# 水門を有する湖沼の水位推算について

杉 尾 捨 三 郎*
（信州大学助教授　工学部）

## 1 緒　　言

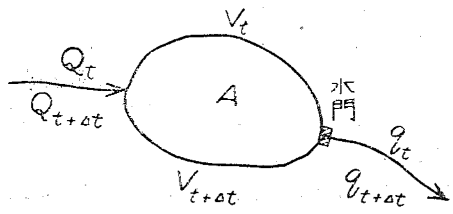
湖水が洪水調節に対して著しい効果を持つ事は申すまでもないが、湖岸に都会、田畑ある地方では、洪水時に湖岸の浸水による被害も考慮に入れ、河川全般を通じて一貫した方針の下に水門の操作を適切に行う事が肝要である。即ち湖岸の水位がさ程高くない時には、水門とびらの一部を開放して洪水を放流すればよく、全水門を開く必要は無い。一般に湖岸のかんがいや漁業上の見地から、過早に水門を全開して湖水位を低下さす事は許されない場合がある。[(1)]

さればと言つて水門全開の時期が遅すぎれば、湖岸は冠水して人家田畑は大損害を被る許りで無く、下流河川には一時に巨大なる洪水を放流する結果、河川堤防の破壊等の大水害を誘発する虞がある。従つて水門の操作は厳重な管理規定の下で実施されるのが常であるが、[(2)] 洪水量そのものは複雑な気象状件に支配される為、その予想は極めて困難であつて、この予想困難な洪水量の変化を予想しつゝ水門の操作を適切に実施する事が如何に至難事であるかは容易に察する事が出来る。

然しながら洪水量が極めて大きく、これを速やかに下流に放流しなければ湖岸の浸水は不可避であると明かに予測出来る時には、全水門とびらを全開して一刻も早く洪水を下流に放流する事になる。この場合、時間の経過と共に湖水位は如何に上昇するか，又最高水位に達するのはいつで、又その水位は何程であるか、或いは下流への洪水量は湖沼の為にどれだけ調整されたか等が知れれば、洪水対策上極めて有利であろう。本研究は洪水量の予想を如何にして行うかを論ずるのでなく、ある洪水曲線の形が與えられた時に湖面は時間的にどの様な変動をするかについて論じ様とするものである。

## 2 従來のこの方面の研究

貯水池に流入した洪水が、どの様に流量を調節されて下流河川に流出するかを計算する方法としては，数値積分法による逐次計算が多く用いられるが、[(3)] 其の他種々の図式解法が考案せられている。[(4)] [(5)]



第 1 図

第１図に於て，時刻 t 及び $t+\Delta t$ に於ける貯水池又は湖沼への流入洪水量を $Q_t$，$Q_{t+\Delta t}$；流出量を $q_t$，$q_{t+\Delta t}$；湖水の貯水量を $V_t$，$V_{t+\Delta t}$；とおき，$\Delta t$ 時間内に $Q_t+Q_{t+\Delta t}/2$ なる平均流量が流れこみ，$q_t+q_{t+\Delta t}/2$ なる平均流量で流れ出したとすれば，

* 信州大学助教授　工学部土木工学科

$$\frac{1}{2}\,(Q_t+Q_{t+\varDelta t})\cdot\varDelta t=\frac{1}{2}(q_t+q_{t+\varDelta t})\cdot\varDelta t+(V_{t+\varDelta t}-V_t)\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

湖水々面積をAとし，水位が $\varDelta t$ 時間に一様に $\varDelta h_t$ だけ上昇したものとすれば，

$$V_{t+\varDelta t}-V_t=A\cdot\varDelta h_t\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

上式に於ける $q$ の値は一般に湖沼水位 h の函数で表わされるもので，湖沼或いは貯水池から下流河川に接続する部分が溢流ぜきであるか，流出孔であるか，潜ぜきであるかに従つて，$q$ の形もそれぞれ異つた形をとる。いづれにせよ，以上 (1) (2) 式を基本式とする数値積分法は，Q と $q$ の函数形がかなり複雑であつても利用出来る事と，理解しやすい点で極めて広く利用される。然し，ある水位の時刻から $\varDelta t$ 時間後の水位を試算で假定し，逐次一つづつ水位を計算するのであるから，普遍性ある法則を求めるにはかなり不便である。例えば本文の様な湖沼水門の場合には後述の (15) 式から明かな様に，湖沼水位は洪水増加率 $\alpha$，水門を全開した時刻に於ける洪水量の大きさ $Q_0$，水門全開する直前に於ける湖水位 $h_0$，等に支配されるから，その一つ一つについて数値積分法で計算する事は極めて繁雜でもあり又誤差を生ずる虞もある。

