

信州大学審査学位論文

高次元理論に基づいたインフレーションモデル

2016年3月  
阿部 裕悟

## 概要

本博士論文は、素粒子論的宇宙論におけるインフレーション宇宙論において、6次元重力理論・ゲージ理論に基づいた新しいインフレーションモデルを構築することを目的とする/

近年の宇宙観測の精密測定により、宇宙の始まりに急激な加速膨張(インフレーション)が起きたであろうことが明らかになってきた/宇宙論において、宇宙の進化はビッグバン理論を基礎として非常に良く説明出来ているが、ビッグバン理論のいくつかの問題点(平坦性問題、地平線問題など)はインフレーション理論を考えることで解決される/また問題解決だけでなく、現在の宇宙のあらゆる構造の起源や観測されている宇宙マイクロ波背景放射の温度揺らぎの起源を与えることが出来るため実験的に検証可能であり、予言能力を有する理論である/従って、インフレーションを説明するモデルを構築することは、宇宙論にとって必要不可欠である/

素粒子論的観点からは、インフレーションはインフラトンと呼ばれるスカラー場のポテンシャルエネルギーを用いて引き起こされると考えられている/現在、様々なモデルが研究されているが、そのほとんどのモデルは未だ不完全である/理由として主に以下の3つの問題が挙げられる/

≡ インフラトンの起源が何か分かっていない/

≡ インフラトンポテンシャルに関する微調整問題(fine-tuning)が未解決である/

本研究では、これらの問題を念頭に置き、我々の存在する5次元時空(空間4次元、時間2次元)の空間次元を拡張した高次元時空の理論を利用することで、インフラトンに関しての研究に進展をもたらすことを狙いとした/具体的には、6次元重力を含むゲージ理論に基づき、インフレーションモデルを構築し、天体観測データを正しく再現出来るか解析した/このモデルによる解析は世界でも初めての試みであり、以下に示すような新しい結果を得た=

2/ 6次元重力・ゲージ理論に基づくレイディオンゲージヒッグス(scalar field)ポテンシャルの安定性(2)

6次元重力・ゲージ理論で $S^1$ コンパクト化した状況を考え、6次元計量 $g_{MN}$ の余剰次元スカラー成分 $\chi$ と6次元ゲージ場 $B_M$ の余剰次元スカラー成分 $\varphi$ に対しての2ループ(2-loop)有効ポテンシャル $V(\chi, \varphi)$ を求めた/

得られたポテンシャルは、荷電フェルミオンと中性フェルミオンの影響により安定性が問題になることが明らかになった/余剰次元空間を小さく安定化させ、5次元時空でインフレーションを引き起こすためには、安定した最小値(真空)を持つインフラトンポテンシャルが要求される/我々は、ポテンシャルの安定性がどのような状況で実現出来るかを考察した/

3/ scalar field ポテンシャルを用いたインフレーションモデル(3)

scalar field ポテンシャル $V(\chi, \varphi)$ を用いて、プランク衛星による宇宙精密測定(4)で得られているインフレーションパラメータの観測値を再現した/量子補正を含めたモデル構築をしたにも関わらず、微調整なしに観測値を再現出来ることは特筆すべきである/

このモデルでは、scalar field がインフラトンとしての役割を担う状況があることが確認され、scalar field と scalar field- 両者のどちらが支配的であるかに部分的な決着を付けた/また、いくつかのパラメータは換算プランクスケール $M_{Pl} \sim 3.5 \times 10^{18} \text{ GeV}$ 付近の値を示し、高エネルギーの物理に対する重要な示唆を与える可能性がある/

素粒子の究極理論である超弦理論を信じるならば- 21 次元の時空構造があると考えられており- 6 次元理論は- 超弦理論の低エネルギーでの姿であると思える/ 超弦理論では- 多くのスカラー場 (ダイラトン) + 場- モジュライ) + 場など+ がコンパクト化によって現れることが知られており- インフレーションを説明する超弦理論に基づいたモデルも考えられているが- その全ては  $ppq$  による量子補正が取り入れられていない/ 上述した本研究の結果は- 超弦理論を含む宇宙論へのボトムアップアプローチとなることが期待され- さらに- 開弦)ゲージ場+と閉弦)重力場+ どちらがインフラトンの起源であるのかという発展も予見される/ 以上の観点からも本研究は- 高次元理論に基づくインフレーション宇宙論がプランクスケールの物理や量子重力の研究に影響を与えるだろう- という将来的な展望を持つ/

## 目次

1	イントロダクション	5
2	インフレーション	8
3/2	インフラトンポテンシャルの満たすべき条件	:
3/3	インフラトンポテンシャルの微調整問題	22
3	高次元場の理論と微調整問題の解決	13
4/2	5次元場の理論	24
4/2/2	作用	24
4/2/3	スカラー理論の微調整問題	26
4/3	6次元場の理論	27
4/3/2	作用	28
4/3/3	微調整問題へのアプローチ	32
4	高次元理論に基づいたインフレーションモデル	25
5/2	Fyusbobuvsbnインフレーション	36
5/3	S bekpō インフレーション	37
5	5次元重力+ゲージ理論に基づくインフレーションモデル	28
6/2	sbe kpo hbv hf .I khht ポテンシャル	39
6/3	ポテンシャルの安定性	42
6/4	インフレーション解析	46
6/5	hbv hf .I khht epn kobufe インフレーション	51
6	まとめと今後の展望	44
A	スローロールインフレーション	45
B	1-loop 有効ポテンシャル	51
C	5次元場の理論に基づく 1-loop 有効ポテンシャルの計算	56
D	解析するポテンシャルの微分まとめ	58

---

E	ポテンシャル中でのスカラー場の転がる方向	59
F	$r_m$ A 1.2 の場合の解析	67

## 1 イントロダクション

古来より人類は宇宙に興味を持ち、その始まりや構造、進化について考え、膨大な回数の天体観測によって理解を深めてきた。宇宙に関する研究は宇宙論と呼ばれ、現代物理学においては代表的な学問となっており、一般相対性理論、素粒子理論、宇宙精密観測、素粒子実験に基づき研究されている。中でも宇宙初期の出来事を明らかにすることを目的とした初期宇宙論は、近年、飛躍的な発展を遂げてきた。

フリードマン)B/G&lfen boo+ルメートル)H/Mfn blksf +)によって提唱された膨張宇宙モデルは、一般相対性理論に従うアインシュタイン)Flotuf lo+方程式の解であるが、天体の吸収線0輝線の赤方偏移)ドップラー効果+により、宇宙膨張は観測的事実として明らかになった。今日では宇宙は永遠不変なものではなく、有限の過去に小さな宇宙として誕生したと認識されている。さらに、ガモフ)H/Hbn pw+によって提唱された「宇宙は超高温・高密度状態から始まった」とされる説は、宇宙初期のヘリウム合成と高エネルギー状態の宇宙の名残としてのプランク分布に従うマイクロ波の存在を予言し、軽元素の存在比等の検証や宇宙マイクロ波背景放射)Dptn kl N kdspx bwf Cbd hspvoe- DN C+の観測から支持されるようになった。これにより、宇宙空間が非常に小さく超高温・高密度状態の時期が過去にあったとされる Hbn pwの説は標準ビッグバン理論として広く知られることになる。しかしながら、このビッグバン理論を元にして、観測から得られた、現在の宇宙空間の曲率がほぼ 1 である、DN C の温度が等方的である、ということを説明しようとすると極めて不自然な初期値を設定しなければならなかった。これが、ビッグバン理論の平坦性問題、地平線問題である。

グース)B/Hvui + 佐藤勝彦はそれぞれ独立に、ビッグバン以前に宇宙空間が急激に加速膨張を行った時期があれば、不自然な初期値の設定無しに、現在の宇宙空間の曲率がほぼ 1 であるのは何故か、DN C の温度が等方的であるのは何故か、双方に説明がつくことを指摘した。5- 6) 宇宙が一様かつ等方であるという仮定の下では、宇宙を記述する Flotuf lo 方程式は G&lfen boo 方程式で書き表される。G&lfen boo 方程式の解には、宇宙が正の空間曲率を持っている状況)ドジッター)ef Tkuf s+時空+が存在し、そのような時空は真空エネルギーに支配されており指数関数的な膨張を行う。この宇宙空間の指数関数的な加速膨張のことを、インフレーション)lo bulpo+と呼ぶ。インフレーションは、何らかのスカラー場)インフラトン場+によって一時的に現れた真空エネルギーを用いて実現される。彼らの提唱した最初のインフレーションモデルは、大統一理論のヒッグス)I khht+場のポテンシャルを用いたものであったが、インフレーションがうまく終わらないという困難を抱えたモデルであった。この問題は、リンデ)B/Moef+によって提唱されたスローロールインフレーションモデルの登場で解決されることになる。7) スローロールインフレーションモデルは、モデルパラメータ)インフレーションパラメータ+が全てインフラトンポテンシャルによって記述出来るため、モデルを観測値によって評価しやすいという利点まであった。現在、インフレーションモデルの多くはスローロールインフレーションを基にしたものであり、非常にたくさんのモデルが考えられている。また、インフレーションによる揺らぎのスペクトルの予言は、現在の DN C の温度揺らぎの詳細な観測結果 4) とほぼ一致しており、宇宙の始まりに急激な加速膨張が起きたことが確からしいことも分かってきた。宇宙が誕生して間もなくの時期に、宇宙空間がインフレーションした時期があることを認めると、標準ビッグバン理論は少し修正され、宇宙初期はインフレーション、超高温・高密度という状況であることになる。超高温・高密度状態は、インフラトンが崩壊し、インフラトンエネルギーが輻射エネルギーに転化することによって再現出来る。この転化を宇宙の再加熱)ホットビッグバン+と呼ぶ。今日の宇宙論では、非常に小さな宇宙空間が加速膨張し、膨張が終わると同時に空間が再加熱され超高温・高密度状態になった

ことが宇宙の初期に起こった出来事と考えられ- インフレーション、ホットビッグバンを合わせてインフレーション宇宙論と有望視されている/

先にも述べたように- インフレーションはインフラトン場のポテンシャルを用いて引き起こされると考えられている/ 観測と整合的にインフレーションを起こせるポテンシャルの一般的な特徴は- インフレーション中においてインフラトン場の値の変化が緩慢である )スローロールする+ための平坦性が要求され- インフレーション終了に伴いインフラトン場の変化は急になり- 宇宙を再加熱させるためにインフラトン場が振動し崩壊を起こす真の真空が必要である- ということである/

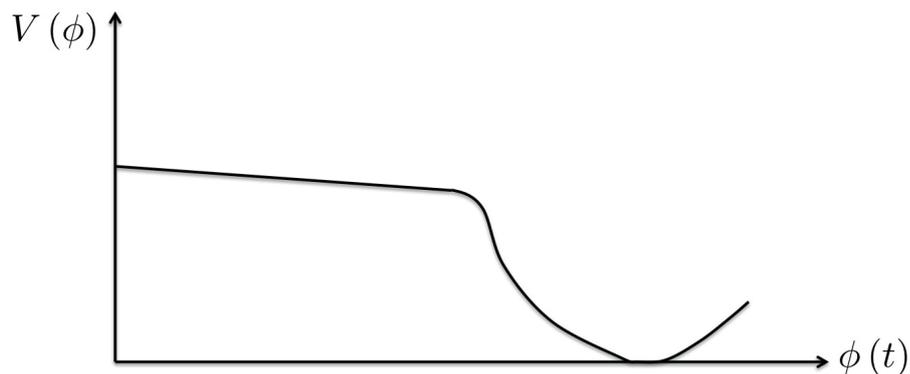


図 2=スローロールインフレーションを引き起こすインフラトンポテンシャルの典型的な形状

現在- 様々なスローロールインフレーションモデルが提唱されているが- ほとんどのモデルが都合の良いポテンシャルを人工的に与えていて- その場合- 主に3つの問題が生じてしまう/ 2つは- インフラトンの起源の問題であり- インフラトンの正体は一体何なのか説明がつかない/ もう2つは- 量子効果によって生じるポテンシャルの微調整問題であり- これは- インフラトンがスカラー場であることに起因しており- 5次元の素粒子論に基づくモデル作りにおいては避けられない/ 微調整問題を解決し- インフラトンの起源を明らかにすることはインフレーションのモデル作りにおいて重要な課題である/

近年- これらの問題が高次元理論によって解決される可能性が指摘され始めた/ 高次元理論を考える時- 5次元有効理論においてカシミールエネルギーを計算出来ることが知られている (8-9- : - 21- 22) / このカシミールエネルギーは- 余剰次元に周期的境界条件を課すことにより- 輻射補正を有限な真空エネルギーの変化として取り出せることを示しており- つまり- 余剰次元から現れるスカラー場のゼロモードに対するポテンシャルが有限に求められる/ 6次元ゲージ理論において- ゲージヒッグス ) $h_{\text{bvhf}} \cdot I_{\text{khht}}$ +と呼ばれる6次元ゲージ場の余剰次元スカラー成分は古典レベル ) $d_{\text{hbttklbnmfwf m}}$ ではポテンシャルを持たないが2ループレベル ) $2 \cdot \text{mpq} \cdot \text{rfwf m}$ では補正によりポテンシャルが生成される/ また導出されたスカラーポテンシャルは- 6次元ゲージ対称性のおかげで微調整の必要な場の発散項が現れない有限量である/ 同様に- 6次元重力理論においては- レイディオ ) $s_{\text{belkpo}}$ +と呼ばれる6次元重力場の余剰次元スカラー成分は ) $d_{\text{hbttklbnmrfwf m}}$ ではポテンシャルを持たないが ) $2 \cdot \text{mpq} \cdot \text{rfwf m}$ では補正によりポテンシャルが生成され- こちらも6次元一般座標変換不変性のおかげで有限量として得られる/ これらの6次元場の余剰次元空間成分をインフラトンと同一視しインフレーションモデルを作ることが出来れば- 微調整問題が生じないのみならず- インフラトンの起源についても説明が可能である/ アルカニハメド ) $O/B_{\text{sl bokI bn fe}}$ +らは-  $h_{\text{bvhf}} \cdot I_{\text{khht}}$  とインフラトンを同一視しインフレーションが説明出来るモデルを提唱した (23) / 彼らのモデルは微調整問題を解決する可能性を与える非常に優れたモデルであったが- ゲージ結合定数を非常に小さくしなければな

らないという点で満足のいくものではなかった/ 深澤.稲見.小山は- sbel $\rho$  とインフラトンを同一視しインフレーションを起こせるモデルを提唱した<sup>24)</sup>こちらのモデルでは- 輻射補正で現れる6次元宇宙項の他に- パラメータの調整のために5次元宇宙項を手で与えているという点で満足のいくものではなかった/

本研究では- 従来のインフラトンの起源・微調整問題を念頭に置き- 6元重力を含むゲージ理論に基づいたより改良されたインフレーションモデルを構築することを目的とした/ 6次元ゲージ理論- 6次元重力理論はいずれも高次元から現れるスカラー粒子をインフラトンと同一視し- 微調整問題の無いポテンシャルを導いたが- ゲージ結合定数が現実の望まれるべき値よりも非常に小さくなってしまふ- モデルに都合の良いパラメータを勝手に導入する- という問題をそれぞれ抱えている/ これらの問題を解決し- さらにインフレーション中において hbvhf. I khht と sbel $\rho$  どちらが支配的であるか- つまりどちらがインフレーションを起こす役割を担うかにも決着をつけることを目的とした/ 素粒子の統一理論- 初期宇宙の高エネルギー理論の枠組みにおいても- 重力理論とゲージ理論を合わせ量子効果をも考慮したインフレーションモデルを作ることは重要である/

本論文の構成を以下に述べる/ 3章では- インフレーションについて- インフレーションパラメータの説明- インフラトンポテンシャルの微調整問題について述べる/ 4章では- 微調整問題の説明と高次元理論における解決を議論する/ 5章では- これまで研究されている6次元ゲージ理論に基づくインフレーションモデル)Fyusbobuvsbmインフレーションと呼ばれている+及び6次元重力理論に基づくインフレーションモデル)S bel $\rho$  インフレーションと呼ばれている+の紹介をする/ 6章では- 本研究の主題である6次元重力・ゲージ理論に基づくインフレーションモデルの構成とそれに基づいて得られた結果について説明する/ 最後に7章で- 本研究の結論をまとめ今後の展望について述べる/

本論文では- 単位系については- 自然単位系)c A 2,  $\hbar$  A 2+を用いる/

## 2 インフレーション

宇宙とは- 4次元の空間と2次元の時間をもった5次元時空間とその中に含まれている物質的存在)通常  
の物質)  $p_{\text{psk}} \text{obsz} \text{ n buufs} +$  暗黒物質)  $e_{\text{bsl}} \text{ n buufs} +$  暗黒エネルギー)  $e_{\text{bsl}} \text{ fofshz} +$  を合わせたものであり- 一般相対性理論によって記述される/ 宇宙論とは- 一般相対性理論を用いて- 個別の天体では無く宇宙  
全体の構造や進化を議論すること- つまり物質的存在全てとそれを内包する時空の構造・進化を明らかに  
する学問であり- 宇宙原理の下で-  $F_{\text{lotuflo}}$  方程式という重力場の方程式を解くことで議論される/

### 宇宙原理

宇宙のあらゆる点は特殊な位置に無い/ つまり- 宇宙空間の各点は本質的に同等であり- 宇宙には中心も  
端もない)各点周りに球対称である+/ そして- 宇宙空間は大域的に一様かつ等方である/

- ・一様  $\Rightarrow$  宇宙に凸凹が無い.
- ・等方  $\Rightarrow$  特殊な方向に宇宙が膨張したり, ある軸周りに宇宙が自転したりすることが無い.

近年の宇宙論では- 以下に述べるような宇宙における様々な課題に基づいて研究が行われている/

#### ≡ 宇宙の始まり

宇宙はどのように誕生して- 宇宙初期にはどのような現象が起こったか/

$\simeq$  宇宙初期にはインフレーションが起こり- ビッグバンの状態が生まれたと考えられている/

#### ≡ 宇宙の構造

宇宙は大規模構造  $\sim 21^{\text{N}} \text{qd}^{\text{d}}$  では一様等方だが- 小規模構造では非一様) 銀河団  $\sim 2 \quad 21^{\text{N}} \text{qd}^{\text{d}}$  銀河  
 $\sim 21^{\text{q}} \text{qd}^{\text{d}}$  星  $\sim 21^{\text{6}} \text{q} \text{n}^{\text{^}}$  など+である/

$\simeq$  初期宇宙の量子揺らぎが起源と考えられている/

#### ≡ 宇宙の膨張

我々の宇宙は加速膨張している/

$\simeq$  宇宙項-  $e_{\text{bsl}} \text{ fofshz}$  の存在が予見される/

#### ≡ 宇宙の輻射

我々の宇宙は輻射で満ちている/

$\simeq$  宇宙マイクロ波背景放射  $= T_{\text{CMB}} \text{ A } 3.846 \bullet 1.17 \text{L}^{\text{^}}$  が観測されている/

#### ≡ 宇宙の物質的存在

宇宙には標準模型)  $T_{\text{ubo}} \text{e} \text{bse} \text{ N} \text{p} \text{e} \text{f} \text{m} \text{TN} +$  の物質-  $\text{TN}$  以外の物質が存在する/

$\simeq$  存在比はエネルギーに換算して-  $p_{\text{sk}} \text{obsz} \text{ n buufs} \sim 5.:$  (  $- e_{\text{bsl}} \text{ n buufs} \sim 37.9$  (  $- e_{\text{bsl}} \text{ fofshz} \sim 79.4$  ) である/

#### ≡ 宇宙の終わり) マルチバース) 等// など

宇宙の最期は//? 宇宙は単一宇宙ではなく複数ある? など- 他にも議論されるべき諸問題がある/

本論文では特に- 宇宙初期に起きたインフレーションと呼ばれる現象に焦点を当て- 宇宙の加速膨張を  
引き起こすエネルギーに関して議論を進めていく/ 歴史的には- インフレーション理論はビッグバン理論  
の平坦性問題- 地平線問題などの解決を目的として提唱された/ 宇宙誕生後- 空間が急激に加速膨張する期  
間があったという考えは近年の宇宙精密測定により良く支持されている/ 素粒子論の観点からは- インフ  
レーションはインフラトンというスカラー場のポテンシャルエネルギーを用いて説明される/

最も標準的なインフレーションモデルは、B/Moef によって提唱されたスローロールインフレーションモデルであり、スローロールインフレーションモデルの最大の特徴は、理論または観測から要請されるインフレーションパラメータを全てスカラーポテンシャルで書き表せるために、ポテンシャルの解析のみでモデルをシンプルに評価出来る点にある。そのため現在多くのインフレーションモデルがこのスローロールモデルに習い提唱されているが、量子効果まで含めポテンシャルを評価している研究は未だ少ない。何故ならば、5次元スカラー理論では必ず微調整問題が生じ、これは素粒子論・宇宙論の双方で解決されるべき課題であることが知られている。この章では、インフレーションの理論的な側面と宇宙精密測定から与えられるインフレーションパラメータへの制限を確認し、インフレーションにおけるポテンシャルの微調整問題について述べる。

## 2.1 インフラトンポテンシャルの満たすべき条件

スローロールインフレーションモデルは理論または観測から要請されるインフレーションパラメータをポテンシャルで書き表せることに最大の特徴がある。つまり、以下で述べる条件をポテンシャルが満たしさえすればそのポテンシャルはインフラトンポテンシャルと見なすことが出来る。

いま、インフラトン場を  $\phi$  とする。  
2+インフラトンポテンシャルの最小値はほぼ 1 で

$$V(\phi) \approx 1 \quad (3/2+)$$

と表される。ここで、 $\langle \phi \rangle$  は真空での  $\phi$  の値である。これは観測によって、現在の宇宙項  $\rho_{\text{obs}}$  のエネルギー密度が  $\rho \propto 10^{-48} \text{HfW}^4$  と 1 ではないが非常に小さいと考えられているからである。 $\rho_{\text{obs}}$  の値が何故こんなにも小さいのかは現時点では不明であるため、インフラトンポテンシャルの最小値は非常に 1 に近いと仮定する必要がある。

3+スローロールインフレーションを実現するためには、スローロールパラメータ  $\epsilon, \eta$  が理論から要請されるスローロール条件

$$\epsilon \leq \frac{M_G^2}{3} \left( \frac{V'}{V} \right)^2 \ll 2, \quad \eta \leq M_G^2 \left( \frac{V''}{V} \right) \ll 2 \quad (3/3+)$$

を満たさなければならない。ここで、 $M_G$  は換算プランクスケール  $M_G \approx 3.5 \times 10^{18} \text{HfW}$ 、 $V' = \partial V / \partial \phi$ 、 $V'' = \partial^2 V / \partial \phi^2$  である。これはインフラトンポテンシャルの平坦性を要求している。 $\epsilon \approx 2, \eta \approx 2$  になったときにスローロール条件が破れ、インフレーションは終了する。

4+平坦性問題- 地平線問題の解決のためには、インフレーションが起り始めてから終わるまで、ある程度の長さが重要であり、どれだけ指数関数的膨張をしたのかを表す膨張指数  $f. \text{grih}$  数  $N$  の値が

$$N \leq \int_{t_*}^{t_e} H dt \approx \frac{2}{M_G^2} \int_{\phi_*}^{\phi_e} \frac{V(\phi)}{V'(\phi)} d\phi \approx 61 \approx 71 \quad (3/4+)$$

と観測から要求されている。 $H$  はハッブルパラメータ、 $\phi_*, \phi_e$  はそれぞれインフレーション開始時と終了時のインフラトン場の値である。ここで  $\lambda$  はインフレーション中の揺らぎの波長が、ハッブルホラ

イズンを越える長さまで引き延ばされた時刻)ホライズンエグジットと呼ばれる+での値という意味である/ 解析的には  $\phi_e$  は  $\epsilon \approx 2, \eta \approx 2$  となる時のインフラトン場の値を用いる/  $\phi_*$  は求めた  $\phi_e$  と  $N \propto 61 \approx 71$  を用いて決定する/ また  $N$  の値は 71 よりずっと大きい可能性があるが- 現在の我々の宇宙を再現するには 61 $\approx$ 71 程度であると考えられている )観測可能なインフレーションを考えるため+

5+インフレーション中のインフラトンの量子揺らぎは- DNC の温度揺らぎの起源となる原始の曲率揺らぎ)密度揺らぎ+を生成する/ 原始の曲率揺らぎはそのパワースペクトル)3点相関の強さ+が精密に測られており 4^

$$\{\zeta\}k+\leq \frac{2}{23\pi^2 M_G^6} \frac{V(\phi_*)}{V'(\phi_*)} \left\{ \begin{array}{l} A \\ 3.2: 7 \bullet 1.18: +* \\ 21^{-9} \end{array} \right\} \quad )3/5+$$

である/ この曲率揺らぎからの制限を満たすためには- インフレーション中のインフラトンポテンシャルの大きさが  $M_G^4$  より十分小さくなければならない/

6+インフレーションはほとんどスケール不変な大きさを持つ揺らぎを生成し- これは観測からも支持されている/ そのわずかなスケール依存性はスペクトル指数

$$n_s \approx 2 - 7\epsilon_*, \quad 3\eta_*, \quad \{\zeta\}k+\propto k^{n_s-1} \quad )3/6+$$

で表され- これはポテンシャルの平坦性がスペクトルのスケール不変性と同等の関係にあることを示している/ このスペクトル指数の値は-

$$1.: 6: 4 < n_s < 1.: 828 \quad )3/7+$$

である/ この条件は  $\epsilon, \eta \approx 1.12$  程度の時に満たされる/  $n_s \approx 2$  はスケール不変な揺らぎを意味する/

7+テンソルスカラー比  $r$  に対して観測からその上限が

$$r \leq \frac{\{h\}}{\{\zeta\}} < 1.23 \quad )3/8+$$

で与えられる 4- 25^/ ここで-  $\{h\} \approx 3V(\phi_*)/4\pi^2 M_G^4$  である/ これは原始の重力波が現在観測されていないことから導かれ- またその寄与は原始の曲率揺らぎに比べ十分に小さい/ テンソルスカラー比はインフラトン1つのみによるインフレーションモデルでの揺らぎ生成では

$$r \approx 27\epsilon_* \quad )3/9+$$

で与えられる/

8+量子重力の非摂動的効果が効いてくるスケールでは一般相対論は適用できない/ 従って非摂動的効果が十分小さく無視できる必要がある 8- 23^/

9+非ガウスの揺らぎはガウスの揺らぎに比べ著しく小さい/ 現在3点相関の大きさを測る非線形パラメータ  $f_{NL}$  に対してその上限が

$$f_{NL} < 211 \quad )3/: +$$

で与えられる。④/ インフラトンが1つのモデルでは制限に関しては特に気にする必要はないが、大きな非ガウス性を生成することを目的とする場合)例えばカーバトンモデル+では重要である/ 4点相関等にもその大きさへの制限は存在する/ 本研究では、インフラトンが2つのスローロールインフレーションの解析を行うため、この条件は特に要求されない/

## 2.2 インフラトンポテンシャルの微調整問題

前節のインフレーションパラメータの条件を満たすようなポテンシャルを与えるとき、その方法として「ポテンシャルを手で与える」- または「何らかの素粒子論モデルからスカラーポテンシャルを導く」- の3つの方法が考えられる/ 前者の場合、インフレーションを起こすために都合の良いポテンシャルを考えているが、インフラトンの正体そのもの、つまりインフレーションを引き起こすスカラー粒子が何なのか説明が出来ない/ 後者の場合、導出されたスカラー粒子にインフラトンの役割を担わせるためインフラトンの正体は説明が可能である/ しかしながら、それらはあくまでも古典論での議論であり、量子論では新たな問題点が生じる/ そのため、一般的なインフレーションの研究では量子効果を考えずに古典論のみで議論することが多い/

インフレーションは非常に初期の宇宙で起きた出来事であり、また高エネルギー現象であることから、素粒子の量子効果は無視出来ないものであったと考えるのが自然である/ インフレーションはインフラトン場のポテンシャルによって引き起こされるが、インフラトン場がスカラー場であるために、量子論では微調整問題を議論しなければならない/ 素粒子論・宇宙論の両方において、5次元でスカラー理論を扱うモデルでは微調整問題の扱いを考える必要がある/ 素粒子論における微調整問題は後述するとして、ここでは宇宙論におけるインフラトンポテンシャルの微調整問題を説明していく/

インフラトンポテンシャルの微調整問題は、言い換えればポテンシャルの平坦性の保証の問題である/ 量子効果を含む有効ポテンシャル  $V_{\text{eff}}$  を考えるとき、

$$V_{\text{eff}} \approx V_{\text{classical}} + V_{\text{quantum}} \quad (3/21+)$$

であるが、インフレーションパラメータを説明するために  $V_{\text{eff}}$  の解析を行うには、 $V_{\text{classical}}$  と  $V_{\text{quantum}}$  とのバランスを考えなくてはならない/ 古典レベルでのポテンシャルがインフレーションパラメータの条件を全て満たすような都合の良い形をしていたとしても、インフレーション理論は非常に高エネルギーの物理であるため、 $V_{\text{quantum}}$  の影響を無視できなく、量子レベルではループ計算の影響を受け、インフレーション条件を満たすかは自明では無くなってしまう/ さらにインフレーションを起こすことが出来たとしても、そのためにはポテンシャルを構成するパラメータを微調整する必要が出てくる/

例えば、カオスのインフレーションモデル⑥では、インフラトン場の作用として、

$$S \approx \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{2}{3} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{\lambda_4}{5} \phi^4 \right] \quad (3/22+)$$

が考えられる/ ここではミンコフスキー計量  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$  と定義し、 $\nabla_\mu = \partial_\mu + \Gamma^\lambda_{\mu\nu} \phi^\nu$  である/ いまポテンシャル  $V_{\text{classical}} = \frac{\lambda_4}{5} \phi^4$  についての量子補正を考えてみると、インフラトン

場の 2.mppq 補正- 重力場の 2.mppq 補正を合わせて-

$$V_{\text{quantum}} \sim \left( \frac{\lambda_4 \Phi^2}{75\pi^2} \phi_{\text{cl}}^2, \frac{2}{5} \right) \left( \frac{4\lambda_4^2}{43\pi^2} \right) \left( \frac{\lambda_4 \phi_{\text{cl}}^2}{3\Phi^2} \right) \frac{2}{3} \left[ \frac{6\lambda_4 \Phi^2}{7\pi^2 M_G^2} / \phi_{\text{cl}}^4, \frac{\lambda_4^2}{47M_G^4} \right] \sim \frac{\lambda_4 \phi_{\text{cl}}^4}{7M_G^2 \Phi^2} \frac{2}{3} \left[ \phi_{\text{cl}}^8, \dots \right] \quad )3/23+$$

