

小・中学校教師の実践的指導力についてのある断想
—算数・数学科教育に焦点をあてて—

吉田 稔 理数科学教育講座

キーワード：実践的指導力、算数・数学科教育、教師教育、数学的経験、教育的経験

1. はじめに

指導案の書き方や板書の仕方について、一通りの知識と技能を獲得していなければ、実践的指導力を身につけたとはいえない。当然のことである。

しかし、それらの指導技術を習得し、子どもを教師の意図に従ってうまく動かして授業展開ができたからといって、それで実践的指導力が十分身についたといってよいだろうか。

最近、こうした指導技術に焦点をあてて、実践的指導力を形成し、向上させようという運動が顕著であり、教師教育は、こうした活動を中心において展開すべきだという論がないではない。事実、こうした活動に共鳴を覚え、何の疑問ももたず、のめりこみ、教えられ、伝達される指導技術を金科玉条のごとく信じて、研修に励んでいる教師が少なからず存在している。とくに若い、小学校の教師が多いようである。しかも、教師の指導力を「級」を設定して評価するところもあり、そこでは級が上がることで、自分の実践的指導力が向上したと素直に喜んでいる教師の姿が目撃できる。

だが、実践的指導力というものは、そのように何級、何級というふうにあるレベルを設けて測定することが可能な能力なのであろうか。

そもそも実践的指導力というように指導力の前に「実践的」という言葉がつけられた場合、それは「実用的」「応用的」とは違って、ある独特なニュアンスがそこには含まれていることに敏感でなくてはならないのではないか。

つまり、「実践」ということばには「理論」ということばが対置され、その理論との関連において実践ということばの含意が理解されなくてはならないのである。

また、指導力といった場合、そこでは、何を指導するのか、指導における対象が特定されなくてはならないであろうし、さらには、その指導内容を支える学問的精神、学問の背景をなす文化への洞察が不可欠であろう。

実際、数学を指導する場合と、数学ではない他教科を指導する場合とでは、指導のありように大きな相違性が生ずるのは、改めて言うまでもないことである。

そういう意味では、上述したマニュアル的な指導技術の習得にのめりこんでいる教師たちに直接、実践的指導力をどのようなものと考えているのか、聞いてみたい気がする。

実践的指導力の育成・向上にあたっては、何よりも教師自身の「学び」、特に指導内容を支える学問を学び、それを読み解く営為が必要だし、その人間的営為や学びを通して直接感じるであろう苦悩・苦渋・迷い・不安といったアンビバレントな精神活動を感受しつつ、教育現象に相対峙する必要がある。

そしてさらに、その能力の育成・向上によって、一体どんな教育現象の改革を目指すのか、それをも自覚化されていなければならないと思われるのである。

それは周知のように、教育現象の裏には、深い文化的、社会的、政治的事情が潜んでいるからである。

およそ、通り一遍の技術の習得では改革を要する事態の改善は全くといってよいほど期待できないといつてよい。

何より必要とされるのは、さまざまな教育現象に着目し、それらを教育の理念と人間存在のありように照らしてとらえ、自分自身の精神と身体に受肉化して、直面する事態に働きかけ、その改善を意味ある形で果たそうとする能力と意欲・意志であろう。

では、こうした能力・意欲・意志の形成はどうしたら可能なのか。また、それらにつらなる実践的指導力はどのような局面で顕在化しうるのか。こうしたことを考えていく必要があろう。

例えば、もし学部段階からこうした能力・意欲・意志の形成をはかろうとするなら、小・中学校で行われている様々な指導をただ漠然と觀察してそれでよしとするのではなく、学校教育現象を「読む」「書く」「聞く」「話す」といった言語活動の基本に依拠して経験させてみたらどうなのだろうか。

そうすると、学校教育現象を「読む」とは何か、何を読むのか、読んでどんな理解を得るのか、読みには浅い読みもあれば、深い読みもある。読み方によって、読み取る内容も様々であることは常識である。従って、こうした「読み」に伴う、様々な様態が想起され、教育現象の多様な読み取りが可能となる。言うまでもなく「書く」「聞く」「話す」ということに関連しても同じ事態が考えられよう。

本稿では、以上のようなことを念頭において、実践的指導力が発現すると思われる局面をとりあげ、それを筆者の中学校・高等学校での指導体験、経験を通して具体的に考察し、実践的指導力の育成・向上をめぐる諸課題を考える手がかりを案出していきたいと思う。

2 生徒の感想文を読む

ここでは、学校教育現象を読むという局面を取り上げてみよう。

学校の教師は、授業の終わりや学期の終わりに、児童・生徒に感想文を書かせることが多い。筆者も、過去にこうしたことを行ってきたし、現在も大学生を教えていてこうしたことを行っている。

しかし、あるとき、書かせた感想文を読んでいて、ふとある疑問が沸いてきたことがあった。それは、この感想文を読んで何を解決し何を改善しようとしているのかという疑問であった。それまでは、一人一人の感想文を通して、それを書いた児童・生徒への個別指導に使っていた。しかし、中には個別指導に直結していかない感想文もみられた。むしろ、集団性を基調とする学校教育の本質を問うような感想文が少なからず存在していたのであった。例えば学びの形態、すなわち、一人一人の学び、相互の学び、グループでの学びといった局面をどう考えたらいいかという問いかけや、教科の性格、そのカリキュラムのありよう、さらには、数学とは何か、数学は学ぶ価値があるかといった問いかけを含んだ感想文にも出会うことがあったのである。