故に Q と $q$ とが形の簡單な函数である時には，方程式を直接解析する方が正確でもあり，便利でもある。即ち溢流ぜきから溢流する場合，ずい道から流出する場合については，物部博士はQが一定の時の解法をのべておられる。[4] 又黒沢喜代治氏の研究は，[6] [7] 貯水池の流出孔の場合について，流入洪水量Qが時間の経過と共に三角形的に変化する時の解法を述べられたものである。

さて本文の様に，湖沼水門による洪水調節の例はきわめて少く，従来数値積分法を用いたものがあるが，[2] これは基礎式に於て，湖水位と河川水位を同一として扱つた点が若干不備と思われる。又湖沼水門の場合を解析的に扱つたものも余り例を見ないが，これは溢流ぜきや流出孔とちがつて，下流河川の back water の影響を受けるという点で面倒である事が理由の一つであろう。次に，ダム貯水池の洪水調節などは計算の便宜上，水面積Aは一定と考えても差支えないと思われるが，浅い湖沼の湖岸が漸次浸水を受ける時にはAは湖水位 h の函数であると考えるのが至当で，文献2の実例ではこの事が明かである。[8] [9] 以上の事がらを抱含した解析は従来なかつたと思われる。

## 3　本法に於ける基本的條件

本文は次に挙げる基本状件の下に述べられたものである。

(Ⅰ)　流入洪水量曲線が最も形の簡單な三角形と考えられる場合

(Ⅱ)　下流河川への流出量 $q$ は河川水位 $x$ の函数であつて，$x$ に関する二次式 $q=a_1+b_1x+c_1x^2$ で表わされる場合について，

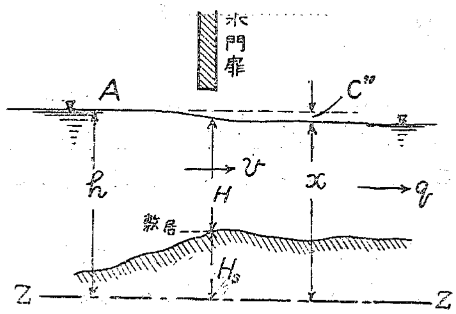
(Ⅲ)　全水門扉を全開した後の，言わば潜ぜきの様な状態で洪水が下流河川に流出する場合の湖水位の時間的変化を研究した事

(Ⅳ)　なお，湖水々面積Aが湖水位 $h$ に関する一次式，即ち貯水量が $h$ の二次式で表わしうる場合，及びAが一定の場合の両方について解析した事

まず湖水位 $h$ と河川水位 $x$ との関係式を基本式に挿入する事により，従来の計算法に於てやゝ不完全と思われた点を修正し，上述の四條件の下に基礎方程式 (15) 式を誘導

した。次に方程式の扱い上，假定(16)式を用いる事により略算的解析を行つた。(第5図参照)

## 4　基礎方程式の誘導



第　2　図

第2図は水門附近の縦断面の略図で，全水門扉を全開した為に湖水面と河川水位の間に C″ という水位差を生じ，あたかも潜ぜきの様な状態で流出しているものとする。水位の基準として，ある基準面 Z ── Z を選ぶ。

ここに　$h$: 湖水水位　(m)

$x$: 下流河川の back water による水位　(m)

H: 水門しきい上の水深 (m)

A .　湖水々面積　($m^2$)

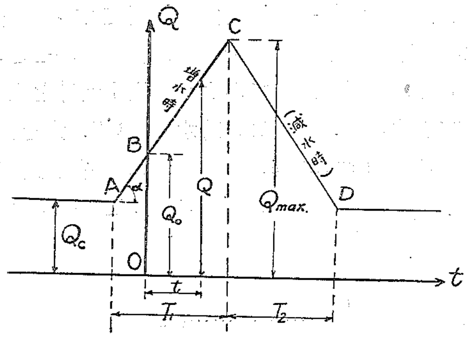
Q :　湖沼への流入洪水量　($m^3$/sec)

$q$ :　下流河川への流出量　($m^3$/sec)　　とおけば，

今 dt 時間内に湖水位$h$が一様に d$h$ だけ高まるものとすれば連続の定理より

$$Q = A \cdot \frac{dh}{dt} + q \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

但し湖水面に対する洪水波の影響は無視する事にする。さて流入洪水量Qは peak を持つのが普通であるが，こゝでは洪水量曲線の形状の極めて簡単な，三角形をなす場合を取扱う事にしたい。



第　3　図

今，　$Q_c$ : 湖水へ流入する平水量 ($m^3$/sec)

$Q_{max}$ : 洪水時の最大流入量 ($m^3$/sec)

