

ユニバーサル・ジョイントについて

木 本 憲 三

(信州大学助教授 工学部)

ON THE UNIVERSAL JOINT

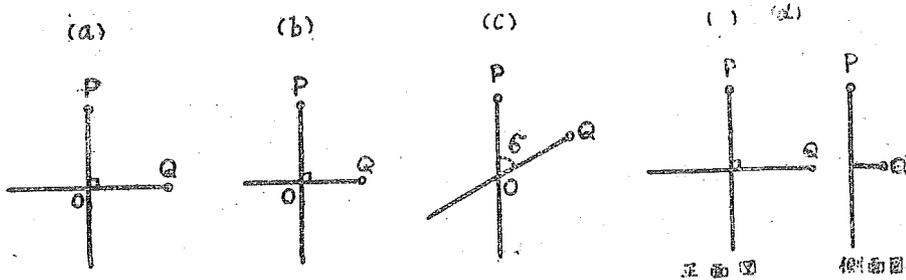
Kenzo KIMOTO

1. 緒 言

ユニバーサル・ジョイントの構造は主、従両軸に固定されたフォークと十字形の間
リンクとをピンで結んだもので、この中間リンク上の4つのピンの軸線は一平面上にあ
つてそれ等の軸線は互に直角をなしている。そして主動軸を I, 従動軸を II としたとき
の角速度比は次の (1) 式で示されることはよく知られていることである。

$$\frac{\omega_I}{\omega_{II}} = \frac{1 - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \theta}{\cos \alpha} \quad (1)$$

α = 両軸のなす角, θ = 主動軸の回転角,



第 1 図

第 1 図 (a) は上に述べた普通の十字形の中間リンクで $OP=OQ$ である。(b) の
形は $OP \neq OQ$ で、まれに使用されることがある。(c) の形は $\angle POQ = 90^\circ$, (d)
の形はピンの軸線が同一平面上にない場合である。本論文は (b), (c), (d) を使用し
た場合に機構学上 (a) に比べて如何なる変化をするかを述べたものである。

2. $OP \neq OQ, \angle POQ = 90^\circ$ の場合 (第 1 図 (b))

第 2 図のように I 軸を x 軸に重ねるものとする。I 軸のフォークに取付けたピン P は (y-z)
平面内に円 A を画いて運動する。又 II 軸のフォークに取付けたピン Q は I 軸に直角な平
面上に円 B を画いて運動する。今 $OP=R, OQ=r$ とすると B 円は次式で示される。

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2, \quad x \cos \alpha - y \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

最初ピンPがP₀点にあるものとすればピンQは(x-y)平面上のQ₀点にあるはずであり、I軸がθ回転してピンPがP₀からPの位置に移ればII軸はφだけ回転してピンQはQ₀からQの位置に移る。しかるに両ピン間の距離は常に(R²+r²)^{1/2}であるから新位置QはP点を中心とし半径(R²+r²)^{1/2}の球面とB円との交点として求められる。その球面の方程式は

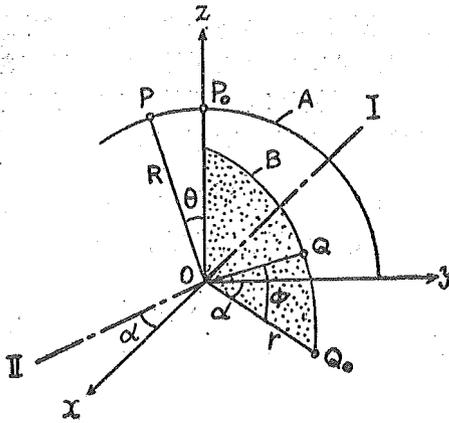
$$x^2 + (y + R \sin \theta)^2 + (z - R \cos \theta)^2 = R^2 + r^2 \quad (3)$$