そして同じ学校、しかも同じ教室で学ぶ子どもの感想文が大きく異なっていた場合には、その感想文をどう読み取っていったらよいのかが、あたかも「一冊の本の読み取り」に匹敵する重みをもってその重要さが筆者に迫ってきたのであった。しかし、その一方で、もしかするとそこから重要な教育の局面が、濃い霧の中から浮上して新しい認識の風景が現出していくのではないかという期待感をもたせた。

例えば、下のA～Dに掲げた感想文を見てみよう。これらの感想文は鬼無里中学校の中学校3年生の3学期の数学学習に対する感想文の若干を選んだものである。これらの感想文は同校教諭内岩望氏によって紹介されたものである。

A 「中学校の数学は、専門的な内容がわりと多い。小学校のときの算数は、たし算・ひき算から始まって日常生活で使う必要がある。だから、算数とは非常に大切なものであると考えていた。しかし、中学校の数学は、「ぱっと」考へても、日常生活上の使い道が思いつかないことまで扱われる。だから、今は、『ここまで専門的にやらなくても』と数学について考へてしまうことがある。けれども、高校・大学へと進んでいけば、もっと専門的に、つまり、日常生活とは無縁とも思える内容を学習するかもしれない。そういうときには、『日常生活とは無縁だと思っていたけれど、こんなところで使えるのではないか』という日が来ることを楽しみにしていきたい。」

B「小学校にいたころは、日常生活の中で使えるようなものが多くて、しっかり覚えなければいけない人だと思っていたし、大人になってからも使えるというイメージがあった。でも、今は、比例、反比例、因数分解などは、普段使わないのにどうして習うのか疑問に思う。」

C「苦手を作るまいとやってきたけど、証明とか苦手を作ってしまった。小学校の頃は、テストでも授業でも正解するのが当たり前という感じで、これといって難しくなかったけど、中学の数学は、2年の後半で証明を習うところから難しくなり始めて、さらに習った公式と新しく習った公式とかいろいろ使わなければならなくなって本当に面倒になった。」

D「小学校のときには、ただ計算して答えが出せればいいんだと思っていたけれども中学になって文字とか出てきたときには「何コレ?」って思いました。でも、あとになって方程式とかいろんなところで文字は役立つんだということがわかりました。それから、中学校で習う数学は、計算だけじゃなくて、内容を理解するとか証明なら共通とかを見つけるなどの応用力がなければできないなと思いました。私は応用力がないから数学がダメなんだと思うけれど、まあやっていくうちにだんだん出てくると思うし、これには『慣れ』が必要なのかなと思います。」

時間をかけて綴ったであろうこれらの感想文から一体数学教師は何を読み取っていくべきだろうか。

勿論、筆者の場合は、これらの感想文を書いた生徒の顔も日常の行動も全くわからない。恐らくこれらの生徒の教科担任である内岩教諭は、適切な読み取りを行い、指導を展開しただろう。しかし、どうなのだろうか。逆に書いた当人の顔や行動の様子を知らないかゆえに、至って想像力を広げてそこに書かれている事柄を読み取ることができるという可能性も増すのではないか。その可能性にかけて読解を試みよう。

例えば、Aの感想文を読むと、小学校の算数と対比して自分の学んだ数学の特徴やそれを学ぶことの意義と価値を訴えている文章が強く筆者の脳裏を刺激する。そこからは小学校の教師は、算数を教えるとき、教えた内容が中学校ではどのように生徒に受容され、発展していくのか、そのことに一層留意すべきであり、また逆に、中学校の教師は、小学校での算数学習の経験を、よりよい数学的経験に高めるために、どのようにその経験を組織化していくべきなのか、さらには、中学校で教える内容が高校でどう発展していくのか、中・高校の関連もあわせて考え、実践していくべきではないかという要請を感じ取れよう。Aの感想文からはそうした局面の具体化とその実践の方途をめぐって、教師の実践的指導力の質を根底から問う問い合わせ提出されていることが読みとれる。

次に、Bに現れる問題に目を向けてみよう。Aにも若干見られたが、Bの中でも、数学および数学学習に対する生活実感の希薄化、数学からの疎外状況が如実に示されている。ここには、数学離れ、数学嫌いの現象の中に潜む本質的課題が生活実感の希薄化という形で我々の前に提示されている。

この事態のもつ意味を佐伯胖氏は、次のように述べている。

「私たちが知識を得るというのは実感（原著者のゴジ）できる世界の中で、非常に個別的な、ある状況の中だけならばもっともだと思えるけれども、状況が変わるとどうかなと思えることを、いったん構造化し、ある種の抽象化、形成化を経て、より納得できる世界を広げていくことです。」

見方を考えれば、さりげない生徒の問い合わせの中に、すぐれた考察課題、すなわち実感の意味とその内部構造（藤田省三氏 2004）の詳しい分析の必要性と、それをもとに教材論と指導法が考察されていかねばならないことが暗示されているといえよう。

では、Cの感想文からは、算数・数学教育に関するどんな課題が浮上してくるだろうか。

ここには、「わからなさ」をどう考えていくべきかその課題が「文字」と「論証・証明」といういわゆる指導困難な教材とともに提示されている。つまり、「文字」と「証明」はなぜ学ぶのが難しいのか、それを教材論の立場から究明するとどういうことを考えていかなければならないのかという課題として提示されている。文字と証明に対する生徒の反応は、鬼無里中学校の生徒だけでなく、日本の全国の中学校で見られる共通な現象であって、中学校数学が「わからなく」なったという反応は大抵この文字と証明のところに集中する。