$T_1$ :　平水量から最大流入量に達するまでの時間 (sec)

$T_2$ :　減水時，$Q_{max.}$ から $Q_c$ に達するまでの時間 (sec)

とおけば

第3図に於て，QがA点から次第に増して丁度B点に到達した時始めて全水門扉を全開したものとし，この時刻を以て時間の測り始めと考え，B点を通つて縦座標軸をおく。するとt時間後の流入洪水量Qは，$\alpha$, $\alpha'$, $Q_o$, $Q_o'$, を常数として(4)(5)式で表わす事が出来る。

$$\left.\begin{aligned}&\text{増水時には}\quad Q=\alpha\,t+Q_o\\&\alpha=\frac{Q_{max.}-Q_c}{T_1}=\frac{Q-Q_o}{t}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

$$\left.\begin{aligned}&\text{減水時には}\quad Q=\alpha'\,t+Q'_o\\&\alpha'=\frac{Q_{max}-Q_c}{-T_2}=\frac{Q-Q'_o}{-t}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

常数，$Q_o$，$Q'_o$ はt=0の時の流入洪水量で，$\alpha$，$\alpha'$ は，洪水増加率とでも言うべき値である。なお前述の如く，洪水波が湖水に流入する時には湖面は一様な高まりをせず，波の頂が洪水の伝ぱんに伴つて移動するのであるが，それ等に関しては今後の研究にまちたいと考える。

次に下流河川への流出量 $q$ は一般に，河川水位 $x$ に関する二次式で表わすと好都合の場合が多いので，(10) 本文でもこの場合を扱う事にし，$a_1$，$b_1$，$c_1$ を常数とすれば

$$q=a_1+b_1x+c_1x^2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

湖水々面積Aについては第3節に述べた様に，まずAが湖水位 $h$ に関する一次式，還言すれば貯水量 $h$ の二次式で表わされる場合を取扱う事にする。(1) 即ち $m_o$，$n_o$ を常数として

$$A=m_o\,h+n_o\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

まず増水時の水位変化を求めるには，(4)(6)(7)式を(3)式に代入して

$$\alpha\,t+Q_o=(m_o\,h+n_o)\cdot\frac{dh}{dt}+(a_1+b_1\,x+c_1\,x^2)\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

上式に於て，$h$ と $x$ のいずれか一方を消去すれば，水位――時間曲線を規定する微分方程式が得られる。第2図の様な場合には，上下流の水位差で流れる，言わば潜ぜきの状態であると考えられるが，この時の $h$ と $x$ との関係を求めてみよう。全水門扉を全開した後，若干時間たつとほゞ定常的な流れ方をするもので，この時水位差 C″の大きは，流速水頭に相当する高さと，水門せき柱による contraction 損失等の和と考えられるが，こゝでは簡単に流速水頭の $\mu$ 倍だけの水位差が生ずるものとする。$\mu$ は水門によつて定まる常数である。

$$\left.\begin{aligned}&h=x+C''\\&C''=\frac{\mu\,v^2}{2g}=\frac{\mu}{2g\,B^2}\left(\frac{q}{x-H_s}\right)^2\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

$$\therefore\quad h=x+\frac{\mu}{2g\,B^2}\left(\frac{a_1+b_1\,x+c_1x^2}{x-H_s}\right)^2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

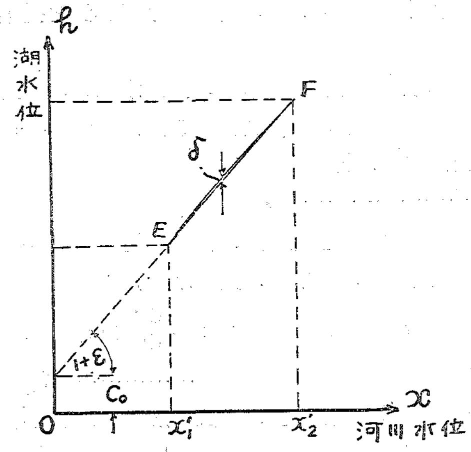
但し，$v$：水門しきい上の平均流速 (m/sec)

B：有効全水門幅員 (m)

g：重力の加速度 =9.80 (m/sec²)

Hs：水位の基準面から測つた水門しきいの高さで，基準面がしきいより高ければ負号となる。 (m)

（9）(10) 式によれば，水位差 $C''$ は明かに $x$ の函数であつて，それは $x$ が増加するに従つて僅かづつ増加する値である。今縦軸に $h$ をとり，横軸に $x$ をとつて，(10) 式の関係を図示すれば大略第 4 図の様な曲線が得られる。




