

# 軸ねじり振動系を用いたシステム設計教育課題の開発\*

千田 有一<sup>\*1</sup>, 池田 裕一<sup>\*1</sup>

## Development of educational subject for system design using torsional vibration system

Yuichi CHIDA<sup>\*1</sup> and Yuichi IKEDA

<sup>\*1</sup> Department of Mechanical Systems Engineering, Faculty of Engineering, Shinshu University  
4-17-1, Wakasato, Nagano, Nagano, 380-8553, Japan

Received 16 August 2013

### Abstract

Concept of the system design is very important in industrial world. In contrast, lecture programs or practices for the system design are not sufficiently much provided in universities. In the present paper, an educational program for the system design using a torsional vibration experimental system is proposed. The program requires to students integration of control theory, material mechanics, and mechanical dynamics which are lectured in individual situations. And the students learn the general outline of the system design in the program. The program is effective for education of the system design which is a blind side of the educational program in universities.

**Key Words** : System design, Vibration system, Control system design, Material mechanics, Mechanical dynamics

### 1. は じ め に

大学のカリキュラムは学問分野別に体系化されており、制御工学についても機械系、電気系を問わず細分化された一分野として講義されることが多い。一方、産業界の現場におけるシステム設計では、制御工学だけで問題が解決されることは無く、開発すべきシステムがそもそも満たすべき仕様から制御する対象となるシステムをどのように設計するかを考察し、制御工学を含めた様々な技術を複合的に活用する必要がある。実際、大富らは“1DCAE”なる考え方を提案し、システム設計の手続を、概念設計、機能設計、配置設計、構造設計、製造設計の5つのフェーズに分けて捉え、設計すべきシステムの概要を俯瞰的に捉える概念設計から、3D-CAD等を利用して具体的な構成部品を設計する構造設計、製造設計まで、シームレスなアプローチでの設計を目指した考え方を提案している(大富, 2009; 大富, 羽藤, 2012; Sawada, 2012)。このようなシステム設計では、分野複合が暗黙の前提となっている。また、これらの設計の考え方は、設計現場では実システムの設計経験からごく自然な形で体得しているものであるが、学術的な枠組みとして提供されているものではなく、必ずしも容易に大学において教育実践できる状況になっていない。また、大学における複合的な演習科目としては、ロボットや簡単な機械装置の製作などを活用した創造的な演習を実践している例も見られるが、経費や教育労力の点で実施は必ずしも容易ではない。さらに、制御工学、機械力学、材料力学など、必要となる理論に基づく十分な考察を伴い、なおかつ具体的な数値として与えられた仕様を満たすような設計演習となっていない場合も多い。その結果、課題内容を適度に高度化することも容易ではない。このような背景の影響により、細分化された学問領域を統合し、相互活用してシステム設計する体験の無いまま、大学を卒業して行くケースが多いと考えられる。その結果として、制御技術者は制御対象

\* 論文 No.xx-xxxx [DOI: 10.1299/transjsme.2014smm000x]

<sup>\*1</sup> 正員, 信州大学工学部機械システム工学科 (〒 380-8553 長野県長野市若里 4-17-1)  
E-mail: chida@shinshu-u.ac.jp

ありきで制御系設計を考える傾向が強くなってしまい、制御系設計がシステム設計全体の一部の要素であると考えられず、設計の本質を見失いがちになるという悪例をもたらしていると考えられる。そこで、筆者らは、システム設計の考え方の概要を理解しつつ、概念設計から機能設計までを通して体験できる演習課題の開発に取り組んでいる(千田他, 2012; 池田他, 2011a, 2011b, 2012, 2013a, 2013b)。本稿では、特に機能設計のフェーズを想定し、軸ねじり振動系実験装置を活用したシステム設計教育課題を提案する。本課題は、著者の一人が経験した実設計の一部についてその本質を抽出したものである。その内容は、概念設計によって数値として与えられた仕様を満たすように機能設計していること、材料力学、機械力学、制御工学の知識を統合的に活用した分野複合型の課題となっていること、理論的な根拠を明確化することを必要としていること、さらには必ずしも解が一つではない課題となっていることを特徴としており、システム設計の本質的な理解の一助とすることを目的としている。また、具体的な実験装置を対象としていることから、その仕様も現実的な数値であること、システム設計に不可欠な汎用の動解析ソフトウェアを活用することによって実機を用いるより低コストで課題の実現ができること、発展的には実験を通して結果の検証を行うことができるなどの特徴も含む。また、制御系設計の観点からは、対象となるシステムの設計から、そのモデリング、制御系設計までを通して考える課題となっており、制御系設計の上流での設計の重要性の意識付けの他、動解析ソフトウェアの適切な活用方法の理解を狙っている。このようなシステム設計を意識した分野複合型の演習課題の提案は少ない。また、制御理論や力学の理論的な理解をベースに、動解析ソフトウェアなどの計算機ツールの活用、さらには実験結果と理論結果との比較と考察などが可能な課題も少ないと考えられることから、本提案はシステム設計の教育課題として有効な手段であると考えられる。本稿で提案する演習課題は、平成 23 年度から 25 年度に信州大学大学院の講義にて実践した。その結果についても述べる。

## 2. システム設計演習課題の概要と対象システム

### 2.1 演習課題の概要

本稿で目標とする演習課題では、大学カリキュラムで細分化されて教育された内容を総合的に活用し、システム設計の考え方の概要を理解することを目的としている。そのため、機械系実験装置である軸ねじり振動系を対象とし、現実的な設計仕様の設定を行うと共に、将来的には実験結果の活用によって実応答の確認と考察を可能とする。システム設計では概念設計が非常に重要であるが、最も難易度の高いフェーズであるためその問題設定には注意を要する。そのため、本稿では概念設計は完了しているとして、設計仕様を予め与えることとする。その上で、機能設計のフェーズを中心に考え、設計仕様を実現する要素技術を設計する。その際、材料力学、機械力学、制御工学などの理論的知識を基礎とし、理論的な裏付けの下で設計を行うことによってその本質の理解を深めることを狙う。さらに、汎用の動解析ソフトウェアを活用することによって設計結果の妥当性の評価、性能解析などを行うと共に、実システムを用いるよりも低コストで演習課題を実施できるようにする。同時に、計算機を活用する際の注意点が学べるように配慮する。以上を念頭に置き、下記のような内容を組み込むことを考えている。ただし、[発展]については本課題の発展的な内容であり、本稿の課題には含めない。

- (1) 概念設計によって与えられた仕様を具現化して機能設計を行う練習
- (2) 粗い計算によって機能設計の妥当性を検証する方法の考え方の練習
- (3) 運動方程式等の簡単な机上モデルの作成の練習
- (4) 動解析ソフトウェアなどでモデル化する際の考え方と簡略化モデルの考え方の練習
- (5) 動解析ソフトウェアなどで得られた応答に基づき、設計モデルの妥当性検証方法の考え方と練習
- (6) モデルのパラメータを推定する方法の練習(振動応答からの固有振動数, 最小自乗法によるパラメータ同定, など)
- (7) 実験システムを対象とした制御系設計と応答評価の練習
- (8) [発展] システム同定理論に基づくモデリング
- (9) [発展] 非線形摩擦応答から原因の考察(実験応答との比較)
- (10) [発展] 実験応答に整合するモデルの調整方法
- (11) [発展] センサ配置の違いによる制御性能の考察

