信州における湖沼の流動特性と排水拡散の数値予測に関する研究の概況

荒 木 正 夫*

1. 風による諏訪湖の湖流に関する数値解析

湖水は種々の原因により流動するが，その詳細は現在でも十分に解明されているとはいいがたい。また同じような物理的特性を有する海流に比しても解明が遅れているといえる。我国の海流に関する研究はかなり以前より活発に行われてきているが，湖水の流動についての動力学的な研究はあまりなされていないといってよい。しかし湖沼に起こる風浪，潮流，吹き寄せによる水位変化などの物理現象が人間生活や生活環境に対し持つ意味は決して小さくない。しかも我国の近年における湖沼の汚濁ははなはだしいものがあり，その規模のいかんにかかわらず，湖水が風などの外的要因によりどのような流動特性を示すかを解明することは，その汚濁対策上からもきわめて重要な問題となってきている。

筆者等の研究室では，数年前から諏訪湖や野尻湖を対象として，湖水の流動特性を風との関係から数値解析的に明らかにすることにより，いわゆる「すす水現象」の解明や汚濁の将来予測に役立たせることを目的に調査・研究を行っている（参考文献１），３），７），８）。

従来この種の問題の解析のほとんどは，基礎式を鉛直方向に積分した式，つまり鉛直方向の速度分布は一様であると仮定した式を用いている。この仮定は潮流のように鉛直方向に流速の変化が少ない場合には，解析の都合上やむを得ないかも知れない。しかし湖のように閉じらした領域における風による流動では，水面と湖底付近での流向が逆転することがしばしば起こる。したがってこのような閉領域の流動解析には，鉛直方向の流速分布を考慮した解析法がぜひ必要である。文献１），３）においては基礎方程式として，ミシガン湖をモデルとして考えられた「浅い湖」の解析モデルを適用する。

基本仮定① 流れは定常とする。

② 慣性力は他の力に比して小さいとして無視する。

③ 湖は非常に浅いので支配的な摩擦力は底面摩擦であるとし運動量の水平拡散を無視する。

④ 鉛直混合係数は各層内で水深方向に一定とする。

文献 1)においては，水理学の分野で従来主として用いられてきた差分表示による格子点法によって解析している。この差分法解析によって湖流の運動が数量的に導き出され，例えば水表面の流向と底部の流向がコリオリの力によって時計まわりの方向へ向きが変り，水深とともにその偏角が増大し湖底近くでは風向と全く逆の流れが生ずる。すなわちエクマンスパイラルが数値解析的に導き出され，諏訪湖における実測結果ともよく一致している。

ところでこの種の問題では地形の影響が非常に大きく，この点からは地形をより忠実に表現できる解析法として有限要素法の方がより適していることがいえる。

文献 3) においては，基礎方程式を一層状態と二層状態の場合について，有限要素法によって数値解析を進め格子点法解析よりも一層適正な数値解を得ることができた。

諏訪湖についての計算結果の一例をあげれば，風速２ $\mathrm{m}/_{\mathrm{sec}}$ 風向NWの場合，湖流はエクマンスパイラルを明瞭に示すが，さらに風上よりには上昇流，風下側には下降流が湖心を回転中心にして，時計回り方向にずれた湖岸近くに主として生じている。上昇流の最大値は 0.5 $\mathrm{mm}/_{\mathrm{sec}}$ と非常に小さいようであるが，２時間あれば湖底近くの無酸素層を水面近くへ押し上げるに十分な流速であり，さらに風速を増すと湖底物質を浮上させるに可能な流速となると考えられる。このような湖底近くの無酸素層とともに湖底質が水面に浮上する現象を諏訪湖では「すす水」と称しているが，これは網いけすの魚ばかりでなく回遊する魚までも窒息させることがあり大問題となっている。このすす水は風による湖水の鉛直対流にともなう上昇流がその主なる物理的原因となって起ることを，数値解析によって確かめることができた。また諏訪湖のような浅い湖では鉛直方向に２層の成層状態が形成されていても，２～３ $\mathrm{m}/_{\mathrm{sec}}$ 程度以上の風が吹くと上下層の混合が容易におこり，２層状態は簡単に破壊されてしまうことも分った。

次に文献 1)，3) の問題点をあげると，本解析においては流れを定常と仮定したが，諏訪湖では風が吹き始めてから数時間で定常となると考えられる。従って湖のおおまかな流動特性を調べるには定常としてよいが，場合によっては非定常解析も必要である。さらに風速が非常に大きい時には非線形項も考慮することが必要となる。しかしこれらの場合には文献 1)，3) の方法は適用できなくなり，三次元差分を組むか，別になんらかの形で鉛直方向の流速分布を考慮して基礎式を解くことが必要となる。後者の方法を研究したのが文献 7)，8) である。

* 信州大学工学部土木工学科

文献 1), 3) が定常流れを取り扱っているのに対して，文献 7),8) は非定常項を入れた基礎式を取り扱ったものである。非定常項を入れると基礎式は鉛直方向に積分できないため，有限要素法により直接三次元解析を行なう。この場合，普通に三次元解析することは未知量が多くて，計算時間や計算機容量の制約を受け数値解析が非常に困難である。従って数値解析の近似度を良くし未知量の数を少なくするために，鉛直方向には節点のない連続関数で，水平方向には従来のように多項式による試験関数を用いる。このような試験関数を用いると水面と湖底の境界条件が入れ易くなり，また必要データ数を少くてすむ。鉛直方向の連続関数としてここでは多項式と三角関数の2つを考えている。