第　4　図

$h-x$ 曲線は厳密に言えば下側に凸なる曲線であるが，本文で扱わんとする河川水位の変動区間 $x'_1 \sim x'_2$（第 5 図参照）に対しては殆んど直線式と見做して差支えない様であつて，一計算例では，直線式と考えて計算した $h'$ の値と，(10) 式から計算した $h$ の値の discrepancy の最大なるものを $\delta$ とすれば，$\delta/\mathrm{h}$ が 0.1% 以内の値であつた。従つて，今取扱わんとする $x$ の変動区間に限つて近似的に

$C''=\varepsilon\ x+c_0$　　で表わせば（9）(10) 式より

$$h=(1+\varepsilon)\ x+c_0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

（$1+\varepsilon$）は第 4 図に於ける $\overline{\mathrm{EF}}$ 直線が，$x$ 軸となす角の正切である。従つて (11) 式より

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{dt}}=(1+\varepsilon)\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{dt}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

(11) 式は $x$ のある変動区間に限つて $h$ と $x$ との関係を規定する関係式である。故に (11) (12) 式を（8）式に代入して，$h$ を消去すれば

$$\alpha\ \mathrm{t}+\mathrm{Q}_0=[\mathrm{m}_0\{(1+\varepsilon)x+\mathrm{c}_0\}+\mathrm{n}_0](1+\varepsilon)\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{dt}}+(\mathrm{a}_1+\mathrm{b}_1x+\mathrm{c}_1x^2)$$

$$=[\mathrm{m}_0(1+\varepsilon)^2\cdot x+(\mathrm{m}_0\mathrm{c}_0+\mathrm{n}_0)(1+\varepsilon)]\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{dt}}+(\mathrm{a}_1+\mathrm{b}_1\ x+\mathrm{c}_1x^2) \quad \cdots\cdots\cdots(13)$$

上式に於て，$\mathrm{m}_0$，$\mathrm{n}_0$，$\mathrm{c}_0$，$\varepsilon$ 等は常数であるから簡単の為

$$\left.\begin{array}{l}\mathrm{m}=\mathrm{m}_0(1+\varepsilon)^2\\ \mathrm{n}=(\mathrm{m}_0\mathrm{c}_0+\mathrm{n}_0)(1+\varepsilon)\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

と置けば (13) 式は更に簡単となり，結局

$$\alpha\ \mathrm{t}+\mathrm{Q}_0=(\mathrm{m}x+\mathrm{n})\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{dt}}+(\mathrm{a}_1+\mathrm{b}_1x+\mathrm{c}_1x^2) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

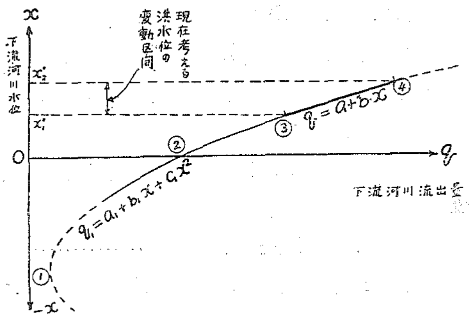
(15)式は全水門扉を全開した場合の，下流河川水位 $x$ の時間的変化を示す微分方程式であつて，この式を解いて $x$ の変化が求められゝば更に (10) 式を利用して湖水位 $h$ の時間的変化も知れるし，又（6）式を使えば下流河川への流出洪水量 $q$ の時間的変化も計算出来る事になる。従来湖沼水門を扱つたものでは最初から $h=x$，即ち (14) 式に於て，$\varepsilon=0$，$\mathrm{c}_0=0$ と仮定した計算を暗黙のうちに行つて来たのであるが，(15)式を用いれば更に正確な計算が期待出来るのである。いずれにせよ，(15)式は基礎方程式であ

るから従来の数値積分法によるならば，かなり面倒ではあるが信頼のおける水位計算をなす事が出来る。

さて (15) 式を数値積分法によらないで解析的に解き度いと言うのが本文の一目的であつて，計算の都合上，次に掲げる様な仮定を用いる事により，解析的な略算法を提案せんとするものである。

即ち，下流河川の水位—流量曲線に於て，今考えんとする洪水時の河川水位 $x$ の変動区間に挟まれた曲線の一部を，近似的に一直線と仮定する。例えば第5図に於て，$\overline{3\ 4}$ 区間の流量は，a, b, を常数として次式で表はすものと仮定する。

$$q = a + b\,x \cdots\cdots(16)$$




第　5　図

(16)式を(6)式の代りに用いれば(15)式は次の様な形の式となる。

$$\alpha\ t + Q_o = (mx+n)\cdot\frac{dx}{dt} + (a+b\ x) \cdots\cdots(17)$$

(17)式は次節の方法で解析的に解く事が出来る。上式に於て，m, n, a, b, 等は常数であるから $x$ の時間的変化，即ち湖水位の時間的変化を規定するものは，洪水量増加率 $\alpha$，t = o に於ける洪水量 $Q_o$，及び t = o に於ける河川水位 $x_o$，或いは湖水位 $h_o$，の三箇の parameter である事が分る。以下のべんとする解析法は，(16)式の仮定の下に可能である点，厳密な解とは言えないが，これら多数の parameter 相互間の関係を知る上の略算法として許しうるものであると考える。