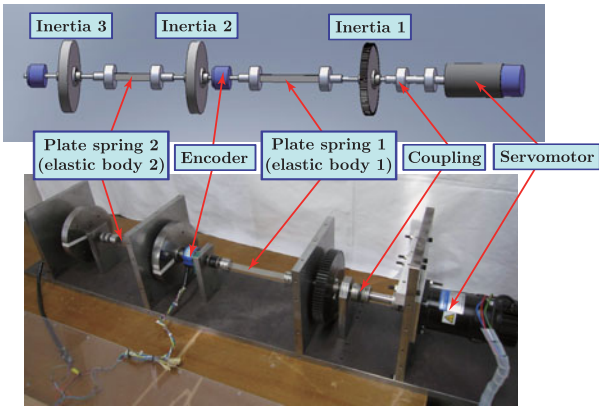


Fig. 1 View of experimental system

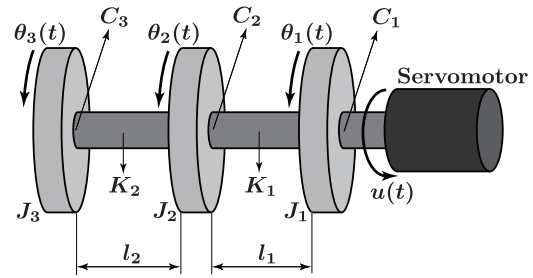


Fig. 2 Equivalent model of experimental system

Table 1 Physical parameters of experimental system

$m_1$ [kg]	2.840	$m_2$ [kg]	2.985	$m_3$ [kg]	2.985
$J_1$ [kgm <sup>2</sup> ]	0.00736	$J_2$ [kgm <sup>2</sup> ]	0.00840	$J_3$ [kgm <sup>2</sup> ]	0.00840
$r_1$ [m]	0.144	$r_2$ [m]	0.150	$r_3$ [m]	0.150
$C_1$ [Nms/rad]	0.014	$C_2$ [Nms/rad]	0.018	$C_3$ [Nms/rad]	0.018

## 2.2 対象システム

本稿で提案する演習問題の対象システムとして、図1に示す3慣性軸ねじり振動系実験装置を考える。このシステムは3つの剛体が弾性体（板ばね）を介して結合され、DCサーボモータにより駆動される。各剛体の回転角度  $\theta_i(t)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) [rad] は同軸上に取り付けられたエンコーダにより計測される。実験装置の等価モデルを図2に示す。図2において、 $J_i$  [kgm<sup>2</sup>] は慣性モーメント、 $C_i$  [Nms/rad] はベアリングの粘性摩擦係数、 $K_j$  ( $j = 1, 2$ ) [Nm/rad] は弾性体の等価ねじりばね定数、 $u(t)$  [Nm] はDCサーボモータのトルクである。等価モデルの運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 J_1 \ddot{\theta}_1(t) &= -K_1(\theta_1(t) - \theta_2(t)) - C_1 \dot{\theta}_1(t) + u(t) \\
 J_2 \ddot{\theta}_2(t) &= K_1(\theta_1(t) - \theta_2(t)) - K_2(\theta_2(t) - \theta_3(t)) - C_2 \dot{\theta}_2(t) \\
 J_3 \ddot{\theta}_3(t) &= K_2(\theta_2(t) - \theta_3(t)) - C_3 \dot{\theta}_3(t)
 \end{aligned} \tag{1}$$

$J_i, C_i, K_j$  の値を表1に示す。また、各  $J_i$  の質量  $m_i$  と半径  $r_i$  の値は表1に示す通りである。

## 3. 演習課題とその目的

### 3.1 設計課題の概要

本稿で提案するシステム設計演習課題は、大きく分けて

1. 概念的な仕様から機械要素の設計を行う「機能設計」
2. 対象システムのモデリング、モデルの簡略化とその正当性の検証などを行う「モデル化」
3. 物理パラメータ推定や具体的な制御系を設計する「制御系設計」

の3つの課題によって構成される。本来のシステム設計では、達成すべき性能が設計目標として与えられ、その実現方法の原理を考える「概念設計」が最上流の設計課題となる。この「概念設計」は、システム設計のプロセスの中で最も重要である反面、様々な知識や経験を総合的に駆使する必要のある最も難しいプロセスであり、学生向けの課題としては難易度が高くなる。そのため、提案する演習課題では「概念設計」の部分を省略している。これについては、今後、適切な課題として設定したい。なお、現状の授業では一般論としてのシステム設計の考え

Table 2 Design problem

**課題 1. 機能設計**

1 次振動モード, 2 次振動モードの固有振動数がそれぞれ 5 Hz, 9 Hz となるように弾性体を設計せよ。ただし, 弾性体の長さは  $l_1 = 130 \text{ mm}$ ,  $l_2 = 80 \text{ mm}$  とし, 固有振動数の許容誤差は 5% とする。

**課題 2. モデル化**

設計した弾性体を含んだ物理モデルを作成し, 応答計算によって仕様を満たしているか確認せよ。

**課題 3. 制御系設計**

$\theta_1(t)$  およびその微分信号がセンサより入手可能とする。1 次振動モードの減衰係数を 0.2 以上とするフィードバック制御系を設計せよ。

方を説明し, 概念設計の重要性を指摘すると共にシステム設計について誤ったイメージを持たないように対応している。課題として提示した演習課題を表 2 に示す。課題 1 は数値で与えられた設計仕様から構成要素である弾性体を要素設計する課題である。解は一つではなく様々な可能性があるが, その可能性の中から仕様には明記されていない部分まで含めて合理性を追求し, 適切な解を導くことを狙っている。課題 1 では材料力学と機械力学を併用して弾性体の設計を行うことになるため, その理論的知識と共に両者を複合させた活用が求められる。課題 2 では課題 1 での設計結果の妥当性を検証するため, 動解析ソフトウェアを活用することを求めている。システム設計における設計の妥当性検証にはしばしば計算機ツールが活用されるが, その有効活用には現象の理論的な理解が不可欠であり, 理解の乏しいままツールを活用しても所望の結果は得られない。課題 2 では, その点の理解を狙っている。すなわち, ツールを活用すれば解が得られるという発想ではなく, 計算機ツールを活用するためには力学の理解が極めて重要であり, 課題 1 における机上設計が不可欠である点を改めて理解することを狙っている。汎用の動解析ソフトウェアとしては様々なパッケージが提供されているが, 本稿では MapleSim を用いた。MapleSim を用いた理由は, 数式処理ソフトである Maple をベースとしているためであり, 講義において物理的な考察を行う際には数式ベースの方が利便性が良いこと, 機械系構成要素のモデル化が容易であることによる。一方, 課題 3 では制御系設計演習を行う。ただし, 制御方法についての指示を与えていないことから, P 制御, D 制御, PI 制御等, 多くの制御方法の中から適切な制御方法を選定し, その上でパラメータ調整することを求めている点において実践的であり, 適度に高度な課題となっている。平成 23 年度から実施している大学院の講義においては, 上記課題 1~3 を実施している。講義では, 演習に先立ち, システム設計における演習課題の位置づけについて導入教育を実施し, その意味を理解した上で課題に取り組むよう指導している。また, 平成 25 年度の授業では実機実験結果についての考察も演習課題に含めている。ただし, 本稿では実機実験に関する内容は含ておらず, その点については別途報告したい。

