押すまで提示され続け、被験者の反応後に 300ms のブランク画面が挿入され、次の試行に移った。コンピュータにより、ターゲットが提示されてから、“m”または“n”キーが押されるまでの反応時間が測定された。

実験は 2 つのブロックに分けて行われた。1 つのブロックでは、224 の問題セットが行われた。はじめのブロックの前に、20 試行の練習試行が行われた。その後、

休憩を挟み 2 ブロックが行われた。ブロックの順序は、被験者間でカウンターバランスされた。被験者一人あたりの実験に要した時間は 40 分程度であった。

実験計画 2 (位置: 一致, 不一致) \times 2 (順序: 一致, 不一致) の 2 要因計画。いずれの変数も被験者内変数であった。

結果と考察

分析には正解刺激の反応のみ用いられた。誤答率は平均 4.0% であった。実験 1 と同様に、誤答率の分析は補助的に行うこととした。実験 1 と同様に、反応時間の分析には正答の反応時間のみ用いられ、常用対数変換後、異常反応が分析から除かれた。この手続きにより、反応時間の分析には誤答と合わせて全試行の反応のうち 5.4% が除かれた。各条件の平均反応時間と誤答率を TABLE 1 に示す。

反応時間について、2 (位置: 一致, 不一致) \times 2 (順序: 一致, 不一致) の 2 要因被験者内分散分析を行ったところ、位置、順序の主効果がともに有意であり (順に、 $F(1, 15) = 7.40$, $MSe = 0.00020$, $p < .05$; $F(1, 15) = 23.79$, $MSe = 0.00037$, $p < .01$)、交互作用は有意ではなかった²。位置と順序の主効果がみられたことから、この結果は独立表象を支持しており、特に位置と順序の両方の情報が、反転問題の区分に重要であると考えられる。

位置要因の効果は 17ms と、実験 1 に比較して大きな効果を得ており、実験 2 では統計的に有意であった。したがって、実験 1 においては位置情報の重要性は保留されたが、実験 1、2 を総合的に考えると、位置情報は反転問題の区分に十分に寄与していると考えられる。

実験 1 で位置の効果が少なかった理由としては、真偽判定課題が答えを含めて提示された等式について判

² ただし、交互作用には有意な傾向がみられており ($F(1, 15) = 3.99$, $MSe = 0.00008$, $p < .10$)、位置と順序が一致した場合の方が、位置のみ、あるいは順序のみ一致する条件から予測される反応時間よりも短い。この結果は、位置や順序が単独で一致している場合よりも、位置と順序が双方一致した場合の方が、対応する問題の表象に対するアクセスが自然に行えるためであると考えられる。また、位置の単純主効果に関しては、順序一致水準では有意であったが ($p < .01$)、順序不一致水準については有意ではなかった。したがって、位置の効果が順序に依存せず頑健にみられるかは再検討の余地があるが、(a) 位置の主効果がみられていること、(b) 順序一致条件における位置の効果は確実にみられること、(c) 順序不一致条件においても位置一致条件の方が反応時間が短いことなどを考慮すれば、少なくとも位置が反転問題の表象の区分に寄与していることは確実であると思われる。なお、各位置水準に対する順序の単純主効果は有意であった ($ps < .05$)。

断を求められることが原因である可能性がある。真偽判定課題では、 $3 \times 4 = 12$ のように、プライムとターゲットの処理において、左演算数、右演算数、答えと3つの部分に分けて提示される。一方、産出課題では、2つの演算数のみを区分すればよい。そのため、真偽判定課題の方が数値の区分の負荷がやや高くなっていると考えられる。そのため、数値の区分に位置情報を有効に使っているために、実験2では位置の効果が明確にみられたのではないかと考えられる。

順序の効果については、その効果量が42msであり、実験1と同様に頑健な差がみられている。したがって、順序情報は反転問題の区分に重要であると言える。また、位置と順序の効果量を比較すると、位置の効果よりも順序の効果が大きいものであり、これも実験1と同様の結果であった。これは、位置と順序の相対的な重要性は、比較的順序の方が大きいと考えることができよう。さらに、実験1と2の順序の効果量を比較すると、実験2の方が大きい。これは、先の位置の効果の議論と同様、真偽判定課題の方が数値の区分の負荷が高く、その区分のために産出課題よりも順序情報を有効に活用しているためであると考えられる。