## 5　方程式の解法（Aが変化する時）

(17) 式より，　$$\alpha\ t + Q_o = (mx+n)\cdot\frac{dx}{dt} + (a+b\ x) \cdots\cdots(17)$$

上式を解く為に　$u = mx + n \cdots\cdots(18)$

と置けば，$m \fallingdotseq o$ であるから $\dfrac{du}{dt} = m\dfrac{dx}{dt}$，　$x = \dfrac{u-n}{m}$，

これ等の関係を (17) 式に代入して $x$ を消去し，整頓すれば

$$u\left(\frac{du}{dt} + b\right) = m\alpha\cdot t + \{m\ (Q_o - a) + b\ n\} \cdots\cdots(19)$$

今簡單のため，

$$\left.\begin{aligned} e_1 &= m\ \alpha \\ e_2 &= m\,(Q_o - a) + b\ n \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(20)$$

と置けば，洪水量増加率 $\alpha$，及び t = o に於ける流入洪水量 $Q_o$ が與えられゝば，$e_1$，$e_2$ は常数となる。即ち，(19) 式は

$$u\left(\frac{du}{dt} + b\right) = e_1\ t + e_2 \cdots\cdots(19)'$$

(19)′ 式を解く為に，z を t の函数と考えて次の置換を行う。

$$u = (e_1\ t+e_2)\ z \quad \cdots\cdots(21)$$

(21) 式を (19)′ 式に代入して若干整理すれば,

$$(e_1t+e_2)\frac{dz}{dt} = \frac{1}{z} - e_1z - b$$

$$-\int\frac{z\ dz}{e_1z^2+bz-1} = \frac{1}{e_1}\log_e(e_1\ t+e_2) + C'_3$$

但し, $C'_3$ は積分常数であるが, $e_1C_3'=C_3$ とすれば上式は更に

$$-e_1\int\frac{z\ dz}{e_1z^2+bz-1} = \log_e(e_1t+e_2) + C_3 \quad \cdots\cdots(22)$$

上式の左辺はzのみの函数であるから, これを $G_{(z)}$ で表わせば,

$$G_{(z)} = -e_1\int\frac{z\ dz}{e_1z^2+b\ z-1} = -\frac{1}{2}\int\frac{2e_1z+b-b}{e_1z^2+bz-1}\cdot dz$$

$$= -\frac{1}{2}\log_e(e_1z^2+b\ z-1) + \frac{b}{2\sqrt{4e_1+b^2}}\cdot\log_e\frac{2e_1z+b-\sqrt{4e_1+b^2}}{2e_1z+b+\sqrt{4e_1+b^2}} \cdots(23)$$

故に (22) 式より　$G_{(z)} = \log_e(e_1t+e_2) + C_3$

さて, $C_3$ は初期條件によつて定まる常数である。$t=o$ なる時 $x=x_0$ であつたものとし, これに対応する $z$ の値を $z_0$ で表わせば $C_3=G_{(z_0)}-\log_e(e_2)$

$$\therefore\quad G_{(z)}=G_{(z_0)}+\log_e\left(1+\frac{e_1}{e_2}\cdot t\right) \quad \cdots\cdots(24)$$

(23) 式を (24) 式に代入して見ると, 各項は総て自然対数 (naperian logarithm) で表わされているから, 計算に便利な常用対数 (common logarithm) に直して置くとよい。即ち,

$$G_{(z)} = -\frac{1}{2}\log_{10}(e_1z^2+b\ z-1) + \frac{b}{2\sqrt{4e_1+b^2}}\log_{10}\frac{2\,e_1z+b-\sqrt{4e_1+b^2}}{2\,e_1z+b+\sqrt{4e_1+b^2}} \cdots\cdots(25)$$

$$G_{(z)}=G_{(z_0)}+\log_{10}\left(1+\frac{e_1}{e_2}\cdot t\right) \quad \cdots\cdots(26)$$

