

単相誘導電動機の円線図

宮 入 庄 太*

(信州大学 工学部電気工学科教室)

1. 緒 言

単相誘導電動機には正相、逆相のインピーダンスが入ってくるため三相誘導電動機のように簡単には行かず是に関し既に竹上氏等の研究⁽¹⁾がある。筆者は $S=s(2-s)$ として三相誘導電動機と略々同様な考え方で比較的実用し易い円線図を研究したのでここに発表し御批判を仰ぐ次第である。

2. 基礎理論

$$\dot{i} = \frac{A_1+A_2/s}{A_3+A_4/s} = \frac{A_2}{A_4} + \frac{A_1-A_3A_2/A_4}{A_3+A_4/s} \dots\dots\dots (1)$$

で示される \dot{i} (変数は s , 他は定数) のベクトルの先端の軌跡は円になることは鳳氏円線図等の基礎であつて周知の事である。⁽²⁾

扱て、誘導電動機(単相に限らない)の正相インピーダンス、逆相インピーダンスを夫々 Z_{01} Z_{02} とすれば

$$Z_{01}+Z_{02}=2z_1+\frac{C_1+C_2/S}{B_1+B_2/S} \dots\dots\dots (2)$$

となる。ここに

$$\begin{aligned} B_1 &= (z_0+jx_2)^2 & B_2 &= 2r_2(z_0+jx_2)+r_2^2 \\ C_1 &= 2jx_2z_0(z_0+jx_2) & C_2 &= \{2r_2(z_0+jx_2)+2r_2^2\}z_0 \\ S &= s(2-s) \end{aligned}$$

にして

- z_1 : 1次漏洩インピーダンス
- $z_0=r_0+jx_0$: 励磁インピーダンス
- r_2+jx_2 : 2次漏洩インピーダンス(等価1次値)

である。同様にして

$$Z_{01}Z_{02}=z_1^2+\frac{D_1+D_2/S}{B_1+B_2/S} \dots\dots\dots (3)$$

但し、 $D_1=z_1C_1-x_2z_0^2$ $D_2=z_1C_2+z_0^2(r_2^2-x_2^2+j2r_2x_2)$ 随つて或る量 \dot{X} が

$$\dot{X} = \frac{k_1+k_2(Z_{01}+Z_{02})+k_3(Z_{01}Z_{02})}{k_4+k_5(Z_{01}+Z_{02})+k_6(Z_{01}Z_{02})} \dots\dots\dots (4)$$

k_1 k_2 k_3 k_6 : 常数

であらばし得るとすれば、(4)式を変形して(1)式にすることが出来るから \dot{X} のベクトルの先端の軌跡は S を変数として円になる。

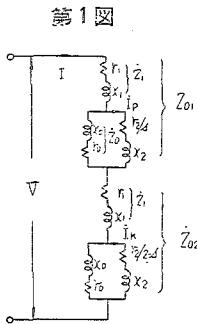
* 信州大学助教授

3. 単相誘導電動機の円線図

単相誘導電動機の等価回路は第1図で示す事が出来る。従つて電流 \dot{I} は

$$\dot{I} = V / (Z_{01} + Z_{02}) \dots\dots\dots(5)$$

である。之は(4)式に於ける $k_1=V, k_6=k_3=k_4=0, k_5=1, k_6=0$ の場合であるから \dot{I} は $S = (2-s)s$ を変数として円になる。



第1図

この円は、無負荷試験、拘束試験、1次抵抗の測定等に依り

$$\dot{I}_{s=0} (= \dot{I}_{s=0}), \dot{I}_{s=1} (= \dot{I}_{s=1}), \dot{I}_{s=\infty} (= \dot{I}_{s=\infty})$$

の3点を知り決定する事が出来る。Sの尺度は $\dot{I}_{s=0}$ と $\dot{I}_{s=\infty}$ の二つのベクトルの先端を結ぶ線に平行な線上に等分目盛を施して得られる。