以上から、真偽判定課題においても、独立表象が支持され、位置と順序双方の情報が、反転問題の区分に重要であることが示された。

誤答率に対しては、2 (位置:一致, 不一致) \times 2 (順序:一致, 不一致) の2要因被験者内分散分析を行ったところ、いずれの効果も有意ではなかった。

総合考察

(a)反転問題の独立性、(b)位置と順序について、(c) Rickard et al. (1994) の問題点、(d)加法と乗法の違い、(e)教育研究への示唆、(f)今後の課題の順で考察を行う。

反転問題の独立性 実験の結果、ターゲットとプライムの位置や順序が一致する場合、一致しない場合に比べ反応時間が促進された。この結果は、いずれのプライムも反応時間が一致することを予測する同一表象モデルからは説明ができない。したがって、反転問題の表象は独立であり、この独立性により反応時間に違いがみられたとの解釈が妥当である。

位置と順序について 実験の結果、ターゲットと位置と順序の双方が一致するプライム条件の反応時間が、それ以外の条件よりも短かった。また、位置と順序のいずれか一方のみが一致する条件は、どちらも一致しない条件よりも反応時間が短かった。この結果から、暗算の表象では、反転問題の独立性は位置と順序の2

つの情報によって区分されているものであることが示唆された。

実験1では位置の効果がきわめて少なかったが、実験2では明確に位置の効果がみられた。この点については、真偽判定課題では、答えと演算数を区分する際に位置情報が用いられているため、これに伴って反転問題を区分する位置情報の重要性も増大するのではないかと考えられる。

また、位置と順序の反応時間に及ぼす効果をみると、一貫して順序の方が大きかった。したがって、反転問題の区分には、比較的順序の要因が重要であることが示唆された。

Rickard et al. (1994) の問題点 Rickard et al. (1994) による実験では、ある問題の練習により、その問題の反転問題への転移が生じた。この結果から、反転問題が同一の表象であると結論づけられた。この結論は、本研究や Arbuthnott & Campbell (1996) と一貫しない。そこで、結論が一致しない実験間の手続き上の違いに注目し、Rickard et al. (1994) の結果に妥当な解釈を与えることを試みる。

Rickard et al. (1994) では、練習段階で答えを産出する。たとえば、 3×5 を練習した際、その答えである15を産出し、これは 3×5 の反転問題である 5×3 の答えでもある。その一方で、本研究や Arbuthnott & Campbell (1996) はプライム段階においてはターゲットの答えを産出しない。たとえば、本研究では、 3×5 のターゲットに対して、 $3 \times ?$ や $? \times 3$ をプライムとして提示するため、プライム段階では 3×5 の答えである15を産出していない。また、Arbuthnott & Campbell (1996) も、 $3 + 6$ に9と答えた後に、 $3 + 5$ に対する反応を求める手続きであるから、ターゲットの答えである8はプライム段階では産出しない。

結論の不一致が生じた可能性の一つとして、答え産出による逆方向の活性化拡散により、実際に解決した問題の反転問題の解決が促進されたという解釈が挙げられる。この仮説を支持する研究として、産出課題と真偽判定課題の解決過程を比較した一連の研究が挙げられる。

Zbrodoff & Logan (1990) は、真偽判定課題では答えが提示されるため、答えからの活性化拡散が生じ、反応時間に影響を与えるとしている。たとえば、 $3 \times 5 = 15$ の真偽を判定する際には、 3×5 と15から、問題と答えの連合の表象に対して相互に活性化拡散が生じることで真偽が判定されるとしている。この仮説は島田 (2003) や Zbrodoff & Logan (2000) によっても支

持されている。

この仮説から導かれる考えとして、答えを産出することで、その答えを持つ問題への活性化拡散が生じることが挙げられる。すなわち、Rickard et al. (1994) が用いた手続きでは、ある問題を解決した際に答えを産出するため、その答えから、その答えを持つ問題への活性化拡散が生じると考えられる。このとき、解決した問題とその反転問題は互いに同じ答えを持つため、産出された答えから反転問題への活性化拡散が生じる。このため、反転問題への転移が促進されると言える。