となる/ ここで-  $\Phi$  は運動量カットオフパラメータである/ よって- 有効ポテンシャル  $V_{\text{eff}}$  は-

$$V_{\text{eff}} \sim V_{\text{classical}}, V_{\text{quantum}} \\ \sim \frac{2}{3} m_{\text{eff}}^2 \phi_{\text{cl}}^2, \frac{\lambda_{4\text{eff}}}{5} \phi_{\text{cl}}^4, \lambda_{8\text{eff}} \frac{\phi_{\text{cl}}^8}{M_G^4}, \dots \quad )3/24+$$

となり- ポテンシャル中には対称性で禁止されない項が現れる/ また- 場の高次項も mppq 効果で生成されてしまう/

量子補正で加わった項には3つの問題がある/ 2つはカットオフ  $\Phi$  に依存する量子補正を含む  $m_{\text{eff}}, \lambda_{4\text{eff}}, \lambda_{8\text{eff}}$  などのパラメータについての繰り込みによる微調整問題である/ 前節で述べたインフラトンポテンシャルの条件を満たすためには全ての係数を不自然なくらいコントロールする必要がある/ もう2つはさらに深刻な問題で場の高次項の存在である/ 通常- 重力 mppq で現れる場の高次項は  $M_G$  の逆幂で抑制されるのだが- ラージフィールドインフレーションモデルのように  $\phi \rightarrow M_G$  の状況を考える際にはポテンシャル中で高次項が支配的になる/ 高次項の相殺項を導入したとしても- mppq 計算によりさらに高次の項が次々に現れるため- 結局ポテンシャルは発散してしまう/ これはポテンシャルを摂動論として正しく評価出来てないことを意味する/

付録 B で説明するように- 古典論としては- ポテンシャル  $V \sim \lambda_4 \phi^4$  でインフレーションを記述するためには- 結合定数の値を  $\lambda_4 \propto 21^{-13}$  のように小さく取らなければならない/ このような極めて小さなパラメータの起源が不明であるという問題に加えて- 量子論ではポテンシャルの評価そのものが出来ない可能性が出てくる/

今回はカオスのインフレーションモデルのみに焦点を当てたが- ハイブリッドインフレーションモデル<sup>27</sup>やナチュラルインフレーションモデル<sup>28</sup>なども同様の微調整問題が生じる/ ハイブリッドインフレーションのポテンシャル- ナチュラルインフレーションのポテンシャルはそれぞれ

$$V_{\text{hyb}}(\phi, \chi) \sim \frac{2}{3} g^2 \phi^2 - \mu^2 \left[ \chi^2, \frac{h}{5} \chi^4, U \right] \phi + V_0, \quad )3/25+$$

$$V_{\text{nat}}(\phi) \sim \frac{2}{3} \left( \frac{\phi}{f} \right)^2 \left( \frac{\phi}{f} \right) \left[ \dots \right] \quad )3/26+$$

で与えられる/ ここで-  $g, h$  は無次元の結合定数-  $\mu$  は質量次元を持つパラメータ-  $f$  は対称性の破れのスケールを表すパラメータである/ 詳しいモデルの説明は割愛するが- インフラトンがスカラー場であるために量子補正によるポテンシャルの微調整問題は常に生じてしまう/

このような微調整問題の解決のためには-  $V_{\text{classical}} \sim 1$  で量子効果によって生成される有限なポテンシャル  $V_{\text{quantum}}$  のみを評価できれば- 両者のバランスを微調整する必要はなくなるはずである/ 実際- 6次元以上の高次元理論を考えることにより- この微調整問題を解決出来る可能性があることが素粒子論においても宇宙論においても指摘されており- インフレーション理論を高次元理論に基づいて研究することは- 量子論的な宇宙論を考える上でさらなる発展が期待できる/

### 3 高次元場の理論と微調整問題の解決

時空の次元が我々の認識する5次元(時間2次元, 空間4次元)より大きな次元のもとで構成された理論の中で- 本論文では主に6次元時空(時間2次元, 空間5次元)での理論を考える/ 後にも述べるが場の量子論において- 高次元理論を考えそこから5次元理論を導くことにより非常に興味深い様々な結果を得ることが出来る/ 実際には未だ5次元時空を超える時空の存在は実験的に確認されてはいない(29-2: /)しかし- 高次元時空が存在しないとする証明や実験が無いことも事実であり- 高次元時空の理論が我々の5次元時空にどのように影響を及ぼすのか考えることは非常に面白い問題である/

歴史的には- 高次元理論は統一理論の候補として考えられてきた/ 例えば- 高次元重力理論からは5次元の重力理論と電磁気理論とスカラー理論が導かれ- 高次元ゲージ理論からは5次元のゲージ理論とスカラー理論が導かれることが知られている/ つまり- 5次元の重力理論と電磁気理論とスカラー理論は高次元理論では重力理論として統一的に扱え- 5次元のゲージ理論とスカラー理論は高次元理論ではゲージ理論として統一的に扱えると解釈出来る/ 現在では- 高次元理論は22次元のN理論あるいは21次元の超弦理論の低エネルギー有効理論という見方も出来る/

ここでは- まず5次元理論の構造を簡単に議論した後に- スカラー理論特有の微調整問題を考える/ 微調整問題は- スカラー理論がゲージ理論や重力理論と異なり- 量子補正をコントロールする明確な対称性を持たないことが根本的な原因である/ その微調整問題の解決という視点から- 高次元理論について考えてみよう/

#### 3.1 4次元場の理論

まず5次元の場の理論について考えていく/ スピン1,  $\frac{1}{2}$ , 2, 3の粒子がどのような場で説明されるか簡単に述べた後- 特に- スカラー理論は量子効果により微調整問題が生じてしまうことに焦点を当てていく/

##### 3.1.1 作用

自然界は力の相互作用と物質で形作られており- それらは素粒子と呼ばれる基本的な粒子から構成されている/ 従って- 素粒子の働き・性質を明らかにすることが- 自然界の根源を明らかにすることであると考えられている/ 素粒子の働き・性質)伝播- 相互作用など+については- 場の量子論)以下- 場の理論+を用いて記述される/ 場は時空間の全てに広がっている各点ごとに関連した物理量であり- 粒子そのものではないが- 場の揺らぎとして粒子が説明出来る/ 場の理論における出発点は- 作用を構成することから始まり- 作用から運動方程式やポテンシャル・エネルギーを導くことで- 素粒子がどのように記述されているか知ることが出来る/

例として- 場の作用をいくつか挙げてみる/ この節では- 5次元時空のローレンツ)Mpsfou+添字 $\mu, \nu, \rho, \sigma, \lambda$  A 1, 2, 3, 4- Nkol px tll計量 $\eta_{\mu\nu}$  A elbh)2, 2, 2, 2+と定義する/ スカラー場 $\phi(x^\mu)$ +スピン1のスカラー粒子を記述する場+の作用は- 質量 $m$ の自由な)相互作用しない+実スカラー場の作用を例として

$$S_{\text{scalar}} = \int d^4x \left[ \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{m^2}{2} \phi^2 \right] \quad (4/2+)$$

で与えられる/ I khht- インフラトン- sbelko などがスカラー場で記述される/  
 フェルミオン場  $\psi(x^\mu)$  スピン  $\frac{1}{2}$  の物質粒子を記述する場+の作用は- 質量  $\mu$  のフェルミオン場の作用を例として

$$S_{\text{matter}} A \left[ d^4x \psi^\dagger i \gamma^\mu \partial_\mu \psi - \mu \bar{\psi} \psi \right] \quad (4/3+)$$

で与えられる/ 電子- クォーク- ニュートリノなどがフェルミオン場で記述される/  
 ゲージ場  $A_\mu(x^\nu)$  スピン 2 のゲージ粒子を記述する場+の作用は- 可換ゲージ場と非可換ゲージ場の 2 種類を取り上げる/ まず可換ゲージ場の作用は

$$S_{\text{abelian}} A \left[ \frac{2}{5} \int d^4x F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right], \quad (4/4+)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

である/ 可換ゲージ場は-  $U(1)$  ゲージ場であり- 光子を記述する場である/ 次に非可換ゲージ場の作用は

$$S_{\text{nonabelian}} A \left[ \frac{2}{5} \int d^4x F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} \right] \quad (4/5+)$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + \frac{2}{3} g f^{abc} \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a [A^{\mu b} A^{\nu c} - A^{\nu c} A^{\mu b}] - \frac{2}{5} g^2 f^{abc} f^{ade} A_\mu^b A_\nu^c A^{\mu d} A^{\nu e} \left\{ \right. \quad (4/6+)$$

である/ ここで-

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a, \quad gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c,$$

$g$  はゲージ結合定数-  $f^{abc}$  は群の構造定数 )例えば  $SU(3)$  ゲージ場の場合- 成分の添字  $a \in 2, 3, 4+$  で添字について反対称である/

非可換ゲージ場には- ウィークボソンを記述する  $SU(3)$  ゲージ場- グルーオンを記述する  $SU(4)$  ゲージ場などがある/ 非可換ゲージ場は- 可換ゲージ場の作用には現れない 4 点結合と 5 点結合の自己相互作用項が現れるのが特徴である/ ゲージ場の明白な質量項は- 可換ゲージ場- 非可換ゲージ場ともにゲージ対称性の要請から禁止されている/

重力場  $g_{\mu\nu}(x^\rho)$  スピン 3 のテンソル粒子を記述する場+の作用は

$$S_{\text{gravity}} A \left[ d^4x \sqrt{-g} \frac{2}{27\pi G} R \right] - 3\Phi \quad (4/7+)$$

である/ ここで-

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = R^\mu{}_\mu = g^{\mu\nu} R^\rho{}_{\mu\rho\nu},$$

$$R^\sigma{}_{\mu\rho\nu} = \partial_\rho \Gamma^\sigma{}_{\mu\nu} - \partial_\nu \Gamma^\sigma{}_{\mu\rho} + \Gamma^\sigma{}_{\lambda\rho} \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} - \Gamma^\sigma{}_{\lambda\nu} \Gamma^\lambda{}_{\mu\rho},$$

$$\Gamma^\sigma{}_{\mu\nu} = g^{\sigma\rho} \Gamma_{\rho\mu\nu} = \frac{2}{3} g^{\sigma\rho} \partial_\nu g_{\rho\mu}, \quad \partial_\mu g_{\rho\nu} = \partial_\rho g_{\mu\nu} +$$

$$g_{\mu\nu} \partial_\rho g^{\rho\sigma},$$

$G$  はニュートン定数-  $\Phi$  は宇宙定数である/ 重力場は重力子 )グラビトン+を記述する場である/  
 これらは- それぞれ基本的な場の作用であり- 各々の作用を組み合わせるとお互いの相互作用や影響を考える/

例えば- 電磁場中の電子の運動は  $U(2)$ +ゲージ場と電子場を合わせた理論である量子電磁力学 (Rvboun frfdusp ezobn kdt- RFE+で記述される/ 作用は- 電磁場と電子の結合定数)素電荷+を  $e$ - 電子の  $U(2)$ +チャージは  $QA$  2- 電子の質量を  $\mu$  とすると

$$S_{\text{QED}} \int [d^4x] \left\{ \frac{2}{5} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \bar{\psi} i\gamma^\mu D_\mu \psi - \mu \bar{\psi} \psi \right\} \quad (4/8+)$$

である/ ここで-

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \\ D_\mu = \partial_\mu + ieQA_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu,$$

である/

また他にもワインバーグ・サラム模型 (X flbc fsh. Tbrbn n pefm#31- 32^の作用は- 素粒子の TN において I khht 機構に関係する部分として知られているが- これは

$$S_{\text{WS}} \int [d^4x] \left\{ \frac{2}{5} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{2}{5} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \right. \\ \left. , \bar{l} i\gamma^\mu \partial_\mu l + igT^a W_\mu^a \bar{l} i\gamma^\mu \partial_\mu l + ig'Y B_\mu \bar{l} i\gamma^\mu \partial_\mu l + ig'Y B_\mu \bar{r} \right. \\ \left. , \left( \partial_\mu + igT^a W_\mu^a + ig'Y B_\mu \right) \bar{\Psi} \left( m^2 \Psi^\dagger \Psi - \lambda \right) \Psi^\dagger \Psi \right. \\ \left. \right) G_1 \bar{l} \Psi_r + G_2 \bar{l} \Psi_c + G_1 \bar{l} \Psi^\dagger_l + G_2 \bar{l} \Psi^\dagger_c \left( \right. \quad (4/9+)$$

である/ ここで-

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\epsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c, \\ T^a = \frac{\sigma^a}{3} \Rightarrow \text{パウリ行列}, \\ B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \\ \Psi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \Psi_c = \begin{pmatrix} i\sigma^2 \Psi^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ \phi^- \end{pmatrix}$$

である/  $S_{\text{WS}}$  の第2行目がゲージセクター)  $W_\mu$  は  $SU(3)$ +ゲージ場-  $B_\mu$  は  $U(2)$ +ゲージ場+ 第3行目がマターセクター)  $l$  は左巻き3重項フェルミオン-  $r$  は右巻き2重項フェルミオン+ 第4行目が I khht セクター- 第5行目が湯川相互作用である/  $g, g', \lambda, G_1, G_2$  は結合定数-  $a, b, c \in 2 \approx 4$ -  $Y$  はハイパーチャージである/

TN は実験的に良く確立されているモデルであるが- いくつかの不満足な点もあり最終的な完璧な理論であるとは未だ結論付けられていない/ 現在- TN を超えた新しいモデル (Cfzpoe Tuboebse N pefm)を確立するために他にも色々な作用が考えられており- そこから様々なモデルでの粒子の運動や粒子同士の相互作用- 粒子の崩壊- 粒子の生成などを予言することが出来る/

### 3.1.2 スカラー理論の微調整問題

相互作用する理論を考える際には- 量子補正の影響がどのように生じるか考えることが非常に重要である/ 今- 実スカラー場  $\phi(x^\mu)$  の  $\phi^4$  理論

$$S_{\phi^4} \int [d^4x] \left\{ \frac{2}{3} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{2}{3} m^2 \phi^2 - \frac{\lambda}{5} \phi^4 \right\} \quad (4/1+)$$

の質量補正について考える/ここで-  $m$  は質量-  $\lambda$  は結合定数である/量子補正を考えた時- 付録Cで見るように- 質量への補正は発散項)二次発散- 対数発散+を含んでいる/しかしながら- 実際に観測される質量  $m_{\text{obs}}$  は- そのような発散量に依らず量子効果による影響は小さいものであると考えるべきである/つまり- 発散量をなんらかの形で処理をする必要があり- 発散項に対する相殺項を導入する操作を行う/観測される質量  $m_{\text{obs}}$  を

$$m_{\text{obs}}^2 = m^2 + \delta m^2 - m_{\text{counter}}^2 \quad (4/21+)$$

として定義する/ここで-  $\delta m^2, m_{\text{counter}}^2$  はそれぞれ補正項- 相殺項である/このような操作)繰り込みと呼ぶ+を行うことで発散量を処理することが出来- 観測量が得られると考えるのである<sup>1)</sup>

TN の I khht 粒子の質量にも同様の操作が生じることは良く知られている/いま- 理論から I khht 粒子の質量  $m_{\text{Higgs}}$  に対して量子補正  $\delta m^2$  を計算すると- カットオフ)理論の適応限界-  $\Lambda$  を用いて-  $\delta m^2 \approx \Lambda^2$  が得られる/ここで-  $\Lambda = 2.1 \times 10^{15} \text{HfW}$  大統一理論のエネルギースケール+とした時-  $\Lambda^2 \rightarrow m_{\text{pl}}^2$  であるので- 対数発散は無視した/この時)4/21+から- 相殺項も  $m_{\text{counter}}^2 \approx \Lambda^2$  とならなければいけない/従って-

$$m_{\text{Higgs}}^2 = m^2 + \delta m^2 - m_{\text{counter}}^2 \approx \mathcal{P} \times 10^{30} + \mathcal{P} \times 10^{30} \quad (4/22+)$$

となる/しかしながら- 現在観測されている I khht 粒子の質量は  $236 \text{HfW}$  であるため)29- 2: ^-)4/22+は  $\mathcal{P} \times 10^{30}$ +という巨大な数の引き算で  $\mathcal{P} \times 10^{12}$ +の数を捻り出していることに相当する/つまり- 約 37桁もの数字を絶妙に調整して引き算をする必要があり- その不自然さ故にこれを微調整問題と呼ぶ/

このような微調整問題は- 量子効果を考える際に現れるスカラー理論特有の問題であり- TN の枠組みではスカラー理論にはポテンシャルをコントロールする)禁止する+対称性が無いために生じる/素粒子物理学では- 微調整問題の解決法として- 超対称性)SUSY[ + テクニカラー理論- 高次元理論などの TN を超える物理が提案されている/ここからは高次元理論- とくに 6次元の場の理論に関して考え- どのように微調整問題を解決するか見ていこう/

### 3.2 5次元場の理論

高次元理論を考える時- 5次元時空以外の空間)余剰次元+は、我々のエネルギースケールでは観測出来ないほど小さくなっていると考える/これをコンパクト化と呼ぶ/コンパクト化の方法は- どのような多様体に余剰次元をコンパクト化させるか様々なものがあるが- 本研究では 6次元時空の 6次元方向を  $S^1$  コンパクト化)円周に丸め込む+した理論を考える/

最もシンプルな 6次元 N kol px tl k時空を  $S^1$  コンパクト化した 5次元 N kol px tl k時空での理論)  $M^4 \times S^1$  + を考えていく/ Mpsfou<sup>-</sup> 添字については 6次元時空の添字を  $M, N \in \{1, 2, 3, 4, 6\}$  とし- 4次元時空の添字を  $\mu, \nu \in \{1, 2, 3, 4\}$  とする/また- この節では N kol px tl k計量は  $\eta_{MN} \in \{e, kh\} = \{2, , 2, , 2, , 2, , 2\}$  と定義する/線素は

$$ds^2 = \eta_{MN} dx^M dx^N + \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad dy^2 \quad (4/23+)$$

<sup>1)</sup>一般に繰り込み理論に関しての現在の解釈は粗視化であり、繰り込み可能性、繰り込み群、ゲージ結合定数のランニング、漸近的自由性、などの場の量子論にとって大変興味深い話が展開されるが、ここでは発散量の相殺に着目して話を進める。

であり- この座標系で  $y$  を余剰次元として周期  $L$  で  $S^1$  コンパクト化させる / 境界条件は

$$y \approx y + L \tag{4/24+}$$

である / 図3では- 6次元時空の余剰次元コンパクト化イメージを載せた / 赤い円はコンパクト化されている余剰次元空間を表している /  $y$  方向に広がっていた時空が円周に丸まっていて- 我々の世界からは観測されないくらい小さいものであり- コンパクト化された後の余剰次元は5次元時空の各点に乗っていると考える /

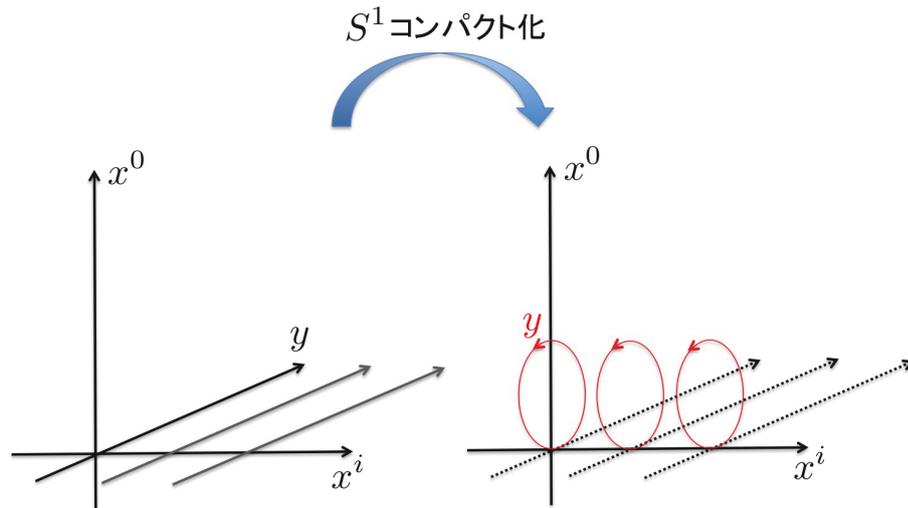


図 3=6次元時空の  $S^1$  コンパクト化イメージ

時空上で場の理論を考えた時には- 一般にコンパクト化による境界条件から場のフーリエ展開)モード展開またはカルーツァ.クライン)  $L$  展開と呼ぶ+が考えられ-

$$D \text{次元の場} \approx \text{無限個の } D-2 \text{次元の場の重ね合わせ}$$

が得られる / 高次元の場をコンパクト化させ低次元の場を得ることでどのような物理が考えられるのか見ていこう /

### 3.2.1 作用

まず- 例として質量1の自由な6次元実スカラー場  $\phi(x^\mu, y)$  の  $S^1$  コンパクト化について考えてみる / 作用は

$$S_{5D \text{ scalar}} = \int d^5x \left[ \frac{1}{2} \partial_M \phi(x^\mu, y) \partial^M \phi(x^\mu, y) + \frac{1}{2} \partial_y \phi(x^\mu, y) \partial_y \phi(x^\mu, y) + \frac{1}{2} \phi(x^\mu, y) \phi(x^\mu, y) \right] \tag{4/25+}$$

で与えられる / 背景時空は  $N$  次元時空を考えると-  $y$  を余剰次元として周期  $L$  で  $S^1$  コンパクト化させる /  $y \approx y + L$  の境界条件より-

$$\phi(x^\mu, y) = \sum_n e^{i n y / L} \phi_n(x^\mu) \tag{4/26+}$$

である/境界条件を課したことにより-6次元実スカラー場  $\phi(x^\mu, y)$  を  $L$  展開出来る-

$$\phi(x^\mu, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi^{(n)}(x^\mu) e^{i \frac{2\pi n}{L} y} \quad (4/27+)$$

となる/ここで  $\phi^{(n)}(x^\mu)$  は5次元実スカラー場である/ $L$  展開した6次元スカラー場を作用に代入すると-

$$S_{5D \text{ scalar}} = \int d^4x \int_0^L dy \left[ \partial_M \phi^{(n)}(x^\mu) e^{i \frac{2\pi n}{L} y} \right]^2 - \frac{1}{2} \int d^4x \left[ \partial_\mu \phi^{(n)}(x^\mu) + \partial^\mu \phi^{(-n)}(x^\mu) \right]^2 - \frac{3\pi}{L} \int d^4x \left[ \phi^{(n)}(x^\mu) \phi^{(-n)}(x^\mu) \right] \quad (4/28+)$$

となる/ここで-6次元スカラー場が実場であるので- $n \neq 1$  のモード)ノンゼロモードと呼ばれる+に関して  $\phi^{(-n)}(x^\mu) = \phi^{(n)*}(x^\mu)$  という関係が成り立ち- 結局

$$S_{4D} = \int d^4x \left[ \frac{1}{2} \partial_\mu \phi^{(0)}(x^\mu) \partial^\mu \phi^{(0)}(x^\mu) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \partial_\mu \phi^{(n)}(x^\mu) + \partial^\mu \phi^{(n)*}(x^\mu) \right]^2 - \frac{3\pi n}{L} \left[ \phi^{(n)}(x^\mu) \phi^{(n)*}(x^\mu) \right] \right] \quad (4/28+)$$

という作用が得られる/ )4/28+の3行目の “ $\times$ ” の中の第2項目は5次元複素スカラー場の運動項- 第3項目は5次元複素スカラー場の質量項)LL 質量項+となっており- 質量1の6次元実スカラー場の理論から  $S^1$  コンパクト化により LL 質量を持った5次元複素スカラー場の理論が導かれたと見なせる/これはコンパクト化された余剰次元空間が対局的  $U(2)$  対称性を担う内部空間になったと考えれば非常に面白い/

また LL 質量について考える/一般にフーリエ展開で現れる  $e^{ikx}$   $k$  =波数,  $x$  =波の進行方向+は波を表しているので-  $e^{i \frac{2\pi n}{L} y}$  は  $y$  方向)余剰次元方向+に波数  $\frac{2\pi n}{L}$  で進行してる波と見なせる/ここで  $x$  方向の運動量  $P$  と波数  $k$  の関係は  $P = \hbar k \simeq P = \hbar \frac{2\pi n}{L}$  であることから-  $\frac{2\pi n}{L}$  は余剰次元方向の運動量であり- LL 質量は

$$m_{KK} = \frac{3\pi n}{L} \quad (4/29+)$$

であるので- LL 質量は余剰次元方向の運動量そのものであることが分かる/ $n$  は無限個のモードを表しており- 結局コンパクト化により- 余剰次元方向の運動量が  $n = 1$  から  $n = \infty$  の質量スペクトルを生み出しているのである/しかしながら- 実際に5次元時空で観測される理論は  $n = 1$  のモード)ゼロモードと呼ばれる+である/それは  $n = 2$  のモード)第2LL モードと呼ばれる+を考えた時に5次元の LL 質量は

$$m_{1st KK} = \frac{3\pi}{L} \quad (4/2: +)$$

であり- コンパクト化された空間について例えば  $L$  を  $10^{-16}$  m にすると-  $m_{KK}$  は  $10^{-16}$  m 質量で与えられ- 我々の住むエネルギースケールよりも遥かに高いエネルギーを与えない限り生成されないため存在が確認出来ていないと考えられる/

次に6次元  $U(2)$  ゲージ場  $A_M(x^\mu, y)$  を  $S^1$  コンパクト化させることを考えてみよう/一般に- 高次元の場がコンパクト化されて低次元の場になると- 元々の場よりも低いスピンの場を作り出すことが特徴として知られている/ 図4は6次元ゲージ場の  $S^1$  コンパクト化イメージ/

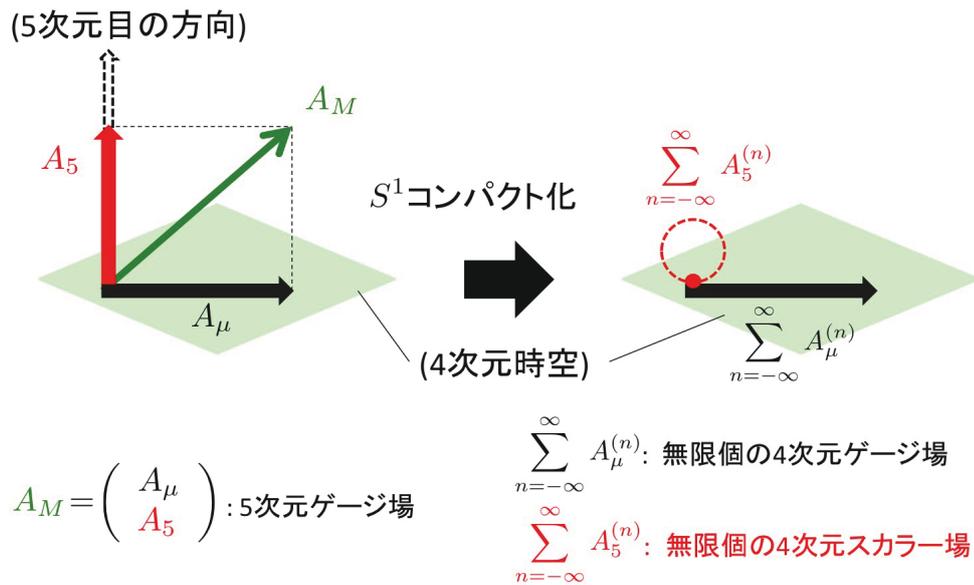


図 4=6次元ゲージ場の  $S^1$  コンパクト化イメージ

6次元  $U(2)$  ゲージ理論の作用は

$$S_{5D \text{ gauge}} = \frac{2}{5} \int d^5x F^{MN} F_{MN} \tag{4/31+}$$

で与えられる/ここで-

$$F_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M$$

である/作用は-

$$S_{5D \text{ gauge}} = \frac{2}{5} \int d^5x \left[ F^{MN} F_{MN} + \partial^\mu A^5 \partial_\mu A_5 + \partial^5 A^\mu \partial_\mu A_5 + \partial^\mu A^\nu \partial_\nu A_\mu + \partial^\mu A^5 \partial_\mu A_5 + \partial^5 A^\mu \partial_\mu A_5 \right]$$

と展開出来る/先ほどと同様に  $y$  を余剰次元として周期  $L$  で  $S^1$  コンパクト化させると  $L$  展開は

$$A_\mu(x^\mu, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_\mu^{(n)}(x^\mu) e^{i \frac{3\pi n}{L} y} \tag{4/32+}$$

$$A_5(x^\mu, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_5^{(n)}(x^\mu) e^{i \frac{3\pi n}{L} y} \tag{4/33+}$$

で与えられるので- 結局

$$S_{4D} = \int d^4x \left[ \frac{2}{5} F^{\mu\nu(0)} F_{\mu\nu}^{(0)} + \frac{2}{3} \partial^\mu A_5^{(0)} \partial_\mu A_5^{(0)} \right] + 3 \sum_{n=1}^{\infty} \int d^4x \left[ \frac{2}{5} F^{\mu\nu(n)} F_{\mu\nu}^{*(n)} + \frac{5\pi^2 n^2}{3L^2} A^{\mu(n)} A_\mu^{*(n)} + \frac{2}{3} \partial^\mu A_5^{(n)} \partial_\mu A_5^{*(n)} + \frac{i\pi n}{L} A_\mu^{*(n)} \partial^\mu A_5^{(n)} + A^{\mu(n)} \partial_\mu A_5^{*(n)} \right]$$

