

## 樹冠投影図における 2 次スプライン曲線の表現力

荒瀬輝夫<sup>1</sup>・岡野哲郎<sup>1</sup>・内田泰三<sup>2</sup>・田崎冬記<sup>3</sup>・猫本健司<sup>4</sup>

<sup>1</sup> 信州大学農学部, <sup>2</sup> 九州産業大学工学部, <sup>3</sup> (株)北開水工コンサルタント,  
<sup>4</sup> 酪農学園大学酪農学部

### Expressional Property of Quadratic Spline Curve for Crown Projection Diagram

Teruo ARASE<sup>1</sup>, Tetsuo OKANO<sup>1</sup>, Taizo UCHIDA<sup>2</sup>, Fuyuki TAZAKI<sup>3</sup> & Kenji NEKOMOTO<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Faculty of Agriculture, Shinshu University, <sup>2</sup>Faculty of Engineering, Kyushu Sangyo University, <sup>3</sup>Hokkaisuiko Consultant Co., Ltd. & <sup>4</sup>Faculty of Dairy Science, Rakuno Gakuen University

**Summary:** In this study, we analyzed the expressional property of quadratic spline curve for contouring crown projection diagrams. We examined the changes in parameters and area in response to the knot movement and described crown projection diagrams using practical data obtained on trees. In comparison with an ellipse, the quadratic spline curve provided a depressed oval shape and slightly reduced the overlapping among adjacent crown projections. This property will be useful to express the competition in the canopy layer of forest.

**キーワード:** 樹冠投影図, スプライン曲線, 2 次曲線, 競合

**Key words:** Crown projection diagram, Spline curve, Quadratic curve, Competition

#### 1. はじめに

樹冠は、樹木の地上部における枝張りや葉群の集まりの立体的な形状であり、鉛直方向に投影した平面図は樹冠投影図と呼ばれる。樹冠投影図は、樹木位置図とともに、森林の空間構造の解析、立木ごとの定着や成長と立地環境との関係を解析する際に有用である<sup>5, 11, 12</sup>。

樹冠投影図の作成には、直接作図法(地上部からの実測)と、空中写真法の 2 通りの方法がある<sup>6</sup>。前者の場合には、画像を立木位置図に移写し、隣接する樹冠の境界を判別することで、比較的精度の高い樹冠投影図を得られる。一方、後者の場合、樹冠を真上から見るができないため正確な形状を確認しにくいという問題がある。

フィールド調査では、地面から樹冠を見上げて読み取るという直接作図法になる。通常、立木位

置から樹冠の辺縁までの距離を計測し(1, 2, 4, 8, 16 方向など<sup>11</sup>)、通常 4 方向以上<sup>6</sup>)、その点を何らかの方法で結ぶことで、樹冠の輪郭線を描くことができる。

輪郭線の結び方として、直線で端点を結ぶ多角形(ポリゴン)、隣接する 2 つの端点と 1 つの方向点で表現される楕円などの円錐曲線(Bézier 曲線)、3 次または 2 次曲線を節点で滑らかに接続したスプライン曲線などが用いられる。どの結び方を選択すべきかについて特に規定はなく、描画ソフトで辺縁部の点を曲線近似させながら連結すればよい<sup>6</sup>とされる。すなわち、現地状況を思い出しながら「それらしい」曲線で結べばよい、ということになる。

多角形は動物の行動圏推定<sup>10</sup>でよく用いられ、Bézier 曲線は画像処理における曲線表現<sup>2, 7</sup>)で繁

用されている。スプライン曲線も画像処理で用いられる<sup>4)</sup>ほか、粗い測定点間のデータの補間<sup>3, 8)</sup>や、生態学においては、複数の回帰式を接続することに応用されている(1次関数のスプラインは折れ線になる)。これは、分析や解釈のしやすさ(生態的に解釈可能な低次多項式を、生育ステージ等に関連付けて組み合わせる<sup>14)</sup>)や、全区間を高次式で近似することによる弊害(誤差の増大や解の不安定さ:ルンゲの現象<sup>3)</sup>など)の回避といった利点がある。通常は3次多項式が用いられるが、2次でも充分滑らかな曲線が得られることが報告されており<sup>8)</sup>、パラメータ推定のための計算量からも、2次曲線の組合せが妥当であればより実務的である。