又 (18) 式と (21) 式より　$z=\dfrac{mx+n}{e_1t+e_2}$ $\cdots\cdots(27)$

$$\therefore\quad z_0 = \frac{mx_0+n}{e_2} \quad \cdots\cdots(28)$$

以上 (25), (26), (27), (28) 式からzと $z_0$ を消去すれば, 跡には $x$ と $t$ だけが残るから, 任意時刻tに於ける河川水位 $x$ が算出される事になる。$x$ と $t$ の関係が明かになれば (10) 式を用いて $h$ と $t$ の関係も分り, 又 (6) 式を使えば $q$ と $t$ との関係も求める事が出来る。

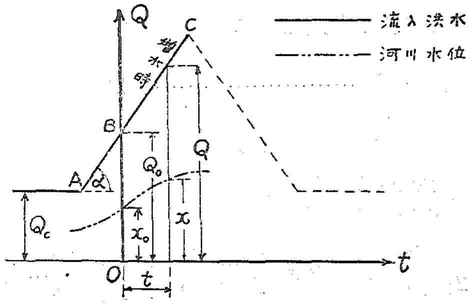
## 6　水位算出の順序 (増水時)

本解法は, 増水時と減水時とは別箇の方程式によつて計算するものであるが, まず増水時の湖沼水位の算出法を述べよう。第6図に於て, 流入洪水量QがA点から次第に増加して, 丁度B点に達した時に全水門扉を全開した場合を考えよう。河川の水位は水門

全開によつて急に上昇するが，若干時間後にはほゞ定常的となつて，その時の湖沼水位 $h_0$ と balance する様な水位，$x_0$ になるのである。即ち (10) 式より，

$$h_0 = x_0 + \frac{\mu}{2gB^2}\left(\frac{a_1+b_1\,x_0+c_1\,x_0^2}{x_0-H_s}\right)^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

$h_0$が与えられゝば (29) 式から $x_0$ は定まるのである。




第 6 図

さて，(25)～(28) 式を用いて増水時の水位算定を行う順序を述べよう。まず (7) 式，(6) 式の常数 $m_0$，$n_0$，$a_1$，$b_1$，$C_1$，等は予め実測により求めておく事が必要である。次に(10)式を計算し，(11)式に適合する ε と $c_0$ の値を算出する。次に(14)式によつて m，n，を計算して置く。一方，従来の洪水曲線をよく調査して適当な洪水増加率 $\alpha$ の値を定め，且つ $Q_0$ を与えるならば(15)式の各常数は確定するから，これを変形して数値積分法で解く事も出来る。

次に第5節に述べた解析法により解く場合には，$q-x$ 曲線に於て，今考えんとする洪水時の $x$ の変動区間を大略予想し，この区間の曲線を近似的に，$q=a+b\ x$ で表わす様に常数a，b，を決定せねばならぬ。さて，(20) 式より $e_1$ を計算して置けば(25)式はzのみの函数であるから，z の値が種々な値をとる時の $G_{(z)}$ の値を計算して予じめ table にして置く事が出来る。この時の z の範囲は　$z_0 \geqq z \geqq \frac{-b+\sqrt{4e_1+b^2}}{2e_1}$ 程度に取つて置けばよい。この様にして $G_{(z)}$ の表が完成したならば，次に挙げる種々の case に対して計算を進める事が出来る。

〔A〕 水門扉全開後，$t_1$ 秒後の河川水位 $x_1$ を求める事

次の順序で計算を進めればよい。

(i)　$Q_0$ を定める　…………(4)式より

(ii)　$e_2$ を計算する　…………(20)式より

(iii)　$z_0$ を計算する　…………(28)，(29)式より

(iv)　$\log_{10}\left(1+\frac{e_1}{e_2}\cdot t_1\right)$を計算する

(v)　既成の $G_{(z)}$ の表から，$G_{(z_0)}$ の値を補間法等を用いて拾い出す

(vi)　(26)式の右辺を計算し，これに相当する $z$ の値を table から求めて $z_1$ を得る。

(vii)　(27)式から　$x_1 = \frac{z_1(e_1t_1+e_2)-n}{m}$ ……………………(30)

を満す $x_1$ を求めればよい。

次に，任意時間，$t_2$，$t_3$，……$t_n$ 秒後の水位を求めるには，(iv) 項以下の計算を繰り

返して $G_{(z)}$ の table を反復使用する事により，河川水位 $x_2$, $x_3$, ……$x_n$ 等を求めればよい

〔B〕 水門全開時に於ける湖面水位 $h_0$ がそれぞれ異る時，水面変動状態にどの様に影響するかを求める事

この時は(29)式に従つて $x_0$ の値が変化した時の計算をすればよいから，$e_1$, $e_2$, は不変であつて，ただ(28)式の $z_0$ が変る事になる。故に，〔A〕に述べた計算順序の内 (iii) と (V) 以下の操作を行えばよい。