以上から、Rickard et al. (1994) にみられた反転問題への転移は、答えを産出する手続きを取ったことによると考えることで、本研究や Arbuthnott & Campbell (1996) の結果と矛盾しない説明が可能である。

加法と乗法の違い これまでの暗算処理研究では、実験の経済性などを考慮し、加法や乗法の一方のみの実験的検討を行い、双方の演算に議論を拡張することが多い。たとえば、加法のみの検討として Ashcraft (1987) や Arbuthnott & Campbell (1996), Zbrodoff & Logan (2000) など、乗法のみの検討として Campbell & Graham (1985) や Rickard et al. (1994), Rickard & Bourne (1996) などがある。本研究も、乗法のみの検討を行うことで、加法への議論の一般化を行った。

このような議論は、加法と乗法の演算間の違いによる結論の不一致はないという前提のもとに成り立つ。しかし、本研究以前では、反転問題の表象構造に関して、加法と乗法で異なる結論が得られる可能性があった。これは、同一表象モデルを支持した Rickard et al. (1994) では乗法のみによる実験的検討が行われ、独立表象を支持した Arbuthnott & Campbell (1996) が加法のみによる実験的検討を行ったために生ずる問題である。つまり、一つの可能性として、加法は独立表象、乗法は同一表象という、演算間で表象構造が異なるという解釈があった。

本研究では、乗法の問題による実験を行い、独立表象を支持した。これは、演算間で表象構造が異なるという上記の仮説を棄却したことになる。上記の Rickard et al. (1994) の解釈の問題点を踏まえれば、加法と乗法ともに、独立表象が表象構造として妥当であると考えられる。

教育研究への示唆 本研究の結果を踏まえ、教育研究への示唆を議論する。暗算の処理は、小学校低学年までは数えだし (Fuson, 1992; 栗山, 1995) のような手続きの方略が用いられ、その後徐々に、長期記憶から直接検索するファクト検索方略に移行するとされる

(Ashcraft, 1987; Groen & Parkman, 1972; Siegler, 1988)。

そのため、手続き的方略からファクト検索方略へのスムーズな移行は、適切な暗算の知識獲得における重要な問題であり、様々な検討が行われている(たとえば、門廻・恵羅・大庭, 2002; Siegler, 1988; Siegler & Shipley, 1995)。本研究は、成人を対象とすることで、ファクト検索方略を支える長期記憶の表象構造を検討していることになる。したがって、スムーズなファクト検索方略への移行に関して一つの示唆を与えることが期待される。

本研究、あるいは Arbuthnott & Campbell (1996) により、反転問題の表象は独立であることが示された。これは、ファクト検索方略を用いる際には、2つの反転問題はそれぞれ異なったルートにより解が導かれることを意味している。

一つの暗算課題の教育方法として、反転問題を関連づける方法がある。たとえば、 3×5 が 5×3 と答えが等しいことを強調することである。このように、加法や乗法に交換法則が成立することを強調するのは、算数教育上一つの重要な事柄であるが、ファクト検索方略へのスムーズな移行という側面から考えれば、むしろ逆効果になる可能性がある。

この予測は、適応的方略選択モデル (Siegler & Shipley, 1995) に従うことで導かれる。このモデルでは、ある問題に用いられる方略が、問題全体に関する包括的データ、ある特徴を持つ問題のみに考慮される特徴データ、個々の問題に固有の問題固有データの3つのデータを基に決定されるとしている。ある問題に用いられた方略がフィードバックされ、それぞれのデータを更新する。このとき、常に $b+a$ を $a+b$ に置き換える方略が用いられることで、 $b+a$ には常に $a+b$ に置き換える方略を用いることで一貫してしまい、最終的なファクト検索方略への移行に困難をきたす可能性がある。

したがって、反転問題の関連づけは、実用的に計算を可能にするという段階に限れば、むしろ関連づけを避けた方がファクト検索方略への移行がスムーズに行えることが示唆される。