**3.2 課題 1: 機能設計**

課題 1 では概念的仕様から具体的な要素の仕様を決めることを目的とし, 与えられた仕様を満たす結合部のばね部材の設計を行う。ばね部材の選定方法としては, 中実ロッド, 中空ロッド, 板ばね, コイルばね等が考えられる。よって, 多くの選択肢から最適なばね部材を選定することも一つの検討項目となっている。したがって, 解は一つではなく, 工夫次第ではより発展的な解も存在する。実際, 板ばねを用いる場合には 1 枚のばねとするよりも薄い複数の板ばねを積層した方が高強度な解となるなどの例がある。なお, 各剛体の質量  $m_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) [kg], 慣性モーメント  $J_i$ , 半径  $r_i$  [m], 粘性摩擦係数  $C_i$ , 各ばね部材の長さ  $l_j$  ( $j = 1, 2$ ) [m] は制約条件として, 表 1 および  $l_1 = 0.13 \text{ m}$ ,  $l_2 = 0.08 \text{ m}$  として予め与えておく。ばね部材を選定するためには, 固有振動数を実現する等価ばね定数の算出が必要となる。このためには, 図 2 に示すような等価システムの運動方程式を導出し, 振動数方程式から設計目標となるねじりばね定数  $K_j$  を算出する。それには, 「機械力学」で学習した知識が必要である。次に, 求められたばね定数を実現する弾性体を設計する。そこで, 「材料力学」で学んだ知識を活用し, 様々なばね

部材を想定して適切な設計を行う(千田他, 2012; 池田他, 2011a, 2011b)。ばね部材の設計には, ロッド, 板ばね, コイルばねなどの基本形式に加え, 材料や寸法などの設計自由度がある。したがって, ばね定数が唯一の設計目標であると考えてしまうと, 設計自由度が過剰であり, どれを採用するか判断に迷う。しかしながら, 現実的な設計を意識した場合には, 適度な強度保証などの条件も当然加わるはずである。よって, 付加的な隠れた条件についても考慮した上で最適な解の選択を行うことを期待している。例えば, 実験装置において剛体 1 の質量は 2.84 kg である。一方, 次節の設計例で述べるように, 弾性体をステンレス SUS304 の中実のロッドとした場合の設計結果では, その直径が 3.4 mm となる。実験装置を目の前にして,  $\phi 3.4$  mm のロッドで 2.84 kg の剛体を回転させることを考えたとき, 危ういと思うか十分と思うか, その問題意識の啓発も目標としている。

### 3.3 課題 2: モデル化

要素部品の設計を行った後, 設計目標を満たす解となっているかについて検証を行う必要がある。ダイナミカルシステムの場合には, 何らかの方法によって動解析を行い, 性能検証を行うことが多い。そのためのツールとしては, MapleSim などの汎用の動解析ソフトウェアが多用される。しかしながら, これらのソフトウェアを使いこなすためには, その物理現象を理解できる理論的知識が必要であることを強く認識しておく必要がある。例えば, ソフトウェアを用いて解析すると何らかの応答が得られるが, 学生はその結果を「正しい」と鵜呑みにしてしまうことがある。結果が正しいかどうかは, 前提条件によって異なる場合もあり, 合理的な判断は現象の理論的考察無しでは行えない。一方, ソフトウェアを効率良く活用する点においても同様である。例えば, 本課題の対象である 3 慣性軸捻じり振動系の場合, ばねとして設計した弾性体は厳密には分布定数系として表される連続体である。実際, MapleSim にも連続体のコンポーネント「Flexible Beam」が用意されているため, 単純に考えればその活用が適切かのように思える。しかしながら, 1 次振動モードなどの低周波数帯域の特性が主たる支配要因である場合には, 連続体を等価ばねで近似した等価近似モデルを活用した方が計算時間などの面で効率的である。このように, 目的に合った手段の選択を行いつつ, ソフトウェアを使いこなす術を学ぶことは重要であろう。さらに, 解析データを用いた評価の方法にも注意を払っている。すなわち, 本課題では, 応答データから固有振動数を検証することを求めているが, 多くの学生は応答データに直ちに FFT を適用する。しかし, 1 次, 2 次振動モード程度ならば振動応答から手計算レベルで固有振動数を求めることは容易である。厳密な計算をする前に, 手計算レベルで概要を把握することは重要と考えており, その習慣づけも目的としている。

### 3.4 課題 3: 制御系設計

システムモデルが構築できれば, そのモデルをベースとして制御系設計が行える。制御仕様は減衰の付加であるので, 原理的には速度フィードバック制御(D 制御)のような古典的な方法が適用できる。ただし, 多くの制御工学の講義で学ぶ PID 制御について, P, I, D の各要素の本質的な意味が理解できていなければ D 制御に辿り着くことはできない。その解に到達するためには, 十分な考察が必要とされる。さらに, 演習課題の範囲では, D 制御によって目標達成することが可能であるが, 本対象の場合, D 制御では安定条件から減衰係数の上限が存在し, 0.4 を超えることが出来ない。そのため, 問題を発展させ, 減衰係数を 0.5 にする解を求めようとする, もはや単純な D 制御では解が存在しない。その場合, 原理的にはオブザーバを併合したレギュレータを構成することによって目的は達成できる。このように, 発展的な課題の設定が比較的容易であり, 制御目標によって適用する制御方法を適切に選択する必要性について, 課題として含ませることができる。

## 4. 演習課題の解の例

### 4.1 課題 1: 機能設計

#### 4.1.1 等価ばね定数の導出

ここでは, 振動数方程式に基づいて等価ねじりばね定数  $K_j$  ( $j = 1, 2$ ) を算出する。粘性摩擦は微小であるため無視し, 制御入力を除いた図 3 に示すモデルを考える。このモデルの運動方程式は

$$J_1 \ddot{\theta}_1(t) + K_1(\theta_1(t) - \theta_2(t)) = 0$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2(t) - K_1(\theta_1(t) - \theta_2(t)) + K_2(\theta_2(t) - \theta_3(t)) = 0 \quad (2)$$

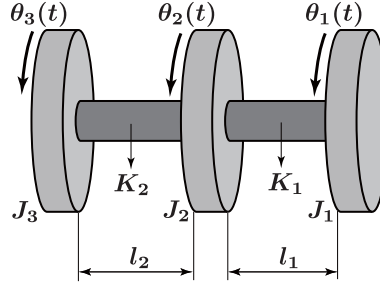


Fig. 3 Equivalent model of experimental system without friction and control input

$$J_3 \ddot{\theta}_3(t) - K_2(\theta_2(t) - \theta_3(t)) = 0$$

であり，式 (2) より振動数方程式

$$\begin{vmatrix} -J_1 \omega^2 + K_1 & -K_1 & 0 \\ -K_1 & -J_2 \omega^2 + K_1 + K_2 & -K_2 \\ 0 & -K_2 & -J_3 \omega^2 + K_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

から  $\omega$  に関する方程式

$$-\omega^2 [J_1 J_2 J_3 \omega^4 - \{(J_1 + J_2) J_3 K_1 + (J_2 + J_3) J_1 K_2\} \omega^2 + (J_1 + J_2 + J_3) K_1 K_2] = 0 \quad (4)$$

として得られる (入江, 1981) . ここでは，設計仕様を満たす  $K_j$  を多項式の係数比較により求める . 式 (4) の解の 1 つである  $\omega = 0$  は剛体モードであるから，式 (4) の角括弧内の式

$$J_1 J_2 J_3 \omega^4 - \{(J_1 + J_2) J_3 K_1 + (J_2 + J_3) J_1 K_2\} \omega^2 + (J_1 + J_2 + J_3) K_1 K_2 = 0 \quad (5)$$