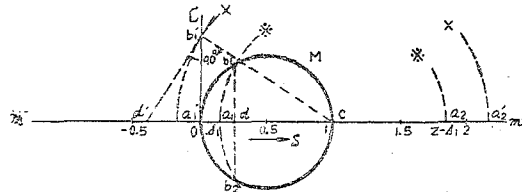
我々はある滑りsに対する電流なり、トルクなりを知りたいのであるが、これはsに対応するSを知らねばならない。是には

$$S = s(2-s) \dots\dots\dots(6)$$

(6)式に依り知る事も出来るが之を第2図に示す図法に依り求める事が出来る。図に於て円MはSの尺度線mm'に於て

$S=0, S=1$ の二点を直径の両端とする円であり、Lは $S=0$ に於てmm'線に立てた垂線である。今 $s=s_1$ に対応するSを求めるには

第2図



i) $1 > s_1 > 0$ の時

$S=s_1$ なる点を a_1 , $S=1$ なる点をCとするとCを中心とし ca_1 を半径として画く円が円Mとの交点を b_1, b_2 とする。 b_1b_2 と mm' の交点をdとするとd点が $s=s_1$ に対応するSの点を示している。

ii) $s_1 < 0$ の時

a_1' 点を $S=s_1$ としcを中心とし ca_1' を半径とする円が直線Lと交る点を b_1' とし b_1' に於てこの円に引いた切線が mm' に交る点を d' とすると d' 点は $s=s_1$ に対応するSを示す。cを中心とし ca_1', ca_1'' を半径とする円が mm' を切る他の点を a_2, a_2' とすると、 $a_1 a_2; a_1' a_2'$ はそれぞれ $S=s_1, S=2-s_1$ なる点でこの2点は後述のトルクを求めるに必要な点である。

s_1 に対応するSが求められると電流は多相誘導電動機の円線図の場合と同様にして求められる。

iii) $s_1 > 1$ の時

単相誘導電動機には回転に方向性を持たないから、この場合を考える事は無意味である(3)。

4. トルクの近似的計算

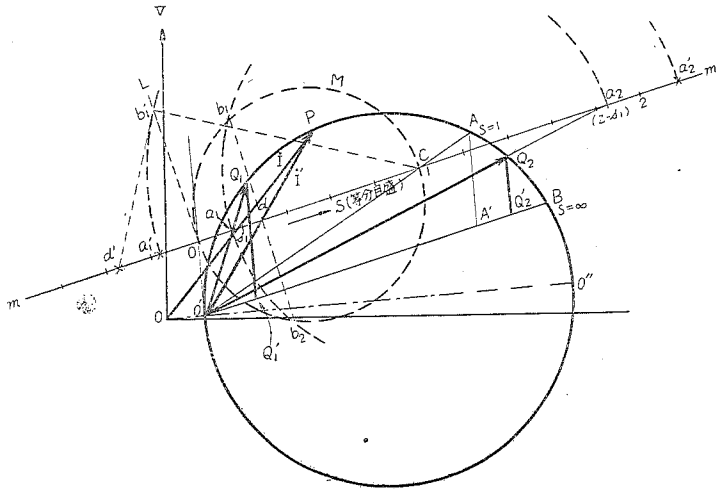
トルク τ (同期ワット) は理論的に

$$\tau = \tau_1 - \tau_2, \quad \tau_1 = I_p^2 \frac{I_2}{S}, \quad \tau_2 = I_n^2 \frac{I_2}{2-S}$$

である。然るに

$$\vec{O'P} = \vec{i} - \vec{i}_{S=0} = \vec{i} - \vec{i}_{S=0}$$

第 3 図



$$= \frac{V}{Z_{01} + Z_{02}} - \frac{V}{[Z_{01} + Z_{02}] S=0} = \frac{V}{Z_{01} + Z_{02}} \cdot \frac{z_0}{z_0 + r_2/s + jx_2} \cdot \frac{z_0}{z_1 + z_0 + [Z_{02}] S=0}$$

$$= I_p k_p \dots \dots \dots (7)$$

但し $k_p = z_0 / \{z_1 + z_0 + [Z_{02}] S=0\}$ (8)