となる/ また5次元時空において  $A^5, A_5$  はスカラー量であることから

$$A^5 A A_5 \leq \varphi \quad )4/34+$$

とすると-

$$S_{4D} A \left[ d^4 x \right] \left\{ \frac{2}{5} F^{\mu\nu(0)} F_{\mu\nu}^{(0)} - \frac{2}{3} \partial^\mu \varphi^{(0)} \partial_\mu \varphi^{(0)} \right\} \\ , 3 \prod_{n=1}^{\infty} \left[ d^4 x \right] \left\{ \frac{2}{5} F^{\mu\nu(n)} F_{\mu\nu}^{*(n)} - \frac{5\pi^2 n^2}{3L^2} A^{\mu(n)} A_\mu^{*(n)} \right. \\ \left. - \frac{2}{3} \partial^\mu \varphi^{(n)} \partial_\mu \varphi^{*(n)} , \frac{i\pi n}{L} A_\mu^{*(n)} \partial^\mu \varphi^{(n)} - A^{(n)\mu} \partial_\mu \varphi^{*(n)} \right\} \quad )4/35+$$

という作用が得られる/ )4/35+の3行目と4行目の“ $\times$ ”の中の第2項目は5次元複素ベクトル場の運動項-第3項目は5次元複素ベクトル場の質量項-第4項目は5次元複素スカラー場の運動項-第5項目はそれぞれの場の相互作用項となっている/ またゼロモードだけを取り出すと)我々のエネルギースケール+  $A_M^{(0)} x_\mu + A_M^{*(0)} x_\mu$  +なので

$$S_{4D}^{(n=0)} A \left[ d^4 x \right] \left\{ \frac{2}{5} F^{(0)\mu\nu} F_{\mu\nu}^{(0)} - \frac{2}{3} \partial^\mu \varphi^{(0)} \partial_\mu \varphi^{(0)} \right\} \quad )4/36+$$

が導かれる/ 第2項は5次元  $U(2)$ +ゲージ場-第3項は5次元実スカラー場となっている/

最後に6次元重力場  $g_{MN} x^\mu, y$  +についての  $S^1$  コンパクト化も考えてみる/ 6次元重力理論の作用は

$$S_{5Dgravity} A \left[ d^5 x \sqrt{g_5} \frac{2}{27\pi G_5} \dot{R}_5 , \quad )4/37+$$

で与えられる/ ここで-

$$\dot{R}_5 \leq \dot{g}^{MN} \dot{R}_{MN} A \dot{R}_M^M A \dot{R}_\mu^\mu , \dot{R}_5^5 A \dot{g}^{MN} \dot{R}_{M\mu N}^\mu , \dot{g}^{MN} \dot{R}_{M5N}^5 \\ A \dot{g}^{\rho\sigma} \dot{R}_{\rho\mu\sigma}^\mu , 3\dot{g}^{\rho 5} \dot{R}_{\rho\mu 5}^\mu , \dot{g}^{55} \dot{R}_{5\mu 5}^\mu , \dot{g}^{\rho\sigma} \dot{R}_{\rho 5\sigma}^5 , \\ \dot{R}_{MLN}^K \leq \dot{g}^{KQ} \dot{R}_{QMLN} A \partial_N \dot{K}_{ML} - \partial_L \dot{K}_{MN} , \dot{K}_{PN} \dot{P}_{ML} - \dot{K}_{PL} \dot{P}_{MN} , \\ \dot{K}_{LM} \leq \dot{g}^{PK} \dot{P}_{PLM} A \dot{g}^{PK} \frac{2}{3} \partial_M \dot{g}_{PL} , \partial_L \dot{g}_{PM} - \partial_P \dot{g}_{KL} + , \\ \dot{g}_5 \leq e f \dot{g}_{MN} ,$$

$G_5$  は6次元ニュートン定数である/ 6次元重力場  $g_{MN}$  と逆行列  $g^{MN}$  は-

$$\dot{g}_{MN} A \Psi^{-\frac{1}{3}} \left( \begin{array}{cc} g_{\mu\nu} , & A_\mu A_\nu \Psi \\ A_\nu \Psi & \Psi \end{array} \right) \left[ , \dot{g}^{MN} A \Psi^{\frac{1}{3}} \right) \left( \begin{array}{cc} g^{\mu\nu} & A^\mu \\ A^\nu & \Psi \end{array} \right) \left[ \quad )4/38+$$

で与えるので- 6次元重力場には5次元重力場  $g_{\mu\nu}$ - 5次元  $U(2)$ +ゲージ場  $A_\mu$ - 5次元スカラー場  $\Psi$  が含まれている/ LL 展開は-

$$\dot{g}_{MN} x^\mu, y + A \prod_{n=-\infty}^{\infty} \dot{g}_{MN}^{(n)} x^\mu + e^{i\frac{2\pi n}{L} y} \quad )4/39+$$

であり- 実際-)4/37+から5次元のゼロモードの作用を求めると-

$$S_{4D}^{(n=0)} A \left[ d^4 x \frac{\nabla}{g} \frac{2}{27\pi G} \right] \left\{ R^{(0)} - \frac{2}{5} g^{(0)\mu\rho} g^{(0)\nu\sigma} F_{\mu\nu}^{(0)} F_{\rho\sigma}^{(0)} - \frac{2}{7} g^{(0)\mu\nu} \frac{\partial_\mu \Psi^{(0)} \partial_\nu \Psi^{(0)}}{\Psi^{(0)2}} \right\} \quad )4/3: +$$

となる /  $G$  は 5次元ニュートン定数  $G = G_5/L + R^{(0)}$  は  $g_{\mu\nu}^{(0)}$  で書かれるスカラー曲率  $F^{(0)}$  は  $A_\mu^{(0)}$  の場の強さである / これは 6次元重力理論から 5次元重力理論- 5次元マックスウェル理論- 5次元スカラー理論が導かれたとみなすことが出来る / また- このスカラー場  $\Psi$  は余剰次元の大きさを決めるスカラー場である / いま- 無限小線素は-

$$ds^2 = g_{MN} dx^M dx^N = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + 3A_\mu \Psi^{2/3} dx^\mu dx^\mu dy + \Psi^{2/3} dy^2 \tag{4/41}$$

で与えられる / 6次元方向に着目すると- 物理的な長さは計量の余剰次元スカラー成分  $\Psi$  に依っていることが分かる /  $1 \geq y \geq L$  であるから 6次元目の方向の円周は

$$L_{\text{phys}} = \int_0^L dy \sqrt{g_{55}} = \int_0^L dy \Psi^{1/3} = L \Psi^{1/3} \tag{4/42}$$

である / 物理的な円周の長さ  $L_{\text{phys}}$  は  $\Psi$  の真空期待値  $\langle \Psi \rangle$  と任意のパラメータ  $L$  によって決まり-  $\langle \Psi \rangle$  は有効ポテンシャル  $V(\Psi)$  で決まる / 従って余剰次元方向の大きさを決めるスカラー場  $\Psi$  は Sabelko と呼ばれる /

以上のように- コンパクト化によって 6次元場の理論から 5次元の場の理論が現れることが分かる / つまり- 5次元のいくつかの場は- 6次元では 2つの統一された場として扱えるのである /

ここまでは古典レベルでの議論を展開したが- コンパクト化した後のスカラー場を背景場として有効ポテンシャルが計算出来る / つまり- 量子効果の影響が議論出来る / 次節では- 量子補正について述べ- また 5次元スカラー理論で出てきた微調整問題について再考していこう /

### 3.2.2 微調整問題へのアプローチ

6次元ゲージ理論は- 量子補正により  $A_5$  に関するポテンシャルが生成されることが知られている “- 33-34-35 / 今- 6次元  $U(1)$  ゲージ場  $A_M(x^\mu, y)$ , 質量  $\mu$  の  $U(1)$  荷電マター場  $\psi(x^\mu, y)$  の理論を考えてみる / 作用は-

$$S_{5\text{DQED}} = \int d^5x \left[ \frac{2}{5} F^{MN} F_{MN} - \frac{1}{2} (\partial_M \psi - i g'_5 A_M \psi)^2 \right] \tag{4/43}$$

で与えられる / ここで-

$$F_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M, \quad D_M \psi = (\partial_M - i g'_5 A_M) \psi$$

$g'_5$  は 6次元ゲージ結合定数であり- 5次元ゲージ結合定数  $g'_4$  との関係はコンパクト化された空間の円周の長さ  $L$  を用いて  $g'_5 = \sqrt{L} g'_4$  である / ガンマ行列  $\gamma_M$  は

$$\gamma_M = \gamma_5 \gamma_{MN} \tag{4/44}$$

を満たす / 余剰次元方向を周期  $L$  で  $S^1$  コンパクト化させると- 場の LL 展開はそれぞれ

$$A_M(x^\mu, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_M^{(n)}(x^\mu) e^{i \frac{2\pi n}{L} y} \tag{4/45}$$

$$\psi(x^\mu, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi^{(n)}(x^\mu) e^{i \frac{2\pi n}{L} y} \tag{4/46}$$

であるので、)4/43+をLL展開してゼロモードだけ取り出すと-

$$S_{4D}^{(n=0)} \int d^4x \left[ \frac{2}{5} F^{(0)\mu\nu} F_{\mu\nu}^{(0)} - \frac{2}{3} \partial^\mu A_5^{(0)} \partial_\mu A_5^{(0)} - \frac{1}{2} \psi^{(0)} \gamma^\mu \partial_\mu \psi^{(0)} - i g_4' A_\mu^{(0)} \left( g_4'^5 A_5^{(0)} - \mu \sqrt{\psi^{(0)}} \right) \right] \quad )4/47+$$

であり、5次元スカラー場  $A_5^{(0)}$  はポテンシャルを持たないことが分かる/

いま、前節とは異なり5次元スカラー場  $A_5^{(0)}$  に対しての有効ポテンシャルを計算していく/6次元ゲージ場の第6成分のゼロモード  $A_5^{(0)}$  に真空期待値を持たせ

$$A_5^{(n)} = \langle A_5^{(0)} |, \quad \ddot{A}_5^{(n)} = \frac{\theta}{g_4' L}, \quad \ddot{A}_5^{(n)} \quad )4/48+$$

で与えられる展開を考える/  $\ddot{A}_5$  は量子揺らぎ、 $\theta$  は古典場  $\langle A_5^{(0)} |$  から得られる  $\theta = g_4' \int d^4y \langle A_5^{(0)} |$  であり、ウィルソンライン位相  $X = \exp(i \int \ddot{A}_5)$  と呼ばれる物理量である/

この  $X = \exp(i \int \ddot{A}_5)$  に対しての2loopポテンシャルを計算する/いま、5次元ゲージ場は  $\theta$  と相互作用しないため、5次元  $U(1)$  荷電マター場の loop からポテンシャルは生成される/生成関数は-

$$Z[A] = \int \prod_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{O}[\psi^{(n)}] \mathcal{O}[\psi^{(n)}] \left( \prod_{n=-\infty}^{\infty} \int d^4x \psi^{(n)} \left[ \mu \partial_\mu - \frac{3\pi n \theta}{L} \right] \psi^{(n)} \right) \quad )4/49+$$

であり、有効ポテンシャルは-

$$V(\theta) = \frac{1}{\text{Vol}} \ln Z[A] = \frac{1}{\text{Vol}} \ln \left( \prod_{n=-\infty}^{\infty} \int d^4k_E \left[ \frac{3\pi n \theta}{L} \right]^2 \right) \quad )4/50+$$

で与えられる/ここからゼータ関数正則化を用いて計算を進める/  $V(\theta)$  は

$$V(\theta) = \frac{1}{\text{Vol}} \ln \zeta_{D^2+\mu^2}(s) \quad )4/51+$$

$$\zeta_{D^2+\mu^2}(s) = \int \prod_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{d^4k_E}{(2\pi)^4} \right] k_E^2 \left( \frac{3\pi n \theta}{L} \right)^2 \quad )4/52+$$

という形で正則化され-

$$G(x_\mu, y, x'_\mu, y') = \int \prod_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{d^4k_E}{(2\pi)^4} \right] \frac{2}{L} e^{ik_E \mu (x_\mu - x'_\mu)} e^{i \frac{2\pi n}{L} (y - y')} e^{-[k_E^2 + \frac{2\pi n \theta}{L} + \mu^2] \tau} \quad )4/53+$$

を用いて、ゼータ関数  $\zeta_{D^2+\mu^2}(s)$  は-

$$\zeta_{D^2+\mu^2}(s) = \int_0^\infty d\tau \tau^{s-1} \int d^5x G(x_\mu, y, x'_\mu, y') \quad )4/54+$$

$$= \int_0^\infty d\tau \tau^{s-1} \int \prod_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{d^4k_E}{(2\pi)^4} \right] e^{-[k_E^2 + \frac{2\pi n \theta}{L} + \mu^2] \tau} \quad )4/54+$$

$$= \int_0^\infty d\tau \tau^{s-\frac{7}{2}} \prod_{k=-\infty}^{\infty} e^{-ik\theta - \frac{k^2 L^2}{4\tau} - \mu^2 \tau} \quad )4/54+$$

で与えられる/ここで-ポアソン和公式

$$\prod_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{2\pi}{L}n} = \frac{L}{3\pi} \prod_{k=-\infty}^{\infty} e^{-ik\theta - \frac{k^2 L^2}{4\tau}} \tag{4/55+}$$

を用いた/ $\mu^2 \tau A \tau'$ として積分を行い-ベッセル関数

$$K_\nu(z) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{du}{u} u^{-\nu-1} e^{-u - \frac{z^2}{4u}} \tag{4/56+}$$

を用いると- )4/54+は

$$\zeta_{D^2+\mu^2}(s+A) = \frac{5}{5\pi^3} \left( \frac{\nabla \bar{\pi} L}{s+} \right) \left\{ 3 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{k^2 L^2}{5\mu^2} \left[ \frac{s-\frac{5}{4}}{2} \right] \right) \right\} \frac{2}{\mu^2} \left[ \frac{s-\frac{5}{2}}{2} \right] \frac{6}{3} + \dots \tag{4/57+}$$

と変形される/よって- $K_{\frac{5}{2}}(z) A K_{-\frac{5}{2}}(z)$ を用いて-

$$\zeta'_{D^2+\mu^2}(1+A) = \frac{9}{5\pi^3} \left( \frac{\nabla \bar{\pi} L}{s+} \right) \left\{ \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{k^2 L^2}{5\mu^2} \left[ \frac{s-\frac{5}{4}}{2} \right] \right) \right\} \left\{ \frac{\mu^2}{3\pi^2 L^2} \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^3} \right\} \dots \tag{4/58+}$$

となり-

$$V(\theta) = \frac{4}{\pi^2 L^4} \prod_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{2}{k^5}, \frac{\mu L}{k^4}, \frac{\mu^2 L^2}{4k^3} \right\} e^{-\mu k L} \dots \tag{4/59+}$$

という有限なポテンシャルが得られる/ )4/59+は-量子効果によって生成された5次元スカラー場  $A_5^{(0)}$  のポテンシャルであり-古典レベルではポテンシャルを持っていなかった  $A_5^{(0)}$  が-量子レベルでは  $U(2)$  荷電マター場の 2.mppq を通じてポテンシャルが生成されたことを意味する/この計算結果は-図5のファイマン図に対応しており-荷電マター場が存在しない時はポテンシャルは生成されない/また  $S^1$  コンパクト化が破れる極限  $L \simeq \nabla$  において-確かにポテンシャルは1となることが分かる/

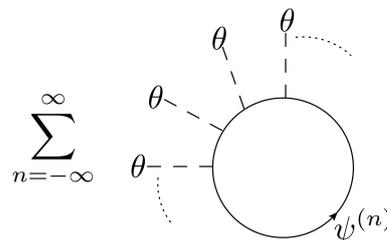


図 5= $\theta$  に対しての  $U(2)$  荷電マター場の 2.mppq ダイアグラム/

以上の議論から-荷電マター場は真空エネルギーを再定義し直した役割を担っていると考えられる/古典レベルではポテンシャルが1であったが-マター場の mppq 効果により真空エネルギーに変化が生じたと解

積することが出来- これは境界条件を課したことにより有限量としての真空エネルギーを評価しているの  
で- カシミールエネルギーの計算に相当している<sup>2)</sup>

微調整問題の議論に戻ろう /  $A_5^{(0)}$  の質量の3乗は- )4/59+から

$$\frac{\partial^2}{\partial |A_5^{(0)}|^2} V \Big|_{\theta=g'_4 L(A_5^{(0)})=\pi} + \left( \frac{4g_4'^2}{\pi^2 L^2} \prod_{k=1}^{\infty} \frac{dg_4' L}{k^3} \right) A_5^{(0)} \Big|_{A_5^{(0)}=\pi/(g_4' L)} \propto \frac{4g_4'^2}{\pi^2 L^2} \quad )4/5: +$$

で与えられ- 繰り込みの必要が無い有限な質量が求まる )簡単のためマター場の質量を  $\mu A_1$  とした+ この結果は )4/47+からも分かるように-  $A_5^{(0)}$  は6次元ゲージ場  $A_M$  の余剰次元成分であった名残により- 6次元ゲージ対称性によって古典レベルにおいて質量項が禁止されていたこと- 及び )4/59+の量子補正が有限に求まったことに起因する/

この )4/5: +をスカラー場の質量に関する微調整問題の視点から考えてみる / 4/2/3節で見たように- 量子補正を含めて I khht 場の質量を議論する際は )4/22+から- P)21<sup>30</sup>+もの巨大な数値の引き算により P)211<sup>2</sup>+の数値を導く必要があった/ しかしながら- )4/5: +は量子補正を含め有限な値として求まっているために- 巨大な数値を引き算する必要など無いことが分かる/ 実際-  $A_5^{(0)}$  を I khht 場と見なす場合- 5次元ゲージ結合定数  $g_4'$  とコンパクト化円周の長さ  $L$  から質量が求まり- これは微調整問題の解決に対する高次元理論的アプローチ「ゲージ・ヒッグス統一模型」として知られる<sup>3)</sup> 35- 37- 36- 38- 39/

今回は- 微調整問題に対しての高次元ゲージ理論のアプローチに焦点を当て- 高次元ゲージ場の余剰次元スカラー成分に対してのポテンシャルを計算出来ることを確認した/ 一方- 高次元重力理論においても- 高次元重力場の余剰次元スカラー成分に対するポテンシャルを計算出来ることが知られている (8- 9- 3: )高次元重力理論の計算は )5/21+式や付録 D 参照+ 高次元ゲージ理論から得られるスカラーポテンシャルと高次元重力理論から得られるスカラーポテンシャルは性質が非常に異なる/

<sup>2)</sup>元々のカシミール効果は真空中に置かれた電極板間に極板間引力が働くことであるが、広義の意味では、境界条件によって真空エネルギーに変化が生じることの総称である。高次元理論に基づき4次元1-loop有効ポテンシャルを計算することは、正しくカシミールエネルギーを計算していることになる。高次元の場合は、4次元場の無限個のモード(KKモード)の重ね合わせで表現される。コンパクト化によって周期的境界条件を課すと、モードごとのゼロ点振動がゼロ点エネルギー(真空エネルギー)を持つことになり、各モードのゼロ点エネルギーの和が4次元有効ポテンシャルに対応しているのである。ゼロ点エネルギーは無限個のモードがあることにより無限大に発散してしまうが、エネルギーの変化自体(輻射補正)は有限量として評価出来る(発散は取り除ける)。高次元ゲージ理論に基づく場合は、高次元ゲージ対称性のおかげで真空エネルギーへの輻射補正が有限量になっており、高次元重力理論に基づく場合は、高次元の一般座標変換不変性のおかげで輻射補正が有限量になっている。

<sup>3)</sup>SMのHiggs場と高次元ゲージ場の余剰次元成分とを正確に同一視するためにはゲージ群の表現を考える必要があるが、今はそこまでは立ち入らない。

## 4 高次元理論に基づいたインフレーションモデル

3β節で議論したように- 宇宙論では- インフレーションを考える際に量子効果を含めるとインフラトンポテンシャルの微調整問題が生じてしまう/ これはインフラトンがスカラー場であることが原因であり- 5次元のスカラー理論には量子効果を含めてポテンシャルをコントロール出来る対称性が無いためである/ 素粒子論における I khht 粒子の質量の微調整問題も- TN が I khht ポテンシャルをコントロールする対称性を持たないことが原因であった/ これまでの議論から- 素粒子論- 宇宙論の双方における微調整問題はスカラー理論に共通する問題であることが分かった/

高次元理論は- I khht 粒子の質量の微調整問題を解決する可能性があることを4章で議論した/ インフラトンポテンシャルの微調整問題も元々スカラー場特有の問題であるのならば- 高次元理論を用いて解決が可能ではないだろうか/ 実際- 高次元理論に基づくインフレーションモデルが近年提唱されている/ この章では- 6次元ゲージ理論に基づくインフレーションモデル- 6次元重力理論に基づくインフレーションモデル- 3つのモデルを紹介していく/

### 4.1 Extranatural インフレーション

O/Bsl bokI bn fe らは従来のインフレーションモデルに対して- 量子効果を考えた際のパラメータの fof.uvokh問題とポテンシャルの正当性の問題を明らかにし- Fyusbobuvsbmaインフレーションモデルによって解決できることを示した '23~/

彼らのモデルでは- インフラトンは高次元ゲージ場の余剰次元空間成分であり- 具体的にトイ )Upz+モデルとして5次元 RFE の  $S^1$  コンパクト化された理論の 2.ippq 有効ポテンシャルを考えている/ この場合- 4ββ節で見たようにインフラトンポテンシャルは X ktpo rlof qi btf の関数で与えられ- 質量1のボゾン)フェルミオン+ppq に対して

$$V(\phi) \sim \frac{4}{\pi^2 L^4} \prod_I \left( 2^{F_I} \prod_{k=1}^{\infty} \frac{dpt)kq\phi/f+}{k^5} \right) \quad (5/2+)$$

が得られる/ ここで-  $F_I$  は  $A_5$  と結合する電荷  $q$  を有するボゾン)フェルミオン+に対してそれぞれ  $F_I A 1)2+$  で与えられている/ また-  $A_5^{(0)}$  |  $A \phi$  とした/  $f$  は

$$f \sim \frac{2}{g_4 L} \quad (5/3+)$$

で与えられ-  $g_4$  を十分小さくとることによって- 換算プランク質量  $M_G$  より大きくとることができる/ 従ってスローロール条件が満たされるとき

$$g_4 L M_P \gg 2 \quad (5/4+)$$

である/ このモデルにおいて微調整問題をどのように解決できているのかを説明する/ 2+ポテンシャル )5/2+は量子効果により有限に得られたものであり- 繰り込みによる結合定数の微調整問題は生じない/

3+カオスのインフレーションのように高次の発散項は禁止される/ 高次項は元々の高次元ゲージ理論の局所ゲージ対称性によって生成されない/

4+量子重力の効果は- コンパクト化の半径を量子重力が寄与しない程度に大きくとれば良い/ 量子重力を無視できるスケールとして-

$$L \gtrsim 6M_P^{-1} \quad )5/5+$$

とするとコンパクト化スケールの下限が決まる/ スローロール条件は-

$$g'_4 \lesssim 21^{-2} \quad )5/6+$$

の場合に満たされる/ もし  $g'_4 L \rightarrow M_P$  であると- ポテンシャル)5/2+は2次の項が支配的になり-  $m_\phi^2 \phi^2$  のカオスのインフレーションに近似できるため- 3/2節の密度揺らぎの式からインフラトンの質量に対して

$$m_\phi \approx \frac{g'_4}{R} \approx 21^{13} \text{HfW} \quad )5/7+$$

という条件が課される/ またゲージ結合定数は)5/5+を用いて-

$$g'_4 \lesssim 21^{-5} \quad )5/8+$$

という条件を課さなければならない/

この Fyusbobuvsbm インフレーションモデルはインフラトンポテンシャルの微調整問題を解決する非常に優れたモデルであった/ しかしながら- ゲージ結合定数の値が非常に小さくなければならず)例えば- ゲージ結合定数の統一が実現するならば- 望まれる値は  $P)2+$  である+ この点に関しては満足のいくものでは無かった/

## 4.2 Radion インフレーション

前節では- 高次元ゲージ場を起源とするスカラー場を用いてインフレーションモデルを構築した Fy. usbobuvsbm インフレーションについて説明した/ 一方- スカラー場の起源が高次元ゲージ場以外にも存在することが知られており- 高次元計量- つまり高次元重力場からスカラー場が現れる/ 従って高次元重力場起源のスカラー場がインフラトンである可能性は非常に興味深い/ 具体的には- Upz モデルとしてマター場を含む6次元重力理論を  $S^1$  コンパクト化)  $M_4 * S^1$  +した理論を考える/ この時- 6次元作用は

$$S_{5D} A \left[ d^5 x \sqrt{g_5} \right] \frac{2}{27\pi G_5} \dot{R}_5, \quad (\Omega_i) \quad ig^{MN} \quad M / N \quad \mu \Omega_i \left\{, \quad )5/9+$$

で与えられる/ ここで-

$$/ N \leq \partial_N, \quad \frac{2}{3} \dot{\omega}_N^{ij} \sigma_{ij}, \quad )5/1+$$

$\frac{1}{2} \dot{\omega}_M^{ij} \sigma_{ij}$  はスピン接続-  $\mu$  はマター場の質量である/ このとき- レイディオンのゼロモード)  $\Psi^{(0)} | \leq \phi$  に関してのレイディオンポテンシャルは6次元重力場とマター場の 2.ippq 補正によって生じ- 付録 D から-

$$V) \phi + A \quad \frac{26\zeta)6+ 2}{5\pi^2} \frac{2}{L^4 \phi^2}, \quad aL\phi^{-1/3}, \quad b \quad )5/21+$$

$$, \quad c \frac{4}{\pi^2} \frac{2}{L^4 \phi^2} \left] M_{\mathfrak{g}} \right) e^{-L\mu\phi^{1/3}} \left( L\mu\phi^{1/3} M_{\mathfrak{g}} \right) e^{-L\mu\phi^{1/3}} \left( \frac{2}{4} L^2 \mu^2 \phi^{2/3} M_{\mathfrak{g}} \right) e^{-L\mu\phi^{1/3}} \left( \left\{ \right.$$

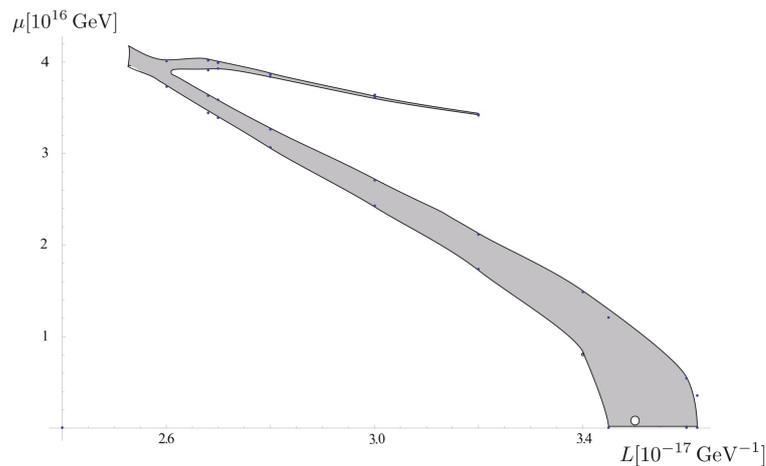


図 6=c A 3 の場合  $L$  と  $\mu$  のパラメータが取れる領域 )陰付きの部分+

で与えられる / モデルのパラメータは  $S^1$  コンパクト化の円周  $L$ -  $i$  個のフェルミオンに共通の質量  $\mu$ - フェルミオンの個数  $c$ - 6次元宇宙定数  $a$ - 5次元宇宙定数  $b$  である / インフレーションの条件を全て満たすようなパラメータ領域が存在するかを数値解析によって調べると- 例えば  $c$  A 3 の場合  $L$  と  $\mu$  のパラメータが取れる領域は- 図 6 の影付きの領域として表される / 白い円で表されている値は-

$$L \text{ A } 4.62 * 21^{-17} \text{HfW}^{-1}, \mu \text{ A } 2 * 21^{15} \text{HfW} \quad )5/22+$$

で- このパラメータの組み合わせを選ぶと- インフレーションの始まりと終わりのインフラトン場の値は- それぞれ

$$\phi_* \text{ A } 2.71 * 21^{19} \text{HfW}, \phi_e \text{ A } 2.87 * 21^{18} \text{HfW} \quad )5/23+$$

となる / またこの時- インフラトンの質量は

$$m_\phi \text{ A } 2.39 * 21^{14} \text{HfW} \quad )5/24+$$

であり- テンソルスカラー比は

$$r \text{ A } 2.3 * 21^{-3} \quad )5/25+$$

と求まり- 観測結果が矛盾無く再現されていることが分かる /

このモデルではパラメータの数は非常に少ないが- ポテンシャルの微調整なしにインフレーションのパラメータの観測結果を再現出来る / しかしながらインフレーションを実現させるために- 6次元時空上での一般座標変換不変性を破るような5次元宇宙項  $b$  を手で導入しており- この点に関して不自然さが残るモデルである /

この S belpo インフレーションや- 前節で紹介した Fytsbobuvsbm インフレーションのように高次元理論を考えると- 得られるポテンシャルは高次元の対称性のおかげで有限量であり- 微調整問題が生じない / そのようなポテンシャルを用いてインフレーションを起こすモデルを考えたならば- 量子効果を含み- かつポテンシャルの微調整問題が解決されたインフレーションモデルが作れると予想される /

## 5 5次元重力+ゲージ理論に基づくインフレーションモデル

ここからは- 本題である6次元重力, ゲージ理論に基づいたインフレーションに関して述べていく/ 6次元の重力場  $g_{MN}$  ( $M, N = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) + ゲージ場  $B_M$  ( $M = 1, 2, \dots, c_1$ ) + 中性マター場  $\Omega_l$  ( $l = 1, 2, \dots, c_1$ ) +  $c_2$  個の  $U(1)$  荷電マター場  $\psi_i$  ( $i = 1, 2, \dots, c_2$ ) を用いた6次元理論を考える/  $S^1$  コンパクト化を用いて2次元の計算により-  $\chi$  (6次元重力場の第6成分のゼロモード  $g_{55}^{(0)}$  +  $\chi$ ) と  $\varphi$  (6次元ゲージ場の第6成分のゼロモード  $B_5^{(0)}$ ) に対する5次元スカラーポテンシャルを導いた (2/5章で紹介したように- 過去には高次元ゲージ理論によるインフレーションモデル (23) 高次元重力理論によるインフレーションモデル (24) が考えられているが- 不完全な部分もあった/ また  $\varphi$  のポテンシャルは周期的であるが-  $\chi$  のポテンシャルは周期的ではない/  $\chi$  と  $\varphi$  の両方を考えた時- どのようなインフレーションモデルになるのか- またどちらがインフラトンの役割を担うのか/ これらを調べることで- インフレーションが高次元重力場と高次元ゲージ場のどちらに由来するかを評価する/