について考える . 対象システムの角振動数が設計仕様より与えられる 1 次，および 2 次の固有角振動数を  $\omega_{n1} = 5 \times 2\pi$  rad/s， $\omega_{n2} = 9 \times 2\pi$  rad/s としたときの振動数方程式は

$$(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2) = \omega^4 - (\omega_{n1}^2 + \omega_{n2}^2)\omega^2 + (\omega_{n1}\omega_{n2})^2 = 0 \quad (6)$$

であるから，式 (5) と式 (6) の各項の係数を比較することにより，つぎの関係式を得る .

$$c_1 K_1 + c_2 K_2 = \omega_{n1}^2 + \omega_{n2}^2, \quad c_3 K_1 K_2 = (\omega_{n1}\omega_{n2})^2 \quad (7)$$

$$\text{ただし, } c_1 = \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}, \quad c_2 = \frac{J_2 + J_3}{J_2 J_3}, \quad c_3 = \frac{J_1 + J_2 + J_3}{J_1 J_2 J_3}$$

式 (7) の第 2 式を

$$K_2 = \frac{(\omega_{n1}\omega_{n2})^2}{c_3 K_1} \quad (8)$$

として式 (7) の第 1 式に代入すると

$$c_1 c_3 K_1^2 - c_3 (\omega_{n1}^2 + \omega_{n2}^2) K_1 + (\omega_{n1}\omega_{n2})^2 = 0 \quad (9)$$

となり， $K_1$  に関する 2 次方程式が得られる . したがって，式 (9) より  $K_1$  を，式 (8) より  $K_2$  を求めることができる . 求める  $K_1, K_2$  はつぎの 2 組となる .

$$(K_1, K_2) = (6.206, 10.931)$$

$$(K_1, K_2) = (10.201, 6.644)$$

2 組の解のどちらを用いるかということも検討項目の 1 つとなる . 本稿では，弾性体 1 の長さ ( $l_1 = 0.13$  m) は弾性体 2 ( $l_2 = 0.08$  m) よりも長いから，弾性体 1 の等価ばね定数 ( $K_1$ ) は弾性体 2 ( $K_2$ ) よりも小さくなると考えられることから，

$$(K_1, K_2) = (6.206, 10.931)$$

を用いる . 以上により，算出した  $K_1, K_2$  により弾性体を設計することになる .

#### 4.1.2 弾性体の設計

ここでは、材料力学における比ねじり角の式(黒木, 1982; 「基礎材料力学」編集委員会, 1996)を用いて、等価ばね定数  $K_j$  と弾性体の関係式を算出し、弾性体を設計する。

(A) 中実ロッドの場合 部材の断面が直径  $D_j$  ( $j = 1, 2$ ) [m] の円断面である中実ロッドの場合、比ねじり角  $\bar{\theta}_j = \theta_j/l_j$  [rad/m] とねじりモーメント(トルク)  $T_j$  [m] の関係は

$$\bar{\theta}_j = \frac{\theta_j}{l_j} = \frac{32T_j}{\pi G_j D_j^4} \quad (10)$$

となる(「基礎材料力学」編集委員会, 1996)。ここで、 $G_j$  [Pa] は部材のせん断弾性係数である。 $K_j, \theta_j, T_j$  の関係は  $T_j/\theta_j = K_j$  であるから、式(10)より、

$$\frac{T_j}{\theta_j} = K_j = \frac{\pi G_j D_j^4}{32l_j} \quad (11)$$

が得られ、式(11)より、中実ロッドの直径  $D_j$  を求めることができる。使用材料をステンレス SUS304 ( $G_j = 68.6 \times 10^9$  Pa) とすると、

$$D_1 = D_2 = 3.4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

となる。このときの固有振動数  $f_{nj}$  [Hz] は、式(5)、(11)より

$$f_{n1} = 5.221 \text{ (誤差 4.414\% )}$$

$$f_{n2} = 9.236 \text{ (誤差 2.617\% )}$$

であり、許容誤差範囲内である。ただし、ロッドの直径は 3.4 mm であり、強度は必ずしも十分ではないと考えられる。

(B) 板ばねの場合 部材の断面が、幅  $b_j$  ( $j = 1, 2$ ) [m]、厚さ  $t_j$  [m] の長方形断面である板ばねの場合、 $\bar{\theta}_j$  と  $T_j$  の関係は

$$\bar{\theta}_j = \frac{\theta_j}{l_j} = \frac{T_j}{k_{3j} G_j b_j t_j^3} \quad (12)$$

となる(「基礎材料力学」編集委員会, 1996)。式(12)は  $t_j \leq b_j$  のときのみ成り立つ。また、 $k_{3j}$  はアスペクト比  $A_{sj} = t_j/b_j$  により決まる係数であり、つぎの近似式で与えられる(加藤他, 1998)。

$$k_{3j} = \frac{1}{3} - 0.21A_{sj} \left( 1 - \frac{1}{12}A_{sj}^4 \right). \quad (13)$$

中実ロッドの場合と同様に、 $T_j/\theta_j = K_j$  より  $K_j$  と板ばねの関係式

$$K_j = \frac{k_{3j} G_j b_j t_j^3}{l_j} \quad (14)$$

が得られ、式(14)より、板ばねの幅  $b_j$  と厚さ  $t_j$  を求めることができる。中実ロッドと同様に使用材料をステンレス SUS304、アスペクト比を  $A_{sj} = 0.1$  とすると、

$$b_1 = b_2 = 14.0 \times 10^{-3} \text{ m}, t_1 = t_2 = 1.4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

となる。このときの固有振動数  $f_{nj}$  は、式(5)、(14)より

$$f_{n1} = 4.993 \text{ (誤差 -0.145\% )}$$

$$f_{n2} = 8.832 \text{ (誤差 -1.864\% )}$$

であり、許容誤差範囲内である。ただし、板ばねの厚さは 1.4 mm であり、強度は必ずしも十分ではないと考えられる。

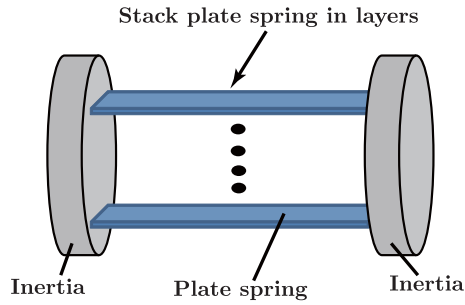


Fig. 4 Layered plate spring

(C) 積層板ばねの場合 図4に示すように、同材質・寸法の板ばねを厚さ方向に  $n$  枚重ねた積層板ばねにより、強度を向上させることを考える。  $n$  層の積層板ばねを仮定すると、板ばね1枚のばね定数を  $\hat{K}_j$  ( $j=1,2$ ) としたとき、積層板ばねはばね定数  $\hat{K}_j$  のばねが並列結合しているとみなせるため、積層板ばねのばね定数は  $K_j = n\hat{K}_j$  と表すことができる。ただし、積層されたばね間の摩擦は無視する。また、中心軸から離れた位置にある板ばねの断面二次極モーメントは、中心軸からの距離に伴って大きくなるため、結果として剛性が大きくなる。しかし、ここでは幅に対して厚さの小さい板ばねを重ねて積層板ばねを構成すると考え、剛性の変化は無視できるほど小さいと仮定する。このとき、式(14)より、 $\hat{K}_j$  と板ばね1枚の関係式

$$\hat{K}_j = \frac{K_j}{n} = \frac{k_{3j}G_j b_j t_j^3}{l_j} \quad (15)$$

が得られる。式(15)より、板ばね1枚の幅  $b_j$  と厚さ  $t_j$  を求めることができる。先と同様に、使用材料をステンレス SUS304、アスペクト比を  $A_{sj} = 0.05$ 、重ねる板ばねの枚数を  $n = 6$  とすると、

$$b_1 = b_2 = 15.0 \times 10^{-3} \text{ m}, \quad t_1 = t_2 = 0.75 \times 10^{-3} \text{ m}$$