故に第3図に於て

$$\overline{O'P}^2 = I_p^2 S = S_i K_p^2 \dots \dots \dots (9)$$

又多相誘導電動機の円線図の場合と同様に

$$\left[\overline{O'Q_1}^2 \frac{I_2}{S} \right]_{S=S_1} = \overline{O'Q_1}^2 \frac{I_2}{S_1} = k \overline{Q_1 Q_1'} \quad (k : \text{常数})$$

$$\therefore \tau_{1S=S_1} = I_p^2 S = S_1 \frac{\overline{O'P}^2}{K_p^2} = \frac{k \overline{O'Q_1}^2}{\overline{O'Q_1}^2} = \overline{Q_1 Q_1'} \cdot \left(\frac{\overline{O'P}}{\overline{O'Q_1}} \right)^2 \cdot \frac{k}{K_p^2}$$

$$\dots \dots \dots (10)$$

又 $I_n = \vec{i} \frac{z_0}{z_0 + r_2/2 - S + jx_2} = i K_n \dots \dots \dots (11)$

但し $k_n = z_0 / (z_0 + r_2 + jx_2)$ (12)

故に第3図に於て

$$I_n^2 S = S_1 = \overline{O'P}^2 K_n^2 \dots \dots \dots (13)$$

$$\text{又 } I_{s=2-s_1}^2 \frac{r_2}{2-s_1} = \overline{O'Q_2}^2 \frac{r_2}{2-s_1} = k \overline{Q_2Q_2'}$$

$$\begin{aligned} \therefore \tau_{2s=s_1} &= I_{n^2s=s_1} \frac{r_2}{2-s_1} = \overline{OP}^2 K_n^2 \frac{K\overline{Q_2Q_2'}}{\overline{O'Q_2}^2} \\ &= \overline{Q_2Q_2'} \left(\frac{\overline{OP}}{\overline{O'Q_2}} \right)^2 kK_n^2 \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

依つて

$$\tau_{s=s_1} = \overline{Q_1Q_1'} \left(\frac{\overline{OP}}{\overline{O'Q_1}} \right)^2 \frac{k}{K_p^2} - \overline{Q_2Q_2'} \left(\frac{\overline{OP}}{\overline{O'Q_2}} \right)^2 kK_n^2 \dots\dots\dots(15)$$

(15) 式に於て常数 k は Watt/mm 等の単位を有する常数であり、 $K_p K_n$ は (8) (12) 式から計算に依つて求められるが、之を図上に近似的に求める方法を示す。

今 $K_n = 1 - \Delta$ とすると $K_p = 1 - 2\Delta$ とする事が出来る。故に $K_n K_p = 1 - 3\Delta$ となる。又 $s=1$ に於て $\tau_{1s=1} = \tau_{2s=1}, \tau_{s=1} = 0$ なるべきであり、第3図に於てこの時 P 点は A 点に一致するから

$$\left(\frac{\overline{OA}}{\overline{O'A}} \right)^2 = \frac{1}{K_p^2 K_n^2} \quad \therefore K_p K_n = \frac{\overline{O'A}}{\overline{OA}}$$

依つて

$$\Delta = \left(1 - \frac{\overline{O'A}}{\overline{OA}} \right) / 3 \dots\dots\dots(16)$$

として Δ を求める事が出来、随つて又 $K_p K_n$ を知る事が出来る。

たとえば第3図に於て

$$\overline{O'A} = 19.7^A \quad \overline{OA} = 22.3^A \quad \therefore \Delta = 0.0387$$

$$K_p = 0.9226 \quad K_n = 0.9613$$

$$\text{而して } I_{ps=1} = \overline{O'A} / K_p = 21.35^A$$

$$\tau_{1s=1} = I_{p^2s=1} r_2 = 21.35^2 \times 1.8 = 820.48 \text{ watt } (r_2 = 1.8) \quad \overline{AA'} = 84\text{mm}$$

$$\therefore k/K_p^2 = \tau_{1s=1} / \overline{AA'} = 820.48 / 84 = 9.77 \text{ watt/mm}$$

$$kK_n^2 = \tau_{2s=1} / \left\{ 84 \times \left(\frac{\overline{OA}}{\overline{O'A}} \right)^2 \right\} = 7.64 \text{ watt/mm}$$