となるから(2), (3)式からQ点のz座標を求めると

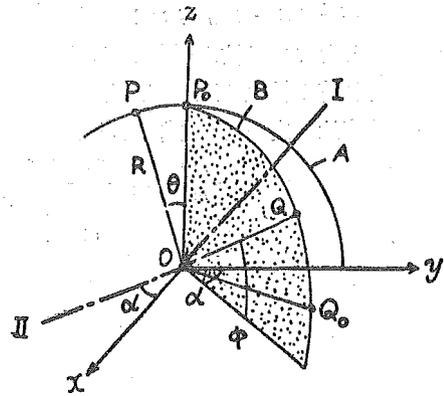
$$z = r \cos \alpha \sin \theta / (1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \theta)^{1/2}$$

となり、φとθの関係は

$$\sin \phi = \frac{z}{r} = \frac{\cos \alpha \sin \theta}{(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \theta)^{1/2}} \quad (4)$$



第2図



第3図

(4)の両辺をtについて微分して角速度比を求めると

$$\frac{\omega_I}{\omega_{II}} = \frac{\dot{\theta}}{\dot{\phi}} = \frac{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \theta}{\cos \alpha} \quad (5)$$

(5)式は(1)式と同じであるからOP, OQの長さは角速度比には無関係だということになる。

3. ∠POQ = 90°, OP = OQ = R の場合 (第1図(c))

第3図において最初のピンの位置をそれぞれP₀及びQ₀とする。I軸がθ回転した時のピンの新位置をそれぞれP及びQとするとQ点のz座標は第2節と同様の方法によって求められる。但しこの場合はPQ = 2R sin(σ/2)である。Q点のz座標が求めればφとθとの関係は次のように表わされる。

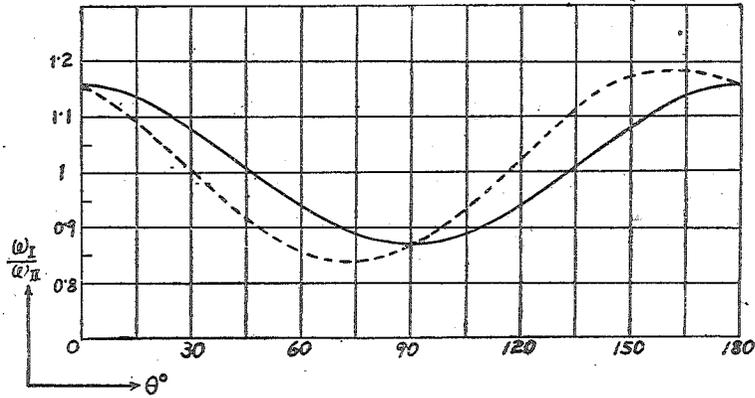
$$\sin \phi = \frac{z}{R} = \frac{\cos \alpha \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta (\sin^2 \sigma - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha)^{1/2}}{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \alpha} \quad (6)$$

(6)式の両辺をtについて微分して角速度比を求めると

$$\frac{\omega_I}{\omega_{II}} = \frac{\dot{\theta}}{\dot{\phi}} = \frac{M}{N} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 \text{但し } M &\equiv (1 - \sin^2\theta \sin^2\alpha) \left[\sin^2\sigma + \sin^2\theta \left\{ 1 - \sin^2\sigma(1 + \cos^2\alpha) - \sin^2\alpha(1 + \cos^2\theta) \right\} \right. \\
 &\quad \left. - (\sin^2\sigma - \sin^2\theta \sin^2\alpha)^{\frac{1}{2}} \cos\sigma \cos\alpha \sin 2\theta \right]^{\frac{1}{2}} \\
 N &\equiv \cos\sigma \sin\theta \left\{ \sin^2\alpha (1 + \cos^2\theta) - 1 \right\} \\
 &\quad + \frac{\cos\alpha \cos\theta}{(\sin^2\sigma - \sin^2\theta \sin^2\alpha)^{\frac{1}{2}}} \cdot \left\{ \sin^2\sigma - \sin^2\theta \sin^2\alpha (1 + \cos^2\sigma) \right\}
 \end{aligned}$$