となる。また、積層板ばね全体の厚さは  $nt_1 = nt_2 = 4.5 \times 10^{-3} \text{ m}$  となり、弾性体を板ばね1枚で設計した時の約3倍の厚さとなる。さらに、1 Nm のトルクが加わったときの最大せん断応力  $\tau_{\max}$  [GPa] を計算すると、

$$\text{Plate spring: } \tau_{\max} = 0.12$$

$$\text{Layered plate spring: } \tau_{\max} = 0.01$$

となり、積層板ばねにすることにより強度を向上させることができる。なお、このときの固有振動数  $f_{nj}$  は、式(5)、(15)より

$$f_{n1} = 5.046 (\text{誤差 } 0.926\%)$$

$$f_{n2} = 8.927 (\text{誤差 } -0.811\%)$$

であり、許容誤差範囲内である。実際の実験装置では  $n = 6$  の積層板ばねを採用している。

(D) その他 中空軸、コイルばねなどが考えられるが設計例は省略する。

## 4.2 課題3：制御系設計

### 4.2.1 速度フィードバック制御系

つぎの速度フィードバック制御を考える。

$$u(t) = -f_v \dot{\theta}_1(t) + v(t). \quad (16)$$

ここで、 $f_v > 0$  は速度フィードバックゲイン、 $v(t)$  は便宜的に導入した新しい入力である。式(16)を式(1)に代入し、 $v$  から  $\dot{\theta}_1$  までの伝達関数  $G(s)$  を求めると次式となる。ここで、 $a_l$  ( $l = 1, \dots, 5$ )、 $b_m$  ( $m = 1, \dots, 4$ ) は  $J_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )、 $C_i$ 、 $K_j$  ( $j = 1, 2$ )、 $f_v$  によって決まる定数である。

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{s^4 + b_1 s^3 + b_2 s^2 + b_3 s + b_4}{s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + a_5} \quad (17)$$



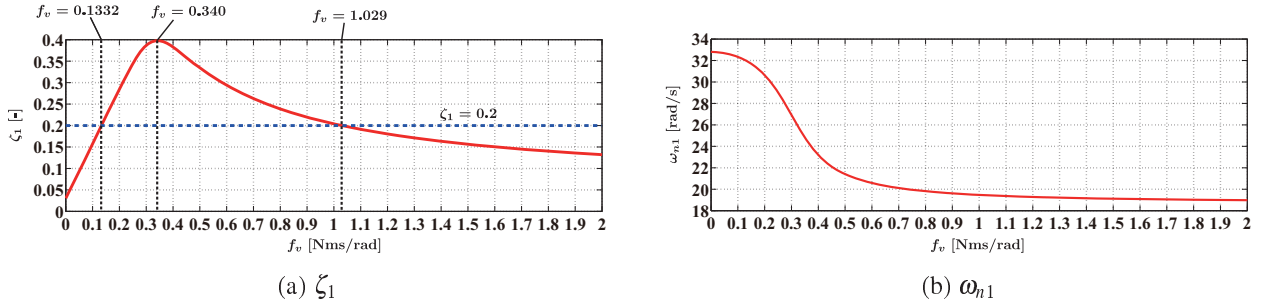


Fig. 5 Relation  $\zeta_1$  and  $\omega_{n1}$  to  $f_v$  (velocity feedback control system)

ここでは、数値探索により仕様（減衰係数を 0.2 以上）を満たす  $f_v$  を求めることを考える．式 (17) の極は、剛体モードに対応した実数極 1 つと振動モードに対応した 4 つの安定な複素極をもつことから、式 (17) は次式のように記述できる．

$$\begin{aligned}
 G(s) &= \frac{N(s)}{(s+p_0)(s-p_1^+)(s-p_1^-)(s-p_2^+)(s-p_2^-)} \\
 &= \frac{N(s)}{(s+p_0) \prod_{k=1}^2 (s^2 + 2\zeta_k \omega_{nk} s + \omega_{nk}^2)} \\
 &= \underbrace{\frac{N_0(s)}{s+p_0}}_{G_0(s)} + \underbrace{\frac{N_1(s)}{s^2 + 2\zeta_1 \omega_{n1} s + \omega_{n1}^2}}_{G_1(s)} + \underbrace{\frac{N_2(s)}{s^2 + 2\zeta_2 \omega_{n2} s + \omega_{n2}^2}}_{G_2(s)} \tag{18} \\
 p_k^\pm &= -\zeta_k \omega_{nk} \pm j\omega_{nk} \sqrt{1 - \zeta_k^2}.
 \end{aligned}$$

ここで、 $G_0(s)$  は剛体モードの伝達関数、 $G_1(s), G_2(s)$  は 1 次および 2 次振動モードの伝達関数、 $p_0 > 0$  は剛体モードに対応した実数極、 $p_k^\pm$  ( $k = 1, 2$ ) は 1 次および 2 次振動モードに対応した複素極、 $\zeta_k, \omega_{nk}$  は 1 次および 2 次振動モードの減衰係数と固有角周波数である．式 (18) より、つぎの手順により仕様を満たす  $f_v$  を求める．

- (1)  $f_v$  をある値に固定したときの複素極  $p_1^\pm$  を求める．
- (2)  $p_1^\pm$  より  $\zeta_1, \omega_{n1}$  を求める．
- (3)  $f_v$  の値を変えて (1) ~ (2) を繰り返す．

図 5 に  $f_v$  を 0 から 2 まで変化させた時の  $\zeta_1$  と  $\omega_{n1}$  の変化を示す．図 5 より、仕様を満たす  $f_v$  は  $0.1322 \leq f_v \leq 1.029$  であり、 $f_v = 0.340$  のときに  $\zeta_1$  が最大 ( $\zeta_1 = 0.398$ ) となることがわかる．また、 $f_v = 0.340$  としたときの閉ループ系のゲイン線図を図 6 に、剛体 1 の初期角度を  $\theta_1(0) = 5 \text{ deg}$  とし残りをすべて零としたときの  $\theta_1(t)$  とその 1 次振動モード  $\eta_1(t)$  および 2 次振動モード  $\eta_2(t)$  の時間応答を図 7 に示す．なお、図 6, 7 において、実線は制御あり、破線は制御なしのときの応答である．図 6, 7 より、速度フィードバック制御によって 1 次振動モードを減衰できていることがわかる．

#### 4.2.2 オブザーバ併合制御系

前節の速度フィードバック制御により 1 次振動モードを減衰することはできるが、減衰係数  $\zeta_1$  に上限が存在し任意の値に設定することができない．フィードバック制御により減衰係数を任意の値に設定することは、閉ループ系の極を任意の値に配置することと等価であるから、例えば、状態フィードバック制御による極配置が考えられる．しかし、課題の制約条件によれば観測できる状態は  $\theta_1, \dot{\theta}_1$  のみである．そこで、オブザーバを併合したレギュレータ系 (早川他, 2008) により、 $\zeta_1$  を任意の値に設定する制御系を設計する．