事実、証明指導の困難性についてこれまで様々な観点から論究されてきたことが上述したことを物語っている（杉山吉茂氏）。

指導困難な教材を扱う場合、自ずとそこでは「それを指導することの根源的な意味」が問われていることに敏感でなくてはならない。つまり、それを学んで、どんな知見が新たに得られるのか、そしてどんな人間的知恵が育まれるのかという数学的経験と教育的経験との関連如何の問い合わせていかなければならぬのである。

我々教師は、生徒が「わからない」、「苦手」だというと、すぐ「わかりやすく」、「楽しくおもしろい」指導法を考えようとするが、それでは数学の理解ははかれないのである。

生徒が「わからない」、「難しい」というから、そう感じる教材をカットしたり、あるいは「おかゆ」のように無理なく受け入れられるようにカリキュラムや指導法を変えようとするが、それでは、「歯ごたえ」のあるお米を食べて得られる味覚と栄養の獲得に伴う本当の楽しみと充実感は得られまい。

生徒の「わからなさ」がどこから生じているのか、その深い探究が必要なのである。

だから証明に対する「わからなさ」の解明には、個別指導をどうするか、一人ひとりに対する手立てをどうするかといったレベルを超えてその指導のあり方が根底から考えられなければならないのであって、例えば、論証の意義、証明の文化的価値などが正面から取り扱われなくてはならない。

周知のように、「証明」という日本語は、江戸時代にはなかった。明治以降になっても和算の中に「証明」のアイディアが問題にされた形跡は見られない。このような事情を考慮に入れれば、「証明」の指導には、文化的歴史的な観点からの考察が不可欠であることがわかる。こうした観点からの考察をせずに、ただ証明の仕方、証明の書き方、補助線の引き方を学習させても「証明する」ことの意味は全くといってよいほど理解されないだろう。

Dの中には、その他に応用力ということばが目撃されるが、これはもまた我々にある示唆を与えてくれる。応用力とは何か、それは基礎力といかなる関連があるか、といった問い合わせとともに、前述の和算と関連づけて考えれば、和算には、果して応用力という概念が存在したのだろうかという疑問をわれわれの脳裏に生じさせる。ちなみに村田全氏は「日本の和算はなぜ当時、かなり高いレベルにあった建築や金物づくりなどの日本の手工業と結びつかなかったのか」という問い合わせをし、和算と洋算の根本的な相違性を提示している。そういう意味で、「文化とのかかわりを数学教育の中で扱おう」という主張が今日なされているが、こうした問題の提起が感想文Dによってなされているのに驚きを感じざるを得ないのである。

さらにDには証明の理解には「共通性」の認識が重要であるという指摘があるが、これも素晴らしい考え方であって、丸谷才一氏が「考えるヒント」の1つとして「仮定してものごとを考える」ことの重要性、すなわち「共通性の認識は、仮定してものを考えるという認識を生み出す」という考え方を強調しているがそれと相通する考え方を指摘しているのに気づく。

このように、生徒の書いた感想文の中の文章、句、単語を、いろいろな文脈を構成して、その上で考えてみると様々なアイディアがそこから生まれてくるのに気づくのである。

そのような文脈構成能力も、実践的指導力を考える時に、無視してはならない能力の1つといえよう。実はこの文脈構成能力なくしては自分が使うべき教科書の評価もできないことに留目すべきであろう。

3. 指導困難の教材たる「文字」をめぐって

実践的指導力の内実は、いわゆる指導困難といわれる教材を扱うときに、そのありようが厳しく照らし出される。そのことに特に留意する必要がある。

一般に、ものごとがわからないといった感じをもって勉強を拒否する子供は、「学ぶことは、すでに誰かが決めてあって、後は決めた人の指示通り、そっくりそのまま自分の頭に写しとることである」という考えにとらわれているものである。特に学習困難な教材の場合にそうした思考に陥る傾向がある。

本来、ものごとが「わかる」ためには、少なくとも、そこにある種の「事例化」（佐伯胖氏）、すなわち、「ある1つの対象（物）を、ある可能性のひろがりにおいて様々に変形してそのものごとの本質をつかんでいく」こうした思考作用が必要不可欠であろう。

例えば1つの文字 x を目にしたとき、それを見る人間が構成する文脈に従って、様々な意味がそこから立ち現れてくるといった経験が不可欠であって、こうした経験があつてはじめて文字が表す意味、変数の意味、そして未知数としての意味、さらには定数として意味が得されていくのである。なお、理解が難しい変数の変域の意味の理解には、「事例化」という思考活動が働いていることを指摘しておく。

ここで、筆者が文字の扱いの難しさをはじめて経験した30数年前の指導例を紹介し、実践的指導力を考える際の何がしかの手がかりを提示しようと思う。

〔事例〕

T（教師）；「 $a = b$ 、この a 、 b に $a = 1$ 、 $b = 1$ を代入してみよう」

S（生徒）；「先生、 $a = b$ では a と b と異なる文字で書いてあるから $a = 1$ 、 $b = 1$ と同じ数を代入してはいけないのではないか？」

T（教師）；「……」

このときの授業は確か、父母参観の公開授業であって、後の授業は大混乱に陥ったことを鮮明に記憶している。ところで、上の生徒の問いかけは、次のような問いかけに発展していく。