そこで本研究では、とくに2次スプライン曲線に注目し、関数としての特性を検証するとともに、実測の立木データを用い、樹冠投影図作成における表現力を楕円、多角形と比較した。

## 2. 2次スプライン曲線

問題を単純化するため、測定方向を互いに直交する4方向(x軸上とy軸上)とする。このとき、隣接2端点を結ぶのは4つの区間である。同じ関数を用いるのなら、第1象限の曲線を反転させてx軸、y軸方向に拡大ないし縮尺すれば表現できるので、ここでは第1象限のみを取り上げる。

立木位置を原点O(0, 0)、樹冠投影図の輪郭曲線の座標軸上の端点をそれぞれ(1, 0)、(0, 1)とおく。原点Oからみた距離が極大値となるように端点をとるなら、端点における接線の方程式は、

(1, 0)における接線の方程式:  $x = 1$

(0, 1)における接線の方程式:  $y = 1$

となる。すなわち、これらに接しつつ(1, 0)および(0, 1)の間を補間するように滑らかな輪郭線を描けばよい(Bézier曲線ならば、半径1の円弧になる)。

ここで、2次スプライン曲線として、節点数を最も単純に1(2つの2次曲線を1点で接続する)とする。すなわち、x軸を軸とし正方向に凸な放物線と、y軸を軸とし正方向に凸な放物線を、どこか1点で滑らかに接続させるという問題になる(図-1)。すると、

$$\begin{cases} y = 1 + ax^2 & (a < 0) & \cdots (1) \\ x = 1 + by^2 & (b < 0) & \cdots (2) \\ \text{節点 } (x_0, y_0) & (\text{ただし } 0 < x_0, y_0 < 1) \end{cases}$$

とおける。

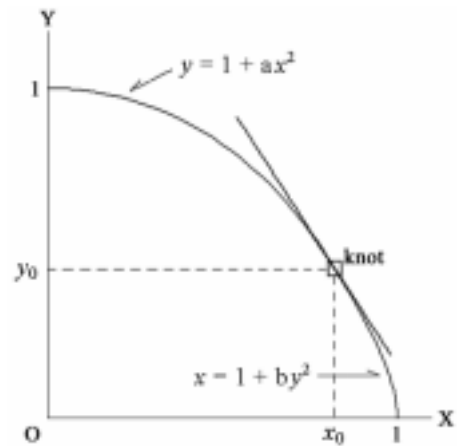


図-1 2次スプライン曲線による表現

このとき、それぞれの1次導関数は、

$$(1) \text{ より, } \frac{dy}{dx} = 2ax$$

$$(2) \text{ より, } \frac{dx}{dy} = 2by$$

である。節点において1次導関数を連続させるので、節点の座標を  $(x_0, y_0)$  とおくと、

$$\begin{cases} y_0 = 1 + ax_0^2 & \cdots (1') \\ x_0 = 1 + by_0^2 & \cdots (2') \\ \text{かつ,} \\ 2ax_0 = \frac{1}{2by_0} & x_0 y_0 = \frac{1}{4ab} & \cdots (3) \end{cases}$$

の条件を満たす。

ここで、

$$y_0 = kx_0 \quad (k \text{ は } k > 0 \text{ なる定数}) \quad \cdots (4)$$

という条件を定め、(4)を(1')(2')(3)に代入してkについて解けば、

$$a = \frac{k-2-2\sqrt{k^2-k+1}}{4} \quad \cdots (5)$$

$$b = \frac{-2k+1-2\sqrt{k^2-k+1}}{4k} \quad \cdots (6)$$

$$x_0 = \frac{2k+2-2\sqrt{k^2-k+1}}{3k} \quad \cdots (7)$$

$$y_0 = \frac{2k+2-2\sqrt{k^2-k+1}}{3} \quad \cdots (8)$$

このとき、座標軸と2次スプライン曲線により囲まれた部分の面積Sは、

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{x_0} (1 + ax^2) dx + \int_0^{y_0} (1 + by^2) dy - x_0 y_0 \\ &= \left[ x + \frac{a}{3} x^3 \right]_0^{x_0} + \left[ y + \frac{b}{3} y^3 \right]_0^{y_0} - x_0 y_0 \end{aligned}$$