等価モデルの状態方程式は、式 (1) より次式で表される．

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{19}$$

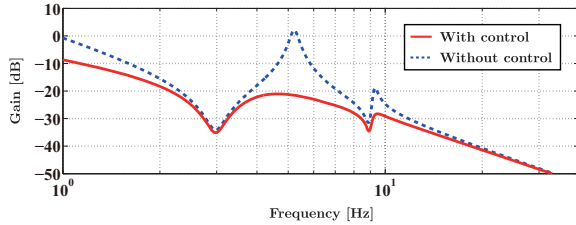


Fig. 6 Gain diagram of velocity feedback control system

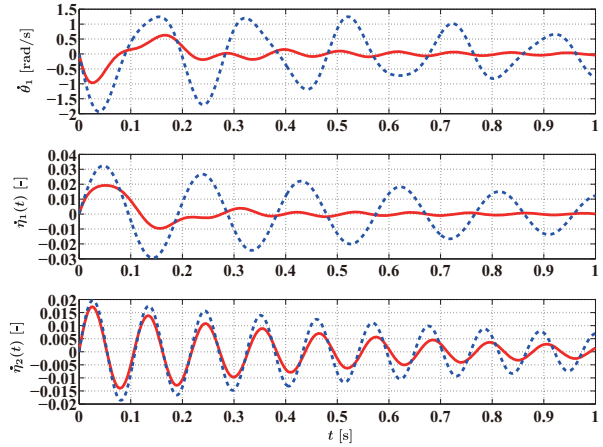


Fig. 7 Time response of vibrational modes of velocity feedback control system (solid line: with control, dashed line: without control)

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \theta_3(t) \\ \dot{\theta}_1(t) \\ \dot{\theta}_2(t) \\ \dot{\theta}_3(t) \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_3 \\ -\frac{K_1}{J_1} & \frac{K_1}{J_1} & 0 & -\frac{C_1}{J_1} & 0 & 0 \\ \frac{K_1}{J_2} & -\frac{K_1 + K_2}{J_2} & \frac{K_2}{J_2} & 0 & -\frac{C_2}{J_2} & 0 \\ 0 & \frac{K_2}{J_3} & -\frac{K_2}{J_3} & 0 & 0 & -\frac{C_3}{J_3} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \frac{1}{J_1} \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} I_2 & 0_{2 \times 4} \end{bmatrix}$$

ここで、 $x(t)$  は状態変数、 $u(t)$  は制御入力、 $y(t)$  は制御出力、 $0_{p \times q}$  は  $p$  行  $q$  列の零行列、 $I_r$  は  $r$  次の単位行列である。式 (19) に対するオブザーバ、および状態フィードバックは次式となる。

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \\ u(t) = -F\hat{x}(t) \end{cases} \quad (20)$$

ここで、 $\hat{x}(t), \hat{y}(t)$  はそれぞれ  $x(t), y(t)$  の推定値、 $L$  はオブザーバゲイン、 $F$  はフィードバックゲインである。

設計仕様を  $\zeta_1 = 0.5$  としたときのオブザーバ併合制御系のゲイン線図を図 8 に、 $\dot{\theta}_1(t)$  とその 1 次振動モード  $\dot{\eta}_1(t)$  および 2 次振動モード  $\dot{\eta}_2(t)$  の時間応答を図 9 に示す。ここでは、1 次振動モード以外の極が開ループ系と同じ値になるように極配置法により制御系を設計した。また、図 9 において、実線がオブザーバ併合制御、破線が速度フィードバック制御、一点鎖線が制御なしのときの応答であり、制御対象とオブザーバの初期値は速度フィードバック制御のときと同じである。図 8, 9 より、オブザーバ併合制御により 1 次振動モードのみを減衰できていることがわかる。

## 5. 開発ツールを用いた講義

平成 23 年度から 25 年度の信州大学大学院修士課程機械システム工学専攻の前期講義「システム制御特論」において、開発した演習課題を用いたシステム設計演習を実施した。講義回数は、課題 1 が 2 回、課題 2 が 1 回、課題 3 が 2 回、課題 1 終了後に実施した動解析ソフトウェアの事前講習が 1 回の計 6 回、受講学生は各年度とも約 30 名である。ただし、動解析ソフトウェアの使用法の習熟も必要であることから、簡単な導入訓練のための事前講習は年度によっては講義時間以外にも実施した。実施形態は演習形式とし、各課題に対してレポート提出を

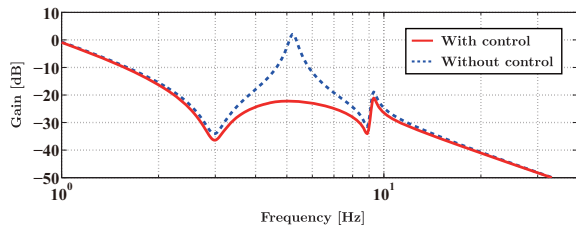


Fig. 8 Gain diagram of observer-based control system

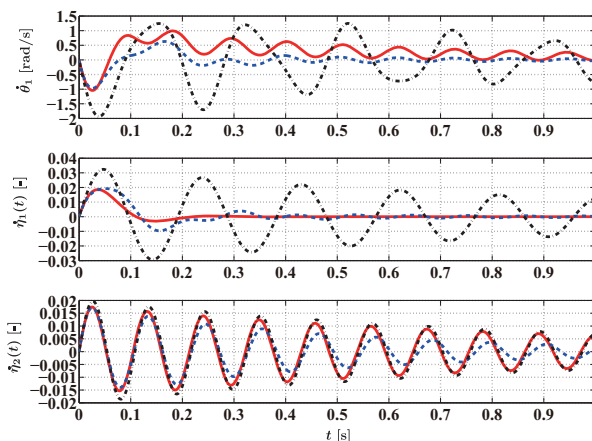


Fig. 9 Time response of vibrational modes of observer-based control system (solid line: observer-based control, dashed line: velocity feedback control, dashed-dotted line: without control)

Table 3 Answer to problem 1

	Solid shaft	Tubular shaft	Plate spring	Coil spring	Square section	Regular triangle section	Square pole
H23	24 (75.0%)	0	1 (3.1%)	7 (21.9%)	0	0	0
H24	13 (34.2%)	4 (10.5%)	7 (18.4%)	12 (31.6%)	0	1 (2.6%)	1 (2.6%)
H25	22 (44.9%)	14 (28.6%)	1 (2.0%)	8 (16.3%)	3 (6.1%)	0	1 (2.0%)

課した．講義の冒頭では課題についての説明や，レポート提出後には課題への考え方の誤りなどを総括し，システム設計の考え方の概要を理解できるように努めた．演習の担当スタッフは基本的には2名（筆者ら）で対応したが，必要に応じて講師を招きできるだけ講義の場で理解が進むようにした．また，講義は学生が主体として課題に取り組む形式で実施しており，教員等の担当スタッフは，学生からの質問や，考え方についてのアドバイス，あるいはレポート提出後の総括を行うなど，補助的な役割に徹した．