さらに、 $a+b$ の学習を行うことで、 $b+a$ の学習や検索を阻害する干渉効果も起こる可能性がある。これは、ネットワーク干渉モデルとそのモデルに関する一連の実験的研究 (Campbell, 1987, 1995; Campbell & Graham, 1985; Graham & Campbell, 1992) から想定されることである。このモデルでは、たとえば $3+5$ の解決が $(3, 5, +, 8)$ の表象を活性化させることで解が導かれるとしている。その際、 $3+5$ の提示により、 $(3, 5, +, 8)$ に類似する $(3, 6, +, 9)$ の表象がある程度活性化して

しまうことで (3, 5, +, 8) の抑制が行われるとしており、このような抑制効果は実験的検討により確認されている。このモデルに従えば、 $3 + 5$ に偏った学習は、(3, 5, +, 8) の表象を強化するが、これにより (5, 3, +, 8) の表象の抑制が行われる可能性もある。したがって、反転問題の一方に偏った学習をすることで、もう一方の反転問題の解決を困難にする可能性も考慮する必要がある。

今後の課題 本研究の限界と今後の課題について、以下の3点を指摘しておく。

第1に、本研究実験1で扱った測定法の問題である。通常、産出課題の反応時間を測定する場合には、ボイスキーが用いられることが多い。本研究でキー押しを用いた理由は、産出課題の答えが問題によって異なるため、問題ごとの比較に答えの第一音のボイスキーによる系統的な検出誤差が生じる可能性があるためである。たとえば佐久間・伏見・辰巳 (1997) による検討では、仮名の読み時間を測定した結果、数の読みに現れる「さ」と「ご」の間に50ms以上のボイスキーによる誤差が生じている。特に、暗算処理研究の分野では、用いられる問題の数が大きくなると反応時間が長くなる問題サイズ効果や、 3×3 のような同じ演算数の問題は比較的反応時間が短い同数効果のような問題ごとの反応時間の違いの議論が主要な検討課題である (島田・海保, 2003)。これらの問題を議論する際に、上記のような50msの系統的誤差は無視できない問題となる。

本研究では、56種の問題に比較される条件ごとの偏りはなく等しい数だけ含まれているため、大きな問題にはならない。しかし、今後問題ごとの比較をキー押しによる測定によって行う場合を想定すると、本研究の結果との比較が容易になる。このため、本研究ではキー押しによる反応時間の測定を行った。

これまでの研究を概観すると、ボイスキーを用いたものとして、たとえば、Campbell (1995)、石原・権藤・中里・下仲・巖島 (1998) がある。本研究では、キー押しにより測定を行ったが、このような手続きは、島田 (2003)、Zbrodoff & Logan (1990) によって用いられている。また、Rickard et al. (1994) や Rickard & Bourne (1996) では、キーボードにより直接答えの数値を入力し、答えが2桁数の場合は、十の位の数値が入力された時点が反応時間の測定に用いている。これらの手続き上の違いは反応時間に影響を及ぼす可能性があるが、現在のところ、反応時間の相対的な差を検討した際には、影響はみられないと考えられる。たとえば問題サイズ効果は、ボイスキーを用いた Campbell

(1995) や石原他 (1998) と同様、キー押しを用いた島田 (2003)、Zbrodoff & Logan (1990) にもみられている。

産出課題の暗算完了の指標としては、様々な手法が考えられ、扱う問題と指標の種類によっては、結論が不一致になる可能性もあるだろう。特に、本研究の扱った反転問題の独立性の検討では、Rickard et al. (1994) や Rickard & Bourne (1996) が答えの直接入力、Arbutnott & Campbell (1996) や Phenix & Campbell (2001) がボイスキー、本研究が発声と同時のキー押しといったように、様々な指標が用いられているのが現状である。今後の課題として、これらの測定指標の相違点を統制した上での検討によって、結論の一般性を高めていくことが肝要であると考えられる。

なお、本研究では、実験1におけるキー押しによる産出課題の反応時間の測定が、実験2における真偽判定課題の結果と一致した。この結果は、キー押しによる測定に一定の妥当性を与えていると言える。