ここで、(1')(2')は、 $ax_0^2 = y_0 - 1$ 、 $by_0^2 = x_0 - 1$ と変形できるので、代入して整理すると、

$$S = \frac{2}{3}x_0 + \frac{2}{3}y_0 - \frac{1}{3}x_0y_0 \quad \dots (9)$$

という係数を含まない単純な式となる。(7)(8)を代入してSをkで表せば、

$$S = \frac{4 \{k^2 + 5k + 1 - (k+1)\sqrt{k^2 - k + 1}\}}{27k} \quad \dots (9')$$

となる。右辺の1次導関数(複雑な式になるため略)は、k=1のとき0となり、すなわちy<sub>0</sub> = x<sub>0</sub>のときSは極大値となる。

表-2 kの変化にともなうパラメータと面積の変化

k	a	b	knot		S	the ratio of area to	
			x <sub>0</sub>	y <sub>0</sub>		ellipse	polygon
0	-1	-	1	0	0.667	0.849	1.33
0.1	-0.952	-2.770	0.974	0.097	0.682	0.869	1.36
0.2	-0.908	-1.541	0.945	0.189	0.696	0.887	1.39
0.3	-0.869	-1.148	0.914	0.274	0.708	0.902	1.42
0.4	-0.836	-0.965	0.880	0.352	0.718	0.915	1.44
0.5	-0.808	-0.866	0.845	0.423	0.726	0.925	1.45
0.6	-0.786	-0.810	0.809	0.485	0.732	0.932	1.46
0.7	-0.769	-0.778	0.773	0.541	0.736	0.937	1.47
0.8	-0.758	-0.760	0.736	0.589	0.739	0.941	1.48
0.9	-0.752	-0.752	0.701	0.631	0.740	0.943	1.48
1	-0.750	-0.750	0.667	0.667	0.741	0.943	1.48
2	-0.866	-0.808	0.423	0.845	0.726	0.925	1.45
3	-1.073	-0.858	0.301	0.903	0.712	0.906	1.42
4	-1.303	-0.888	0.232	0.930	0.703	0.895	1.41
5	-1.541	-0.908	0.189	0.945	0.696	0.887	1.39
6	-1.784	-0.922	0.159	0.955	0.692	0.881	1.38
7	-2.029	-0.933	0.137	0.962	0.689	0.877	1.38
8	-2.275	-0.941	0.121	0.967	0.686	0.874	1.37
9	-2.522	-0.947	0.108	0.971	0.684	0.871	1.37
10	-2.770	-0.952	0.097	0.974	0.682	0.869	1.36
20	-5.260	-0.975	0.049	0.987	0.675	0.859	1.35
30	-7.756	-0.984	0.033	0.992	0.672	0.856	1.34
40	-10.255	-0.988	0.025	0.994	0.671	0.854	1.34
50	-12.754	-0.990	0.020	0.995	0.670	0.853	1.34
100	-25.252	-0.995	0.010	0.997	0.668	0.851	1.34
-	-	-1	0	1	0.667	0.849	1.33
			(ellipse)		0.785	1	1.57
			(polygon)		0.500	0.637	1

定数kを変化させたときの2次スプライン曲線の変化を図-2、面積Sの変化を図-3、節点の座標を表-1に示した。形状は楕円の場合よりも扁平となって面積は小さくなり(図-2 および図-3)、面積比で楕円の0.85~0.94倍、多角形の1.33~1.48倍(楕円は1.57倍)であった(表-1)。節点数1の2次スプライン曲線では、節点(定数k)の選択により、丸み(扁平さ)に幅をもった形状表現が可能であるといえる。

なお、一般化して端点を(m, 0), (0, n)とすれば、図形全体をx軸方向にm倍、y軸方向にn倍拡大することになるので、節点は(m x<sub>0</sub>, n y<sub>0</sub>)、面積はmn倍になり、面積の極大値はk = n/mのときとなる。