本講義の冒頭で実施している演習課題全体についての概要説明の後，本課題への取り組み自体を放棄する学生が毎年1, 2名いるものの，課題着手後は，受講した全ての学生が全ての課題に対してレポートを提出している．このように，課題を実施した3年間においてレポート提出率は100%であり，このことから学生は十分な理解を伴って課題を継続できていると判断できる（表5）．提出率100%を継続できている理由は，各課題のレポート提出後，課題への考え方を示すと共に，その都度レポートをチェックし，考え方の誤りを指摘するなど，丁寧に補足説明を行うことによってその次の課題に対処できるレベルまで学生の理解度を引き上げていること，あるいはレポートの作成は各個人で行うことを前提に，学生間で相談しながら検討を進めることを認めている点などが挙げられる．そのため，一方では学生の設計結果が画一的になることが危惧されるが，実際には独自のアイデアを入れ込もうとする努力が見られる．例えば，学生が課題1において設計した弾性体の種類を表3に示すが，中実ロッドを選択したものは初年度（H23）こそ75.0%と多いものの，次年度以降は45%程度であり，正三角形断面や角柱などのほか，弾性体の1と2を異なる形状で設計している解答など，工夫を凝らしたレポートも少なからず見られた．なお，課題1では弾性体の設計は複数の解も可としているため，表3は解答の総数を表している．より理解度を高めるためには，設計した弾性体を実際に製作し，試験を行うことによって性能検証を行うことが望ましいが，現状では机上設計にとどまっており，製作・試験は行っていない．これについては今後の課題としたい．

全講義終了後にアンケートを実施し，演習課題の授業回数や難易度などについて調査を行った．表4にアンケート内容の一部を，表5に各年度の受講学生数，レポート提出率とアンケート回答率を，図10-13に表4の質問に

Table 4 Questionnaires

質問 1. 今回の「システム設計演習」の授業回数（時間）について、以下の①～⑤に当てはまるものを1つ選んで下さい。

- ①とても長い ②長い ③適当な回数（時間）である ④短い ⑤とても短い

質問 2. 今回の「システム設計演習」の課題の量（ボリューム）について、以下の①～⑤に当てはまるものを1つ選んで下さい。

- ①とても多い ②多い ③適当な量である ④少ない ⑤とても少ない

質問 3. 今回の「システム設計演習」の課題の難易度について、以下の①～⑤に当てはまるものを1つ選んで下さい。

- ①とても難しい ②難しい ③適当な難易度である ④簡単 ⑤とても簡単

質問 4. 今回のような形式の演習を実施してよかったと思いますか。以下の①～⑤に当てはまるものを1つ選んで下さい。

- ①とてもよかった ②どちらかといえばよかった ③わからない（どちらでもない）  
④どちらかといえばよいとは思わない ⑤よいとは思わない

Table 5 Number of attended students, submission rate of report and collection rate of questionnaire

	Attended students	Submission rate of report [%]	Collection rate of questionnaire [%]
H23	30	100	73
H24	31	100	74
H25	29	100	97

対する回答結果を示す。

質問 1 で演習の授業回数（時間）を「短い」と回答した学生の割合は、23 年度が約 44%、24 年度が約 41%、25 年度が約 14% であり、質問 2 で演習の量（ボリューム）を「多い」と回答した学生の割合は、23 年度が 50%、24 年度が約 70%、25 年度が約 53.6% であった。これらの回答から、講義回数と課題の量には相関関係があると思われるが、

- 質問 1 において「①とても長い」～「③適当な回数である」と回答した学生のうち、質問 2 において「①とても多い」、「②多い」と回答した割合は、23 年度が約 54%、24 年度が約 62%、25 年度が約 54%
- 質問 1 において「④短い」、「⑤とても短い」と回答した学生のうち、質問 2 において「③適当な量である」と回答した割合は、23 年度が約 56%、24 年度が 20%、25 年度が 50%

であったことから、課題の量については課題に対する進捗状況も影響していると考えられる。なお、質問 1 において、授業回数を「短い」と回答した割合が 25 年度で大きく減少しているのは、25 年度の講義では実機実験の結果についての考察も演習課題に含めており、23・24 年度と比べて全講義の回数が多い（計 9 回）ことが原因だと考えられる。

質問 3 で演習を「難しい」と回答した学生の割合は、23 年度が約 80%、24 年度が約 90%、25 年度が約 75% であった。この主な原因としては、受講学生が複数の学問領域を統合し相互活用してシステム設計をした体験が無いため、学部生のときに講義で修得した知識をどのように活用すればよいか分らず課題に取り組むのに時間が掛かったためであると考えられる。また、別の原因として、ソフトウェアの使い方が分らず課題に取り組むのに時間が掛かったことが挙げられる。実際、演習で使用した動解析ソフトウェア（MapleSim）は本質的に難しいわけではなく、理論的背景が乏しい学生にとっては課題の進め方（予測）ができないため、結果としてソフトウェ

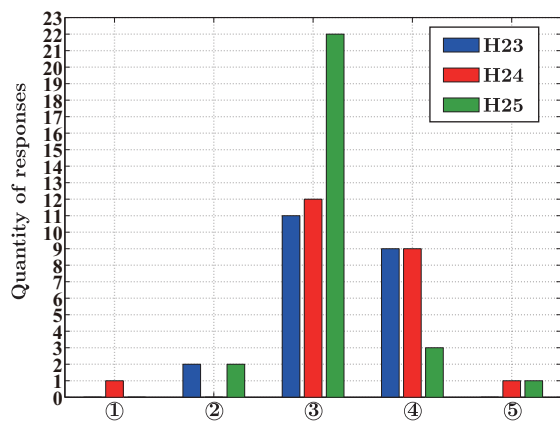


Fig. 10 Answer to question 1

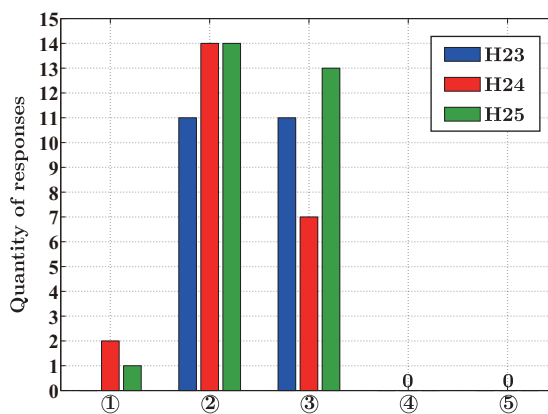


Fig. 11 Answer to question 2

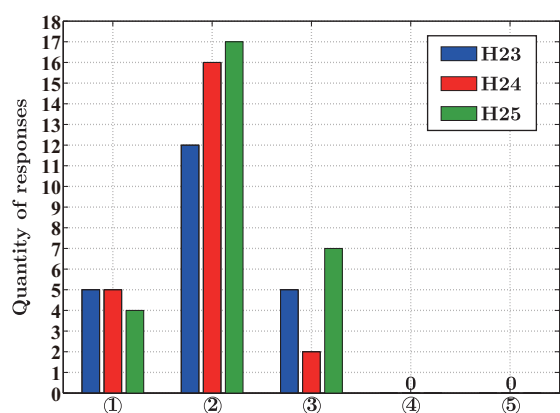


Fig. 12 Answer to question 3

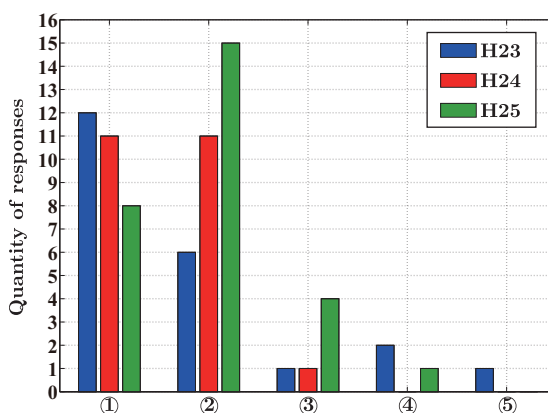


Fig. 13 Answer to question 4

アの使用が難しくなる（なお、理論的背景が確かな学生はソフトウェアの基本的な部分は使いこなせていた）。この回答から、ソフトウェアをただ与えてもよい設計結果は得られないこと、ソフトウェアの学習も大切だがやはり理論の学習・理解が重要である、という結果が得られた。