の如し。斯かる方法は1次と2次の漏洩インピーダンスが略々等しいと考えての事であるからこの差が大になるに随つて本方法の誤差も漸次大になる。3相誘導電動機を単相運転したるが如き場合には一般に本法の誤差は極めて少く今その一例を第1表に示す。

第1表 2 HP 3相誘導電動機の単相運転特性の等価回路に依る
算定値と円線図による算定値の比較

滑り		I		I _p		I _n		τ ₁		τ ₂		τ	
S	s	計算値	円線図	計算値	円線図	計算値	円線図	計算値	円線図	計算値	円線図	計算値	円線図
1	1	21.97	22.30	21.28	21.35	21.28	21.41	815.66	820	815.66	820	0	0
.8	.5524	20.61	20.70	19.92	20.00	19.99	19.89	1293.91	1305	496.79	487	797.12	818
.6	.3675	18.48	18.75	17.85	17.93	17.92	18.00	1606.69	1580	354.13	344.5	1252.56	1235.5
.4	.2254	15.12	15.20	14.46	14.46	14.67	14.60	1670.30	1670	218.15	214.5	1452.15	1455.5
.2	.1055	9.52	9.50	8.78	8.68	9.24	9.15	1316.08	1335	81.04	78.4	1235.04	1256.6
0	0	3.20	3.20	0	0	3.08	3.08	0	0	8.50	8.52	-8.50	-8.52

5. 結 言

本円線図の特長を上げると(1)三相機の円線図と類似的に作図し利用することが出来る。(2)三相機の円線図との相違は即ち単相機の特性的相違で本円線図によりたとえば三相機を単相運転した時如何に特性に変化を来すかを明らかにし、比較することが出来る。(3)三相機に於て円線図を用いる時肝心の運転時に於てその作図上の誤差が大きいが単相機は之が少く円線図利用の価値は大きい。等である。

尚円線図の作図に際し三相機はその円の傾斜角を $i_{s=0}$ $i_{s=1}$ を知れば作図により求める事が出来たが単相機の場合は極めて複雑になり、そのため $i_{s=\infty}$ を計算より求める事にした。

又 $i_{s=0}$ を実例する際三相機は一般に空転させて行方が単相機に於てはこの時の滑りがかなり大きいから、他機により真の $s=0$ を得てすべきである。

参 考 文 献

- (1) 竹上, 林, 生方: 単相誘導原動機の円線図的特性算定法 昭26. 11 連大予稿
- (2) 小串著: 電気工学円線図
- (3) 竹内著: 誘導原動機論

THE CIRCLE DIAGRAM OF THE SINGLE PHASE INDUCTION MOTOR

By

Shōta MIYAIRI*

(Institute of Electrical Engineering, Faculty of Engineering)

The Circle diagrams of the single phase induction motor which have been already reported are not always convenient to be used. The writer's one can be drawn and used like that of three phase induction motor. In this circle diagram, the product S of slip s and 2-s is adopted as a variable

* Assistant Professor of Shinshu University.

number, and becomes as following relations, -

$$\dot{I}_{S=0} = \dot{I}_{s=0}, \dot{I}_{S=1} = \dot{I}_{s=1}, \dot{I}_{S=\infty} = \dot{I}_{s=\infty}$$

Therefore, method of drawing this circle diagram and the scale of S can be similar to that of three phase induction motor.

The contents of this paper are as follows.

- (1) The reason why the trace of phase current vector \dot{I} becomes the circle as a variable number of S.
- (2) Method of determination of s correspond to S by drawing.
- (3) Calculation method of torque from this circle diagram.