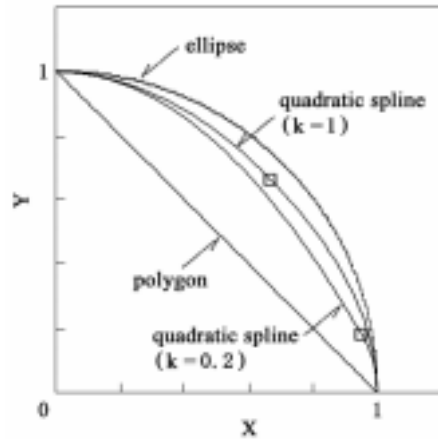


図-2 (1, 0) ~ (0, 1) 間の2次スプライン曲線の形状(節点を示す。)

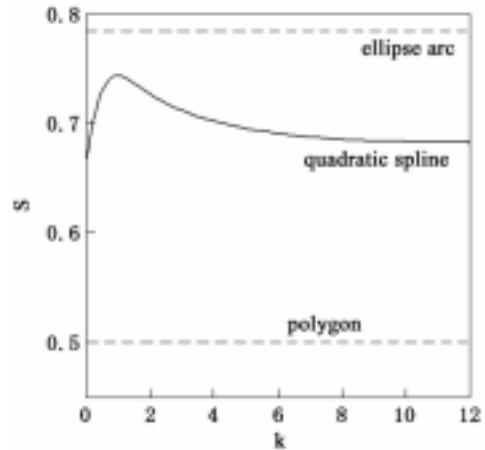


図-3 座標軸と(1, 0) ~ (0, 1) 間の2次スプライン曲線により囲まれた面積Sとkとの関係

### 3. 樹冠投影図への応用

#### 3.1 調査地

立木データ実測を、信州大学農学部附属農場(長野県上伊那郡南箕輪村)の一角にあるビオトープ造成地で行なった。本調査地では、2004年秋に水域予定地の掘削や敷石等の施工後に灌水され、水域および水際のり面の緑化試験が翌2005年5月に開始されている<sup>1)</sup>。樹木としては低木~小高木の郷土種が移植され、2008年現在では自然に侵入、定着した樹木の実生(風または鳥類による種子散布と思われる)も見られる。