### 5.1 radion gauge-Higgs ポテンシャル

$U(1)$  荷電マターと中性マターを伴った- 6次元重力, ゲージ理論の作用は-

$$S_{5D} = S_{gr} + S_{ga} + S_{nm} + S_{cm} \quad (6/2)$$

で与えられる/ ここで- 重力セクター  $S_{gr}$ - ゲージセクター  $S_{ga}$ - 中性マターセクター  $S_{nm}$ - 荷電マターセクター  $S_{cm}$  はそれぞれ-

$$\begin{aligned} S_{gr} &= \frac{2}{27\pi G_5} \int d^5x \sqrt{g_5} \dot{R}_5, \\ S_{ga} &= \frac{2}{5} \int d^5x \sqrt{g_5} \dot{g}^{MP} \dot{g}^{NL} F_{MN} F_{PL}, \\ S_{nm} &= \int d^5x \sqrt{g_5} \dot{\Omega}_l \dot{g}^{MN} \partial_M \partial_N \Omega_l, \\ S_{cm} &= \int d^5x \sqrt{g_5} \dot{\psi}_i \dot{g}^{MN} \partial_M \partial_N \psi_i \end{aligned} \quad (6/3)$$

である/ また-  $\nabla_{ef} \sqrt{g_5} = \nabla_{ef} g_{MN}$ - 6次元重力場  $g_{MN}$  は

$$g_{MN} = \Psi^{-\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} g_{\mu\nu} & A_\mu A_\nu \Psi & A_\mu \Psi \\ A_\nu \Psi & \Psi \end{pmatrix} \quad (6/4)$$

という形で表示され- これを用いて

$$\sqrt{g_5} = \Psi^{-\frac{1}{3}} \sqrt{g_4} \quad (6/5)$$

となる/  $\dot{R}_5$  は6次元リッチスカラー-  $G_5$  は6次元ニュートン定数である/  $F_{MN}$  は  $B_M$  場の強さであり-

$$F_{MN} = \partial_M B_N - \partial_N B_M \quad (6/6)$$

である /  $c_1$  個の中性マター場  $\Omega_l$  と  $c_2$  個の  $U(2)$  荷電マター場  $\psi_i$  は各々全て同じ質量  $\mu$  と  $m$  を持つ / 共変微分  $\partial_N$  と  $D_N$  はそれぞれ

$$\begin{aligned} \partial_N &\leq \partial_N, \quad \frac{2}{3} \dot{\omega}_N^{ij} \sigma_{ij}, \\ D_N &\leq \partial_M \quad i g'_5 B_N, \quad \frac{2}{3} \dot{\omega}_N^{ij} \sigma_{ij} \end{aligned} \quad )6/7+$$

で定義される / ここで  $g'_5$  は 6 次元ゲージ結合定数 / ガンマ行列  $M$  は

$$\} M, \quad N \langle A \ 3g_{MN} \quad )6/8+$$

を満たす / 我々はコンパクト化として  $S^1$  コンパクト化を考え - その周期  $L$  を

$$L \ A \ 3\pi R \quad )6/9+$$

とする / この時 - 場の LL 展開はそれぞれ

$$\begin{aligned} g_{MN} & x^\mu, y+A \prod_{n=-\infty}^{\infty} \dot{g}_{MN}^{(n)} x^\mu + e^{i \frac{2\pi n}{L} y}, \\ B_M & x^\mu, y+A \frac{2}{L} \prod_{n=-\infty}^{\infty} B_M^{(n)} x^\mu + e^{i \frac{2\pi n}{L} y}, \\ \Omega_l & x^\mu, y+A \frac{2}{L} \prod_{n=-\infty}^{\infty} \Omega_l^{(n)} x^\mu + e^{i \frac{2\pi n}{L} y}, \\ \psi_i & x^\mu, y+A \frac{2}{L} \prod_{n=-\infty}^{\infty} \psi_i^{(n)} x^\mu + e^{i \frac{2\pi n}{L} y} \end{aligned} \quad )6/10+$$

となる / ここで  $y$  は  $S^1$  方向の座標である /

今 - 5 次元重力場  $g_{\mu\nu}$  の背景場  $\langle g_{\mu\nu}^{(0)} |$  は N kol px tl k 時空  $\langle g_{\mu\nu}^{(0)} |$   $A \ \eta_{\mu\nu}$  とする / その他の場のゼロモードは - 背景場として

$$\langle A_\mu^{(0)} | \ A \ 1, \quad \langle \Psi^{(0)} | \ A \ \chi, \quad \langle B_\mu^{(0)} | \ A \ 1, \quad \langle B_5^{(0)} | \ A \ \frac{\theta}{g'_4 L} \quad )6/21+$$

を持つ / ここで  $\chi$  は sbelkpo -  $\theta$  は X ktpo ikof qi btf で -  $\theta \ A \ g'_4 \int_0^L dy \langle B_5^{(0)} |$  であり 5 次元ゲージ結合定数は  $g'_4 \ A \ g'_5 / \sqrt{L}$  で与えられる / LL モードの背景場の値は 1 とする /

sbelkpo  $\chi$  と X ktpo ikof qi btf  $\theta$  に対する 2.mppq 有効ポテンシャルを求めると - 付録 D から

$$\begin{aligned} V(\chi, \theta) & A \prod_X V_{X\text{eff}} \ A \ 9V_{\text{eff}} \ 1, 1+ \quad 5 \prod_i V_{\text{eff}} \ m_i, q_\psi + \quad 5 \prod_l V_{\text{eff}} \ \mu_l, 1+ \quad )6/22+ \\ & A \quad \frac{7}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} M_{\mathfrak{F}} \ 2+ \\ & , \quad \prod_i \left[ \frac{4}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \text{Sf} \right] M_{\mathfrak{F}} e^{-L m_i \chi^{1/3}} e^{i q_\psi \theta} +, \quad L m_i \chi^{1/3} M_{\mathfrak{K}} e^{-L m_i \chi^{1/3}} e^{i q_\psi \theta} + \\ & , \quad \frac{2}{4} L^2 m_i^2 \chi^{2/3} M_{\mathfrak{F}} e^{-L m_i \chi^{1/3}} e^{i q_\psi \theta} \left\{ \right. \\ & , \quad \prod_l \left[ \frac{4}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \right] M_{\mathfrak{F}} e^{-L \mu_l \chi^{1/3}} +, \quad L \mu_l \chi^{1/3} M_{\mathfrak{K}} e^{-L \mu_l \chi^{1/3}} + \\ & , \quad \frac{2}{4} L^2 \mu_l^2 \chi^{2/3} M_{\mathfrak{F}} e^{-L \mu_l \chi^{1/3}} \left\{ , \quad \Phi^5 L \chi^{-1/3}, \quad \infty \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A \frac{7}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \zeta 6+ \\
& , c_1 \frac{4}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \left[ \prod_{k=1}^{\infty} \right] \frac{2}{k^5}, \frac{L\mu\chi^{1/3}}{k^4}, \frac{L^2\mu^2\chi^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kL\mu\chi^{1/3}} \left\{ \right. \right. \\
& , c_2 \frac{4}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \left[ \prod_{k=1}^{\infty} \right] \frac{2}{k^5}, \frac{Lm\chi^{1/3}}{k^4}, \frac{L^2m^2\chi^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kLm\chi^{1/3}} \text{dpt} \right] k\theta \left. \right\}, \Phi^5 L\chi^{-1/3}, \dots \\
& A \frac{7}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \zeta 6+ \\
& , c_1 \frac{4}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \left[ \prod_{k=1}^{\infty} \right] \frac{2}{k^5}, \frac{L\mu\chi^{1/3}}{k^4}, \frac{L^2\mu^2\chi^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kL\mu\chi^{1/3}} \left\{ \right. \right. \\
& , c_2 \frac{4}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \left[ \prod_{k=1}^{\infty} \right] \frac{2}{k^5}, \frac{Lm\chi^{1/3}}{k^4}, \frac{L^2m^2\chi^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kLm\chi^{1/3}} \text{dpt} \right] kg'_4 L\varphi \left\{ \right. \\
& , \Phi^5 L\chi^{-1/3}, \dots \qquad \qquad \qquad \left. \right\} 6/23+
\end{aligned}$$

となる/省略記号は紫外カットオフ  $\Phi$  に依存する定数の発散項である/

ファインマン図との対応を見てみると - )a≠6次元重力場  $g_{MN}$  から現れる- 5次元重力場  $h_{\mu\nu}$  とゴースト場  $c_\mu$ - 5次元ゲージ場  $A_\mu$  とゴースト場  $c$ - sbelqo 場  $\Psi$  の  $\chi$  への 2.mppq 補正- )b≠6次元ゲージ場  $B_M$  から現れる- 5次元ゲージ場  $B_\mu$  とゴースト場  $C$ - hbvhf.I khht 場  $B_5$  の  $\chi$  への 2.mppq 補正- )c≠中性マター場  $\Omega_l$  の  $\chi$  への 2.mppq 補正- )d≠U)2+荷電マター場  $\psi_i$  を通じて現れる  $\chi$  と  $\theta$  への 2.mppq 補正に相当する/

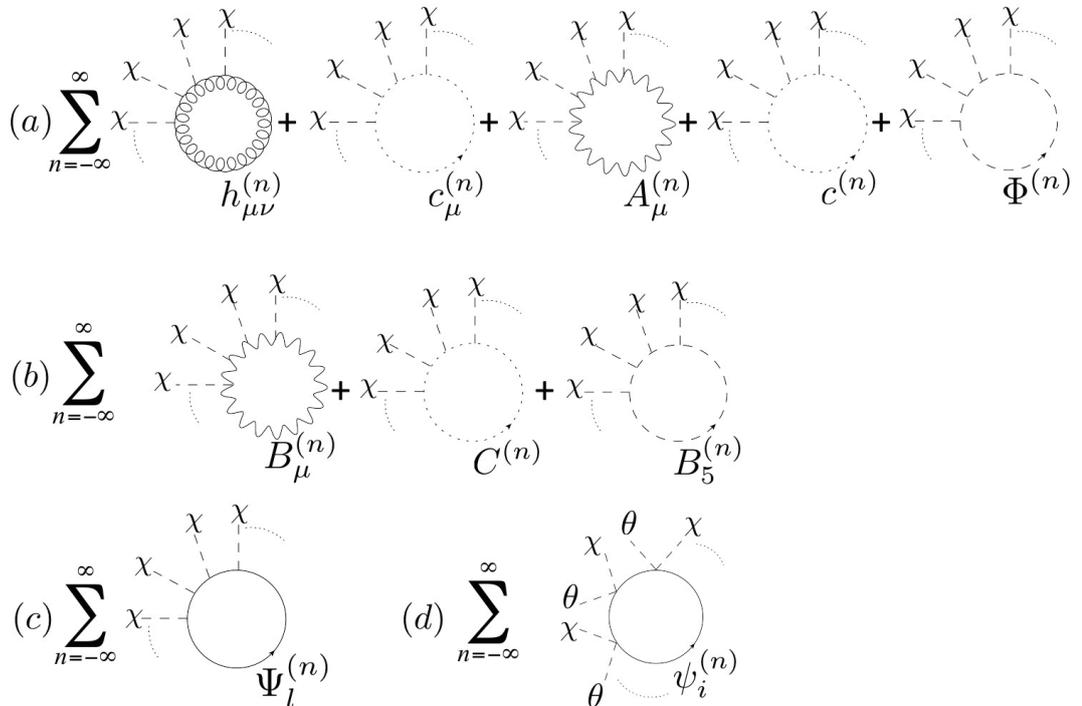


図 7=6次元重力場とそのゴースト場)  $c_\mu$  および  $c$ +6次元ゲージ場とそのゴースト場)  $C$ +中性マター場と  $U$ )2+荷電マター場の 2.mppq 図を表す/

## 5.2 ポテンシャルの安定性

前節では、6次元重力、 $U(2)$ ゲージ理論から、6次元重力場  $g_{MN}$  の余剰次元スカラー成分  $\chi$  と 6次元ゲージ場  $B_M$  の余剰次元スカラー成分  $\varphi$  に対しての 2.1ppq 有効ポテンシャル  $V(\chi, \varphi)$  を計算した。))6/23+参照+ スカラーポテンシャルを用いてインフレーションを議論する際の重要なことの 2 つに、ポテンシャルの安定性の議論がある。/ スローロールインフレーションモデルでは、インフラトンは最終的にポテンシャルの真空)最小値+で崩壊)ホットビッグバン+する必要がある。/ そのため、インフラトンポテンシャルは安定な真空を要求する。/ また、ポテンシャル  $V(\chi, \varphi)$  中の  $\chi$  は  $S^1$  コンパクト化スケールを決定するという役割を担っているため、 $\chi$  が有限な値を持たない限りコンパクト化スケールは決定しない。/ 安定性の議論は、インフレーションの解析とコンパクト化スケールの決定という 3 つの面で重要な意味を持つ。/ この節では、前節で導かれたポテンシャルの安定性に関して、中性マター場の役割がいかに関与しているかについて述べる。/  $S^1$  コンパクトを伴った 6次元重力、 $U(2)$ ゲージ理論のモデルでは、ポテンシャルが安定な真空を持つために、 $U(2)$ 荷電を持たない中性マター場が必要である。4.2^/

まず、 $\chi$  が非常に大きな値を持つ場合について、ポテンシャルの振る舞いを見ていく。/  $\chi$  の値が大きい場合、

$$e^{-L\mu\chi^{1/3}}, e^{-Lm\chi^{1/3}}, M_{\text{pl}} e^{-L\mu\chi^{1/3}} \gg M_{\text{pl}} e^{-Lm\chi^{1/3}} \gg 2 \quad (6/24+)$$

であるので、 $V(\chi, \varphi)$  は、

$$V(\chi, \theta) \approx \frac{7}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \zeta \quad (6/25+)$$

で近似される。

さらに、 $\chi \simeq \frac{4}{3} \frac{2}{\pi^2} \frac{2}{L^4} \zeta$  は  $\theta$  及び他のパラメータに関係なく 1 となる。/ これは、物理的な  $S^1$  の円周が  $L_{\text{phys}} \sim \chi^{1/3} L$  で与えられることから当然の結果であり、 $L_{\text{phys}} \simeq \frac{4}{3} \frac{2}{\pi^2} \frac{2}{L^4} \zeta$  で有効ポテンシャルは局所 6次元ゲージ対称性のために消えなければならない。

次に、 $\chi$  が小さい値を持つ場合のポテンシャルの振る舞いを見ていく。/ この場合、ポリログ関数は

$$M_{\text{pl}}^2 \left[ L\mu\chi^{1/3} + \alpha \zeta \right] \approx L\mu\chi^{1/3} \zeta \quad (6/26+)$$

$$M_{\text{pl}}^2 \left[ Lm\chi^{1/3} e^{i\theta} \right] \approx \left\{ \prod_{k=1}^{\infty} \frac{k L m \chi^{1/3} e^{ik\theta}}{k^n} \right\} \approx M_{\text{pl}} e^{i\theta} \approx L m \chi^{1/3} M_{\text{pl}} e^{i\theta} \quad (6/27+)$$

のように近似出来るので、ポテンシャルは

$$V(\chi, \theta) \approx \frac{4}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \left[ c_1 \left( 3 + \zeta \right) + \frac{3c_1}{4} L^2 \mu^2 \chi^{2/3} \zeta + \frac{c_1}{4} L^3 \mu^3 \chi \zeta + c_2 M_{\text{pl}} e^{i\theta} + \frac{3c_2}{4} L^2 m^2 \chi^{2/3} M_{\text{pl}} e^{i\theta} + \frac{c_2}{4} L^3 m^3 \chi M_{\text{pl}} e^{i\theta} \right] \quad (6/28+)$$

<sup>4</sup>ランドールサンドラム模型におけるポテンシャルの安定性の議論はいくつか研究されている [30, 31, 32].

となる/

$\chi$  の値が十分小さい場合- 質量に依存していない項  $(\zeta)6 + M_{\mathbf{k}_i} e^{i\theta} +$  が支配的であり-  $\chi \ll 1$  付近でのポテンシャルの振る舞いを決定する/ 以下では-  $\theta \ll 1$  と  $\theta \approx \pi$  の3つの場合について考えていく/

)  $\theta \ll 1$  の場合

この場合- ポリログ関数は  $M_{\mathbf{k}_i} e^{i\theta} + A M_{\mathbf{k}_i} (2 + A \zeta) n +$  として  $\zeta$  関数で書き表される/  $n > 2$  の時に  $(\zeta) n + > 1$  であり- ポテンシャルは

$$V(\chi, \theta \ll 1) \approx \left[ \frac{4}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \right] c_1, c_2 (3 + \zeta) 6 + \frac{3}{4} L^2 \chi^{2/3} c_1 \mu^2, c_2 m^2 (\zeta) 4 + \frac{2}{4} L^3 \chi c_1 \mu^3, c_2 m^3 (\zeta) 3 + \left\{ \right. \quad \left. \right\} \quad (6/29 +)$$

と近似され- ポテンシャル中の荷電マター場と中性マター場の振る舞いは共に引力として働く/  $\chi \gg 2$  では第2項目が支配的であるが- もしポテンシャルが  $c_1, c_2 < 3$  の状況では-  $V(\chi, \theta \ll 1) \approx -\chi$  となってしまう/ その場合- ポテンシャルの真空が定義出来ない問題が生じてしまい- インフレーションの解析は行えない/ よって- マターの個数として

$$c_1, c_2 \sim 4 \quad (6/2: +)$$

が要求される/ ここで  $c_1$  と  $c_2$  はそれぞれ中性マターと荷電マターの個数であったので1または正の整数である/

一方-  $L^3 m^3 \chi \propto 2$  となる時- 第3項目と第4項目が支配的になり-  $V(\chi, \theta \ll 1) < 1$  となるが- (6/2: +) の条件を満たす場合-  $\chi \gg 2$  付近で  $V(\chi, \theta \ll 1) \approx -\chi$  とならなければいけないため-  $V(\chi, \theta \ll 1)$  は真空を持つ/ 図8は-  $V(\chi, \theta \ll 1)$  の典型的な形を示すが確かに真空が存在する/ また- この結果は他の研究の結論とも一致している (8-9-3: )

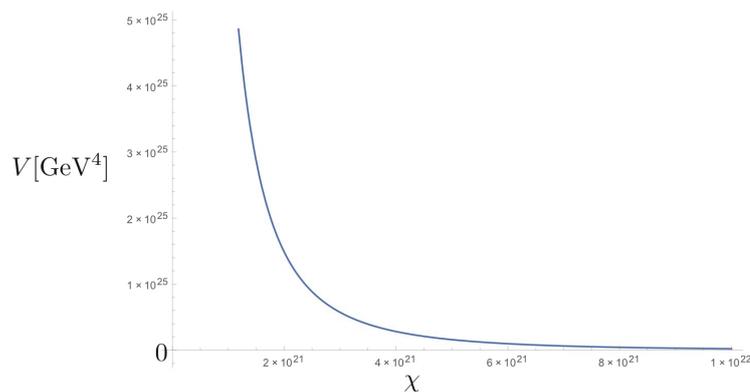


図8= $\theta \ll 1$  の場合で  $c_1 \approx 5, c_2 \approx 2, \mu \approx 2 \times 10^{10} \text{HfW}, m \approx 2 \times 10^{10} \text{HfW}, L \approx 2 \times 10^{-17} \text{HfW}^{-1}$  としたポテンシャル  $V(\chi, \theta \ll 1)$

)  $\theta \approx \pi$  の場合

この場合- ポリログ関数は次のように近似出来る-

$$M_{\mathbf{k}_i} e^{i\pi} + A M_{\mathbf{k}_i} (2 + A \zeta) n + 2, \frac{2}{3^n}, \frac{2}{4^n}, \frac{2}{5^n} \times \times \times A 3^{1-n} 2 [(\zeta) n + \quad \quad \quad] \quad (6/31 +)$$

表 2には  $n = 3 \sim 7$  での  $M_{\kappa}^{(n)}$  の値をまとめた/

表 2= $n = 3, 4, 5, 6, 7$  としたときの  $M_{\kappa}^{(n)}$  の値/

$n$	3	4	5	6	7
$M_{\kappa}^{(n)}$	1.933	1.: 1	1.: 58	1.: 7	1.: 97

$M_{\kappa}^{(n)}$  は負の値であるので-  $(6/28)$  の  $c_2$  に比例した項の符号を反転させ-

$$\begin{aligned}
 V(\chi, \theta) \approx & \left\{ \frac{4}{\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \right\} c_1^3 c_2^2 \chi^3 \zeta^6 + \\
 & \frac{3c_1}{4} L^2 \mu^2 \chi^{2/3} \zeta^4 + \frac{c_1}{4} L^3 \mu^3 \chi \zeta^3 + \\
 & , \frac{3c_2}{4} L^2 m^2 \chi^{2/3} \zeta^2 - 3^{-2} [\zeta]^4 +, \frac{c_2}{4} L^3 m^3 \chi \zeta^2 - 3^{-1} [\zeta]^3 + \dots \quad (6/32)
 \end{aligned}$$

と書き直せる/

今-  $c_1 = 1$  の場合- つまり中性フェルミオンが無い場合について考えてみる/ この時-  $c_2$  がどのような正の値であっても- ポテンシャルは  $V(\chi, \theta) \approx -\chi$  となる/ 図 9 には- 中性マター場が無い場合の  $V(\chi, \theta)$  の典型的な形を示したが- ポテンシャルの真空が定義出来ていないことが分かる/

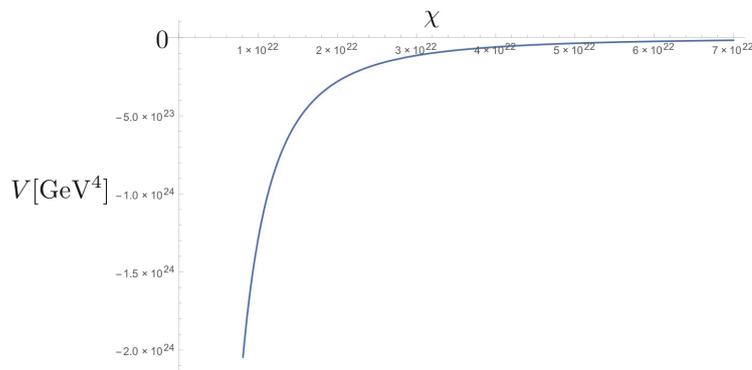


図 9= $\theta = 0$  の場合で  $c_1 = 1, c_2 = 5, m = 2 \times 10^{10} \text{HfW}, L = 2 \times 10^{-17} \text{HfW}^{-1}$  としたポテンシャル  $V(\chi, \theta)$ /

一方- 中性フェルミオンを導入した場合-

$$c_1 > 3, \quad c_2 \quad (6/33)$$

この条件の下で- ポテンシャルは有限な最小値を持つことが出来る/ この条件は-  $(6/32)$  の第 2 項目を正にするために与えられる/ また  $(6/33)$  が満たされるならば- 条件  $(6/2)$  は  $c_1, c_2 > 3, 3c_2 \sim 3$  より自動的に満たされていることが分かる/ 図: では-  $(6/33)$  を満たす有限な最小値を持つポテンシャルを示す/

ポテンシャル  $V(\chi, \theta)$  の  $\theta$  方向に関しての最小値を考えてみる/ ポテンシャル中で  $\theta$  に依存する項は-

$$S f M_{\kappa} e^{-Lm\chi^{1/3}} e^{i\theta} + A \prod_{k=1}^{\infty} \frac{d p t k \theta}{k^n} e^{-k L m \chi^{1/3}} \quad (6/34)$$

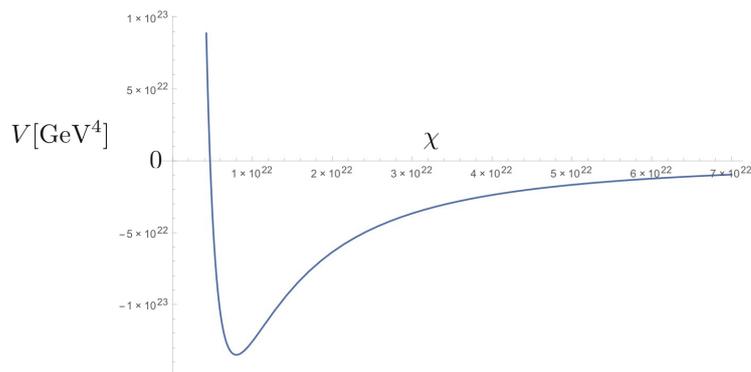


図 20:  $\theta = \pi$  の場合で  $c_1 = 5, c_2 = 2, \mu = 2 \times 10^{10} \text{HfW}, m = 2 \times 10^{10} \text{HfW}, L = 2 \times 10^{-17} \text{HfW}^{-1}$  としたポテンシャル  $V(\chi, \theta)$

である /  $\chi$  が一定の状況の下での  $\theta$  に関する最大値・最小値は、ポテンシャルの  $\theta$  微分を用いて表される / 今、(6/34) の  $\theta$  一階微分は、

$$\frac{d}{d\theta} \text{Sf}(M_n) e^{-Lm\chi^{1/3}} e^{i\theta} + A \prod_{k=1}^{\infty} \frac{tk \theta}{k^{n-1}} e^{-kLm\chi^{1/3}} \quad (6/35)$$

であり、 $\theta$  二階微分は、

$$\frac{d^2}{d\theta^2} \text{Sf}(M_n) e^{-Lm\chi^{1/3}} e^{i\theta} + A \prod_{k=1}^{\infty} \frac{d^2 \theta}{k^{n-2}} e^{-kLm\chi^{1/3}} \quad (6/36)$$

であるので、 $\theta = \pi$  の時に最大値、 $\theta = 0$  の時に最小値を持つことが分かる / つまり、ポテンシャルの安定性は  $\theta = \pi$  での  $V(\chi, \theta)$  の振る舞いを調べれば良いが、これは、 $c_1 > 3, c_2$  を満たす中性マター場の導入によりポテンシャルが安定な真空を持つことが分かっており、この時、 $\chi$  は有限な値を取る / 図 21 では、 $c_1 = 5, c_2 = 2, \mu = 2 \times 10^{10} \text{HfW}, m = 2 \times 10^{10} \text{HfW}, L = 2 \times 10^{-17} \text{HfW}^{-1}$  の時の安定なポテンシャル、図 22 では、 $c_1 = 1, c_2 = 5, m = 2 \times 10^{10} \text{HfW}, L = 2 \times 10^{-17} \text{HfW}^{-1}$  の時の不安定なポテンシャルの 4E グラフを示した /

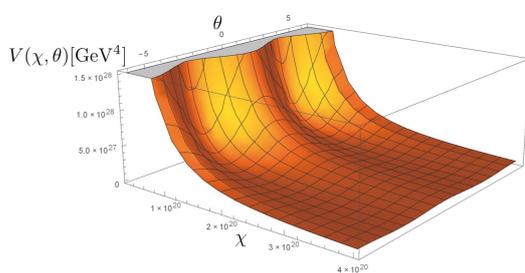


図 21=安定なポテンシャル

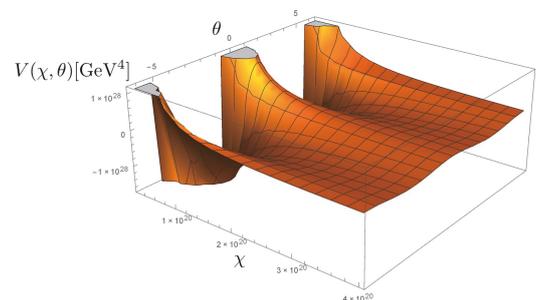


図 22=不安定なポテンシャル

図 21 から、 $\theta = \pi$  上にポテンシャルの最小値が存在していることが分かる /  $\chi$  の値とポテンシャルの最小値は  $\mu, m$  や  $L$  のパラメータに依存するが、 $\mu \simeq \nabla, m \simeq \nabla, L = 1, L = \nabla$  の場合を除いて、パラメータの値はポテンシャルの形状を大きくは変化させない /

これまで- 質量を持ったマター場を考えてきたが- 質量1のマター場の振る舞いも述べておく/ 質量1のマター場を考えると-  $k+\mu$   $A$   $m$   $A$   $1-$   $k+\mu$   $A$   $1-$   $m$   $A$   $1-$   $k+\mu$   $A$   $1-$   $m$   $A$   $1-$  の4つの状況があり-  $k+$  と  $k+$  の場合-  $V(\chi, \theta)$  は  $\mu, m$  以外のパラメータを自由に選んだとしても安定した最小値は得られない/ 一方-  $k+$  の場合-  $V(\chi, \theta)$  の条件が満たされているならば- ポテンシャルは安定した真空を持つ/

### 5.3 インフレーション解析

)6/23+で- 6次元の重力場-  $U(2)$ +ゲージ場- フェルミオン場を含んだ理論に基づいて 2.1ppq の計算により- 次の sbelkpo hbvhf.I khht ポテンシャルを導出した  $2^{\wedge}$ -

$$V(\chi, \varphi) = \frac{4}{\pi^2 \chi^2 L^4} \left[ 3\zeta(6) + c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^5}, r_m \frac{Lm\chi^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{L^2 m^2 \chi^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kr_m Lm\chi^{1/3}} \right. \right. \\ \left. \left. , c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^5}, \frac{Lm\chi^{1/3}}{k^4}, \frac{L^2 m^2 \chi^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kLm\chi^{1/3}} \right] \right] \right] \left( \frac{g_4'}{L} \right) \left( \frac{aL\chi^{-1/3}}{L} \right). \quad )6/37+$$

ここで-  $\chi$  は sbelkpo 場の値-  $\varphi$  は hbvhf.I khht 場の値-  $L$  は  $S^1$  コンパクト化の円周長-  $g_4'$  は 5次元ゲージ結合定数-  $c_1$  と  $c_2$  はそれぞれ質量  $\mu$  の中性フェルミオンと質量  $m$  の荷電フェルミオンの個数であり- 質量比を  $r_m = \mu/m$  とする/  $r_m$  を用いるのは- ポテンシャルに対する 3種類のマター場の振る舞いを  $e^{-kr_m Lm\chi^{1/3}}$  を通じて評価し易くするためである/ また-  $V(\chi, \varphi)$  の VWカットオフ  $\Phi$  を用いた発散項を取り除く相殺項として- 6次元宇宙項  $aL\chi^{-1/3}$  を導入した/