第2に、本研究が用いたプライムとマスクの提示時間である。本研究では、プライムを500ms、マスクを1200ms提示し、プライムが提示されてからターゲットが提示されるまでのSOAは1700msである。この時間間隔は、通常の短期的プライミング実験 (たとえば、Neely, 1977) と比較すると、やや長いものである。このため、本研究の検討しているのは、きわめて短い時間に起こる自動的な過程ではなく、意図的なプライムの処理を求められる過程を検討していることになる。

この点に関しては、特に位置情報よりも相対的に順序情報が重要であるという結果にはやや問題が残される。なぜなら、順序情報は時間的なものであるから、十分なプライムの処理時間を得たからこそ必要性が高まる情報である可能性があるためである。

本研究では、意図的な過程を検討することで、位置と順序の双方の情報によって反転問題が区分されているとの結論を得た。したがって、位置と順序の双方が反転問題の区分に少なくとも関わりを持っていることは確実であると思われるが、位置と順序の情報の相対的な重要性については、今後の検討が必要となる。

最後に、日本においては、乗法九九の徹底した暗記教育が行われている。本研究では、乗法の反転問題の独立表象が示されたが、この独立表象が教育的な背景により生じているのか、それとも教育的な背景とは独立であるのかという問題が残される。この点を解決する一つの方法として、たとえば LeFevre & Liu (1997) のように、異なった教育背景を持つ国際比較研究を行うことで明らかにすることができるであろう。

教育方法によって反転問題の表象構造が決定されるとの立場に立てば、本研究やこれまでの研究が前提とする加法と乗法の共通性には注意が必要である。我が国における乗法九九の教育では、たとえば学校図書版教科書(一松他, 2004a)によれば、はじめに乗法の基本的な構造を学習したあと、2の段、3の段といったような被乗数(左演算数)ごとにまとめて学習を行う。反転問題の答えが相互に等しいことについては、被乗数ごとの学習時に簡単な確認がなされ、すべての九九を学習し終わった後にあらためて確認される。他社の教科書(平岡他, 2004a; 細川他, 2004a; 中原他, 2004a; 澤田他, 2004a; 杉山他, 2004a)においてもほぼ同様の学習過程を想定している。この学習過程で重要なのは、演算数ごとのまとまりを強調していることである。この結果として、反転問題の共通性が意識されにくくなり、反転問題の独立表象が形成されている可能性もある。一方の加法では、加法九九表を意図した問題配列の提示はあるが、加数・被加数(演算数)ごとのまとまりは乗法ほど強調されていない(平岡他, 2004b; 細川他, 2004b; 一松他, 2004b; 中原他, 2004b; 澤田他, 2004b; 杉山他, 2004b)。このような学習過程が反転問題の表象構造に影響しているとすれば、加法と乗法で異なった表象が形成されている可能性もある。Ashcraft & Christy(1995)や, Campbell & Graham (1985)のように、教育方法に暗算表象が形成される要因を求めている研究も多い。今後、より望ましい表象を獲得させるための手法を吟味するために、教育方法の違いを考慮した検討を行っていく必要があるだろう。