〔C〕 全水門全開の時刻の遅速が，水面変動に及ぼす影響を計算する事。

この時には $t=o$ に於ける流入洪水量 $Q_0$ が変るから，$e_1$ は変化ないが $e_2$ が変化する。(20)式により $e_2$ を求めたならば後の操作は〔A〕の場合と全く同様である。

以上三つの例で明かな様に，流入洪水量の増加率 $\alpha$ が一定である限り $G_{(z)}$ 函数には変化は無いから，表を一回作製して置けば何回でも反復利用する事が出来る。

## 7 減水時の水位算出の順序

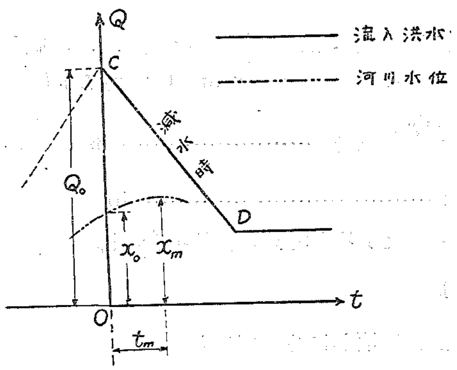
減水時の流入洪水曲線は（5）式であるから，減水時の水位曲線は

$$\alpha' t + Q'_0 = (mx + n) \cdot \frac{dx}{dt} + (a + b\,x) \quad \cdots\cdots(31)$$

函数 $G_{(z)}$ の求め方は第5節の場合と同様であるが，$\alpha'<0$ であるため若干函数の形が変る。今最も普通に現われる，$e_1<-b^2/4$ の場合には

$$K_{(z)} = -\frac{1}{2}\log_{10}(1-bz-e_1z^2) - \frac{0.4343b}{\sqrt{-(b^2+4e_1)}} \cdot \tan^{-1}\frac{2e_1z+b}{-\sqrt{-(b^2+4e_1)}} \quad \cdots\cdots(32)$$

を (25) 式の代りに用いればよい。結局減水時には (26), (27), (28), (32) 式を解けばよい。第7図に於て，$t=o$ となるべき点の位置は，$Q$ が最大の時即ち，$Q_{max.}=Q'_0$ の時となるから，この値を用いて $e_2$ を計算し以後の操作は前と同様にして水位変化を調べる事が出来る。又 $x$ が最高水位，$x_m$ になつた時には，




第 7 図

$dx/dt=o$ であるから(31)式より

$\alpha' t + Q'_0 = a + b\,x$ 即ち，$Q=q$

よつて，流入洪水量曲線と流出量曲線が図上で交わる時刻に於て最高水位，$x_m$ が現われるのである。

## 8 水面積が一定なる時の解法

〔A〕 増水時の計算

湖水水位 $h$ が増大しても水面積が大して変化せぬ時には平均水面積を A とし，(12), (4), (16) 式を（3）式に代入すると

$$\alpha t + Q_0 = A(1+\varepsilon) \cdot \frac{dx}{dt} + (a + b\,x)$$

さて， $(1+\varepsilon)\ \mathrm{A}=\lambda$ ……………………………(33)

と置けば上式は $\dfrac{dx}{dt}+\dfrac{bx}{\lambda}=\dfrac{\alpha t}{\lambda}+\dfrac{Q_o-a}{\lambda}$ ……………………(34)

(34) 式は線型一階微分方程式であるから

$$x=e^{-b.t/\lambda}\left[\int e^{b.t/\lambda}\cdot(\alpha\ t+Q_o-a)\frac{dt}{\lambda}+C_4\right]$$

$$=e^{-b.t/\lambda}\left[\frac{\alpha\ e^{b.t/\lambda}\cdot(b\,t-\lambda)}{b^2}+\frac{(Q_o-a)\ e^{b.t/\lambda}}{b}+C_4\right]$$

$$=\frac{\alpha(b\ t-\lambda)}{b^2}+\frac{Q_o-a}{b}+C_4\cdot e^{-b.t/\lambda}\ \cdots\cdots(35)$$

積分常数 $C_4$ を決定する為に，$t=o$ なる時 $x=x_o$ と約束すれば

$$C_4=x_o+\frac{\alpha\ \lambda}{b^2}+\frac{a-Q_o}{b}$$

$$\therefore\quad x=\frac{\alpha\ t+Q_o-a}{b}-\frac{\alpha\ \lambda}{b^2}+\left(x_o+\frac{\alpha\ \lambda}{b^2}+\frac{a-Q_o}{b}\right)\cdot e^{-b.t/\lambda}\ \cdots\cdots(36)$$