6/3節から-  $c_1 > c_2$ , 3の条件の時にポテンシャル  $V(\chi, \varphi)$  は最小値を持つ/  $V(\chi, \varphi)$  の最小値での  $\chi$  の真空期待値を  $\langle \chi \rangle$  とすると- 6次元の物理的な長さ  $L_{\text{phys}}$ - 物理的なマター場の質量  $m_{\text{phys}}$  と  $\mu_{\text{phys}}$  はそれぞれ

$$L_{\text{phys}} = L \langle \chi \rangle^{1/3}, \quad m_{\text{phys}} = m \langle \chi \rangle^{-1/6}, \quad \mu_{\text{phys}} = r_m m_{\text{phys}} \quad )6/38+$$

で与えられる/

我々の 5次元時空では- 正準的な運動量を有するスカラー場は質量次元 2 を持つ/ 実際

$$\chi' \leq \frac{M_G}{\sqrt{7}} m \chi, \quad \varphi \leq f \theta \quad )6/39+$$

で再定義)規格化+し直した換算 sbelkpo 場  $\chi'$  と hbvhf.I khht 場  $\varphi$  がそのような 5次元スカラー場である/ ここで  $M_G = 3.5 \times 21^{18} \text{HfW}$  は換算プランク質量-  $f = 2/g_4' L$  である/ 簡単のため- 無次元パラメータ

$$x \leq L^3 m^3 \chi, \quad \theta \leq \frac{\varphi}{f} \quad )6/3: +$$

を用いて解析を行う/ この時- ポテンシャルは

$$V(x, \theta) = \frac{4L^2 m^6}{\pi^2 x^2} \left[ 3\zeta(6) + c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^5}, r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{x^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kr_m x^{1/3}} \right. \right. \\ \left. \left. , c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^5}, \frac{x^{1/3}}{k^4}, \frac{x^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] \right] \right] \left( \frac{g_4'}{L} \right) \left( \frac{L^2 m}{x^{1/3}} a \right) \quad )6/41+$$

の形に書き換えられる/  $V(\chi', \varphi)$  と変数変換した  $V(x, \theta)$  の各々の微分の関係については- 付録 E に記した/ 3/2 節において説明した以下のような条件-

$$\times \text{真空エネルギー} \quad V(\phi) \approx 1, \quad (6/42+)$$

$$\times \text{スローロールパラメータ} \quad \epsilon \leq \frac{2}{3} M_G^2 \left( \frac{V'}{V} \right)^2 \gg 2, \quad \eta \leq M_G^2 \left( \frac{V''}{V} \right) \gg 2, \quad (6/43+)$$

$$\times \text{スペクトル指数} \quad n_{s*} \leq 2 - 7\epsilon_*, \quad 3\eta_* \leq 1.1173, \quad (6/44+)$$

$$\times \text{f. gravitino 数} \quad N \leq \frac{2}{M_G^2} \int_{\phi_*}^{\phi_e} \frac{V}{V'} d\phi \approx 61 \approx 71, \quad (6/45+)$$

$$\times \text{スカラー揺らぎ} \quad \left\{ \zeta_* \leq \frac{2}{23\pi^2 M_G^6} \frac{V^3}{V'^2} \right\}_{\phi=\phi_*} \approx 3.2 \cdot 7 \cdot 1.18 \cdot 21^{-9}, \quad (6/46+)$$

$$\times \text{テンソルスカラー比} \quad r \approx 27\epsilon_* < 1.23 \quad (6/47+)$$

を満たす  $\phi$  が既約  $U(1)$  場  $\chi'$  と  $U(1)$  場  $\varphi$  のどちらなのか- または両方なのかについて調べていく/

以下 2~6 に解析のテクニカルな部分を示す/

2/  $a$  と真空を与える  $x, \theta$  の決定

(6/42+) の条件から- ポテンシャルの最小値が 1 となるように 6 次元宇宙定数  $a$  を決定する/ ポテンシャルの最小値に関して-  $\theta$  方向に関しては  $\theta \approx \pi$  で最小である/  $x$  方向に関して-  $x \approx y$  で最小となるようにすると- ポテンシャルの一階微分 (E/3+) から-

$$\left[ \frac{7}{M_G \pi^2 y^2} \frac{L^2 m^6}{\pi^2 y^{5/3}} a \right] \left( c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^5}, r_m \frac{y^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{8y^{2/3}}{29k^3}, r_m^3 \frac{y}{29k^2} \left[ e^{-kr_m y^{1/3}} \right. \right. \\ \left. \left. , c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^5}, \frac{y^{1/3}}{k^4}, \frac{8y^{2/3}}{29k^3}, \frac{y}{29k^2} \left[ e^{-ky^{1/3}} \right] \right) k\pi \approx 1 \quad (6/48+)$$

であり- これを  $a$  について解くと-

$$a) y \approx \left[ \frac{m^5}{\pi^2 y^{5/3}} \right] \left( c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{29}{k^5}, r_m \frac{29y^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{8y^{2/3}}{k^3}, r_m^3 \frac{y}{k^2} \left[ e^{-kr_m y^{1/3}} \right. \right. \\ \left. \left. c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{29}{k^5}, \frac{29y^{1/3}}{k^4}, \frac{8y^{2/3}}{k^3}, \frac{y}{k^2} \right] \right) e^{-y^{1/3}} \approx 1 \quad (6/49+)$$

である/ よって- (6/41+) に  $a) y$  を代入して  $V(y, \pi)$  を求めると  $V(y, \pi) \approx 1$  から-

$$V(y, \pi) \approx \left[ \frac{L^2 m^6}{\pi^2 y^2} \right] \left( c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{26}{k^5}, r_m \frac{26y^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{7y^{2/3}}{k^3}, r_m^3 \frac{y}{k^2} \left[ e^{-kr_m y^{1/3}} \right. \right. \\ \left. \left. c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{26}{k^5}, \frac{26y^{1/3}}{k^4}, \frac{7y^{2/3}}{k^3}, \frac{y}{k^2} \right] \right) e^{-y^{1/3}} \approx 1 \quad (6/4: +)$$

であるので-  $y$  の値は

$$41\zeta)6+ c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{26}{k^5}, r_m \frac{26y^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{7y^{2/3}}{k^3}, r_m^3 \frac{y}{k^2} \left[ e^{-kr_my^{1/3}} \right. \right. \\ \left. \left. c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{26}{k^5}, \frac{26y^{1/3}}{k^4}, \frac{7y^{2/3}}{k^3}, \frac{y}{k^2} \right) e^{-y^{1/3}} \right] \right) \neq A 1 \quad )6/51+$$

を  $y$  について解けば求まり- その値は  $c_1, c_2, r_m$  の値に依ることが分かる/

### 3/ スローロール条件

スローロールインフレーションモデルでは- スローロール条件 )6/43+を満たすか否かが最も重要である/  $\chi'$  をインフラトンと見なした場合- スローロールパラメータ  $\epsilon_{\chi'}$  と  $\eta_{\chi'}$  は )6/41+ )E/3+ )E/4+から-

$$\epsilon_{\chi'} \leq \frac{2}{3} M_G^2 \left( \frac{\partial V / \partial \chi'}{V} \right)^2 \left[ \begin{array}{l} A 23 \left\{ \frac{\pi^2 x^{5/3}}{29m^5} a \quad 3\zeta)6+, c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, r_m^3 \frac{x}{29k^2} \left[ e^{-kr_mx^{1/3}} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. , c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \frac{x^{1/3}}{k^4}, \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \frac{x}{29k^2} \right) \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] \right) k\theta + \left\{ \right. \right. \right. \\ \int \left[ \frac{\pi^2 x^{5/3}}{4m^5} a \quad 3\zeta)6+, c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{x^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kr_mx^{1/3}} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. , c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \frac{x^{1/3}}{k^4}, \frac{x^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] \right) k\theta + \left\{ \right. \right. \right. \end{array} \right. \right. \\ A 23 * \mathcal{P})2+ \quad )6/52+$$

$$\eta_{\chi'} \leq M_G^2 \left( \frac{\partial^2 V / \partial \chi'^2}{V} \right) \left( \begin{array}{l} A 35 \left\{ \frac{\pi^2 x^{5/3}}{219m^5} \quad 3\zeta)6+, c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{34x^{2/3}}{65k^3}, r_m^3 \frac{6x}{65k^2}, r_m^4 \frac{x^{4/3}}{219k} \left[ e^{-kr_mx^{1/3}} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. , c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \frac{x^{1/3}}{k^4}, \frac{34x^{2/3}}{65k^3}, \frac{6x}{65k^2}, \frac{x^{4/3}}{219k} \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] \right) k\theta + \left\{ \right. \right. \right. \\ \int \left[ \frac{\pi^2 x^{5/3}}{4m^5} a \quad 3\zeta)6+, c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{x^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kr_mx^{1/3}} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. , c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \frac{x^{1/3}}{k^4}, \frac{x^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] \right) k\theta + \left\{ \right. \right. \right. \end{array} \right. \right. \\ A 35 * \mathcal{P})2+ \quad )6/53+$$

と評価されるので- スローロール条件  $\epsilon_{\chi'}, \eta_{\chi'} \gg 2$  を満たさないことが明らかである/ よって- sbelkpo 方向ではインフレーションが起こらないことになる/ 一方- hbvhf.I khht 場  $\varphi$  をインフラトンと見なした場合-

スローロールパラメータ  $\epsilon_\varphi$  と  $\eta_\varphi$  は )6/41+ )E/5+ )E/6+から-

$$\epsilon_\varphi \leq \frac{2}{3} M_G^2 \left( \frac{\partial V / \partial \varphi}{V} \right)^2 \left[ A \frac{c_2^2 M_G^2}{3 f^2} \right] \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^4}, \frac{x^{1/3}}{k^3}, \frac{x^{2/3}}{4k^2} \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] k \theta \right) + \left\{ \int \left[ \frac{\pi^2 x^{5/3}}{4m^5} a \quad 3\zeta(6) +, c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{x^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kr_m x^{1/3}} \right] \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. , c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \frac{x^{1/3}}{k^4}, \frac{x^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] \text{dpt} \right) k \theta \right) \right\} \right. \\ \left. A \mathcal{P}) M_G / f^2 + \right. \tag{6/54+}$$

$$\eta_\varphi \leq M_G^2 \left( \frac{\partial^2 V / \partial \varphi^2}{V} \right) \left[ A \frac{c_2 M_G^2}{f^2} \right] \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^3}, \frac{x^{1/3}}{k^2}, \frac{x^{2/3}}{4k} \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] \text{dpt} \right) k \theta + \left\{ \int \left[ \frac{\pi^2 x^{5/3}}{4m^5} a \quad 3\zeta(6) +, c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{x^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kr_m x^{1/3}} \right] \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. , c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \frac{x^{1/3}}{k^4}, \frac{x^{2/3}}{4k^3} \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] \text{dpt} \right) k \theta \right) \right\} \right. \\ \left. A \mathcal{P}) M_G / f^2 + \right. \tag{6/55+}$$

と評価されるので-  $f > M_G$  の状況で hbvhf .I kht 方向でインフレーションが起こる可能性がある / つまり- 我々のモデルでインフレーションを議論するためには-  $f > M_G$  が要求される /

#### 4/ ポテンシャル中でスカラー場の転がる方向を調べる

ポテンシャル  $V(\chi', \varphi)$  におけるスカラー場のダイナミクスを考える際に- インフレーションを起こすような状況に転がるか )スカラー場の変位を考えられるか+を考察する必要がある /  $V(\chi', \varphi)$  の  $\chi'$  方向の傾き-  $\varphi$  方向の傾き )転がりやすさ+について調べるために- )E/3+と )E/5+を比較していく /

$$\sqrt{D.3+}) D.5+ A \left( \frac{\partial V / \partial \chi'}{\partial V / \partial \varphi} \right) \left[ A \left( \frac{3}{M_G} \frac{\nabla \bar{f}}{7f} \right) \right] \frac{\pi^2 x^{5/3}}{29m^5} a \quad 3\zeta(6) +, c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, r_m^2 \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, r_m^3 \frac{x}{29k^2} \left[ e^{-kr_m x^{1/3}} \right] \right. \\ \left. , c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \frac{x^{1/3}}{k^4}, \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \frac{x}{29k^2} \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] \text{dpt} \right) k \theta \right\} \\ \int \left[ c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^4}, \frac{x^{1/3}}{k^3}, \frac{x^{2/3}}{4k^2} \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] \text{tko} \right) k \theta \right\} \tag{6/56+}$$

について-

- k/  $x$  の値が大きいとき  $\chi' \simeq \nabla +$
- k/  $x$  の値が小さいとき  $\chi' \gg 1 +$
- k2/  $\theta$  の値が小さいとき  $\theta \ll 1 +$
- k3/  $\theta$  の値が特別なとき

k/ いくつかの  $x$  の値

のそれぞれの場合について比較していく / 詳細は付録 F を参照 / 結局 -  $\theta \ll 1$  と  $\theta \gg 1$  との比較から - インフレーションを起こす状況  $f > M_G$  を考える時 - ポテンシャル中で  $x$  方向の最小以外の場所ではスカラー場は  $x$  方向つまり  $\theta$  方向に転がる事が分かる / しかしながら -  $\theta \ll 1$  方向でインフレーションを起こすには - ポテンシャル  $V(x, \theta)$  の  $\theta$  方向依存が大きい状況を議論する必要があり - 今のモデルでは -  $x$  方向の最小において  $x$  の値がほとんど変化せずに  $\theta$  方向へのダイナミクスのみを考えられる状況を議論する / また - ハイブリッドインフレーションのように - 2つ目のスカラー場の転がり でインフレーションを起こし - 3つ目のスカラー場の転がり でインフレーションを終わらせるという描像も再現出来ないことが分かる / 何故なら - 我々のポテンシャルでは 2つ目のスカラー場の転がりは必ず  $\theta$  方向の転がりが担うからである /

5/ スカラー場の値の変位とポテンシャルの変位

ポテンシャル中でスカラー場のダイナミクスは -  $\chi'$  が  $\partial V / \partial \chi' \propto 1$  となる領域に近づいた後 -  $\phi$  が  $V$  の最小値に向かって転がる状況になる / もし - この時にインフレーションが起こるならば - インフラトンは  $\partial V / \partial \chi' \propto 1$  を満たす  $\chi' \ll \chi''$  による径路を転がり - つまり一般的には  $\chi'$  と  $\phi$  の混合場で与えられ - これはマルチフィールドインフレーションに対応する / しかしながらここでは簡単のため -  $\phi$  方向のみへのシングルフィールドインフレーションに焦点を当てる / 具体的には -  $\chi'$  と  $\phi$  で与えられる  $x$  と  $\theta$  に関して - 4 で述べたようにポテンシャル  $V(x, \theta)$  の  $\theta$  方向依存が大きい状況を議論していく /  $\partial V / \partial x \ll 1$  を満たす  $x \ll x_{\theta}$  の軌跡において -

$$r_V \leq \left( \frac{V(x)_{\theta}, \Delta\theta_{\theta} + V(x)_{\theta+\theta}}{V(x, \theta), \Delta\theta + V(x, \theta)} \right) \gg 2 \tag{6/57+}$$

という状況の時 - ポテンシャルの変位は  $\theta$  方向の変位に依存していて - これは  $\theta \ll 1$  の  $\theta$  方向のインフレーションとして  $\theta$  方向へのダイナミクスのみで近似出来る /  $r_V$  の値は  $r_m \ll \mu/m$  の値に非常に敏感であり - 厳密には  $r_V \lesssim \mathcal{P} 21^{-2}$  となるには  $r_m \lesssim 1.4$  の状況が必要になる / これは言い換えると -  $V$  の形状が  $r_m$  の値により大幅に変化するという意味である / 図 23- 24 から -  $r_m$  の値により - ポテンシャルの  $x$  方向の最小の形が大きく変化することが分かる / 参考として - 図 23- 24 に - それぞれ  $r_m \ll 2.1$  と  $r_m \ll 1.2$  のポテンシャルグラフを示した / ここで -  $L \ll 7 * 21^{-20} \text{HfW}^{-1}$  -  $m \ll 6.2 * 21^{18} \text{HfW}$  である /

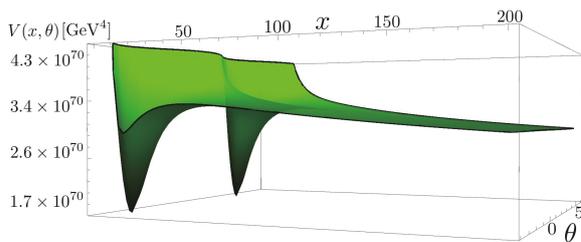


図 23= $r_m \ll 2.1$  の場合のポテンシャルの形状

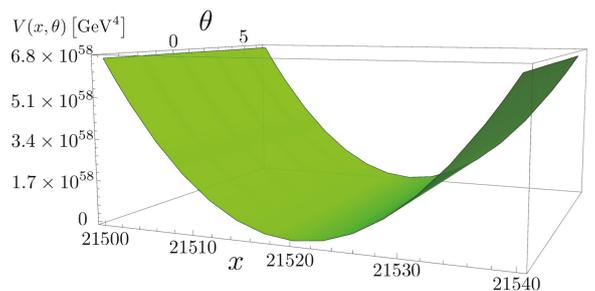


図 24= $r_m \ll 1.2$  の場合のポテンシャルの形状

それぞれの図から-  $r_m \ll 1$  の時には  $\partial V / \partial x \ll 1$  を満たす  $V$  と  $x$  の値は  $\theta$  に強く依存しているのに対して-  $r_m \ll 1$  の時には  $V$  と  $x$  の値はほとんど  $\theta$  とは独立であることが分かる/ ただし- 図 24 は-  $x$  軸方向に拡大していることに注意する/

6/ インフラトンポテンシャルの満たすべき条件について

モデルパラメータを与え- スローロールインフレーションのパラメータ条件を満たすか確認する/ その際- 観測値との関係からモデルパラメータが求まるが- 求まったパラメータが有効理論のエネルギースケールの適用範囲内かどうかにも注意する必要がある/

以上 2~6 の解析から- ポテンシャル  $V(x, \theta)$  がインフレーションを起こすかどうかを調べていく/

#### 5.4 gauge-Higgs dominated インフレーション

hbvhf.I khht 方向に関してのスローロールインフレーションの解析を具体的に確認していく/ これは- Fyusbobuvsbm インフレーションモデルの拡張である/ いま- ポテンシャル  $V(x, \theta)$  においてマター場の個数は- 最も簡単な  $c_1 \ll 1$ -  $c_2 \ll 1$  について考える/  $k \ll 1$  の近似はポテンシャル  $V(x, \theta)$  の近似として良い近似であることが知られているが-  $k \ll 1$  までの近似で解析を行う/  $\theta \ll \pi/3$  周りでの  $\varphi$  に関してのポテンシャルの二階微分)つまり- スローロールパラメータ  $\eta_\varphi$  は  $k \ll 1$  の近似で行うことで- より正確になるからである<sup>5)</sup>/ また- ここでは  $r_m \ll 1$  の場合について考えていく/ なぜなら- 付録 G で見るように-  $r_m$  が 1.4 よりも小さい時には換算プランクスケール  $M_G \ll 3.5 * 21^{18} M_{\text{Pl}}$  よりも  $L_{\text{phys}}^{-1} - m_{\text{phys}} - \mu_{\text{phys}}$  のパラメータが大きくなってしまふからである/

)6/51+において-  $k \ll 1$  までの近似-  $c_1 \ll 1$ -  $c_2 \ll 1$ -  $r_m \ll 1$  を用いると-  $\theta \ll \pi$  での  $x$  方向の最小は  $|x| \propto 899$ - またこの時)6/49+から-  $a \propto 3.3 * 21^{-6} m^5$  である<sup>6)</sup>/ つまり- ポテンシャルの最小値は

$$V(x, \theta) \Big|_{x=f(x), \theta=\pi} \ll 1, \quad \frac{\partial}{\partial x} V(x, \theta) \Big|_{x=f(x), \theta=\pi} \ll 1 \quad (6/58+)$$

で与えられる/ この時- 特定の  $L-m$  の値を用いて表したポテンシャルのグラフを図 25 に示した/ インフレーションパラメータの条件)6/43+)6/46+から-  $f$  の値は-

$$: M_G \lesssim f \lesssim 26 M_G \quad (6/59+)$$

とならなければならないことが分かり- 以下では  $f \ll 21 M_G$  の値を用いる/

まず- インフレーション終了時の  $\theta$  の値は- スローロール条件が破れる  $\epsilon_\varphi \approx 2$ -  $\eta_\varphi \approx 2$  から-  $\theta_e \ll 1$  であり- また  $x_e \ll 899$  である/ 初期値は- スペクトル指数  $n_{s^*} \ll 1$ : 766 を満たす  $\theta_* \ll 2.8$ -  $x_* \ll 8.7$  となる/ これらから- インフレーション中の f.g.m.k.h 数は  $N \propto 68$  が求まり確かに)6/45+を満たす<sup>7)</sup>/  $\varphi \ll f\theta$  を用

<sup>5)</sup>ポテンシャルに対してのインフラトンの三階微分や高階微分を用いて、スペクトラルインデックスのランニングを正しく解析するには、 $k > 2$  のより高次のオーダーでの評価が必要となることが指摘されている [33]

<sup>6)</sup>1-loop 有効ポテンシャルにおいてインフレーションにはポテンシャルの有限部分を用いたため、 $a$  の発散部分を処理している。この時、 $a$  を決定するために微調整が必要であり、これは宇宙項問題として知られている微調整問題の一種である。

<sup>7)</sup>正確には、 $\partial V / \partial x = 0$  を満たす軌跡において  $\theta$  に関して 12 等分した状況の足しあわせで  $N$  を求めた。

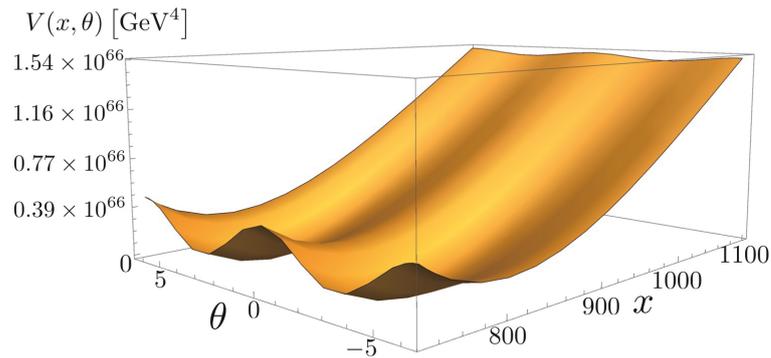


図 25= $L A 7 * 21^{-20} \text{HfW}^{-1} - m A 6.2 * 21^{18} \text{HfW}$  の場合のポテンシャル  $V(x, \theta)$  の形状 /

いて  $\varphi$  の初期値とインフレーション終了時の値を求めると各々  $\varphi_* A 5.2 * 21^{19} \text{HfW}$   $\varphi_e A 8.3 * 21^{19} \text{HfW}$  である / )6/57+より  $L A 7 * 21^{-20} \text{HfW}^{-1} - m A 6.2 * 21^{18} \text{HfW}$  の時に-

$$\left( \frac{V(899, 2.8) - V(899, 2.8)}{V(899, 4.1) - V(899, 2.8)} \right) A 1.13 \quad )6/5: +$$

であり- インフレーション中に  $r_V \lesssim P)21^{-2}+$  を満たし-  $\theta$  方向へのダイナミクスを考えていることになる /

インフラトン質量  $M_\varphi$  は-

$$M_\varphi^2 A \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} \Big|_{x=\langle x \rangle, \varphi=\langle \varphi \rangle} \quad )6/61+$$

で与えられ- その大きさは

$$M_\varphi A 4.3 * 21^{-48} L^2 m^6 \text{HfW}^2 [^{1/2} \quad )6/62+$$

である / )6/46+から-  $L^2 m^6$  は-

$$L^2 m^6 \propto 7.7 * 21^{73} \text{HfW}^4 \quad )6/63+$$

で与えられる / )6/62+と )6/63+を用いて- インフラトン質量  $M_\varphi$  は  $M_\varphi \propto 2.6 * 21^{13} \text{HfW}$  となる / さらに-  $x A L^3 m^3 \chi$  と  $|x| \propto 899$  を用いれば-  $\chi$  の真空期待値が

$$|\chi| \propto 899 L^{-3} m^{-3} \quad )6/64+$$

と書き表される / )6/63+と )6/64+から-  $U)2+$  荷電マター場の物理的質量は-  $m_{\text{phys}} A m) |\chi|^{-1/6} \propto .4 * 21^{17} \text{HfW}$  で定義される / 他の粒子の質量も考えてみると- sbelkpo 質量  $M_{\chi'}$  は

$$M_{\chi'}^2 A \frac{\partial^2 V}{\partial \chi'^2} \Big|_{x=\langle x \rangle, \varphi=\langle \varphi \rangle} \quad )6/65+$$

で与えられ- その値は  $M_{\chi'} \propto 7.8 * 21^{15} \text{HfW}$  と求まる / LL モード粒子の質量は-

$$m_{\text{KK}}^2 \approx \frac{5\pi^2 n^2}{|\chi| L^2} A \frac{5\pi^2 n^2}{|\chi|^{1/3} L_{\text{phys}}^2} \quad )6/66+$$

と与えられ- ここで  $n$  は正の整数である / 第 2LL モード  $)n A 2+$  の粒子の質量は-  $m_{\text{KK}} \eta=1 \propto 7.5 * 21^{17} \text{HfW}$  なので-  $M_\varphi, M_{\chi'} \gg m_{\text{KK}}$  から LL モードの粒子がそれぞれのスカラー粒子よりも重い<sup>1</sup>ため- インフラトンの運動に影響することは無い /

次に-  $L$  の範囲を決めるための制限を確認していく /

k+ 5次元ゲージ結合定数  $g'_4$  の値は- 摂動論に基づく計算をしているために- 2よりも小さくならない/

k+ マター場の物理的質量  $m_{\text{phys}}$  と  $\mu_{\text{phys}}$  は 6次元換算プランクスケール

$$M_{G_5} \leq \sqrt[3]{\frac{2}{9\pi G_5}} A \sqrt[3]{\frac{2}{9\pi LG}} \tag{6/67+}$$

よりも小さくならない/ ここで-  $G_5$  は 6次元ニュートン定数である/ 6次元理論の観点からは-  $M_{G_5}$  が 5次元既約プランクスケールよりもより本質的な基準であり- 有効理論のエネルギースケールである/

k+ と k+ から-  $L$  の下限と上限が-

$$5.3 * 21^{-20} \text{HfW}^{-1} \lesssim L \lesssim 7 * 21^{-18} \text{HfW}^{-1} \tag{6/68+}$$

で与えられる/ ここで-  $f A 2/g'_4 L + A 21 M_G - m_{\text{phys}} \propto .4 * 21^{17} \text{HfW}$  を用いた/ また- )6/63+ )6/64+ )6/68+ から-  $m$  と  $|\chi|$  の下限と上限がそれぞれ-

$$2.2 * 21^{18} \text{HfW} \lesssim m \lesssim 6.9 * 21^{18} \text{HfW}, \tag{6/69+}$$

$$3.8 \lesssim |\chi| \lesssim 66111 \tag{6/6: +}$$

で与えられる/  $L$ -  $m$ -  $|\chi|$  は自由なパラメータである/ このモデルに含まれる物理的なパラメータを表 3 にまとめた/

物理的なパラメータの値	
$L_{\text{phys}}^{-1} A$	$2.3 * 21^{17} \approx 7.3 * 21^{17} \text{HfW}$
$m_{\text{phys}} \propto$	$.4 * 21^{17} \text{HfW}$
$ \chi'  A$	$.8 * 21^{17} \approx 2.2 * 21^{19} \text{HfW}$
$\mu_{\text{phys}} \propto$	$3.9 * 21^{17} \text{HfW}$
$M_\varphi \propto$	$2.6 * 21^{13} \text{HfW}$
$M_{\chi'} \propto$	$7.8 * 21^{15} \text{HfW}$
$g'_4 A$	$1.118 \approx 1.:$
$M_{G_5} A$	$:.: * 21^{17} \approx 5.: * 21^{18} \text{HfW}$
$r \propto$	$1.21$

表 3= $f A 21 M_G - r_m A \mu/m A 1.4$  の場合における物理的なパラメータの範囲/

今-  $L^{-1}$ -  $m$ -  $\mu$  はプランクスケールを超えた物理量であるが- それらの物理的な値  $L_{\text{phys}}^{-1}$ -  $m_{\text{phys}}$ -  $\mu_{\text{phys}}$  は sbe lpo  $\chi$  の真空期待値  $|\chi|$  のおかげでプランクスケールの範囲内の値として得られている/ また-  $f$  が  $M_G$  よりも非常に大きい値であっても-  $g_4$  の値は例えば 1.: くらいの大きさにすることが出来る/ これは- 超対称  $SU(6)+$  模型でのゲージ結合定数の現実的な値  $g_{\text{GUT}} A 1.8$  を再現する/ これは- 5次元ゲージ結合定数を  $\mathcal{P} 21^{-2}+$  くらいの非常に小さい値に設定しなければならなかった Fyusbobuvsbnf インフレーションモデルの結果とは大きく異なる点である ‘23/  $g'_4$  が  $\mathcal{P} 2+$  にもなる理由は-

$$g'_4 A \frac{2}{fL} A \frac{|\chi|^{1/3}}{fL_{\text{phys}}} \tag{6/71+}$$

の関係において- )6/6: +から sbelkpo の真空期待値  $\langle \chi \rangle$  を  $\mathcal{P}$  よりも大きく取ることが出来るからである/

このインフレーションモデルでテンソル・スカラー比は  $r \propto 1.21$  であり- これは )6/47+から観測的上限の範囲  $r < 1.23$  に確かに収まっている / 将来の観測から- さらに強い制限が与えられるであろう/

以上の解析から- hbvhf.I khht  $\varphi$  はインフラトンの性質を満たし- インフレーションを自然に説明出来ることが分かった/  $r_m$  A 1.4 の状況でのインフレーションモデルは- ゲージ結合定数  $g_4'$  を小さく取らずに済むこと- 宇宙項は定数発散の相殺項として導入した 6 次元宇宙項のみのモデルであること- モデルパラメータも有効理論のエネルギースケールの範囲内であり同じスケールの物理を表していること- などから今までの Fyusbobvsvbmf インフレーションモデルや S belkpo インフレーションモデルよりも優れたモデルである/