「 $3x + 2x = 5$ の場合、例えば $3x$ の x に1を、 $2x$ の x には、5を代入してもよいのか？」

もし、「 $3x + 2y = 5$ のような等式の場合は、文字 x と y にどんな数を代入できるのか、 x と y と文字が違うから、 x と y に同じ数は代入できない」

上の問い合わせるには「1つのフレーズ、1つのセンテンスには同じ文字には同じ数を代入しなければならない。しかし、異なる文字の場合は何でもよく、文字が異なっても、同じ数を代入してもよい」という文字式使用に伴う暗黙の了解がきちんと自覚されていなくてはならない。この暗黙の約束の自覚化、意識化なくして、文字の働き、文字式、方程式、さらには不等式などの理解は成立し得ないのである。

だから、文字式が難しく、それが表す意味がわからないと生徒が言った場合、前でも述べたように、すぐにわからなさを消去していくとドリル問題を数多く提示して練習をさせるという指導を安易にとるのではなく、その「わからなさ」の背後にある、上述したような深い事情を、しっかり教師は把握して、それをもとに具体的な指導の手立てを構築していくなければならない。

「わからなさ」に対する深い考察とその探究が実践的指導力の質を決定していくことに留意したい。

4. 証明指導をめぐって

証明は文字以上に、生徒に「わからなさ」を感じさせる内容である。その「わからなさ」にどう対応するかは、教師の実践的指導力に依存する。例えば、その際、証明の背後には、「数学を話す」という活動が深く関わっており、そのことの意味をどうとらえていくかその関心の有様によって、指導のあり方は変わってくる。つまり、証明の指導をするのに「話す」「書く」「読む」「聞く」という局面に視点を向けてそこから浮上するアイディアに目を向けていくのである。

例えば数学者の伊原康隆氏は、数学の話をするときにどういう点に留意したらよいかを次のようにま

とめている。まず、自分の考えを人に話をする場合には、その話題の面白さ、意義を明らかにする。次に相手方の予備知識、志向などの予測をする。さらに相手の反応、質問、それに続く討論などに依拠して話を展開すべきことを強調している。証明を学ぶとき、例えば、証明の書き方を学習する前にまず証明を話す、それを聞いて理解する、それがきわめて重要な学習活動であることを思い起こせば、上述のことは納得されよう。

前でもふれたように、理解が最も困難な証明が分かるためには、わかりやすい指導法を案出し、それで対応しようとするのではなく、あくまでも「『わからない』から入って、それと立ち向かい自力で『わかった』と抜けるということしかない」（伊原康隆氏）ことに留意し、「わかる」ためには、「自分の数学の枠組にどうはまり、どこに意外な驚きがあるかを知ろう」（伊原康隆氏）とすることではないかということが改めて再認識させられるのを覚える。そうした心的活動をどう組織化していくかが教師の指導の役目であり、それを実現させていく実践的指導力が構想されるべきであろう。

だから、証明の指導でよく見かける風景、すなわち、1つの問題を一人で考えさせ、その問題を解けた生徒に、その証明を黒板に書かせ、説明させてそれで終わりとする指導では、少しも証明を「わかる」ようにさせたことにはならないのである。

最近は、コンピュータが普及し、コンピュータ画面で図をいろいろ動かして、前述した「事例化」を促す活動を誘発させ、図形の一般性、すなわち、1つの図を対象にして証明をしても、それで証明のもつ一般性が保障されるという認識を得させようとしているがどうなのだろう。

むしろ、対話（ダイアローグ）を重ねて定理の意味を理解し、証明をしていこうとする試みのほうが重要なのではないだろうか。いみじくも「証明は対話である」（下村寅太郎氏）という言明がある。

いまでもなく「証明は対話である」という言明は、民主主義的精神発祥の地、古代ギリシャ文明の所産であり、従って証明活動そのものにはどんな初步的段階であってもギリシャの文化的な背景を色濃くもっていることを知っておく必要がある。

ダイアローグという観点から証明活動をとらえれば、さしつけ前述した日本の中学校・高等学校の証明の授業にみられる人間的営みは、ダイアローグではなく、その反対のモノローグ（独白）が立ち現れているといってよいだろう。

もし、証明の指導で「対話としての証明」を強調して教えていこうとするならば、ダイアローグが現象するように、証明する主体、証明される客体、さらには証明活動を支えている人称関係（仲間関係、敵対関係など）等に留意して指導の展開を試みてみる必要があろうと思われる。

上述したような指導意図をもって授業に臨めば、中学校現場等で強調されている「根拠」を明らかにする指導のもつ意味も一層明確化されてくるのではなかろうか。なぜならば、「根拠」はある意味で、「共同主観的」なものであって、人と人との間の合意形成の過程で生まれる人間的事実である。だからもし、親しい人間同士なら、ある命題の真偽を共有するのに、それほどつっこんで議論する必要はなく、根拠なるものをそれほど意識せずとも合意に達することができる。しかし、これが敵対関係にある人間同士だったらどうであろうか。合意形成はなかなか得られず、むしろ、そうした合意に向かおうとする精神（こころ）の働きよりは、逆に敵対する相手の主張を論破すべく相手の主張を支える根拠の脆弱さに攻撃の矢が向けられていくのではなかろうか。