#### 3.2 立木の調査方法

2008年秋季、調査地に生育するすべての立木について、立木の種名、のり面上の位置、株元から樹冠の辺縁までの距離(4方向)を測定した。

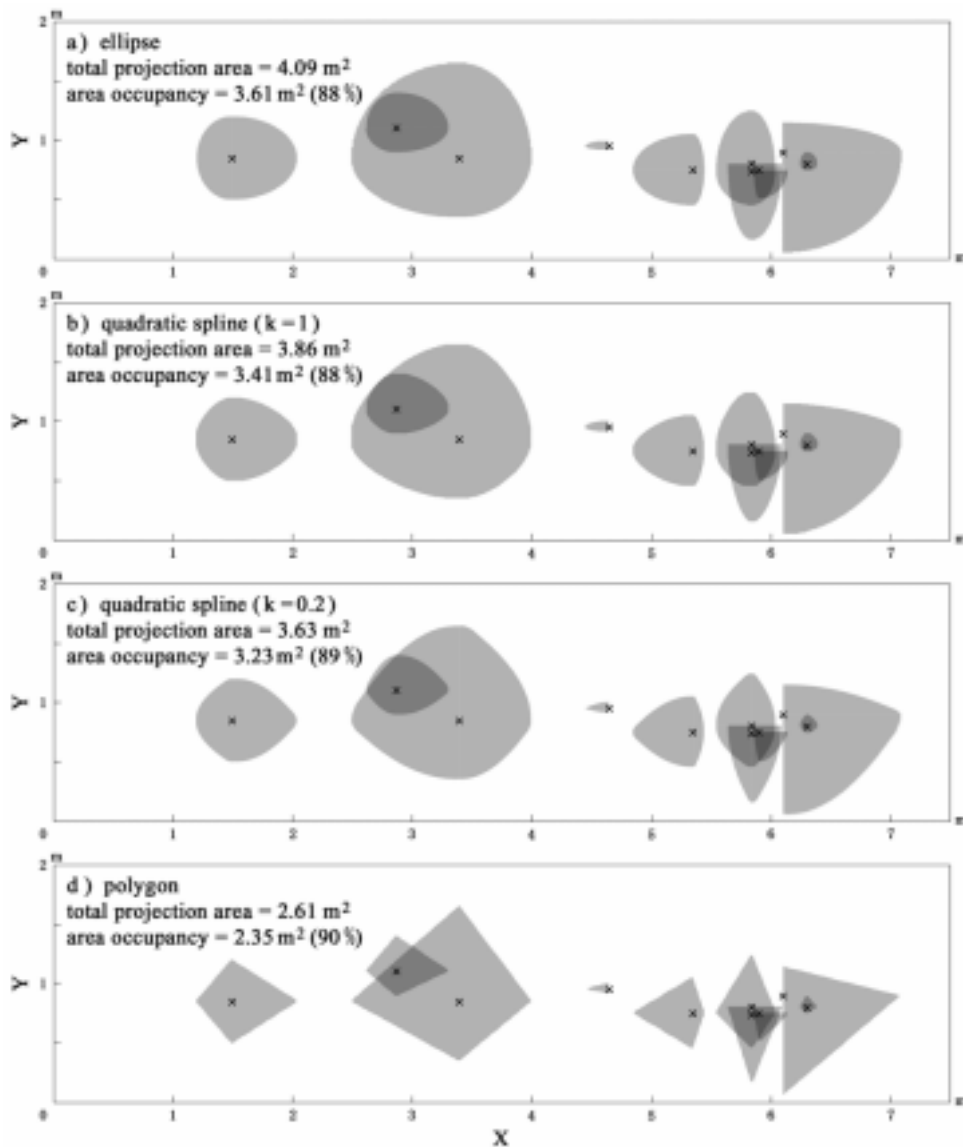


図-4 樹冠投影図の比較 (×: 立木の位置, %: 延べ面積に対する占有面積の比)

なお、立木の成長を経年的に追跡調査するための基礎データとして、樹高(m)および地際直径(cm)も計測した。立木の位置については、上流から下流に向かってX軸(水源部 = 0 m)、それと垂直にY軸(のり面の天端 = 0 m)をとって直線距離を測定した。

緑化試験地は水域に沿ったのり面(およそ長さ30 m × 2 m)であるが、本研究では上流側の0~7.5 mまでの区間のデータを抜粋して用いた。

### 3.3 樹冠投影図の作成

立木データより、樹冠投影図を作成してその形状や占有面積等を比較した。端点を結ぶ方法は、2次スプライン曲線( $k=1$ ,  $k=0.2$ )、楕円弧、直線(多角形)の4種類である。

## 4. 結果と考察

図-4に4方法による樹冠投影図を示した。立木データは附表として示した。楕円による作図がもっとも丸みを帯びた形状であり、立木の分布の集中している箇所では隣接個体を包含してしまっていた(図-4 a; 群落全体の占有面積は延べ樹冠投影面積の88%)。一方、直線(多角形)による作図は機械的な印象を受けるものの、重なりが2%程度回避されている様子が伺えた(図-4 d)。2次スプライン曲線はそれらの中間的な形状となっているが(図-4 bおよびc)、 $k=0.2$ では端点付近で急に湾曲する傾向があり、扁平さが目立っている。

一般に、樹冠形状はある回転体に近似されるとされる<sup>13)</sup>ので、樹冠投影図も丸みを帯びた表現が

より自然ということになる。しかし、隣接する立木との光などをめぐる競合があると、枝の成長速度や枯死率が変化し、偏った形状となる<sup>5, 9, 15)</sup>。被圧された立木が隣接する立木の占有空間を避けるように成長している状態を想定すれば、丸みが強いため隣同士で重なりや包含を生じやすい円や楕円では、不自然な表現となる可能性がある。立木の分布が集中して林冠部で競合が生じ、樹冠形状の偏りが著しいような場合には、むしろ多角形を用いるほうが樹冠投影図における重なりは回避できることが示唆された。さらに、より自然な丸みのある表現が必要であれば、丸み(扁平さ)を調整できる2次スプライン曲線を用いることは有用であると考えられる。