今回のモデルでは- インフレーション条件の

2+  $V(\varphi) + A$  ポテンシャルの最小値がほぼ 1

3+f. gmkoh 数  $N$  の値の条件

4+スペクトル指数  $n_s$  の値の条件

5+曲率揺らぎのパワースペクトル  $\{ \zeta \}$  の条件

6+テンソル・スカラー比  $r$  の条件

の 6 個の条件がポテンシャルを用いて表される独立な条件である )スローロールパラメータ  $\epsilon$  と  $\eta$  は 3+と 4+と 6+から与えられる+

モデルパラメータ )sbelkpo hbvhf.I khht ポテンシャルを決めるパラメータ+は-

b+  $L=S^1$  コンパクト化の円周長

c+m=荷電フェルミオンの質量

d+ $r_m$ =荷電フェルミオンと中性フェルミオンの質量比

e+a=6 次元宇宙定数

f+ $g_4'$ =5 次元ゲージ結合定数

g+c<sub>1</sub>=中性フェルミオン個数

h+c<sub>2</sub>=荷電フェルミオン個数

の 8 個のうち-  $c_1$  と  $c_2$  は手で与えているため- 残るパラメータは b+f+の 6 個であった/ つまり- 6 個の条件をパラメータ 6 個で説明しているという理解である/ 条件の数とモデルパラメータの数と同じであるため- 予言しているパラメータはないが- それぞれのパラメータの値が望ましい範囲にフィットできるかどうかは自明ではないため- 今回の結論はその点で非常に意味のある結果となった/

またこのモデルは- ラージスケールインフレーションモデルであるが- インフラトン場の値が何を意味しているのかは未だ分からない/ 場の値がプランクスケールであることについては- 今後のインフレーションの研究で詳しく議論する必要があるだろう/

1.4  $< r_m$  の状況では-  $\chi'$  方向への転がりを見捨てる事が出来なくなり-  $\varphi$  方向への転がりのみとして近似し単一場のシングルフィールドインフレーションモデルとして解析を行うことは難しい/ 従って- インフラトンの役割を複数のスカラー場が担うモデル)マルチフィールドインフレーション+の解析を考えなければならない/ 従来のマルチフィールドインフレーションでは場の対角化を行い- ポテンシャルを書き直すことで簡単な解析を行うことが可能であるが- 本研究で得られたポテンシャル  $V(\chi', \varphi)$  は対角化が難しい形をしており- 解析は複雑になってしまう/ sbelkpo  $\chi'$  と hbvhf.I khht  $\varphi$  の質量が等しいオーダーで与えられたとき- マルチフィールドインフレーションの解析を考察する必要がある- それも今後の課題である/

## 6 まとめと今後の展望

本研究で- 6次元重力理論, 6次元ゲージ理論に基づいた新しいインフレーションモデルを提唱した/ 量子補正によるインフラトンポテンシャルの微調整問題に着目し- 高次元の対称性の観点からポテンシャルをコントロールしインフレーションを説明することに成功した/ またこのモデルは- 同じく高次元理論に基づいたモデルである Fyusbobuvsbmrf インフレーションモデルや S belkpo インフレーションモデルの双方の問題点を解決し- Upz モデルではあるが非常に改良されたモデルであることが分かった/ 実際- 6/5 節の表 3 のように- 余剰次元スケール- マターの質量や個数- ゲージ結合定数などを与えることにより- 理論的には矛盾無く宇宙観測データを正しく予言することが出来る/

本研究を通じて新しく得られた結論は- 以下の 3 項目である/

2/ 6次元重力・ゲージ理論に基づく sbelkpo hbvhf.I khht ポテンシャルの安定性 ‘2’

6次元重力理論, ゲージ理論に基づき  $S^1$  コンパクト化を用いて 5次元理論での有効ポテンシャルを計算し- 有限なポテンシャルを求めた/ ポテンシャルの安定性にはマター場の存在が重要な役割を果たす/ 我々のモデルでは- ポテンシャルの安定性のために- 中性マター場の個数  $c_1$  と荷電マター場の個数  $c_2$  との間に  $c_1 > 3$ ,  $c_2$  の関係が必要であることを結論付けた/

3/ sbelkpo hbvhf.I khht ポテンシャルを用いたインフレーションモデル ‘3’

sbelkpo hbvhf.I khht ポテンシャルを用いて- インフレーションパラメータの観測値を再現した/ Upz モデルではあるが- 6次元一般座標変換不変性- 6次元ゲージ対称性により- 量子効果によるポテンシャルの微調整問題を解決している/ 結論として- hbvhf.I khht がインフラトンとしての役割を担う状況があることが確認され- sbelkpo と hbvhf.I khht- 両者のどちらが支配的であるかに部分的な決着を付けた/ また- いくつかのパラメータは換算プランクスケール)  $M_G A 3.5 * 21^{18} Hf W$  付近の値を示し- 高エネルギーの物理に対する重要な示唆を与える可能性がある/

高次元重力理論と高次元ゲージ理論を組み合わせたインフレーションモデルはこれまで研究されてなく- 本研究において初めて高次元重力, 高次元ゲージ理論の 2つのモデル構造が確認出来た/ 未だ評価は浅いが- 全く性質の異なる 3つの高次元由来のスカラー場に関して- どちらのスカラー場がポテンシャルを支配し- インフラトンの役割を担うのかという問いに部分的であるが決着をつけたことは- 今後のインフレーション研究にも影響が期待される/

高次元理論が超弦理論からの upq epx o アプローチだという見方をすれば- 6次元重力は閉弦から- 6次元ゲージ場は開弦から現れる/ 本研究ではインフラトンの起源の候補として- 6次元ゲージ場から現れるスカラー粒子がインフレーションを起こす役割を担った/ つまり- インフラトンの起源に関して- 閉弦 wt 開弦という視点において 2つの答えを提唱した/ しかしながら- 超弦理論から高次元理論を導く研究は未だ不完全であり- 超弦理論の枠組みでは- ekrbupo- n pevih) sbelkpo も含む+ hbvhf.I khht のようなスカラー場が多数現れることが知られている/ また我々のモデルは Upz モデルではあるが- 高エネルギー物理を示唆した/ プランクスケールの物理)場の理論+は未だ良く知られていない/ インフレーションの研究は今後- 高エネルギーの物理を理解する上で重要な役割を担うことが考えられる/ 弦理論のような量子重力理論の理解のために- 素粒子論・宇宙論を統一的に扱う必要があるのかもしれない/ そのため- 本研究のように高次元理論の枠組みの中で- 複数のスカラー場に関してのポテンシャルを評価し- 初期宇宙のモデルを構築していくことは非常に興味深いものになるだろう/

## A スローロールインフレーション

初期の宇宙が非常に小さかったことを考えると- 宇宙は素粒子によって支配されていたことが考えられる/ 素粒子論の観点からは- インフレーションはインフラトンと呼ばれるスカラー粒子によって引き起こされる/ B/Hvui - 佐藤勝彦らによって提唱された最初のインフレーションモデルは大統一理論のヒッグス場のポテンシャルを用いて実現されるものであった )オールドインフレーション+ オールドインフレーションには- インフレーションが終了する時刻が時空の各点 )つまり宇宙の各点+によって著しく異なってしまうという問題があった/ この問題は- B/Moef によって提唱されたスローロールインフレーションモデルの登場で解決されることになる )7/ 現在- 多くのインフレーションモデルがスローロールインフレーションモデルに属しており- 本研究のインフレーションもスローロールインフレーションモデルの一種である/ 従って- ここではスローロールインフレーションモデルについて解説する/ この節では- Nkol px tll k計量を  $\eta_{\mu\nu} A e(kh) 2, , 2, , 2, , 2+$ とする/

膨張宇宙の進化は- 極座標系を用いたフリードマン・ロバートソン・ウォーカー )Gkfen boo.S pcf sutpo. X bhfs- GSX +計量

$$d\tau^2 = A dt^2 - a^2 \left[ \frac{dr^2}{2Kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right] \quad )B/2+$$

で記述される時空で- Gkfen boo 方程式

$$\frac{a}{A} \left[ \frac{2}{3} \frac{9\pi G}{4} \rho - \frac{K}{a^2} \right] = 0 \quad )B/3+$$

$$\frac{a}{A} \left[ \frac{5\pi G}{4} \rho + 4P \right] = 0 \quad )B/4+$$

に関して- 宇宙空間のスケール因子  $a$  について解くことで与えられる/ ここで-  $K$  は空間曲率-  $d\Omega^2$  は3次元単位球面の計量-  $\rho$  は物質のエネルギー密度-  $P$  は圧力である/

まず- 重力場中でスカラー場のエネルギー密度と圧力がどのように与えられるか考え- Gkfen boo 方程式の解の2つであるインフレーション解について説明する/ 重力場中でのスカラー場  $\phi$  の作用は-

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right] \quad )B/5+$$

である/ ここで-  $\sqrt{-g} [ \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) ]$  はポテンシャルである/

重力場が存在する時のエネルギー・運動量テンソルは  $T_{\mu\nu}$  の変分

$$\delta T_{\mu\nu} = - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \delta \left( \frac{1}{2} g^{\rho\sigma} \partial_\rho \phi \partial_\sigma \phi - V(\phi) \right) + \partial_\mu \phi \partial_\nu \delta \phi \quad )B/6+$$

に対して-

$$\delta T_{\mu\nu} = - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \delta \left( \frac{1}{2} g^{\rho\sigma} \partial_\rho \phi \partial_\sigma \phi - V(\phi) \right) + \partial_\mu \phi \partial_\nu \delta \phi \quad )B/7+$$

で定義され-

$$T_{\mu\nu} = - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \left[ \frac{1}{2} g^{\rho\sigma} \partial_\rho \phi \partial_\sigma \phi - V(\phi) \right] + \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \quad )B/8+$$

で与えられる/これは重力場がある場合の完全流体のエネルギー・運動量テンソル

$$T^{\mu\nu} = (\rho + P)u^\mu u^\nu + P g^{\mu\nu} \quad (B/9)$$

と同じ形で与えられ-このとき- $\phi$ のエネルギー密度 $\rho_\phi$ -圧力 $P_\phi$ と5元速度ベクトル $u^\mu$ は

$$\rho_\phi = \frac{2}{3}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi + V(\phi) \quad (B/10)$$

$$P_\phi = \frac{2}{3}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi) \quad (B/21)$$

$$u^\mu = \frac{g^{\mu\nu}\partial_\nu\phi}{\sqrt{g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi}} \quad (B/22)$$

である/

宇宙論において-宇宙は一様・等方であるという宇宙原理と完全流体によって満たされているという仮定のもとで-宇宙の進化)つまり宇宙膨張+は説明される/今-空間的に一様な古典場 $\phi_0$ と量子揺らぎ $\delta\phi$ を用いると-

$$\phi(t, \vec{x}) = \phi_0(t) + \delta\phi(t, \vec{x}) \quad (B/23)$$

であるが- $\phi_0$ を用いて解析するので $\phi_0 \leq \phi$ とする/)B/10+)B/21+は一様性 $\phi \approx 1$ のもとで-

$$\rho_\phi \approx \frac{\dot{\phi}^2}{3} + V(\phi) \quad (B/24)$$

$$P_\phi \approx \frac{\dot{\phi}^2}{3} - V(\phi) \quad (B/25)$$

である/次に初期宇宙において-宇宙膨張は真空のエネルギーが担っていたことを考えていく/今-スカラー場の値が非常にゆっくりと変化する状況)スローロール近似 $\dot{\phi}^2 \gg V(\phi)$ では-

$$\rho_\phi \approx V(\phi) \quad (B/26)$$

$$P_\phi \approx -V(\phi) \quad (B/27)$$

となり-真空条件

$$P_\phi = -\rho_\phi \quad (B/28)$$

が満たされる/この時-宇宙は真空優勢であり $T^{\mu\nu} \propto g^{\mu\nu}$ である/また-GSX時空でのエネルギー保存則

$$\dot{\rho} + \frac{4a}{a} \rho = -\dot{P} - 3P \quad (B/29)$$

から-)B/28+を代入して

$$\dot{\rho} = -3P$$

となり-

$$\rho_\phi = 3P_\phi \quad (B/2)$$

が導かれる/つまり- 真空は「エネルギー密度一定」で「負の圧力」を持った状態である/ 真空が宇宙のエネルギーを支配する GSX 時空では- エネルギー密度が  $\sqrt{K/a^2}$  よりも十分大きく G&fen boo 方程式の曲率項は無視出来て-

$$\left) \frac{a}{a} \left[ A \frac{9\pi G}{4} \rho \right. \right. \quad )B/31+$$

である/ここで  $\rho A$  定数  $> 1$  からハッブル定数

$$H \leq \frac{a}{a} A \frac{9\pi G}{4} \rho > 1 \quad )B/32+$$

を用いて- )B/31+は  $a A H a$  となり  $a$  について解くと-

$$a A C e^{Ht} \quad )C = \text{積分定数} + \quad )B/33+$$

として指数関数的膨張解)インフレーション解+が得られる/またこのとき- スケール因子  $a > 1$  から- )B/31+より-

$$a^2 A \frac{9\pi G}{4} \rho a^2$$

の両辺を時間で微分して-

$$a A \frac{9\pi G}{4} \rho a > 1 \quad )B/34+$$

が導かれ- 宇宙の大きさが加速していることが分かる/またこの解は

$$\frac{a}{a} A \frac{9\pi G}{4} \rho A \frac{5\pi G}{4} \rho, \quad 4P+$$

として G&fen boo 方程式を確かに満たす/以上のように- GSX 時空においてスカラー場のポテンシャルエネルギーが運動項より支配的になるとき- 宇宙は真空優勢宇宙となり- 指数関数的に加速膨張する/インフレーションを起こすスカラー場をインフラトンと呼び- インフラトンポテンシャルの平坦性が  $\phi^2 \gg V$   $\phi \gg \sqrt{V}$  を再現する/このようなインフレーションモデルをスローロールインフレーションという/

スローロールインフレーションには幾つかのモデルが提唱されている/ここでは- カオスのインフレーションモデルとハイブリットインフレーションモデルの2つを紹介する/

#### ・カオスのインフレーション ‘26’

インフラトンポテンシャルが  $\phi$  の多項式

$$V_n) \phi + A \frac{\lambda_n}{n^2} \phi^n \quad )B/35+$$

のようなポテンシャルで原点に極小値があり- 相転移を起こさないようなインフレーションモデル ‘26’ の総称である/ここで-  $\lambda_n$  は結合定数-  $n > 1$  である/図 26 ではカオスのインフレーションを起こすインフラトンポテンシャルを示した/

このモデルでインフレーションを起こすには- インフラトンポテンシャルへの要請から- スローロール条件

$$\epsilon_{\text{chao}} A \left( \frac{M_G^2}{3} \right) \frac{n}{\phi} \left[ \right]^2 \gg 2 \quad )B/36+$$

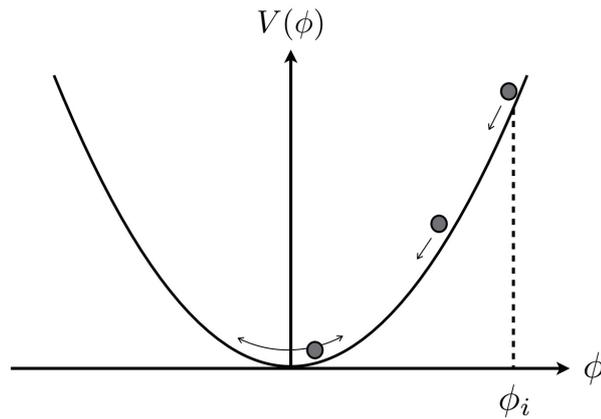


図 26=カオスのインフレーション

より- インフラトン場の初期値をプランクスケールよりも大きな値

$$\phi \rightarrow \frac{n M_G}{\sqrt{3}} \quad )B/37+$$

にとれば良い<sup>8)</sup> この初期状態から- 原点へ向かってポテンシャルの坂をゆっくり転がるときに指数関数的膨張解が得られる/ 一方で- 量子重力による効果が無視出来て一般相対性理論が適用出来るためにはインフラトンポテンシャルの値がプランクスケールよりも十分小さければ良く-

$$V_n(\phi) \gg M_G^4 \quad )B/38+$$

となる/ よって- インフラトン場は

$$\phi \gg \left( \frac{M_G^4}{\lambda_n} \right)^{1/n} \quad )B/39+$$

を満たす必要がある/ )B/37+ )B/39+の両方を満たすためには- 結合定数  $\lambda_n$  の値が非常に小さければ良く- 例えば  $n = 3, 5$  を例として-

$$V_2(\phi) \gg \frac{\lambda_2}{3} \phi^2 \gg \frac{m^2}{3} \phi^2 \simeq m \gg M_G, \quad )B/40+$$

$$V_4(\phi) \gg \frac{\lambda_4}{5} \phi^4 \simeq \lambda_4 \gg 2 \quad )B/41+$$

が要請される/ 実際に- スカラー揺らぎのパワースペクトル  $\{\zeta\} \sim 1.18 \times 10^{-9}$  の条件から-

$$m \approx 10^{-6} M_G, \quad )B/42+$$

$$\lambda_4 \approx 10^{-13} \quad )B/43+$$

が求まる/ インフレーション前に宇宙は換算プランクスケール程度の揺らぎによって非一様であり- 曲率もあらゆる場所でプランクオーダーであったと仮定する/ しかし宇宙にインフラトン場があり- 非一様で混沌とした宇宙のある領域で- たまたまインフラトン場の値がプランクスケールを超え- ポテンシャル項が

<sup>8)</sup> インフラトン場の初期値がプランクオーダーとなるモデルはラージフィールドインフレーションと呼ばれる。

支配的になる状況になったならばその領域はインフレーションを始めるのである/ 初期条件を指定せずに混沌の中から突然起きたとすることからカオスのインフレーションと呼ばれている/

・ハイブリッドインフレーション [27]

ハイブリッドインフレーションは- インフレーションを引き起こすインフラトン場  $\phi$  とインフレーションを終わらせるウォーターフォール場  $\chi$  の複数のスカラー場によるインフレーションモデルである/

例えば- 次のようなポテンシャル

$$V(\phi, \chi) = \frac{2}{3} g^2 \phi^2 + \mu^2 \left[ \chi^2 + \frac{h}{5} \chi^4 \right] + U(\phi) + V_0 \quad (B/44)$$

を考える/ ここで-  $g, h$  は無次元の結合定数-  $\mu$  は質量次元を持つパラメータであり- また  $U(\phi)$  はインフラトンポテンシャルで  $\phi \gg 1$  で  $U(\phi) \sim \phi^4$  とする/ 全体のポテンシャルは-

$$V(\phi, \chi) \approx \frac{2}{3} g^2 \phi^2 + \mu^2 \chi^2 + \frac{\mu^2 h}{5} \chi^4 \quad (B/45)$$

で最小値を持ち-  $V(\phi, \chi) \sim \mu^4$  とするために  $V_0 \sim \mu^4/5h$  とする/ ポテンシャルの  $\chi$  方向の形は-

$$V(\chi) \approx \mu^2 \chi^2 + \frac{\mu^2 h}{5} \chi^4 \quad (B/46)$$

を境に上に凸だった形が下に凸に変化する/ インフレーションは  $\phi$  方向へのスローロールによって引き起こされ- インフレーションの終了は  $\chi$  方向へのラピッドロール)素早い転がり)によって実現されるというプロセスである/

まずインフレーションを引き起こす状況を考えていく/ インフレーションが終了する  $\phi = \phi_c$  において- インフラトンのエネルギー密度が全エネルギー密度より小さい

$$U(\phi_c) \ll V_0 \quad (B/47)$$

とする/ インフレーションの終了は  $\chi$  のポテンシャルによって実現されるため- インフラトン自体は  $\phi = \phi_c$  でスローロールしても良い/ スローロール条件は-  $\phi \sim \phi_c$  で  $U(\phi)$  を多項式の形  $U(\phi) \sim \frac{\lambda}{n!} \phi^n$  とすると-

$$\epsilon_{\phi_{\text{hyb}}}(\phi_c) \approx \frac{M_G^2}{3} \frac{U'(\phi_c)}{V_0} \left[ \approx \frac{M_G^2}{3\phi_c^2} \right] \frac{U_c}{V_0} \gg 2, \quad (B/48)$$

$$\eta_{\phi_{\text{hyb}}}(\phi_c) \approx \frac{M_G^2}{V_0} \frac{U''(\phi_c)}{V_0} \approx \frac{M_G^2}{\phi_c^2} \frac{U_c}{V_0} \gg 2 \quad (B/49)$$

から-  $\phi_c \gg M_G$  の状況であっても- スローロールパラメータ  $\epsilon_{\phi_{\text{hyb}}}, \eta_{\phi_{\text{hyb}}}$  の小ささは  $U_c/V_0$  によって達成される/ 従って- ハイブリッドモデルはカオスのインフレーションモデルと異なりインフレーション中のインフラトン場の値が  $M_G$  より大きな必要は無い)スモールフィールドインフレーション/

次にインフラトン場が  $\phi_c$  を経ることで- 系が  $\phi = 1, \chi \sim v$  へと素早く転がり落ちる条件を考える/  $\phi_c$  を通過して- 時間が少し経つと  $\phi_c$  は  $\phi = \Lambda \phi$  へシフトし-

$$\Lambda \phi \approx \phi \Lambda t \approx \frac{U'(\phi)}{4H^2} \quad (B/4: +)$$

となる/ このとき全体のポテンシャルは-

$$V_{\text{eff}}(\chi) \approx V_0 + \frac{\mu_{\text{eff}}^2}{3} \chi^2 \quad (B/51)$$

である/ここで

$$\mu_{\text{eff}}^2 \approx 3g^2 \phi_c \Lambda \phi \approx g^2 \frac{3U'(\phi_c)}{4H^2} \phi_c \quad \text{)B/52+}$$

となる/ $U(\phi)$ が多項式の形で- さらに  $4H^2 M_G^2 \propto V_0$  を用いると-

$$\mu_{\text{eff}}^2 \approx g^2 M_G^2 \frac{3U'(\phi_c)}{V_0} \phi_c \quad \text{)B/53+}$$

が導かれる/ $\chi$  ウォーターフォール場  $\chi$  は素早く転がる必要があるため-

$$\eta_{\chi\text{hyb}} \approx M_G^2 \frac{V''_{\text{eff}}}{V_{\text{eff}}} \approx 3g^2 \frac{U_c}{V_0} \frac{M_G^4}{V_0} > 2 \quad \text{)B/54+}$$

が満たされる必要がある/ $\phi_c \gg M_G$  の仮定から

$$\frac{V_0}{3g^2 M_G^4} < \frac{U_c}{V_0} \gg \frac{\phi_c^2}{M_G^2} \gg 2 \quad \text{)B/55+}$$

となる/

以上のように-)B/48+)B/49+)B/54+)B/55+を満たす時に- ハイブリッドインフレーションが実現できる/これらの条件を満たすモデルパラメータの領域は広いことがこのモデルの良い点である/ハイブリッドインフレーションはカオスのインフレーションとインフレーションが始まった時刻付近では同様の振る舞いをするが- 場の値が  $M_P$  より大きい必要はなく- よってハイブリッドインフレーションはスモールフィールドインフレーションモデルの1つである/ 図27ではハイブリッドインフレーションを起こすポテンシャルの例を示した/ まず- インフレーション中は  $\phi$  は十分に大きな値を持ち-  $\chi$   $\chi$  軸に沿ってスローロールしながら転がり落ちる/ $\chi$  方向のポテンシャルは  $\phi$  が転がり落ちる間に  $\chi$   $\chi$  1 を安定点とする形状から徐々に  $\chi$   $\chi$  1 が鞍点となる形状に変化していく/そして谷が山になったときに- 系は  $\chi$  方向に素早く転がり落ちインフレーションが終了する/その後-  $\phi$   $\chi$   $\chi$  1,  $\chi$   $\chi$   $v$  付近で振動し宇宙の再加熱をする/

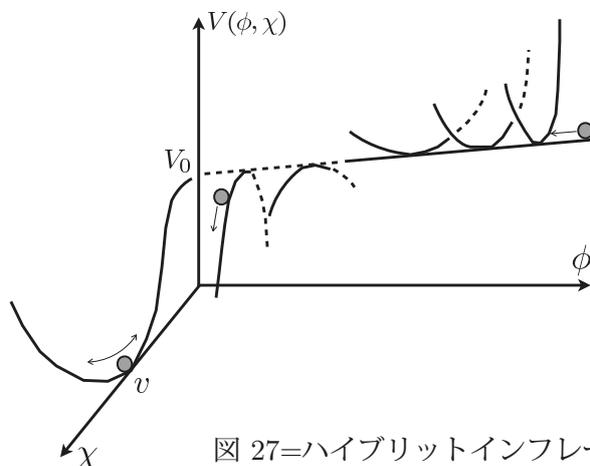


図 27=ハイブリッドインフレーション

## B 1-loop 有効ポテンシャル

場の理論において-  $n$  点グリーン関数の生成汎関数  $Z(J)$  は- 場  $\phi(x)$  について外場  $J(x)$  が存在する時の作用  $S[\phi, J]$  を用いて

$$Z(J) \leq \int \mathcal{O}\phi e^{iS[\phi, J]} \quad (C/2)$$

で定義される/

また-  $n$  点 Hsffo 関数の生成汎関数  $Z(J)$  と連結 Hsffo 関数の生成汎関数  $W(J)$  は-

$$Z(J) \propto \int \mathcal{O}\phi e^{iW[J(x)]} \quad (C/3)$$

の関係で与えられ- この時-

$$\langle \phi_{cl}(x) \rangle = W'(J) \quad \left[ \int d^4x J(x) \phi_{cl}(x) \right] \quad (C/4)$$

で定義される量子効果を含む作用のことを有効作用  $\Gamma[\phi_{cl}]$  という/ ここで-  $\phi_{cl}(x)$  は外場  $J(x)$  が存在する時の場  $\phi(x)$  の期待値  $\langle \phi(x) \rangle$  であり古典場という/ つまり- 摂動論で  $\phi(x) = \phi_{cl}(x) + \delta\phi(x)$  と展開した/

この有効作用について-  $J = \phi_{cl}$  が  $x$  に依らない値である時

$$\langle \phi_{cl} \rangle = W'(J) = J \quad \left[ \int d^4x \leq V_{eff}(\phi_{cl}) \int d^4x \right], \quad (C/5)$$

$$V_{eff}(\phi_{cl}) = W(\phi_{cl}) - J\phi_{cl} \quad (ff = \text{全空間体積}) \quad (C/6)$$

となり-  $\phi(x)$  の期待値が  $\phi_{cl}$  であるという条件下での基底状態のエネルギー密度を有効ポテンシャル  $V_{eff}(\phi_{cl})$  という/  $V_{eff}(\phi_{cl})$  は摂動論で

$$V_{eff}(\phi_{cl}) = V_{classical}(\phi_{cl}) + V_{quantum}(\phi_{cl}) \quad (C/7)$$

であり- 量子効果を含むポテンシャルである/

例として- 実スカラー場  $\phi(x)$  の  $\phi^4$  理論において- 有効ポテンシャルを考える/ 作用は-

$$S_{\text{scalar}} = \int d^4x \left[ \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \frac{\lambda}{5!} \phi^4 \right] \quad (C/8)$$

で与えられる/ ここで-  $m$  は質量-  $\lambda$  は結合定数である/ このとき-  $n$  点グリーン関数の生成汎関数  $Z(J)$  は

$$Z(J) \leq \int \mathcal{O}\phi e^{iS[\phi, J]} \\ \propto \int \mathcal{O}\phi \exp \left[ i \int d^4x \left\{ \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \frac{\lambda}{5!} \phi^4 + J\phi \right\} \right]$$

で与えられる/ いま-  $\phi(x) = \phi_{cl}(x) + \delta\phi(x)$  として  $\phi_{cl}(x)$  周りで展開すると-  $Z(J)$  は

$$Z(J) \propto \int \mathcal{O}\delta\phi \exp \left[ i \int d^4x \left\{ \frac{1}{2} \partial_\mu \delta\phi \partial^\mu \delta\phi + \delta\phi \left( \partial^\mu \right) \phi_{cl} + \delta\phi \left( -\frac{1}{2} m^2 \right) \phi_{cl} + \delta\phi \left( -\frac{\lambda}{5!} \phi_{cl}^3 \right) + \delta\phi \left( J + \frac{\lambda}{5!} \phi_{cl}^4 \right) \right\} \right]$$

となる/ ユークリッド化すると-  $Z^{\wedge J}$  は

$$Z^{\wedge J} \left[ \int d^4x_E \left\{ \frac{2}{3} \phi_{cl} \square_E, m^2 \left[ \phi_{cl}, \frac{\lambda}{5} \phi_{cl}^4 \right] J \phi_{cl} \right\} \right. \\ \left. * \left[ \int \mathcal{O} \ddot{\phi} f_{yq} \right] \left[ \int d^4x_E \frac{2}{3} \ddot{\phi} \right] \square_E, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{cl}^2 \left[ \ddot{\phi} \right] \right] \quad )C/9+$$

となる/ ここで- ガウス積分に関する公式

$$\left[ \int \mathcal{O} \ddot{\phi} f_{yq} \right] \frac{2}{3} \left[ \int d^4x \ddot{\phi} \right] x + A \ddot{\phi} x \left\{ A \nabla_{\text{efu}A}^2 A \right\} \text{efu}A^{-\frac{1}{2}} \quad )C/10+$$

を用いると-  $Z^{\wedge J}$  は

$$Z^{\wedge J} \left[ \int d^4x_E \left\{ \frac{2}{3} \phi_{cl} \square_E, m^2 \left[ \phi_{cl}, \frac{\lambda}{5} \phi_{cl}^4 \right] J \phi_{cl} \right\} \right. \\ \left. \left( \int \mathcal{O} \ddot{\phi} f_{yq} \right) \text{efu} \right] \square_E, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{cl}^2 \left[ \int \right]^{\frac{1}{2}} \quad )C/21+$$