そして、当然起こり得る激しい議論の中で、お互いか提示する根拠がどんどん根源的根底的なものに向かって掘り下げられ、「根拠」に対する意識が、より鋭いものになっていくに違いない。つまり、証明活動に入る場合には、まず何を証明すべきか、根拠とすべき命題は何かそしてそのことは証明するに値する価値があるのかどうか、いわば証明することを要求する命題の提出者の精神（こころ）の働き、

それを行う人間的営みのありようが十分意識される必要があるのである。

そのように考えていったとき、必然的に、どういう前提、仮定のもので何がいえるのかという問題意識が強く感得されてこよう。

「あることがらがわかるのは、どんな仮定のもとで何が言えるのか、と考えたときのみではないか」といった人間の意識が現象してこよう。

証明では、そうした教育的経験が「論証」の過程で形成されていくことに気づかなければならぬ。

こうした「ある仮定を設定したらそこからどんな結論が導出されてくるのか」という相対的、条件的な考え方、すなわち公理的な考え方を、上述のような実感を味わせつつ指導を展開していくことができたならば、もしかして「証明のわからなさ」に悩む生徒の精神のありようを変革していくことにつながるかもしれない。

では、こうした実践的指導力はどのような質を備えた指導力か、それを考える手がかりを得るためにある指導場面を紹介して考察に具体性を持たせてみよう。

<事例>

問題は、図1のような星形七角形の先端の角の和についてどんなことがいえるか、それを考える問題である。

指導は、どんな星形七角形でもその和は一定であることを推測させて、その一定値が何度になるかを考えさせるというふうに展開されていった。

一般に、この種の問題の場合、先端の角の和は何度かというように求答問題にして生徒に与えられることが多いが、重要なのは、形が変わっても一定となるものがあることに気づかせることではあるまい。そのことに気づかせ、その上でその一定値を具体的に求めさせていったほうが論証の意味が感得されていくのではないだろうか。

我々人間は、一般に、ある現象を目にしたとき、まずその現象の質的側面、例えば、何かが密集している、離れている、ある動きの変化が激しい、ゆるやかといった側面に目がいき、その後に、その様相の数値的解析へと向かうのではないかと思うからである。

前述した「事例化」は、このような形で問題把握をする上で効果があることに注意を促したい。

そう問題を把握すると、必然的に生徒はいろいろな図を書いて問題を考え、従って書く図形の具体的な形に応じて、引く補助線も多様になり、発想の促進が、強力に誘引されていく。

その結果、次のような解答が現れる。

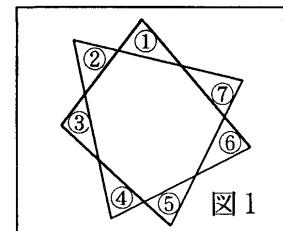
- ①三角形の内角の和は 180° 、多角形の外角の和は 360° を使った解法。
- ②三角形の内角の和は 180° 、1回転は 360° 、対頂角は等しいを使った解法。
- ③三角形の内角の和は 180° 、三角形の二つの内角の和は他の角の外角が等しいを使った解法。
- ④四角形の内角の和は 360° 、三角形の内角の和は 180° 三角形の2つの内角の和は、他の角の外角に等しいを使った解法。

- ⑤平行線の性質、対頂角の性質を使った解法。

つまり、様々な図形の性質を根拠にして、いろいろな説明の仕方が現れるのである。

普通は、いろいろな解答が出てくると、多様な解き方が現れたということだけで、よい学習ができたと考えてしまう。しかし、論証指導の場合はそうした指導展開で止まつてはならない。なぜなら、多様な解法、証明法を案出することが「証明」の学習にとってどんな意味と意義があるのかそれを生徒に感得させる必要があるからである。

それに、多様な解き方を経験して、面白いと感ずる生徒もいれば、それを面倒で煩わしいと感ずる生



徒もいて、多様な解法の経験が必ずしも、生徒のよき学習経験とはならない場合があるからである。

もしそうした点に配慮せずに論証指導を展開すれば、証明することの意義がわからず、冒頭の項で紹介した生徒の感想文にあるように「証明はわからない」ものだという印象を強くもち、それが生徒の脳裏に刻み込まれて、その結果、数学からの疎外が一層促進して学習意欲を喪失していくことになろう。

証明指導で何をねらうのか、証明を通してどんな数学的経験、教育的経験を味わせるのか、そのことが改めて再認識されなければならない状況が生まれてくる。

それにしても、論証とは何なのだろう。改めて考えてみよう。

周知のように、論証といふのはあるタイプの推論形式であって、その前提となっている命題を公理と名づけると、この公理となっているもののみを究極の根拠としてつぎつぎと推論を積み重ねていく當みで、論証者は次のような態度、能力を持つことが要請される。

ア. 論証者は、公理から推論によって導き出された命題はすべて認める義務がある。

イ. 論証者は、前提としていないものを根拠にして導き出した命題を利用してはならない。

従って、論証が「わかる」ためには、根拠をもとにして推論を積み上げただけでは不十分で、何を根拠にどう推論していくか、さらには、根拠とすべき命題群を何にしていったらよいかという所まで指導がなされなければならないことに気づく。