(36)式は河川水位 $x$ と時間 $t$ との関係式であるから，任意時刻に於ける湖水位 $h$ は(10)式を用いて計算する事が出来る。

〔B〕 減水時の計算

減水時の計算に対する基礎式は，洪水増加率を $\alpha'$ として，

$$\frac{dx}{dt}+\frac{b\ x}{\lambda}=\frac{\alpha'\ t}{\lambda}+\frac{Q'_o-a}{\lambda}\ \cdots\cdots(37)$$

但し $Q_o'$ は $t=o$ に於ける流入洪水量であつて，こゝでは第7図に於ける $Q_{max}$ をとれば便利である。この方程式の解は，

$$x=\frac{\alpha'\ t+Q'_o-a}{b}-\frac{\alpha'\ \lambda}{b^2}+\left(x_o'+\frac{\alpha'\ \lambda}{b^2}+\frac{a-Q'_o}{b}\right)\cdot e^{-b.t/\lambda}\ \cdots\cdots(38)$$

こゝに $x_o'$ は $t=o$ における河川水位である。(第7図)。次に (38) 式の $x$ の値が最大値 $x_m$ になるまでの時間を $t_m$ とすれば，その位置では $dx/dt=0$ であるから

$$t_m=\frac{\lambda}{b}\cdot\log_e\left[\frac{b\,(a+b\ x'_o-Q'_o)}{\alpha'\ \lambda}+1\right]\cdots\cdots(39)$$

又 (37) 式より $bx_m=\alpha'\,t_m+Q'_o-a$ ……………………………(40)

なお本文に関聯して洪水量が正弦曲線的に変化すると考えられる場合，即ち

$$q_o\sin\sigma\ t=A_o\frac{dh}{dt}+K\ h$$

の解は，位相の遅れた正弦曲線になる事が既に明かにされている。(11)

## 9 結　　言

洪水時には湖沼水門を如何に操作するのが最も合理的であるか，又この問題解決の鍵となるべき，水位の時間的変動はどの様になるかを完全に解明する事は極めて困難であ

る。それは全水門全開の場合を考えて見ても，水位一時間曲線は $Q_0$，$x_0$，$\alpha$，$\alpha'$，等を parameter とする為，これ等の値がそれぞれ異る時の水位曲線を従来の数値積分法で計算する事は繁雑に耐えぬのが理由の一つであろう。我々は洪水に直面した時，時々刻々に変る水位の観測結果を直ちに整理して，其の時刻までのQの変化を算出する事が可能のはずであるから，予め $\alpha$，$Q_0$，$x_0$，等の種々の場合に関しての水位変動を整理しておく事が出来れば，洪水対策上大いに有益であろう。本文は全水門全開の場合について，水位計算を容易ならしめる近似計算を提案したものであつて，これ等の計算結果を如何に整理するかに関しては将来の大きい問題として残されている。

然しながら本文は，未だ十分解明されない様々の課題を含むものであつて特に(16)式を假定した事と，(3)式に於て湖水面が一様に昇降すると考えた点については，将来の研究により更に厳密な解法を得たいと思う。なおここでは全水門扉全開の場合に限つて論じたが，水門扉を半開した場合についても研究を進めている。

終りに臨み，終始御教示と御激励を賜つた，工学部長結城朝恭博士に対し深く謝意を表すると共に，御便宜を與えられた長野県土木部関係各位の御好意を感謝する次第である。

## 文　　献

(1) 長野県土木部；諏訪湖の資料，頁154
(2) 楠仙之助；天龍川上流改修工事の効果について，土木学会誌 26巻 7号
(3) 福田秀夫；洪水調節，頁115
(4) 君島八郎；地表水，頁89～96
(5) 物部長穂；水理学，頁359～364，頁561
(6) 黒沢喜代治；貯水池の遊水作用について，土木学会誌 25巻 5号，
(7) 黒沢喜代治；滞溜式洪水調節池の機能について，土木学会誌 27巻 12号
(8) 楠仙之助；諏訪湖の埋没とその維持，土木学会誌 27巻 7号
(9) 岩崎雄治；天龍川上流改修工事概要，土木学会誌 20巻 4号
(10) 宮本武之輔；治水工学，頁96
(11) 本間 仁；水理学，頁336

---

# On the Calculation of Water Level at a Lake which has Sluice Gates

By

Sutesaburo SUGIO*

When the flood water pouring in a lake flowed down the river being

---

* Assistant Professor of Civil Engineering, Department of Civil Engineering, Shin shu University.

regulated by sluice gates, we couldn't but use the numerical integration method in order to calculate the veriation of water level at the lake. In this paper, the writer introduced approximately under some assumption an analytical calculation instead of numerical integration method, when the quantity of flood water varied with time linearly and all sluice gates were perfectly opened, or, the flow condition was like that in submerged weir.