となる/ 連結グリーン関数の生成汎関数  $W^{\wedge J}$  は )C/22+ から

$$W^{\wedge J} \left[ \int d^4x_E \left\{ \frac{2}{3} \phi_{cl} \square_E, m^2 \left[ \phi_{cl}, \frac{\lambda}{5} \phi_{cl}^4 \right] J \phi_{cl} \right\} \right. \\ \left. \left( \int \mathcal{O} \ddot{\phi} f_{yq} \right) \text{efu} \right] \quad )C/22+$$

なので- ユークリッド化により-

$$W_E^{\wedge J} \left[ \int d^4x_E \left\{ \frac{2}{3} \phi_{cl} \square_E, m^2 \left[ \phi_{cl}, \frac{\lambda}{5} \phi_{cl}^4 \right] J \phi_{cl} \right\} \right. \\ \left. \left( \int \mathcal{O} \ddot{\phi} f_{yq} \right) \text{efu} \right] \quad )C/23+$$

である/ )C/21+ から

$$W_E^{\wedge J} \left[ \int d^4x_E \left\{ \frac{2}{3} \phi_{cl} \square_E, m^2 \left[ \phi_{cl}, \frac{\lambda}{5} \phi_{cl}^4 \right] J \phi_{cl} \right\} \right. \\ \left. \left( \int \mathcal{O} \ddot{\phi} f_{yq} \right) \text{efu} \right] \square_E, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{cl}^2 \left[ \int \right]^{\frac{1}{2}} \quad )C/24+$$

なので- ユークリッド化した有効作用  $E^{\wedge J} \phi_{cl}$  は

$$E^{\wedge J} \phi_{cl} \left[ \int d^4x_E \left\{ \frac{2}{3} \phi_{cl} \square_E, m^2 \left[ \phi_{cl}, \frac{\lambda}{5} \phi_{cl}^4 \right] J \phi_{cl} \right\} \right. \\ \left. \left( \int \mathcal{O} \ddot{\phi} f_{yq} \right) \text{efu} \right] \square_E, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{cl}^2 \left[ \int \right]^{\frac{1}{2}} \quad )C/25+$$

となる/ ここで-  $\text{ph} \text{efu}A A \text{us} \text{ph} A$  を用いて-

$$E^{\wedge J} \phi_{cl} \left[ \int d^4x_E \left\{ \frac{2}{3} \phi_{cl} \square_E, m^2 \left[ \phi_{cl}, \frac{\lambda}{5} \phi_{cl}^4 \right] J \phi_{cl} \right\} \right. \\ \left. \left( \int \mathcal{O} \ddot{\phi} f_{yq} \right) \text{efu} \right] \square_E, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{cl}^2 \left[ \int \right]^{\frac{1}{2}} \quad )C/26+$$

となる/ 第一項目は- Fvdkk 化した古典作用  $S_E^{\wedge J} \phi_{cl}$  に対応し- 第二項目が量子補正である/

有効作用に対して  $J- \phi_{cl}$  が  $x$  に依らない値であるとき- )C/25+ から有効ポテンシャルが定義出来た/ この時-

Fvdkk 化された有効作用  $E^{\wedge J} \phi_{cl}$  は-

$$E^{\wedge J} \phi_{cl} \left[ \int d^4x_E \left\{ \frac{2}{3} \phi_{cl} \square_E, m^2 \left[ \phi_{cl}, \frac{\lambda}{5} \phi_{cl}^4 \right] J \phi_{cl} \right\} \right. \\ \left. \left( \int \mathcal{O} \ddot{\phi} f_{yq} \right) \text{efu} \right] \square_E, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{cl}^2 \left[ \int \right]^{\frac{1}{2}} \quad )C/27+$$

で与えられるので-

$$E^{\wedge J} \phi_{cl} \left[ \int d^4x_E \left\{ \frac{2}{3} \phi_{cl} \square_E, m^2 \left[ \phi_{cl}, \frac{\lambda}{5} \phi_{cl}^4 \right] J \phi_{cl} \right\} \right. \\ \left. \left( \int \mathcal{O} \ddot{\phi} f_{yq} \right) \text{efu} \right] \square_E, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{cl}^2 \left[ \int \right]^{\frac{1}{2}} \quad )C/28+$$

となり- 有効ポテンシャル  $V_{\text{eff}}(\phi_{\text{cl}})$  が次のように表される/

$$\begin{aligned} V_{\text{eff}}(\phi_{\text{cl}}) &+ A \frac{2}{3} m^2 \phi_{\text{cl}}^2, \frac{\lambda}{5} \phi_{\text{cl}}^4, \frac{2}{3} \text{ff}_E^{-1}[\mathbf{u} \mathbf{m}] \square_E, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{\text{cl}}^2 \left[ \right. , & \text{)C/29+} \\ V_{\text{classical}}(\phi_{\text{cl}}) &+ A \frac{2}{3} m^2 \phi_{\text{cl}}^2, \frac{\lambda}{5} \phi_{\text{cl}}^4, \\ V_{\text{quantum}}(\phi_{\text{cl}}) &+ A \frac{2}{3} \text{ff}_E^{-1}[\mathbf{u} \mathbf{m}] \square_E, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{\text{cl}}^2 \left[ \right. . \end{aligned}$$

ここで-  $V_{\text{classical}}(\phi_{\text{cl}})$  は古典ポテンシャルであり-  $V_{\text{quantum}}(\phi_{\text{cl}})$  は量子補正である/  $V_{\text{quantum}}(\phi_{\text{cl}})$  はフーリエ変換により運動量空間表示を用いて-

$$\frac{2}{3} \text{ff}_E^{-1}[\mathbf{u} \mathbf{m}] \square_E, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{\text{cl}}^2 \left[ A \frac{2}{3} \left[ \frac{d^4 k_E}{3\pi^4} \mathbf{m} \right] k_E^2, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{\text{cl}}^2 \left\{ \right.$$

のように表される/ いま- この運動量積分を実行する/  $M^2 A m^2, \frac{\lambda}{2} \phi_{\text{cl}}^2$  として- 5次元極座標表示では

$$\frac{2}{3} \left[ \frac{d^4 k_E}{3\pi^4} \mathbf{m} \right] k_E^2, M^2 \left\{ A \frac{2}{27\pi^2} \left[ \int_0^\infty dk_E k_E^3 \mathbf{m} \right] k_E^2, M^2 \left\{ \right.$$

となる/ 運動量カットオフ  $\Phi$  を用いて計算を進めると-

$$\begin{aligned} \frac{2}{27\pi^2} \left[ \int_0^\Lambda dk_E k_E^3 \mathbf{m} \right] k_E^2, M^2 \left\{ A \frac{2}{27\pi^2} \left[ \int_0^\Lambda \frac{2}{3} dq q \mathbf{m} \right] q, M^2 \left\{ \right. \\ \left. A \frac{2}{75\pi^2} \right\} q^2 \mathbf{m} \left. \right\} q, M^2 \left\{ \int_0^\Lambda \left[ \int_0^\Lambda dq \frac{q^2}{q, M^2} \right. \right. / \\ \left. \left. A \frac{2}{75\pi^2} \right\} \Phi^4 \mathbf{m} \right) 2, \frac{M^2}{\Phi^2} \left[ \left. \left. \Phi^4 \mathbf{m} \Phi^2 \frac{\Phi^4}{3}, \Phi^2 M^2 M^4 \mathbf{m} \right) 2, \frac{M^2}{\Phi^2} \left[ \left. \left. M^4 \mathbf{m} \Phi^2, M^4 \mathbf{m} M^2 \right. \right. \right. \right. \end{aligned}$$

となる/ ここで-  $\Phi \rightarrow M$  から3次までテイラー展開をとると- 上式は

$$A \frac{2}{75\pi^2} \left\{ \Phi^4 \right\} \mathbf{m} \Phi^2 \frac{2}{3} \left[ \left. \left. 3\Phi^2 M^2, M^4 \right) \mathbf{m} M^2 \mathbf{m} \Phi^2 \frac{2}{3} \left[ \right. \right. /$$

となる/ よって- )C/29+は

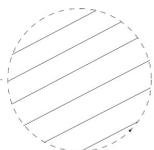
$$\begin{aligned} V_{\text{eff}}(\phi_{\text{cl}}) &+ A \frac{2}{3} m^2 \phi_{\text{cl}}^2, \frac{\lambda}{5} \phi_{\text{cl}}^4, \frac{2}{75\pi^2} \left\{ \Phi^4 \right\} \mathbf{m} \Phi^2 \frac{2}{3} \left[ \left. \left. 3\Phi^2 M^2, M^4 \right) \mathbf{m} M^2 \mathbf{m} \Phi^2 \frac{2}{3} \left[ \right. \right. / \\ &A \frac{2}{3} \left\{ m^2, \frac{\lambda m^2}{43\pi^2} \right\} \mathbf{m} \frac{3m^2, \lambda \phi_{\text{cl}}^2}{3\Phi^2} \frac{2}{3} \left[ \left. \left. \frac{\lambda \Phi^2}{43\pi^2} \right. \right. / \phi_{\text{cl}}^2 \\ &, \frac{2}{5} \left\{ \lambda, \frac{4\lambda^2}{43\pi^2} \right\} \mathbf{m} \frac{3m^2, \lambda \phi_{\text{cl}}^2}{3\Phi^2} \frac{2}{3} \left[ \left. \left. \right. \right. / \phi_{\text{cl}}^4 \\ &, \frac{2}{75\pi^2} \left\{ \Phi^4 \right\} \mathbf{m} \Phi^2 \frac{2}{3} \left[ \left. \left. m^4 \right) \mathbf{m} \frac{3m^2, \lambda \phi_{\text{cl}}^2}{3\Phi^2} \frac{2}{3} \left[ \left. \left. 3\Phi^2 m^2 \right. \right. \right. \right. \end{aligned} \text{)C/2: +}$$

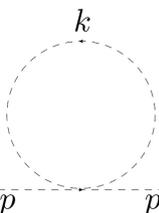
となる/ この時- スカラー質量  $m'$  は-

$$m'^2 A \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}(\phi_{\text{cl}})}{\partial \phi_{\text{cl}}^2} \left( \left. \left. A m^2, \frac{\lambda}{43\pi^2} \Phi^2, \frac{\lambda m^2}{43\pi^2} \mathbf{m} \frac{m^2}{\Phi^2} \right. \right) \text{)C/31+}$$

である/ 第二項目が二次発散- 第三項目が対数発散となっている/ これを3点関数の補正と比較してみる/

今- 3点関数への 2.mppq 補正は- ファインマンダイアグラム )Gfzon boo elbhsbn +の計算から

$$x \text{---} \text{---} y = \langle \Omega | T [\phi(x) \phi(y)] | \Omega \rangle$$


$$= x \text{---} \text{---} y + x \text{---} \text{---} y$$


$$\begin{aligned}
 & A e^{ipx} \frac{i}{p^2 m^2, i\epsilon} e^{-ipy}, e^{ipx} \frac{i}{p^2 m^2, i\epsilon} \frac{i\lambda}{3} \left[ \frac{d^4k}{3\pi^4 k^2} \frac{i}{m^2, i\epsilon} \frac{i}{p^2 m^2, i\epsilon} e^{-ipy} \right. \\
 & \left. A e^{ipx-y} \frac{i}{p^2 m^2, i\epsilon} \right] 2, \frac{2}{p^2 m^2, i\epsilon} \frac{i\lambda}{3} \left[ \frac{d^4k}{3\pi^4 k^2} \frac{2}{m^2, i\epsilon} / \right. \\
 & \left. A e^{ipx-y} \frac{i}{p^2 m^2, i\epsilon} \frac{p^2 m^2, i\epsilon}{\frac{i\lambda}{2} \sum \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m^2 + i\epsilon}, i\epsilon} \right. \\
 & \left. A e^{ipx} \frac{i}{p^2 m^2} \frac{i\lambda}{2} \sum \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m^2 + i\epsilon}, i\epsilon \right] e^{-ipy} \tag{C/32+}
 \end{aligned}$$

である/つまり- 2.mppq 補正はスカラー伝播関数を

$$\frac{i}{p^2 m^2, i\epsilon} \simeq \frac{i}{p^2 m^2} \frac{i\lambda}{2} \sum \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m^2 + i\epsilon}, i\epsilon \tag{C/33+}$$

と変更したと見なせる/ Fvdrk 化した 5次元極座標表示で積分を実行すると-

$$\frac{i\lambda}{3} \left[ \frac{d^4k}{3\pi^4 k^2} \frac{2}{m^2, i\epsilon} A \frac{\lambda}{27\pi^2} \left[ \int_0^\infty dk_E \frac{k_E^3}{k_E^2, m^2 i\epsilon} \right. \right.$$

となり-  $\Phi$  を用いて-

$$\begin{aligned}
 & \frac{\lambda}{27\pi^2} \left[ \int_0^\Lambda dk_E \frac{k_E^3}{k_E^2, m^2 i\epsilon} A \frac{\lambda}{43\pi^2} \left[ \int_0^\Lambda dq \frac{q}{q, m^2 i\epsilon} \right. \right. \\
 & \left. \left. A \frac{\lambda}{43\pi^2} \right] \Phi^2, m^2 i\epsilon \left[ \int_0^\Lambda dk_E \frac{k_E^3}{k_E^2, m^2 i\epsilon} \right] \right] 2, \frac{m^2 i\epsilon}{\Phi^2} \left[ \int_0^\Lambda dk_E \frac{k_E^3}{k_E^2, m^2 i\epsilon} \right] / \left\{ \right.
 \end{aligned}$$

が導かれる/ここで-  $\Phi \rightarrow m^2 i\epsilon$  からテイラー展開を用いて-

$$A \frac{\lambda}{43\pi^2} \left[ \Phi^2, m^2 i\epsilon \left[ \int_0^\Lambda dk_E \frac{k_E^3}{k_E^2, m^2 i\epsilon} \right] \right] \frac{m^2 i\epsilon}{\Phi^2} \left[ \int_0^\Lambda dk_E \frac{k_E^3}{k_E^2, m^2 i\epsilon} \right] \tag{C/34+}$$

となる/これにより- 2.mppq 補正はスカラー伝播関数を

$$\frac{i}{p^2 m^2, i\epsilon} \simeq \frac{i}{p^2 m^2} \frac{i\lambda}{32\pi^2} \left[ \Phi^2, m^2 i\epsilon + \frac{m^2 - i\epsilon}{\Lambda^2} \right] \left[ \int_0^\Lambda dk_E \frac{k_E^3}{k_E^2, m^2 i\epsilon} \right] \tag{C/35+}$$

と変更したと見なせ- これを質量  $m$  に対する補正であるとし-  $\epsilon \simeq 1$  の極限を取ると- スカラー質量  $m'$  は

$$m'^2 \sim m^2, \frac{\lambda}{43\pi^2} \Phi^2, \frac{\lambda m^2}{43\pi^2} \frac{m^2}{\Phi^2} \quad )C/36+$$

となる/ )C/31+と比較すると確かに一致していることが分かる/

実際に- )C/29+から

$$V_{\text{eff}}(\phi_{\text{cl}}) \sim \frac{2}{3} m^2 \phi_{\text{cl}}^2, \frac{\lambda}{5} \phi_{\text{cl}}^4, \frac{2}{3} \left[ \frac{d^4 k_E}{3\pi^4} \mathbf{1} \right] k_E^2, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{\text{cl}}^2 \left\{ \quad \right. \quad )C/37+$$

に関して-  $\phi_{\text{cl}}$  について二階微分し-  $\phi_{\text{cl}} \simeq 1$  の極限を取ると-

$$\begin{aligned} \lim_{\phi_{\text{cl}} \rightarrow 0} \frac{\partial^2}{\partial \phi_{\text{cl}}^2} V_{\text{eff}}(\phi_{\text{cl}}) &\sim m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{\text{cl}}^2, \frac{2}{3} \left[ \frac{d^4 k_E}{3\pi^4} \frac{\partial^2}{\partial \phi_{\text{cl}}^2} \mathbf{1} \right] k_E^2, m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{\text{cl}}^2 \left\{ \left( \phi_{\text{cl}}=0 \right. \right. \\ &\sim m^2, \frac{\lambda}{3} \phi_{\text{cl}}^2, \frac{2}{3} \left[ \frac{d^4 k_E}{3\pi^4} \frac{\lambda}{k_E^2}, m^2, \frac{\lambda}{2} \phi_{\text{cl}}^2 \left[ \frac{\lambda \phi_{\text{cl}} \lambda \phi_{\text{cl}}}{k_E^2, m^2, \frac{\lambda}{2} \phi_{\text{cl}}^2} \right]^2 \right\} \left( \phi_{\text{cl}}=0 \right. \\ &\sim m^2, 1, \frac{2}{3} \left[ \frac{d^4 k_E}{3\pi^4} \frac{\lambda}{k_E^2}, m^2 \right. \\ &\sim m^2, \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{i\lambda}{3} \left[ \frac{d^4 k}{3\pi^4} \frac{2}{k^2}, m^2, i\epsilon \right. \quad )C/38+ \end{aligned}$$

が導かれ- 質量に対する量子補正として有効ポテンシャルの計算と  $G_{\text{fzon boo e kbhsbn}}$  の計算は同じものであることが分かる/

## C 5次元場の理論に基づく 1-loop 有効ポテンシャルの計算

6次元時空において-  $U(2)$ ゲージ場  $B_M$  と結合する質量を持った複素スカラー場  $\phi$  の作用は

$$S_\phi = \int d^5x \sqrt{|g_5|} \left[ \dot{g}^{MN} (D_M \phi)^\dagger D_N \phi + m_\phi^2 |\phi|^2 \right] \quad (D/2+)$$

で表される/ ここで- 重力場中で  $U(2)$ ゲージ場  $B_M$  と結合する  $U(2)$ チャージ  $q_\phi$  を有する場  $\phi$  に関する共変微分は

$$D_M = \partial_M + i g_5' q_\phi B_M + \frac{2}{3} \dot{\omega}_M^{ij} \sigma_{ij} \quad (D/3+)$$

である/ 場  $\phi$  はボゾンより- スピン接続  $\frac{1}{2} \dot{\omega}_M^{ij} \sigma_{ij}$  に  $A=1$  である/

また-  $g_5 = e^{\int u} g_{MN}$  であり-  $g_{MN}$  は 6次元重力場

$$g_{MN} = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu} & A_\mu A_\nu \Psi \\ A_\nu \Psi & \Psi \end{pmatrix} \quad (D/4+)$$

である/ 余剰次元座標について- 周期  $L$  で  $S^1$  コンパクト化させることを考える/ この時- 場の LL 展開はそれぞれ

$$g_{MN}(x^\mu, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{g}_{MN}^{(n)}(x^\mu) e^{i \frac{2\pi n}{L} y}, \quad (D/5+)$$

$$B_M(x^\mu, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2}{L} B_M^{(n)}(x^\mu) e^{i \frac{2\pi n}{L} y}, \quad (D/6+)$$

$$\phi(x^\mu, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2}{L} \phi^{(n)}(x^\mu) e^{i \frac{2\pi n}{L} y} \quad (D/7+)$$

である/ ここで-  $x^\mu$  ( $\mu = 1, \dots, 4$ ) と  $y$  はそれぞれ 5次元座標と余剰次元  $S^1$  座標である/  $D/2+$  を 5次元の作用に展開すると- 6次元重力場  $g_{MN}$  から  $\Psi^{(0)}$ - 6次元ゲージ場  $B_M$  から  $B_5^{(0)}$  の 3つの質量 1 のスカラー場が現れる/ いま- 2-loop 有効ポテンシャルの計算に当たり- 重力場  $g_{\mu\nu}$  の背景場  $|g_{\mu\nu}^{(0)}|$  として N-compactified 時空の計量  $\eta_{\mu\nu}$  を選ぶ/ その他のゼロモードについては

$$|A_\mu^{(0)}| = 1, \quad |\Psi^{(0)}| = \chi, \quad |B_\mu^{(0)}| = 1, \quad |B_5^{(0)}| = \frac{\theta}{g_4' L}, \quad |\phi^{(0)}| = 1 \quad (D/8+)$$

のように背景場を取る/ LL モードの背景場は 1 とする/ Seiberg-Witten 理論  $\chi = \frac{\theta}{g_4' L}$  について  $\theta = g_4' \int_0^L dy B_5^{(0)}$  についての 2-loop ポテンシャルを求めていく/  $D/2+$  の展開から-

$$S_4 = \int d^4x \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{3\pi n}{\chi^{1/2} L} \frac{q_\phi \theta}{\chi^{1/3}} \left[ \frac{m_\phi^2}{\chi^{1/3}} \right] / \phi^{(n)} \right)^2 \right] \quad (D/9+)$$

なので- 有効ポテンシャルは

$$V_{\phi^* \text{eff}} = 3V_{\text{eff}}(m_\phi, q_\phi), \quad (D/10+)$$

$$V_{\text{eff}}(m, q) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{d^4 k_E}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k_E}{k_E^2} \right] \frac{3\pi n}{\chi^{1/2} L} \left[ \frac{q\theta}{\chi^{1/3}} \right]^2, \quad \frac{m^2}{\chi^{1/3}} \left\{ \quad (D/21+)$$

である/ )D/21+について- ユークリッド化した運動量  $k_E$  の積分を実行すると-

$$V_{\text{eff}})m, q+A \left[ \frac{4}{5\pi^2} \frac{2}{\chi^2 L^4} \text{Sf} \left[ \mathbf{M}_{\mathbb{F}} \right] e^{-Lm\chi^{1/3}} e^{iq\theta} +, Lm\chi^{1/3} \mathbf{M}_{\mathbb{K}} \right] e^{-Lm\chi^{1/3}} e^{iq\theta} +, \frac{2}{4} L^2 m^2 \chi^{2/3} \mathbf{M}_{\mathbb{F}} \left. \right\} e^{-Lm\chi^{1/3}} e^{iq\theta} \quad )D/22+$$

となる/ ここで-  $\mathbf{M}_{\mathbb{K}}$ ) $u$ +はポリログ関数であり-

$$\mathbf{M}_{\mathbb{K}})u+A \prod_{k=1}^{\infty} \frac{u^k}{k^n} \quad )D/23+$$

で与えられる/ ポリログ関数はゼータ関数  $\zeta)n$ +を一般化したものであり-

$$\zeta)n+A \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^n} A \mathbf{M}_{\mathbb{K}})2+ \quad )D/24+$$

という関係がある/ 次に- 一般の場合  $X$  に関して有効ポテンシャルを考えてみる/ 有効ポテンシャルは-

$$V_{X\text{eff}} A f_X V_{\text{eff}})m_X, q_X+ \quad )D/25+$$

で与えられる/ ここで-  $f_X$ -  $m_X$ -  $q_X$  はそれぞれ  $X$  場の自由度- 質量-  $U$ )2+チャージである/ 6次元重力場  $\dot{g}_{MN}$ - 6次元ゲージ場  $B_M$ -  $l$ 個の6次元中性マター場  $\Omega_l$ -  $i$ 個の6次元  $U$ )2+荷電マター場  $\psi_i$ - また上述の複素スカラー場  $\phi$  についての  $f_X$ -  $m_X$ -  $q_X$  は表4にまとめた/ 6次元重力場- 6次元  $U$ )2+ゲージ場については  $U$ )2+チャージは無く- 質量1であり- また非物理的な自由度は各々のゴースト場によって消去される/

$X$	$f_X$	$m_X$	$q_X$
$\dot{g}_{MN}$	6	1	1
$B_M$	4	1	1
$\Omega_l$	5	$\mu_l$	1
$\psi_i$	5	$m_i$	$q_\psi A$ 2
$\phi$	3	$m_\phi$	$q_\phi A$ 2

表 4=各々の場についての物理的自由度- 質量-  $U$ )2+チャージ/

実際に- 2個の6次元  $U$ )2+荷電マター場  $\psi$  に関して- sbe lpo 場  $\chi$  の値は2として計算してみると-

$$V A \left[ \frac{4}{\pi^2 L^4} \text{Sf} \left[ \mathbf{M}_{\mathbb{F}} \right] e^{-Lm} e^{-i\theta} +, Lm \mathbf{M}_{\mathbb{K}} \right] e^{-Lm} e^{-i\theta} +, \frac{2}{4} L^2 m^2 \mathbf{M}_{\mathbb{F}} \left. \right\} e^{-Lm} e^{-i\theta} \left\{ A \frac{4}{\pi^2 L^4} \prod_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{2}{k^5}, \frac{Lm}{k^4}, \frac{L^2 m^2}{4k^3} \right] e^{-mkL} \text{dpt} \right\} k\theta+ \quad )D/26+$$

となり- )4/59+で得られた結果と一致する/

## D 解析するポテンシャルの微分まとめ

まず-場の再定義と変数変換に関してまとめておく / 質量次元2の sbelpo 場  $\chi'$  と hbvhf.I khht 場  $\varphi$  で与えられるポテンシャル  $V(\chi', \varphi)$  の  $\chi'$  一階微分-  $\chi'$  二階微分-  $\varphi$  一階微分-  $\varphi$  二階微分と  $\beta$ : + で定義される無次元パラメータ  $x, \theta$  で与えられたポテンシャル  $V(x, \theta)$  の  $x$  微分-  $\theta$  微分との関係は

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \chi'} V(\chi', \varphi) &+ \frac{\nabla \bar{7}x}{M_G} \frac{\partial}{\partial x} V(x, \theta), \\ \frac{\partial^2}{\partial \chi'^2} V(\chi', \varphi) &+ \frac{7x}{M_G^2} \frac{\partial}{\partial x} V(x, \theta), \quad \frac{7x^2}{M_G^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x, \theta), \\ \frac{\partial}{\partial \varphi} V(\chi', \varphi) &+ \frac{2}{f} \frac{\partial}{\partial \theta} V(x, \theta), \\ \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} V(\chi', \varphi) &+ \frac{2}{f^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} V(x, \theta) \end{aligned} \quad )E/2+$$

となるので- 変数変換に伴うポテンシャルの微分について以下に列挙する /

- ポテンシャル  $V(\chi', \varphi)$  の  $\chi'$  一階微分

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \chi'} V(\chi', \varphi) &+ \frac{7 \nabla L^2 m^6}{M_G \pi^2 x^2} \left[ \frac{\pi^2 x^{5/3}}{29m^5} a \quad 3\zeta)6+, \quad c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \right) \frac{2}{k^5}, \quad r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad r_m^2 \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \quad r_m^3 \frac{x}{29k^2} \left[ e^{-kr_m x^{1/3}} \right. \\ &, \quad \left. c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \right) \frac{2}{k^5}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \quad \frac{x}{29k^2} \left[ e^{-kx^{1/3}} \text{dpt} \right) k\theta + \left\{ \right. \end{aligned} \quad )E/3+$$

- ポテンシャル  $V(\chi', \varphi)$  の  $\chi'$  二階微分

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \chi'^2} V(\chi', \varphi) &+ \frac{83L^2 m^6}{M_G^2 \pi^2 x^2} \left[ \frac{\pi^2 x^{5/3}}{219m^5} a \quad 3\zeta)6+ \right. \\ &, \quad \left. c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \right) \frac{2}{k^5}, \quad r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad r_m^2 \frac{34x^{2/3}}{65k^3}, \quad r_m^3 \frac{6x}{65k^2}, \quad r_m^4 \frac{x^{4/3}}{219k} \left[ e^{-kr_m x^{1/3}} \right. \\ &, \quad \left. c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \right) \frac{2}{k^5}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad \frac{34x^{2/3}}{65k^3}, \quad \frac{6x}{65k^2}, \quad \frac{x^{4/3}}{219k} \left[ e^{-kx^{1/3}} \text{dpt} \right) k\theta + \left\{ \right. \end{aligned} \quad )E/4+$$

- ポテンシャル  $V(\chi', \varphi)$  の  $\varphi$  一階微分

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} V(\chi', \varphi) + \frac{4c_2 L^2 m^6}{f \pi^2 x^2} \left[ \prod_{k=1}^{\infty} \right) \frac{2}{k^4}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^3}, \quad \frac{x^{2/3}}{4k^2} \left[ e^{-kx^{1/3}} \text{tko} \right) k\theta + \left\{ \right. \quad )E/5+$$

- ポテンシャル  $V(\chi', \varphi)$  の  $\varphi$  二階微分

$$\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} V(\chi', \varphi) + \frac{4c_2 L^2 m^6}{f^2 \pi^2 x^2} \left[ \prod_{k=1}^{\infty} \right) \frac{2}{k^3}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^2}, \quad \frac{x^{2/3}}{4k} \left[ e^{-kx^{1/3}} \text{dpt} \right) k\theta + \left\{ \right. \quad )E/6+$$

### E ポテンシャル中でのスカラー場の転がる方向

ポテンシャル  $V(\chi', \varphi)$  におけるスカラー場のダイナミクスを考える際に- インフレーションを起こすような状況に転がるか )スカラー場の変位を考えられるか+を考察する必要がある /  $V(\chi', \varphi)$  の  $\chi'$  方向の傾き-  $\varphi$  方向の傾き )転がりやすさ+について調べるために- )E/β+と )E/β+を比較していく /

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{\frac{D.3+}{D.5+}} \sqrt{A} \left( \frac{\partial V / \partial \chi'}{\partial V / \partial \varphi} \right) \left( \frac{\partial V / \partial \chi'}{\partial V / \partial \varphi} \right) \\
 & A \left( \frac{3}{M_G} \frac{\nabla \bar{f}}{29m^5} \right) \left[ \frac{\pi^2 x^{5/3}}{29m^5} a \quad 3\zeta \right] 6+, \quad c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \quad r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad r_m^2 \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \quad r_m^3 \frac{x}{29k^2} \right) \left[ e^{-kr_m x^{1/3}} \right. \\
 & \quad \left. , \quad c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \quad \frac{x}{29k^2} \right) \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] \text{dpt } k\theta \left\{ \right. \\
 & \quad \left. \int \left[ c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^4}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^3}, \quad \frac{x^{2/3}}{4k^2} \right) \left[ e^{-kx^{1/3}} \right] \text{tko } k\theta \right\} \right. \quad \left. \right) F/2+
 \end{aligned}$$

について-

- k/ x の値が大きいとき ) $\chi' \simeq \nabla$ +
- k/ x の値が小さいとき ) $\chi' \gg 1$ +
- k2/ θ の値が小さいとき )θ A 1+
- k3/ θ の値が特別なとき

k/ いくつかの x の値  
 のそれぞれの場合について比較していく /

k/ x の値が大きいとき  
 $x \simeq \nabla$  なので-

$$e^{-kx^{1/3}} \gg 2, \quad e^{-kr_m x^{1/3}} \gg 2 \quad \text{)F/β+}$$

である / よって )F/2+は

$$\left( \frac{\partial V / \partial \chi'}{\partial V / \partial \varphi} \right) \simeq \nabla$$