上述の問題では、公理系の設定を意識化するために、下記のように段階を設定して指導を展開していった。

段階A 「これまでに使った図形の性質の中で主なものをあげなさい。」

と問い合わせ、「三角形の内角の和が 180° である」性質に目を向けさせる。

次に段階Bでこの「三角形の内角」の性質を証明させていった。

段階B 「三角形の三つの内角の和は 180° であることを証明しなさい」

段階Bの学習を通して、「平行線の性質」「対頂角の性質」の性質を導出させ、それに注目させる。

そして段階Cに向かう。

段階C 「上の七つの角の和を求めるのに、三角形の内角の和は 180° であるという性質を使わないでできないものだろうか。」

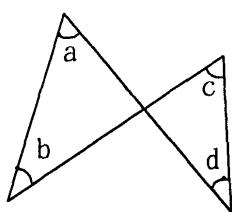
この段階Cの問題を経て、平行線の性質の重要性を意識化させ強調する。

その上で、次の段階Dの問い合わせを提示する。

段階D 「7つの角の和を求めるときに使った次の性質を平行線の性質のみを用いて証明しなさい。ただし、次の5つについては、どの順で証明してもよく、一度証明したものは以後の証明に使ってよい。」

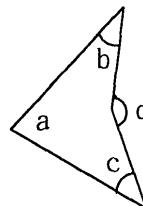
①四角形の内角の和は 360° である。

②



では、 $\angle a + \angle b = \angle c + \angle d$

⑤



では、 $\angle d = \angle a + \angle b + \angle c$

③三角形の内角の和は 180° である。

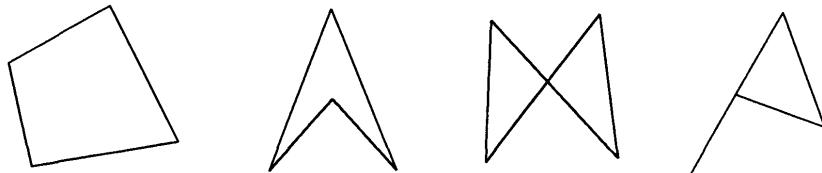
④三角形の1つの外角はそれと隣り合はない。二つの内角の和に等しい。

この段階Dの学習を通して、証明はどの順番で行ってもよいということに気づき、あわせて証明の順序によって証明の難易が異なってくることを経験させていく。

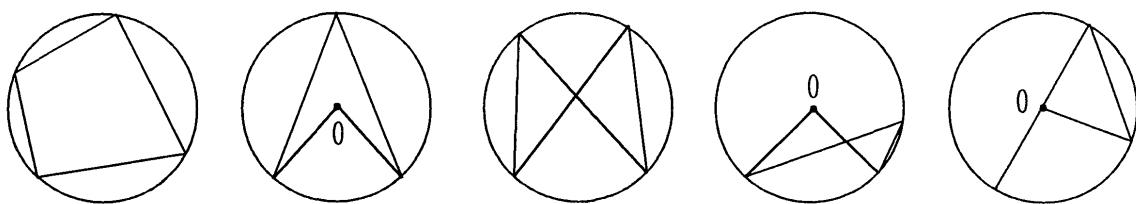
ここでの学習経験は、命題の同値性に対する認識の芽を育てる契機となっていくことになるだろう。こうして、「対頂角の性質」「平行線の性質」を公理としてまとめていく学習場面が与えられ、そして、次には合同条件を公理として位置づけていく学習場面が模索されていく。

その模索の過程で、提示したのが次の段階Eで、これにそって学習が進行していく。

段階E 「これまでの証明ででてきた次の図形に



下図のように、円をかぶせると、今までの図形になかったどんな性質が導かれるであろうか。



点Oは円の中心

図2

この段階Eでは、問題を特殊化して考察させ、特殊化によって、新たにそれ以前になかったどんな性質が浮上してくるのか、そして、その新たな性質がどんな図形の性質によって導出されてくるのかを観察させ、それによって使用される「根拠」がどう変化してくるのかに注視させていった。この学習過程は「根拠のもつ働き」を双方向的に了解できるように試みたものである。

具体的には「二等辺三角形の性質」が上述の円をかぶせた図形においていえる性質を論理的に解明するキーコンセプトであり、この性質はまだ証明された命題ではないことを確認し、これを証明するのに合同条件が必要なことを感得させていったのである。

つまり、次の段階Fを設定して指導していったのである。

段階F 「二等辺三角形の2つの底角は等しいというのは確かなことだろうか」

ここでは、平行線の性質や、対頂角の性質のみでは説明がつかないことを感じとらせていく、合同条件に気づかせていったのである。

ここで採り上げた事例は、公理設定を通して論証の意義・意味を感じとらせようとしたものであるが実際どの程度教育効果があったかは不明であり、追試が必要であろう。

しかし、公理体系にまとめ上げるときにとったこの指導方法は、公理系の独立性や矛盾値性に留意するのではなく、少ない単純な命題群からいかに多くの豊富な内容を持った命題群が得られるかに焦点をあてて行ったものである。

ちなみに、ここで採用した考え方、つまりできるだけ少ないルールに依拠して様々な現象を説明しようという発想は、言語学者のチョムスキーが生成文法を作り上げるときの考え方と同じであることは改めて指摘するまでもあるまい。そして、ここからは、何を前提にして、何を論証するのかといふいわば「命題の局所化を通して論証活動」を行っている人間的営為が現象していることも了解されよう。

上述した論証指導は35年前に行ったものであるが、それ以後、この線に沿って指導展開した事例をあまり目にしていない。すなわち、公理系の設定という学習過程の構築が論証指導のかなめであるということがあまり熟考されていないように思えるのである。