質問4で演習を「実施してよかった」と回答した学生の割合は、23年度が約80%、24年度が約96%、25年度が約82%であった。また、アンケートの自由回答において、

- 他分野の知識などを織り交ぜた講義はなかったので、実用的な力が身につく点よかった
- 1つの分野ではなく、幅広い分野の基礎知識の大切さが分かった
- 制御工学のみならず、材料力学や機械力学の知識を生かしシステムを設計するのは面白く感じた
- 実際のシステム設計は、学部生までに修得した知識をツールとして使うのだと改めて感じる事ができた
- システム設計とはどんなものがわかった
- 段階を踏んで課題をこなしていくことで、システム設計の考え方を体得できたと思う

などの回答があった。これらの回答より、受講学生は演習課題を難しいと思っているものの複数分野の知識を総合的に用いることへの面白さを感じている、という結果が得られた。また、演習課題の目的である

(1) 細分化されて教育された内容を総合的に活用した分野複合型の課題とする

(2) システム設計の考え方の概要を理解する

ということが達成できていると考えられる。

## 6. お わ り に

本稿では、システム設計手法の考え方を学ぶ一つの教育ツールとして、軸ねじり振動系を対象とした教育課題を提案した。このような分野複合型の課題を通してシステム設計が大学の教育現場などでより身近となり、その基礎を教育できる状況になることが期待される。講義終了後のアンケート結果などからは、本課題の有効性が確認された。現状では、概念設計が欠落しているなど、いくつかの課題が残っているが、今後、発展的に解消したい。

### 謝 辞

本稿で提案した演習課題の準備や講義での実践においては、サイバネットシステム株式会社に多大な御協力を頂きました。記して謝意を表します。

### 文 献

- 千田有一, 池田裕一, 岩ヶ谷崇, 加藤克也, 深津明生, 軸ねじり振動系を用いたシステム設計教育課題の開発, 日本機械学会 2012 年度年次大会 (2012), Paper No.J123023 (CD-ROM).
- 「基礎材料力学」編集委員会, 基礎材料力学 (1996), pp. 107-118, 槇書店.
- 早川義一編, 辰野恭市, 水野直樹, 千田有一, 坂本登, 新インターユニバーシティ システムと制御 (2008), pp. 120-130, オーム社.
- 池田裕一, 千田有一, 岩ヶ谷崇, 加藤克也, 深津明生, 1D-CAE に基づく MapleSim を用いた実践的システム設計教育ツールの開発, 第 12 回「運動と振動の制御」シンポジウム (2011a), pp. 240-245.
- 池田裕一, 千田有一, 岩ヶ谷崇, 加藤克也, 深津明生, 1D-CAE に基づくシステム設計教育と MapleSim を用いた実践的演習, Dynamics and Design Conference 2011 (2011b), CD-ROM.
- 池田裕一, 千田有一, 岩ヶ谷崇, 加藤克也, 深津明生, 軸ねじり振動系を用いたシステムと制御の設計開発課題, 第 55 回自動制御連合講演会 (2012), pp. 994-999.
- 池田裕一, 千田有一, 岩ヶ谷崇, 加藤克也, 深津明生, 軸ねじり振動系実験装置を用いたシステム設計課題の開発と教育実践, 第 13 回「運動と振動の制御」シンポジウム (2013a), Paper No.C02 (CD-ROM).
- 池田裕一, 千田有一, 加藤克也, 深津明生, 軸ねじり振動系実験装置を用いた制御システム設計教育課題の開発, 第 56 回自動制御連合講演会 (2013b), pp. 1102-1107.
- 入江敏博, 機械振動学通論 (1981), pp.73-75, 朝倉書店.
- 加藤正名, 阿部博之, 坂真澄, 倉茂道夫, 伊藤耿一, 進藤裕英, 材料力学 (1998), p. 46, 朝倉書店.
- 黒木剛司郎, 基礎機械工学全書 1 材料力学改訂版 (1982), pp. 32-40, 森北出版.
- 大富浩一, 設計工学の目指すところ: 設計からデザインへ, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 75, No. 751 (2009), pp. 516-523.
- 大富浩一, 羽藤武宏, 1DCAE によるものづくりの革新, 東芝レビュー, Vol. 67, No. 7 (2012), pp. 7-10.
- Sawada, H., Upstream design and 1D-CAE, Journal of System Design and Dynamics, Vol. 6, No. 3 (2012), pp. 351-358.

### References

- Chida, Y., Ikeda, Y., Iwagaya, T., Kato, K. and Fukatsu, A., Development of educational subject for system design using torsional vibration system, Mechanical Engineering Congress 2012 (2012), Paper No.J123023 (CD-ROM) (in Japanese).
- Editorial committee of basis of material mechanics, Basis of material mechanics (1996), pp. 107-118, Maki shoten (in Japanese).
- Hayakawa, Y., Tatsuno K., Mizuno, N., Chida, Y. and Sakamoto, N., System and control (2008), pp. 120-130, Ohmsha (in Japanese).
- Ikeda, Y., Chida, Y., Iwagaya, T., Kato, K. and Fukatsu, A., Development of educational tool for practical system design using MapleSim based on 1D-CAE, the 12th Symposium on Motion and Vibration Control (2011a), pp. 240-245 (in Japanese).

- Ikeda, Y., Chida, Y., Iwagaya, T., Kato, K. and Fukatsu, A., Education of system design based on 1D-CAE and practical exercise using MapleSim, Dynamics and Design Conference 2011 (2011b), CD-ROM (in Japanese).
- Ikeda, Y., Chida, Y., Iwagaya, T., Kato, K. and Fukatsu, A., Development of educational subject for system and control design using torsional vibration system, the 55th Japan Joint Automatic Control Conference (2012), pp. 994-999 (in Japanese).
- Ikeda, Y., Chida, Y., Iwagaya, T., Kato, K. and Fukatsu, A., Development of educational subject for system design and education practice using torsional vibration system, the 13th Symposium on Motion and Vibration Control (2013a), Paper No.C02 (CD-ROM) (in Japanese).
- Ikeda, Y., Chida, T., Kato, K. and Fukatsu, A., Development of educational subject for control system design using torsional vibration system, the 56th Japan Joint Automatic Control Conference (2013b), pp. 1102-1107 (in Japanese).
- Irie, T., An introduction to mechanical vibrations (1981), pp.73-75 , Asakura Publishing Co., Ltd. (in Japanese).
- Kato, M., Abe, H., Saka, M., Kurashige, M., Ito, K. and Shindo, Y., Material mechanics (1998), p. 46, Asakura Publishing Co., Ltd. (in Japanese).
- Kuroki, K., Material mechanics, revised edition (1982), pp. 32-40, Morikita Publishing Co., Ltd. (in Japanese).
- Ohtomi, K., Future direction of design engineering : from SEKKEI to DESIGN, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol. 75 , No. 751 (2009), pp. 516-523 (in Japanese).
- Ohtomi, K. and Hato, T., Design innovation applying 1DCAE, Toshiba Review, Vol. 67 , No. 7 (2012), pp. 7-10 (in Japanese).
- Sawada, H., Upstream design and 1D-CAE, Journal of System Design and Dynamics, Vol. 6, No. 3 (2012), pp. 351-358.