引用文献

- Anderson, J. R., & Reder, L. M. 1999 The fan effect : New results and new theories. *Journal of Experimental Psychology : General*, **128**, 186-197.
- Arbuthnott, K., & Campbell, J. I. D. 1996 Effects of operand order and problem repetition on error priming in cognitive arithmetic. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, **50**, 182-195.
- Ashcraft, M. H. 1987 Children's knowledge of simple arithmetic : A developmental model and simulation. In J. Bisanz, C. J. Brainerd, & R. Kail (Eds.), *Formal models in developmental psychology : Progress in cognitive development research*. New York : Springer-Verlag. Pp. 302-338.
- Ashcraft, M. H. 1995 Cognitive psychology and simple arithmetic : A review and summary of new directions. *Mathematical Cognition*, **1**, 3-34.
- Ashcraft, M. H., & Christy, K. S. 1995 The frequency of arithmetic facts in elementary texts : Addition and multiplication in grades 1-6. *Journal for Research in Mathematics Education*, **26**, 396-421.
- Campbell, J. I. D. 1987 Network interference and mental multiplication. *Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory, and Cognition*, **13**, 109-123.
- Campbell, J. I. D. 1995 Mechanisms of simple addition and multiplication : A modified network-interference theory and simulation. *Mathematical Cognition*, **1**, 121-164.
- Campbell, J. I. D., & Graham, D. J. 1985 Mental multiplication skill : Structure, process, and acquisition. *Canadian Journal of Psychology*, **39**, 338-366.
- Campbell, J. I. D., & Tarling, D. P. M. 1996 Retrieval processes in arithmetic production and verification. *Memory and Cognition*, **24**, 156-172.
- Fuson, K. C. 1992 Research on learning and teaching addition and subtraction of whole numbers. In G. Leinhardt, R. Putnam, & R. A. Hattrop (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching*. Hillsdale, NJ : Erlbaum. Pp. 53-181.
- Graham, D. J., & Campbell, J. I. D. 1992 Network interference and number-fact retrieval : Evidence from children's alphaplication. *Canadian Journal of Psychology*, **46**, 65-91.
- Groen, G. J., & Parkman, J. M. 1972 A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, **79**, 329-343.
- 東原文子・前川久男・藤倉敬士 1995 継次処理に困難をもつ児童の算数におけるつまずきとCAIによる指導 心身障害学研究, **19**, 73-86.
- 平岡 忠・他22名 2004a たのしいさんすう2 下 大日本図書
- 平岡 忠・他22名 2004b たのしいさんすう1 大

日本図書

- 細川藤次・他32名 2004a 算数2年下 啓林館
- 細川藤次・他32名 2004b さんすう1ねん 啓林館
- 一松 信・他43名 2004a みんなと学ぶ小学校算数2年下 学校図書
- 一松 信・他43名 2004b みんなとまなぶしょうがっこうさんすう1ねん 学校図書
- 石原 治・権藤恭之・中里克治・下仲順子・巖島行雄 1998 四則演算の処理：成人に老人を加えての検討 発達心理学研究, **9**, 201-208. (Ishihara, O., Gondo, Y., Nakazato, K., Shimonaka, Y., & Itsukushima, Y. 1998 Processing of the four types of mental arithmetic in early and late adulthood. *Japanese Journal of Developmental Psychology*, **9**, 201-208.)
- 栗山和広 1995 数概念 吉田 甫・多鹿秀継 (編) 認知心理学からみた数の理解 北大路書房 Pp. 11-32.
- LeFevre, J., & Liu, J. 1997 The role of experience in numerical skill : Multiplication performance in adults from Canada and China. *Mathematical Cognition*, **3**, 31-62.
- McCloskey, M., & Lindemann, A. M. 1992 MATHNET : Preliminary results from a distributed model of arithmetic fact retrieval. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills*. Amsterdam : Elsevier Science. Pp.365-409.
- 中原忠男・他22名 2004a 小学算数2年下 大阪書籍
- 中原忠男・他22名 2004b しょうがくさんすう1ねん 大阪書籍
- Neely, J. H. 1977 Semantic priming and retrieval from lexical memory : Roles of inhibitionless spreading activation and limited-capacity attention. *Journal of Experimental Psychology : General*, **106**, 226-254.
- Phenix, T. L., & Campbell, J. I. D. 2001 Fan effects reveal position-specific numerical concepts. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, **55**, 271-276.
- Rickard, T. C., & Bourne, L. E., Jr. 1996 Some tests of an identical elements model of basic arithmetic skills. *Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory and Cognition*, **22**, 1281-1295.
- Rickard, T. C., Healy, A. F., & Bourne, L. E., Jr. 1994 On the cognitive structure of basic arithmetic skills : Operation, order, and symbol transfer effects. *Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory and Cognition*, **20**, 1139-1153.
- 佐久間尚子・伏見貴夫・辰巳 格 1997 音声波の視察による仮名の音読潜時の測定—音読潜時は語頭音の調音法により大きく異なる— 神経心理学, **13**, 126-136. (Sakuma, N., Fushimi, T., & Tatsumi, I. 1997 Measurement of naming latency of Kana characters and words based on the speech wave analysis : Manner of articulation of a word-initial phoneme considerably affects naming latency. *Japanese Journal of Neuropsychology*, **13**, 126-136.)
- 澤田利夫・他22名 2004a 小学算数2下 教育出版
- 澤田利夫・他22名 2004b しょうがくさんすう1 教育出版
- 門廻宏昭・恵羅修吉・大庭重治 2002 単純加算課題の遂行におけるワーキングメモリの役割：(2)小学校低学年におけるカウンティング方略から記憶検索方略への移行に関連して 日本教育心理学会第44回総会発表論文集, 620.
- 島田英昭 2003 1桁の加法・乗法の暗算処理メカニズム—連合強度と干渉強度の2要因モデルによる検討— 認知科学, **10**, 509-527. (Shimada, H. 2003 Mechanisms of processing of single-digit addition and multiplication : An examination by two-factor model of strengths of association and interference. *Cognitive Studies*, **10**, 509-527.)
- 島田英昭・海保博之 2003 心的演算処理研究の諸問題とその議論 筑波大学心理学研究, **25**, 51-67. (Shimada, H., & Kaiho, H. 2003 A review on mental arithmetic research. *Tsukuba Psychological Research*, **25**, 51-67.)
- Siegler, R. S. 1988 Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology : General*, **117**, 258-275.
- Siegler, R. S., & Shipley, E. 1995 Variation, selection, and cognitive change. In G. Halford & T. Simon (Eds.), *Developing cognitive competence :*