それにしても30数年前の自分の指導実践がいまも筆者の精神を刺激してやまず、指導のあり方を考え

る源泉となっていることにある感慨を禁じ得ない。実践的指導力の育成を考えるとき、自己の指導経験の尊重とその省察がきわめて大切であることを上述した文字指導と証明指導を通して実感するのである。

5. 教科指導と学級指導

同じ教材を使って、同じ教師が授業を行っても授業は同じように展開することはできない。それは、多くの教師がしばしば体験していることであろう。授業がそのように同じにならないその要因は何なのかは、複雑で、明確に特定することはできないが、よく指摘されるのは学級の雰囲気、すなわち教室文化というものの違いであろう。それが授業に大きな影響を与えているのではないかということである。

例えば、日本では、ほとんどの小・中学校の場合、授業の始まりには一斉に起立してあいさつをする。しかし、これは当たり前のことではない。欧米の授業では、こうした行動様式をまず目にする事はない。そこには、それぞれの国、民族のもつ特有な教室文化が色濃く作用していると考えられる。

言うまでもなく、この教室文化は上で見たように、教科指導と学級指導の両方に深く関わる。つまり、教科指導と学級指導は教室文化を媒介にして相互に深く関係していると考えられる。

特に日本のように、学級を母体として教科指導が行われている国では、教科指導と学級指導との関係の深さは想像以上であろう。とりわけその中でも、学級担任制のもとで、教育活動が展開される小学校ではその関連は驚くほど深くて、それぞれの指導を意味あるものにしていくためにはその2つの指導のあり方の関連が自覚的に指導する教師に鋭く認識されていなければならない。学級経営と算数指導の間には深い関連があることを詳細に研究したものがある（水本徳明氏他）。

不思議なことに、実践的指導力の育成を考えるとき、このような点が、あまり明確に考えられていないように思えるのである。

例えば、教育学部では、数多くの教職科目が教えられ、その中で学級指導論、生徒指導論等が扱われているが、実際に教えられているのは、児童・生徒の対人関係やカウンセリングの観点からの指導のあり方がほとんどであって、教科指導と関連づけられて、そうした論が論議されることはあるが滅多にない。

だが、現場教師なら誰でも経験するように、この2つの指導のあり方を意義されざるを得ない状況がたびたび現出するのである。学級自治会、児童会の指導場面を想起すれば明らかであろう。

よく起こるのは、児童・生徒は口を開かず、重い沈黙が続くという現象である。しかし、教科指導の場合は、自分の考えを率直に出し、相手の考えにも耳を傾け、お互いに「思考していること」を発表しそれを練り上げ、学習を進めていくうではないかということを教師は強調しているのではあるまい。

だとすると、教科指導における教師の数々の言明は学級指導の場では、どのように扱われるべきなのであろうか。また、その逆、すなわち学級指導で行っている様々な指導経験は、どのような形で教科指導の中で、取り扱われるべきなのだろうか。

1998年、筑波大学附属中学校の社会科の公開研究会の折、「話し合いと多数決」の課題が取り上げられたが、報告によれば「話し合いをさせて多くの生徒は、お互い牽制し合い、意見を表に出さず、集団の中にいる力の強いリーダーの意見に同調し、反論、相互批判、相互理解なしに多数決でのごとを決していく傾向がある」という。

子どもに「民主主義的精神」、「民主的にものごとを考え判断していく能力」の形成、向上を目的とし、それを社会科の指導の中でめざしていたとするならば、上述した思考傾向、精神のありようは、指導のねらいにとって深刻な事態がそこに現出していると考えてよいだろう。

どのようなレベルでどんなことが社会科の研究会で議論されたのか、その詳細についてはわからないが、筆者の関心は、その研究会で、社会科の指導が「学級指導」のあり方とからめてどのように議論されていったのかというところにある。

実は、数学教育では、上述した課題が正面から取り組むべき課題であることが、次のように対話（ダイアローグ）とからめてはっきりと述べられているのである。

“Dialogic teaching and learning is significant for classroom practice that supports a mathematics education for democracy”「ダイアローグをもとにした学習指導は、デモクラシーを志向した数学教育を実践する上で、きわめて重要である」（Dialogue and Learning in Mathematics Education 2002）

このことは、次のような数学的経験と教育的経験との関連を考察することを強く促すことにもなろう。人間の思考様式と数学学習との関係を考えると、生活の中での決断とが判断、選択といったものは、「関数」の考えに深くつななり、方程式や不等式を解くということは、与えられた条件を満たすことや、物を探すことと同じ質を持った行動を促し、論証などは、人との交流場面で、共通認識を確認しながら有効な推論、論法をくり返しつつ、自分が伝えたいこと、認めて欲しいことを情緒抜きで相手を説得する手がかりを提供するのではないかと考えられよう。（岡本光司氏 人間教育としての算数・数学教育 筆者との対談 大日本図書 1992）

教室の中で児童・生徒に何らかの教育的意図を持って働きかけるとき、教科に関連する専門的な知識だけでなくそれを通してどんな教育的価値を現出しようとするのか、そうした質的に深い実践的指導力が志向されていかねばならないのではないかだろうか。

6. おわりに

実践的指導力を考える上で、有効と思える局面をいくつか提示して、その内実を考察してきた。

例えば、1つには学校参観や授業参観をするとき、細かい教師や児童・生徒の動きだけではなく学校現象、教育現象を広く「読む」「聞く」「書く」「話す」といった基本的な人間の行動、営為からとらえていくことが必要ではないかと論述した。そして、そうしたとらえ方によって「文脈構成」が課題として意識化され、それをも実践的指導力を構成する1つの重要な要因と考えるべきではないかと提言した。