#### 引用文献

- 1) 荒瀬輝夫・大石泰治・内田泰三 (2006) 水辺環境の保全を目的とした構内ビオトープの造成. 信州大学農学部 AFC報告 4 : 65 - 75
- 2) Cheng, M. & Wang, G. (2008) Approximate merging of multiple Bézier segments. *Progress in Natural Science* 18: 757 - 762
- 3) de Boor, C. (2001) A practical guide to splines (revised edition). Springer-Verlag, New York. 346pp.
- 4) 橋本賢治・村井克己 (1995) 画像へのスプライン曲線近似. 電子情報通信学会技術研究報告 95 (114) : 31 - 36
- 5) 石井弘明・吉村謙一・音田高志 (2006) 樹木生理学と森林群落動態をつなぐ樹形研究. 日本林学会誌 88 : 290 -

301

- 6) 紙谷智彦 (1999) 樹木位置図と樹冠投影図の作成法. 森林立地調査法編集委員会編「森林立地調査法 - 森の環境を測る -」. 博友社, 東京. pp. 57 - 58
- 7) 金元敏明 (1994) C A E のための数値図形処理. 共立出版株式会社, 東京. 220pp.
- 8) 小林光夫・高橋良 (2001) 2次スプライン関数による粗な分光データの補間. 日本色彩学会誌 25 : 10 - 11
- 9) Koike, F. (1986) Canopy dynamics estimated from shoot morphology in an evergreen broad-leaved forest. *Oecologia (Berlin)* 70: 348 - 350
- 10) 尾崎研一・工藤琢磨 (2002) 行動圏: その推定法, 及び観察点間の自己相関の影響. 日本生態学会誌 52 : 233 - 242
- 11) パルデ, J.・ブウシオン, J. (大隅眞一訳) (1993) 森林計測学. 森林計画学会出版局, 東京. 385pp.
- 12) 坂尾文正 (1997) 同齢単純閉鎖林分における単木および林分成長量に関する因子としての占有面積. 日本林学会誌 79 : 123 - 130
- 13) Satoo, T. & Imoto, H. (1979) Modeling crown canopy of an even-aged stand of *Cryptomeria japonica* from measurement of leaf mass - a new approach to the morphology of forest crown. *Journal of the Japanese Forest Society* 61: 127 - 134
- 14) Stern, W.R. & Kirby, J.M. (1979) Primordium initiation at the shoot apex in four contrasting varieties of spring wheat in response to sowing date. *Journal of Agricultural Science (Cambridge)* 93: 203 - 215
- 15) 上島顕司・堀繁 (1988) 樹木の競合生長ヴィジュアル・モデル. 造園雑誌 51 : 90 - 95

附表 立木データ (X = 0 ~ 7.5 m までの区間)

No.	Location (m)		Species name	Height (cm)	Diameter (cm)	Distance to the end of crown (m)			
	X	Y				-X	+X	-Y	+Y
1	1.50	0.85	<i>Orixa japonica</i>	108	1.83	0.30	0.55	0.35	0.35
2	2.87	1.10	<i>Lindera umbellata</i>	131	1.17	0.25	0.45	0.20	0.30
3	3.40	0.85	<i>Parabenzoïn praecox</i>	245	2.54	0.90	0.60	0.50	0.80
4	4.65	0.95	<i>Orixa japonica</i>	44	0.42	0.20	0.00	0.03	0.05
5	5.35	0.75	<i>Corylus heterophylla</i> var. <i>thunbergii</i>	163	1.99	0.50	0.10	0.30	0.30
6	5.85	0.80	<i>Callicarpa japonica</i>	159	1.03	0.20	0.25	0.65	0.00
7	5.85	0.75	<i>Rhamnus japonica</i> var. <i>decipiens</i>	61	0.87	0.30	0.30	0.30	0.50
8	5.90	0.75	<i>Rubus palmatus</i> var. <i>coptophyllus</i>	53	0.16	0.05	0.15	0.25	0.00
9	6.10	0.90	<i>Corylus sieboldiana</i>	140	2.18	0.00	1.00	0.85	0.25
10	6.30	0.80	<i>Pinus densiflora</i>	10	0.20	0.05	0.10	0.05	0.10

(原稿受付 2009.2.27)