第4図は $\alpha = 30^\circ$ の場合の角速度比の変化を示したもので、実線は普通のジョイント



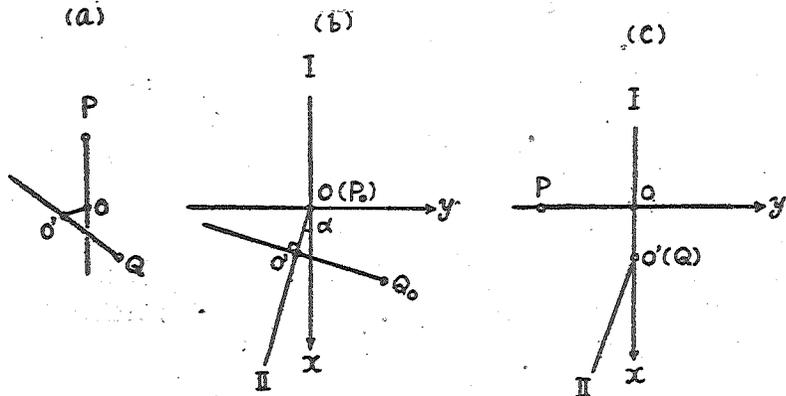
第4図

即ち $\sigma = 90^\circ$ のもので点線は $\sigma = 60^\circ$ のものである。今 $f \equiv [\omega_{II(\max)} - \omega_{II(\min)}] / \omega_I$ とおいて角速度の変動率を見ると

$$\sigma = 90^\circ \text{ の場合は } f = 2.89\%, \quad \sigma = 60^\circ \text{ の場合は } f = 3.41\%$$

4. ピンの軸線が同一平面上にない場合 (第1図(d))

これはI軸のフォークの2つのピンを結ぶ線とII軸のフォークの2つのピンを結ぶ線とが交わらない場合である。第5図(b)は最初の位置即ちP。がz軸上にあり、Q。が(x-y)平面上にある場合のI軸とII軸の関係をz軸方向より見て示したものである。



第5図

(c) 図は I 軸を更に 90° 回転した時の両軸の位置を示す。これによつてわかるように II 軸は回転に従つてその位置を変えるから I 軸の軸受を固定すれば伝動は困難となる。

5 結 言

以上中間リンクの3つの変形について見たがこれ等はジョイントの製作誤差として起つて来る問題である。第1図 (b) の場合は角速度比は普通のジョイントと全然変らない。(c) の場合は伝動には差支なく、又第4図からわかるように σ の変化に従つて角速度比の変化は大きくなるがその量は僅かである。図には $\alpha=30^\circ$, $\sigma=60^\circ$ の場合だけしか示されていないが他の場合もこれから大体見当がつくであらう。結局この種の製作誤差は余り考慮に値しない。第3の (d) の場合は軸の移動が可能でない限り伝動は無理であり、従つてこの種の誤差は出来るだけ避けなければならないと思われる。しかし「機械工学便覧」その他にこの形のジョイントがしばしば用いられると記されており、その理由として製作の容易な点が挙げられているが筆者はこれは一考を要する問題ではないかと思つている。

ON THE UNIVERSAL JOINT

By

Kenzo KIMOTO

The universal joint or Hooke's coupling is a spherical linkage commonly used for connecting two intersecting shafts. In this joint each shaft with a semi-circular fork is pin-connected to an intermediate link, and ordinarily this intermediate link is a right angle cross.

Instead of having a right angle cross, I pursued to give various different crosses to the joint, studying them kinematically.

In this paper the following three cases are discussed: - (1) the arms of the cross are different in length; (2) the angle of the cross is different from right angle; (3) the four pins of the cross do not lie in one plane.

The results of each case mentioned are below.

In the first case, the angular velocity ratio between two shafts is exactly the same as in the common universal joint used in practice; in the second, the fluctuation of angular velocity ratio increases a little; in the third, smooth transmission can not be obtained.