2つめは、指導困難といわれる教材に着目し、その扱い方を通して、実践的指導力の内実の特定化とその形成の方途を探るようにならうかと提言した。

指導困難な教材には、様々な文化的背景や、「学習」そのもののあり方を根本的に考察していくなければならない要因が含まれている。そのことが、実践的指導力をとらえる際に、単に既成の現実に対応するというような表層的なとらえ方に止まるのではなく、文化、社会といった深層にまで降り下って考察しなければならない必然性を我々にもたらすことを指摘した。そして、その指摘を通して指導法についても、例えば今流行している習熟度別学習などといった形態の学習指導に安易に順応・適応するのではなく、「学び」のもつ本質、それに対応してどのような質の「学び方」があるのかを様々な観点からとらえ、それに沿って考察をしていく。こうした指向性をもつことが大切ではないかということを黙示的に示しておいた。そのためには、「わからなさ」の探究が必要であり、それに応じた「学び」の研究がなされなければならないことを強調した。

事実、欧米では「学び」の質を考えるのに “Critical Learning”（批判的学習）、”Reflection”（反省）、”Intent”（意図）という観点があり、また、形態についても “Cooperative Learning”（共同学習）、”Competitive Learning”（競争的学習）、”Individualistic Learning”（個別学習）というカテゴリーに沿ってそれぞれの学習のありようとその関連が論述されているのを目にすることができる。

3つめは、学校教育現象を広くとらえるためにも、教科指導と学級指導との関連に留意して、学校教

育全体のありようをとらえていく必要があることを提示した。

特に、ダイアローグ（対話）、コミュニケーション、ディベイトなど、子どもを実際指導するときに用いられる技法の意味とその関連について深く考察する必要があるようである。

そして、このことと関連させて、例えば数学科指導と学級指導との関係を考察する際、数学的経験と教育的経験の関係、すなわち数学学習を通してどのような広い人間的経験を獲得できるのかそれに留目することが大切であることを述べておいた。

いずれにせよ、実践的指導力を考えるとき、いまある現実にどう対応し、順応していくべきよいかという視点だけでなく、見えない現実、あるべき状況を思念しつつ、実践的指導力の内実を攻究する必要があるのではないかということを指摘しておいたつもりである。そのためには、例えば自己の過去の指導体験を大切にし、それに何度も何度も省察と吟味を加え、体験を経験化し、自己の指導力の核としてそれを育てていくべきではないかと提言しておいた。

サルトルは「弁証法的理性批判」の中で「実践的＝惰性態」という概念を用い、人間の「生」の困難性、すなわち、「自由な実践を自由なものとして貫徹させず、これを加工し、ねじ曲げ、方向づけ、その反対物に転化させる」（海老坂武氏）状況の存在を指摘して実践なるものの問題性を示している。

それだけにこうした状況にのめり込まないためには、「反省を通して距離を置く」（海老坂武氏）いわゆる反省的省察が実践的指導力の育成にとって必要不可欠な人間的営みとなってこよう。

いま、ある現実に順応・過応していく能力が実践的指導力でないこと、本来の実践的指導力は現実の非教育的状況を変革する方向性をもって育成されなければならないことをわれわれははっきりと自覚すべきであろう。

引用・参考文献

- (1)市村尚久・早川操・松浦良充・広石英記編著(2003)
「経験の意味世界をひらく－教育にとって経験とは何か－」
- (2)伊原康隆(2005)「志学数学」 シュプリンガー・フェアラーク東京
- (3)海老坂武(2005)「サルトル『人間』の思想の可能性－」 岩波新書、岩波書店
- (4)岡本光司・吉田稔(1992)「人間教育としての算数・数学教育」『算数・数学の研究』 大日本図書
- (5)デービス・ヘルシュ・柴垣和三郎他(訳)(1987)「数学的経験」 森北出版
- (6)DAVID W. JOHNSON & ROGER T. JOHNSON (1994)
“Learning Together and Alone” A Paramount Communications Company
- (7)Helle Alrp and Ole. Skorsmonse(2002)
“Dialogue and Learning in Mathematics Education” Kluruer Academic Publishers
- (8)佐伯胖(2003)「『学び』を問いつづけて」 小学館
- (9)ジョン・デューイ・市村尚久(訳)(2004)「経験と教育」 講談社学術文庫 講談社
- (10)藤田省三(2004)「実感の意味」『現代思想』 青土社
- (11)水本徳明・吉田稔・安藤知子(2001) 「小学校教師の算数指導と学級経営の力量に関する研究」筑波大学教育学系、教育学系論集 第25巻、第1号
- (12)吉田 稔(1971)「論証指導についての一考察」 近代新書
- (13)吉田 稔(1998)「実践的指導力についての一考察－数学教育に焦点をあてて－」
信州大学教育学部 教育実践研究指導センター紀要 第6号
- (14)吉田 稔(1998)「生きる力」を育む数学教育 信濃教育第1335号 信濃教育会
(付記)

本研究は平成15～18年度日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究（c））による研究「命題の局所的組織化に基づく中学校数学科の幾何教育カリキュラムの開発と評価」（研究代表者：吉田稔）の研究成果の一部である。