New approaches to process modeling. Hillsdale, NJ : Erlbaum. Pp.31-76.

杉山吉茂・他34名 2004a 新しい算数 2 下 東京書籍

杉山吉茂・他34名 2004b あたらしいさんすう 1 東京書籍

Zbrodoff, N. J., & Logan, G. D. 1990 On the relation between production and verification tasks in the psychology of simple arithmetic. *Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory and Cognition*, **16**, 83-97.

Zbrodoff, N. J., & Logan, G. D. 2000 When it hurts to be misled : A stroop-like effect in a simple addition production task. *Memory and Cognition*, **28**, 1-7.

付 記

本研究の一部は、4th Tsukuba International Conference on Memory にて発表され、2003年度筑波大学大学院心理学研究科博士論文の一部です。本研究実施にあたり、海保博之先生（筑波大学）にご指導いただきました。実験実施と論文作成にあたり、井関龍太さん（筑波大学）に多大なご協力をいただきました。実験実施にあたり、八木善彦さん（筑波大学）、佐野司さん（筑波大学）、鈴木祐子さん（筑波大学）、岩田吉剛さん（筑波大学）にご協力いただきました。英文アブストラクトについて、Max Stephens 先生 (University of Melbourne) にご校閲いただきました。ここに感謝いたします。

(2003.3.3 受稿, '04.10.22 受理)

Representation Structure of Commutative Problems in Mental Arithmetic : A Priming Paradigm

HIDEAKI SHIMADA (UNIVERSITY OF TSUKUBA) JAPANESE JOURNAL OF EDUCATIONAL PSYCHOLOGY, 2005, 53, 26-36

The representation structure of commutative problems in simple arithmetic (e.g., 3×5 and 5×3) was investigated using a priming paradigm. Participants in Experiment 1 (24 adults between 18 and 31 years of age, mean age 20.7 years) were required to solve production problems ; in Experiment 2, 16 adults (19 to 21 years of age, average age 20.3) solved verification problems of simple multiplication, such as $3 \times 5 = ?$, with preceding primes, such as $3 \times ? = ?$. The results were as follows : when both the left position and processing order of the operand a were matched, the $a \times b$ pattern with an $a \times ?$ prime was solved faster than either $? \times a$ prime, in which only the order of the operand a was matched, and $? \times b$ prime, in which only the position of the operand b was matched. $a \times b$ with a $b \times ?$ prime, that is, the case in which neither the order nor the position was matched, was solved slowest. Overall, the effect of order was greater than that of position. The present results suggest that each commutative problem is discrete in arithmetic representation, and that discrimination is based on both order and position. It also appears that order is more important than position.

Key Words : cognitive arithmetic, commutative problem, representation, priming