文献 7)，8）の非定常解析によれば風が吹き始めは水面付近が風下側に流され，これが次第に発達し，その後風下側の水面上昇によると思われる湖底付近の風向と逆方向の流れが徐々に強くなり，やがて定常流れに近づくことが求められた。風速 3 m/sec のSWの風による計算結果によれば，風が吹き始めから5～6時間で定常状態になると思われる。

2. 排水の非定常拡散問題への有限要素法の応用

近年，各種の排水による環境水域の水質汚染が深刻化している。火力発電所などによる温排水が沿岸漁業や海の生態に与える影響，家庭廃水などによる湖沼の富栄養化の問題がそれであり，このような問題に対して現状の水質汚染の把握，水質の将来予測などを行なう必要が生じている。

諏訪湖周辺においては，現在諏訪湖流域下水道事業が大規模に建設中であるが，その豊田終末処理場から排出される処理水は，当面釜口水門付近より湖内に放流される計画である。この二次処理放流水はBOD 20 ppm程度の水質であるから，これが湖内へ還流せずそのまま天竜川へ流出するよう，放流口の設計をすることは重要である。

従来このような問題は現地観測，模型実験などで予測されて来たが，最近では計算機による現象を支配する微分方程式の数値解として予測が行なわれるようになってきた。文献 2)，4)はこれらの問題の解明のために,有限要素法を乱流拡散の基礎方程式に適用しようとするものである。

非定常問題に有限要素法を適用する方法は大別すると次のように分けられる。

(1) 時間と空間を合せた空間を考え，この空間を有限要素に分割する時空間有限要素法と呼ばれる方法。

(2) 空間変数には有限要素法を適用し，また時間変数には差分法や有限要素法を適用し漸化式を作り，初期状態よりある時間きざみごとに一歩一歩解を求める前進的方法。

(3) 時間変数を解析的に処理する方法。例えば時間変数をラプラス変換を用い処理する方法やモード解析法など。

このうち(1)の方法は時空間を完全に一度に離散化するため未知数が多くなること，近似方程式を与えるための支配原理（変分法や重みつき残差法）として十分に一般的なものが存在しないため，それほど利用価値が認められない。

そこで文献 2) においては,一次元及び二次元問題に対して(2)の方法を適用した。すなわち，①時間変数は連続関数として残し空間変数に対してGalerkin有限要素法を用いて離散化する。②次に時間変数に対して差分法，または有限要素法などにより漸化式型に離散化する。この場合の時間積分法は前進的方法で前進差分法，中央差分法，後退差分法，Wilson－Clough法，1次および2次の時間形状関数を用いるGalerkin法による6種の漸化式による拡散問題を解き，解の安定性，精度より時間きざみ幅の大きさ及び各漸化式の特性を検討した。その結果，6種の漸化式のうち解の安定性，精度及び計算機容量の総合的立場より見て，1次の時間形状関数を用いたGalerkin 法による漸化式が最も良いことを見出した。これによりGalerkin有限要素法は非定常拡散問題の数値予測の有力な手段であることを明らかにした。

所で，温排水問題におけるがごとく，密度や濃度などが深さ方向に一定でない拡散問題を取り扱うためには三次元解析が必要となるが，三次元解析は未知数が増え数値解析不可能となることが多い。この制約を取り除く方法として筆者等は既に述べたように，深さ方向には連続な試験関数を用い未知数を少なくする方法について検討中である。

文献 4) においては,前に述べた(3)の方法すなわち乱流拡散の数値シミュレーションを行うに当って支配微分方程式をラプラス変換し，ラプラス像空間上で有限要素法を適用し像空間での解を求め，その解を逆変換し原空間での解を求める。この方法によれば時間依存の解が関数形で求められるので step－by－stepに解く必要はなく，従って長時間の予測を行なうには明らかに有利な方法といえる。

文献 2) と 4) の数値解析法の比較検討によれば，移流成分と拡散成分のうち拡散成分が卓越する場合には，Laplace 変換による方法の方が step－by－step による方法より優れているようである。しかし移流成分が卓越している場合には，濃度負荷が与えられる拘束節点を離れるにつれて，Laplace 変換による方法では濃度変化の時間的遅れを十分に表現できず，解析の初期において解が

振動し負の大きな濃度が現われることがある。このように移流成分が卓越する場合にはLaplace変換による解析法の持つ特徴が薄れるが，今後これらの点についてさらに検討を進める予定である。

参考文献

1) 余越・富所：諏訪湖の湖流について，信州大学工学部紀要第40号（1976年7月）
2) 荒木・富所・小林：拡散問題への有限要素法の応用，信州大学工学部紀要第44号（1978年7月）
3) 余越・富所：風による諏訪湖の流動特性，土木学会論文報告集第276号（1978年8月）
4) 小林・荒木・富所：数値Laplace変換を用いた非定常拡散解析，第25回海岸工学講演会論文集（1978年11月）
5) 荒木・富所・小林：有限要素法の水理学への応用，土木学会中部支部研究発表会（1977年1月）
6) 小林・荒木・富所：有限要素法による拡散予測手法について，土木学会年次学術講演会（1977年10月）
7) 荒木・富所：ＦＥＭによる湖流解析への一提案，土木学会中部支部研究発表会（1978年2月）
8) 富所・荒木：ＦＥＭによる湖流の三次元解析，土木学会年次学術講演会（1978年9月）