となり-

$$\left( \frac{\partial}{\partial \chi'} V \right)_{\chi', \varphi} \rightarrow \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} V \right)_{\chi', \varphi}$$

が導かれ- sbelkpo  $\chi'$  方向に転がる /

$k/x$  の値が小さいとき  
 $x \gg 2$  より-

$$e^{-kx^{1/3}} \propto 2 \quad kx^{1/3}, \quad e^{-kr_mx^{1/3}} \propto 2 \quad kr_mx^{1/3} \quad )F/4+$$

なので-)F/2+は-

$$\begin{aligned} )F.2+A \left( \frac{\nabla \bar{7}f}{M_G} \right) \left[ \frac{\pi^2 x^{5/3}}{29m^5} a \quad 3\zeta)6+, \quad c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \right] \frac{2}{k^5}, \quad r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad r_m^2 \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \quad r_m^3 \frac{x}{29k^2} \left[ \right] 2 \quad kr_mx^{1/3} \left( \right. \\ \left. , \quad c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \right) \frac{2}{k^5}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \quad \frac{x}{29k^2} \left[ \right] 2 \quad kx^{1/3} \left( \text{dpt} \right) k\theta + \left\{ \right. \\ \left. \int \right] \left[ c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \right) \frac{2}{k^4}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^3}, \quad \frac{x^{2/3}}{4k^2} \left[ \right] 2 \quad kx^{1/3} \left( \text{tko} \right) k\theta + \left\{ \right. \end{aligned} \quad )F/5+$$

である/ さらに-  $\theta$  について場合分けして考える/  
 $k2/\theta$  の値が小さいとき)  $\theta \gg 2+$

$$\text{dpt} )k\theta + \propto 2 \quad \frac{k^2\theta^2}{3}, \quad \text{tko} )k\theta + \propto k\theta \quad )F/6+$$

から-)F/5+は

$$\begin{aligned} )F.5+A \left( \frac{\nabla \bar{7}f}{M_G} \right) \left[ \frac{\pi^2 x^{5/3}}{29m^5} a \quad 3\zeta)6+, \quad c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \right] \frac{2}{k^5}, \quad r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad r_m^2 \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \quad r_m^3 \frac{x}{29k^2} \left[ \right] 2 \quad kr_mx^{1/3} \left( \right. \\ \left. , \quad c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \right) \frac{2}{k^5}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \quad \frac{x}{29k^2} \left[ \right] 2 \quad kx^{1/3} \left( \right) 2 \quad \frac{k^2\theta^2}{3} \left[ \right. \\ \left. \int \right] \left[ c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \right) \frac{2}{k^4}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^3}, \quad \frac{x^{2/3}}{4k^2} \left[ \right] 2 \quad kx^{1/3} \left( k\theta \right) \left\{ \right. \\ \simeq \nabla \end{aligned}$$

となり-

$$\left( \frac{\partial}{\partial \chi'} V \right) \chi', \varphi + \left( \rightarrow \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} V \right) \chi', \varphi + \left( \right.$$

が導かれ- sbelko  $\chi'$  方向に転がる/  
 $k3/\theta$  の値が特別なとき

$\theta A 1$  の場合は-  $4/k2$  と同様に-

$$\left( \frac{\partial}{\partial \chi'} V \right) \chi', \varphi + \left( \rightarrow \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} V \right) \chi', \varphi + \left( \right.$$

である/ よって- sbelko  $\chi'$  方向に転がる/ ただし- この場合  $\theta$  方向に関して  $\theta A 1$  は-  $\partial V/\partial \varphi A 1$  かつ  $\partial^2 V/\partial \varphi^2 < 1$  なので不安定である/ しかしながら  $\theta \approx 1$  では  $k2$  の状況なので- 微小振動が起きる状況では  $\theta A 1$  は  $\theta \approx 1$  の場合と同じである/

$\theta A \pi/3$  の場合は )F/5+から

$$\begin{aligned}
 )F.5+A & \left( \frac{\nabla \bar{7}f}{M_G} \right] \frac{\pi^2 x^{5/3}}{29m^5} a \quad 3\zeta)6+, \quad c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \quad r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad r_m^2 \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \quad r_m^3 \frac{x}{29k^2} \right) \left. \right]_2 \quad k r_m x^{1/3} \left( \right. \\
 & \quad , \quad c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \quad \frac{x}{29k^2} \right) \left. \right]_2 \quad k x^{1/3} \left( \text{dpt} \frac{k\pi}{3} \left\{ \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \int \right] c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^4}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^3}, \quad \frac{x^{2/3}}{4k^2} \right) \left. \right]_2 \quad k x^{1/3} \left( \text{tko} \frac{k\pi}{3} \left\{ \right. \right. \\
 & \approx \left( \frac{\nabla \bar{7}f}{M_G} \right] \quad 3\zeta)6+, \quad c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^5}, \quad c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^5} \text{dpt} \frac{k\pi}{3} \left\{ \int \right] c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k^4} \text{tko} \frac{k\pi}{3} \left\{ \right. \\
 & \approx \left( \frac{\nabla \bar{7}f}{M_G} \frac{c_1}{c_2} \right)
 \end{aligned}$$

となる/ポテンシャルの安定性から  $c_1 > 3$ ,  $c_2$  であるので-  $f$  と  $M_G$  の大きさにより sbelpo  $\chi'$  方向に転がるか hbvhf.i khht  $\varphi$  方向に転がるかが決まる/いま-インフレーションは hbvhf.i khht 方向で起こる可能性があり- その場合  $f > M_G$  を要請するので- 結局

$$\left( \frac{\partial}{\partial \chi'} V \right)_{\chi', \varphi} \left( \right) > \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} V \right)_{\chi', \varphi} \left( \right)$$

となり- sbelpo  $\chi'$  方向に転がる/

$\theta A \pi$  の場合- )F/5+から

$$\begin{aligned}
 )F.5+A & \left( \frac{\nabla \bar{7}f}{M_G} \right] \frac{\pi^2 x^{5/3}}{29m^5} a \quad 3\zeta)6+, \quad c_1 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \quad r_m \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad r_m^2 \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \quad r_m^3 \frac{x}{29k^2} \right) \left. \right]_2 \quad k r_m x^{1/3} \left( \right. \\
 & \quad , \quad c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^5}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^4}, \quad \frac{8x^{2/3}}{29k^3}, \quad \frac{x}{29k^2} \right) \left. \right]_2 \quad k x^{1/3} \left( \text{dpt} \right) k\pi \left\{ \right. \\
 & \quad \left. \int \right] c_2 \prod_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^4}, \quad \frac{x^{1/3}}{k^3}, \quad \frac{x^{2/3}}{4k^2} \right) \left. \right]_2 \quad k x^{1/3} \left( \text{tko} \right) k\pi \left\{ \right. \\
 & \approx \nabla
 \end{aligned}$$

となり-

$$\left( \frac{\partial}{\partial \chi'} V \right)_{\chi', \varphi} \left( \right) \rightarrow \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} V \right)_{\chi', \varphi} \left( \right)$$

が導かれ- sbelpo  $\chi'$  方向に転がる/

いくつかの  $x$  の値

$c_1 \text{ A } 5 - c_2 \text{ A } 2 - m \text{ A } 2 * 21^{10} \text{HfW} L \text{ A } 2 * 21^{-17} \text{HfW}^{-1} - r_m \text{ A } 2$  の時- 真空での  $x$  の値は  $6/51+$  から  $x \text{ A } 9.: 25...$  であり-  $a$  の値は  $a \text{ A } 1.11386... * m^5$  となる/ この時- ポテンシャルの 4E グラフを図 28 に示した/  $x$  方向の最小は-  $\theta$  の値に依存していることが分かる/

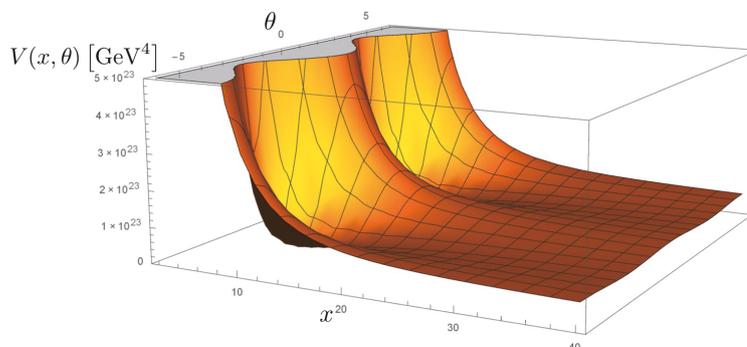


図 28= $c_1 \text{ A } 5 - c_2 \text{ A } 2 - m \text{ A } 2 * 21^{10} \text{HfW} L \text{ A } 2 * 21^{-17} \text{HfW}^{-1} - r_m \text{ A } 2$  でのポテンシャル/

図 29 から図 34 は- それぞれ  $\theta \text{ A } 1$  から  $\theta \text{ A } \pi$  のときのポテンシャルの 3E グラフである/ スカラー場は真空に落ち着いて欲しいため-  $x$  方向の最小に向かってスカラー場が変位する状況を-  $6 < x < 41$  の範囲で  $6/56+$  の値に基づいて比較する/

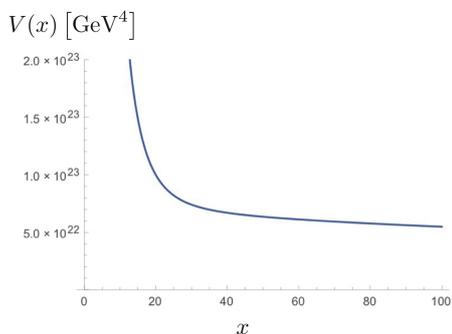


図 29= $\theta \text{ A } 1$

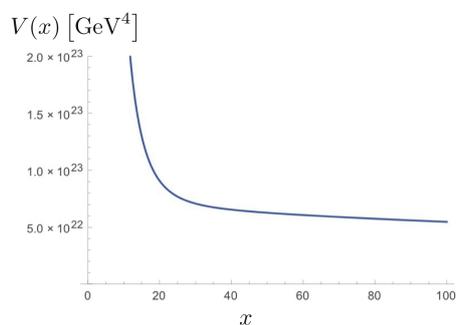


図 30= $\theta \text{ A } \frac{\pi}{4}$

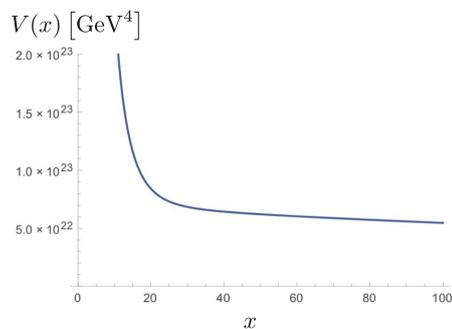


図 31= $\theta \text{ A } \frac{\pi}{3}$

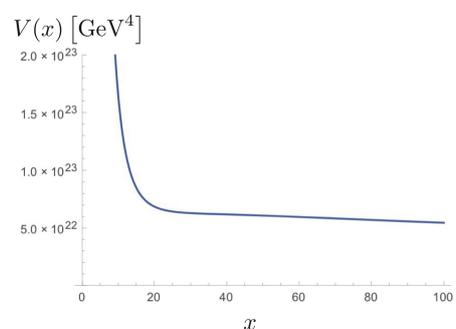


図 32= $\theta \text{ A } \frac{\pi}{2}$

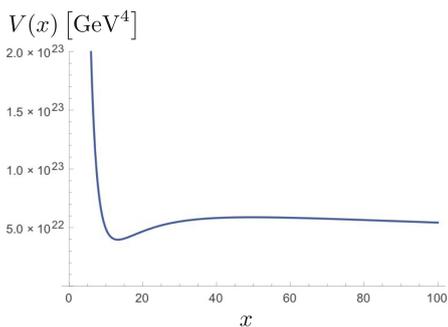


図 33= $\theta = \frac{3\pi}{4}$

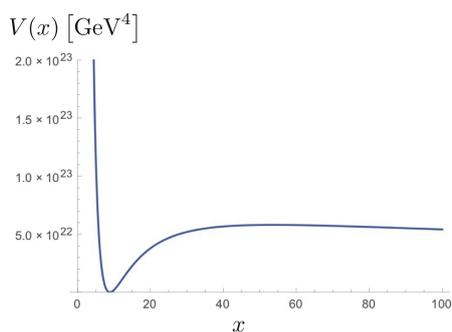


図 34= $\theta = \pi$

いま-  $k$   $A$  3 までの近似で解析する/ )F/2+は  $r_m$   $A$  2,  $c_1$   $A$  2,  $c_2$   $A$  5,  $a$   $A$  1.11386... \*  $m^5$ ,  $x$   $A$  6 で-

$$\begin{aligned}
 )F.2+\ll \left( \frac{\nabla \bar{f}}{M_G} \right) \left[ \frac{6^{5/3} \pi^2}{29} \right] 1.11386... + 3\zeta)6+ \\
 , \left. \right) 2, 6^{1/3}, \frac{8 * 6^{2/3}}{29}, \frac{6}{29} \left[ e^{-5^{1/3}} \text{dpt } \theta \right. \\
 , \left. \right) \frac{2}{43}, \frac{6^{1/3}}{27}, \frac{8 * 6^{2/3}}{255}, \frac{6}{83} \left[ e^{-2 \times 5^{1/3}} \text{dpt } 3\theta / \right. \\
 , 5 \left. \right) 2, 6^{1/3}, \frac{8 * 6^{2/3}}{29}, \frac{6}{29} \left[ e^{-5^{1/3}} \right. \\
 , \left. \right) \frac{2}{43}, \frac{6^{1/3}}{27}, \frac{8 * 6^{2/3}}{255}, \frac{6}{83} \left[ e^{-2 \times 5^{1/3}} / \left\{ \right. \right. \\
 \left. \left. \int \right] \right) 2, 6^{1/3}, \frac{6^{2/3}}{4} \left[ e^{-5^{1/3}} \text{tko } \theta / , \right) \frac{2}{27}, \frac{6^{1/3}}{9}, \frac{6^{2/3}}{23} \left[ e^{-2 \times 5^{1/3}} \text{tko } 3\theta \left\{ \right. \right. \\
 A \left( \frac{\nabla \bar{f}}{M_G} \frac{3\zeta)6+}{2, 6^{1/3} [e^{-5^{1/3}} \text{tko } \theta} \right) \left. \right) \right. \left. \right) F/7+
 \end{aligned}$$

となる/ ここで-  $\zeta)6+A$  2.148-  $6^{5/3}$   $A$  25.731-  $6^{2/3}$   $A$  3.: 35-  $6^{1/3}$   $A$  2.821-  $e^{-5^{1/3}}$   $A$  1.292-  $e^{-2 \times 5^{1/3}}$   $A$  1.144 であり-  $f > M_G$  の要請から-

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{\partial}{\partial \chi'} V \right) \chi', \varphi + \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} V \right) \chi', \varphi + \ll \left( \frac{\nabla \bar{f}}{M_G} \frac{3\zeta)6+}{2, 6^{1/3} [e^{-5^{1/3}} \text{tko } \theta} \right) \left( \right) > 2 \quad )F/8+
 \end{aligned}$$

となる/ よって- sbekpo  $\chi'$  方向に転がる/

x A 9 で-

$$\begin{aligned}
 & )F.2+A \left( \frac{\nabla \bar{7}f}{M_G} \right) \left[ \frac{9^{5/3}\pi^2}{29} \right] 1.11386\dots + 3\zeta)6+ \\
 & \quad , \left. \right\} 2, 9^{1/3}, \frac{8 * 9^{2/3}}{29}, \frac{9}{29} \left[ e^{-8^{1/3}} \text{dpt } \theta \right. \\
 & \quad , \left. \right) \frac{9}{43}, \frac{9^{1/3}}{27}, \frac{8 * 9^{2/3}}{255}, \frac{9}{83} \left[ e^{-2 \times 8^{1/3}} \text{dpt } 3\theta / \right. \\
 & \quad , 5 \left. \right\} 2, 9^{1/3}, \frac{8 * 9^{2/3}}{29}, \frac{9}{29} \left[ e^{-8^{1/3}} \right. \\
 & \quad , \left. \right) \frac{2}{43}, \frac{9^{1/3}}{27}, \frac{8 * 9^{2/3}}{255}, \frac{9}{83} \left[ e^{-2 \times 8^{1/3}} / \left\{ \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \int \right] \right\} \left. \right) 2, 9^{1/3}, \frac{9^{2/3}}{4} \left[ e^{-8^{1/3}} \text{tko } \theta / \right. , \left. \right) \frac{2}{27}, \frac{9^{1/3}}{9}, \frac{9^{2/3}}{23} \left[ e^{-2 \times 8^{1/3}} \text{tko } 3\theta \left\{ \left( \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left. \frac{\nabla \bar{7}f}{M_G} \right) \frac{3\zeta)6+}{2, 3+e^{-2} \text{tko } \theta} \left( \right. \right. \right. \left. \right) F/\theta+
 \end{aligned}$$

となる/ ここで-  $\zeta)6+A$  2.148-  $9^{5/3}$  A 43-  $9^{2/3}$  A 5-  $9^{1/3}$  A 3-  $e^{-8^{1/3}}$  A 1.246-  $e^{-2 \times 8^{1/3}}$  A 1.129 であり-  $f > M_G$  の要請から sbelko  $\chi'$  方向に転がる/

x A 21 で-

$$\begin{aligned}
 & )F.2+A \left( \frac{\nabla \bar{7}f}{M_G} \right) \left[ \frac{21^{5/3}\pi^2}{29} \right] 1.11386\dots + 3\zeta)6+ \\
 & \quad , \left. \right\} 2, 21^{1/3}, \frac{8 * 21^{2/3}}{29}, \frac{21}{29} \left[ e^{-10^{1/3}} \text{dpt } \theta \right. \\
 & \quad , \left. \right) \frac{2}{43}, \frac{21^{1/3}}{27}, \frac{8 * 21^{2/3}}{255}, \frac{21}{83} \left[ e^{-2 \times 10^{1/3}} \text{dpt } 3\theta / \right. \\
 & \quad , 5 \left. \right\} 2, 21^{1/3}, \frac{8 * 21^{2/3}}{29}, \frac{21}{29} \left[ e^{-10^{1/3}} \right. \\
 & \quad , \left. \right) \frac{2}{43}, \frac{21^{1/3}}{27}, \frac{8 * 21^{2/3}}{255}, \frac{21}{83} \left[ e^{-2 \times 10^{1/3}} / \left\{ \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \int \right] \right\} \left. \right) 2, 21^{1/3}, \frac{21^{2/3}}{4} \left[ e^{-10^{1/3}} \text{tko } \theta / \right. , \left. \right) \frac{2}{27}, \frac{21^{1/3}}{9}, \frac{21^{2/3}}{23} \left[ e^{-2 \times 10^{1/3}} \text{tko } 3\theta \left\{ \left( \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left. \frac{\nabla \bar{7}f}{M_G} \right) \frac{3\zeta)6+}{2, 21^{1/3}, \frac{10^{2/3}}{3} \left( e^{-10^{1/3}} \text{tko } \theta \right)} \left( \right. \right. \right. \left. \right) F/+
 \end{aligned}$$

となる/ ここで-  $\zeta)6+A$  2.148-  $21^{5/3}$  A 57.527-  $21^{2/3}$  A 5.7527-  $21^{1/3}$  A 3.265-  $e^{-10^{1/3}}$  A 1.227-  $e^{-2 \times 10^{1/3}}$  A 1.124 であり-  $f > M_G$  の要請から sbelko  $\chi'$  方向に転がる/





## F $r_m = 0.1$ の場合の解析

以下では- 解析結果としては成功しなかった  $r_m = 1.2$  の状況のモデルについて述べておく /

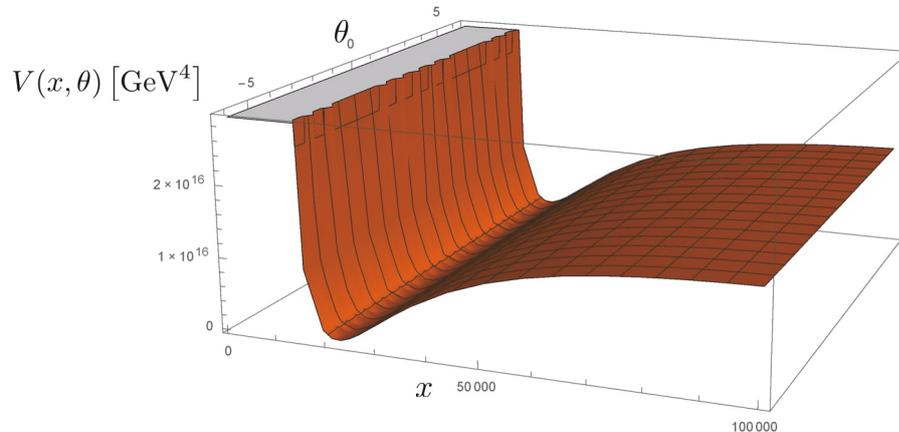


図 35= $c_1 = 5, c_2 = 2, m = 2 * 21^{10} \text{HfW}, L = 2 * 21^{-17} \text{HfW}^{-1}, r_m = 1.2$  でのポテンシャル /

$k = 3$  までの近似において-  $c_1 = 2, c_2 = 5, r_m = 1.2$  とする場合-  $6/51$  から-  $\theta = \pi$  での  $x$  方向の最小は  $x = 32631.223\dots$  であり- この時  $a = 9.5\dots * 21^{-9} m^5$  である / ポテンシャルの形状は図 35 に示した /

この時- 解析するポテンシャル  $V(x, \theta)$  は-  $6/41$  から

$$V(x, \theta) = \frac{4L^2 m^6}{\pi^2 x^2} \left[ \frac{\pi^2 x^{5/3}}{4} * 9.5\dots * 21^{-9} + 3\zeta(6) + \left( 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ e^{-x^{1/3}} \text{dpt } \theta, \right] \frac{2}{43}, \frac{2}{27} x^{1/3}, \frac{2}{35} x^{2/3} \left[ e^{-2x^{1/3}} \text{dpt } 3\theta \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. , 5 \right) \right] \frac{2}{21} x^{1/3}, \frac{2}{411} x^{2/3} \left[ e^{-\frac{1}{10} x^{1/3}} \text{dpt } \theta, \right] \frac{2}{43}, \frac{2}{271} x^{1/3}, \frac{2}{3511} x^{2/3} \left[ e^{-\frac{1}{5} x^{1/3}} \text{dpt } 3\theta \right] \right\}$$

である / いま-  $\theta = \pi$  での  $x$  方向の最小  $x = 32631.2234 - \theta = 1$  での  $x$  方向の最小  $x = 32631.2235$  であるが-

$$V(32631.2235, \pi) = V(32631.2234, \pi) = V(32631.2235, 1) = V(32631.2234, 1) \quad )G/2+$$

であり-  $x$  方向の最小では  $x$  の変化によるポテンシャルの大きさの変化は無い / つまり-  $x$  方向の最小  $x = 32631$  とする+でのスカラー場のダイナミクスを調べるにあたり-  $\theta$  方向のみで解析を行えば良いことが分かり- この時- ポテンシャル  $V(x, \theta)$  は以下の形

$$V(x, \theta) = \frac{4L^2 m^6}{\pi^2 x^2} \left[ e^{-x^{1/3}} \right) 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \text{dpt } \theta, 2, e^{-2x^{1/3}} \right] \frac{2}{43}, \frac{2}{27} x^{1/3}, \frac{2}{35} x^{2/3} \left[ \text{dpt } 3\theta \right. 2 \left\{ \right.$$

に変形出来る / ただし-  $\theta = \pi$  でポテンシャルは最小値  $V(\pi) = 1$  となるようにした / また-  $\theta = \varphi/f$  を用いると-

$$V(\varphi) = \frac{4L^2 m^6}{\pi^2 x^2} \left[ e^{-x^{1/3}} \right) 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \text{dpt } \frac{\varphi}{f}, 2 \left[ \right. \right. \\ \left. \left. , e^{-2x^{1/3}} \right] \frac{2}{43}, \frac{2}{27} x^{1/3}, \frac{2}{35} x^{2/3} \left[ \text{dpt } \frac{3\varphi}{f} \right. 2 \left[ \left\{ \right. \right. \right. \right. \quad )G/3+$$

となる/ ポテンシャル一階微分- 二階微分はそれぞれ

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi} \propto \left[ \frac{4L^2 m^6}{f \pi^2 x^2} e^{-x^{1/3}} \right] 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \frac{\varphi}{f}, e^{-2x^{1/3}} \right] \frac{2}{27}, \frac{2}{9} x^{1/3}, \frac{2}{23} x^{2/3} \left[ \frac{3\varphi}{f} \right] \quad (G/4+)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} \propto \left[ \frac{4L^2 m^6}{f^2 \pi^2 x^2} e^{-x^{1/3}} \right] 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \frac{\varphi}{f}, e^{-2x^{1/3}} \right] \frac{2}{9}, \frac{2}{5} x^{1/3}, \frac{2}{7} x^{2/3} \left[ \frac{3\varphi}{f} \right] \quad (G/5+)$$

である/

スローロールパラメータ  $\epsilon_\varphi^{0.1}$ -  $\eta_\varphi^{0.1}$  は-

$$\epsilon_\varphi^{0.1} \leq \frac{2}{3} M_G^2 \left\{ \frac{\partial V}{\partial \varphi} \right\} / \left[ \frac{M_G^2}{3f^2} \right] e^{-x^{1/3}} \left( 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \frac{\varphi}{f}, e^{-2x^{1/3}} \right] \frac{2}{27}, \frac{2}{9} x^{1/3}, \frac{2}{23} x^{2/3} \left[ \frac{3\varphi}{f} \right] \right. \\ \left. \left( \left[ e^{-x^{1/3}} \right] 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \right] \frac{\varphi}{f}, 2 \left[ \left[ e^{-2x^{1/3}} \right] \frac{2}{43}, \frac{2}{27} x^{1/3}, \frac{2}{35} x^{2/3} \left[ \right] \frac{3\varphi}{f} \right] \right) \right\} 2 \left[ \left\{ \right\} \right] \quad (G/6+)$$

$$\eta_\varphi^{0.1} \leq M_G^2 \left\{ \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} \right\} / \left[ \frac{M_G^2}{f^2} \right] e^{-x^{1/3}} \left( 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \frac{\varphi}{f}, e^{-2x^{1/3}} \right] \frac{2}{9}, \frac{2}{5} x^{1/3}, \frac{2}{7} x^{2/3} \left[ \frac{3\varphi}{f} \right] \right. \\ \left. \left( \left[ e^{-x^{1/3}} \right] 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \right] \frac{\varphi}{f}, 2 \left[ \left[ e^{-2x^{1/3}} \right] \frac{2}{43}, \frac{2}{27} x^{1/3}, \frac{2}{35} x^{2/3} \left[ \right] \frac{3\varphi}{f} \right] \right) \right\} 2 \left[ \left\{ \right\} \right] \quad (G/7+)$$

である/ インフレーションを考える際-  $\epsilon_\varphi^{0.1}, \eta_\varphi^{0.1} \gg 2$  より-  $f^2/M_G^2 \rightarrow 2$  が要請されるので-  $f \propto 21M_G$  とし解析を行う/

まず- インフレーション終了時のインフラトン場の値を求める/  $\epsilon_\varphi^{0.1}, \eta_\varphi^{0.1} \approx 2$  となる  $\varphi_{\text{end}}$  は-

$$\epsilon_\varphi^{0.1} \approx 2 \simeq \varphi \propto 4.11152 * 3.5 * 21^{19} \text{HfW} \propto 4 * 21M_G \propto 4f, \quad (G/8+)$$

$$\eta_\varphi^{0.1} \approx 2 \simeq \varphi \propto 4.11187 * 3.5 * 21^{19} \text{HfW} \propto 4 * 21M_G \propto 4f \quad (G/9+)$$

なので

$$\varphi_{\text{end}} \propto 4f \propto 4 * 3.5 * 21^{19} \text{HfW} \quad (G/10+)$$

である/

次にインフラトン場の初期値を求めるが- これはスペクトラル指数  $n_{s^*}^{0.1}$

$$n_{s^*}^{0.1} \propto 2 - 7\epsilon_\varphi^{0.1}, 3\eta_\varphi^{0.1} \propto 1.: 766 \quad (G/21+)$$

を満たす  $\varphi_*$  を求めれば良く-

$$\varphi_* \propto 2.78 * 3.5 * 21^{19} \text{HfW} \propto 2.78 * 21M_G \propto 2.78f \quad (G/22+)$$

となる/この時-  $\epsilon_{\varphi*}^{0.1}$  A 1.117-  $\eta_{\varphi*}^{0.1}$  A 1.112 より-  $\epsilon_{\varphi}^{0.1}, \eta_{\varphi}^{0.1} \gg 2$  を満たす/

インフレーションがどれくらい続いたか決めるには- f.gpbkh 数  $N_{\varphi}^{0.1}$  を決めれば良い/ )G/23+ から

$$N_{\varphi}^{0.1} \leq \frac{2}{M_G^2} \left[ \frac{\varphi_{\text{end}}}{\varphi_*} \right] \frac{V(\varphi_+)}{\partial V(\varphi_+)/\partial \varphi} / d\varphi \quad \text{A 6: .293:} \quad \text{)G/23+}$$

であり-  $N$  A 61  $\approx$  71 を確かに満たす/ テンソル・スカラー比は  $r^{0.1}$  A 1.1: 9 である/

次にインフラトン場の質量を考察するために- スカラー揺らぎのパワースペクトル  $\{\zeta^{0.1}$  を評価すると

$$\begin{aligned} \zeta^{0.1} \leq & \frac{2}{23\pi^2 M_G^6} \frac{V^3(\varphi_+)}{\partial V(\varphi_+)/\partial \varphi^2} \\ & \left. \left[ \frac{f^2 L^2 m^6}{5\pi^4 M_G^6 x^2} \right] e^{-x^{1/3}} \right) 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \right] \text{dpt } \frac{\varphi}{f}, 2 \left[ \right. \\ & \left. , e^{-2x^{1/3}} \right) \frac{2}{43}, \frac{2}{27} x^{1/3}, \frac{2}{35} x^{2/3} \left[ \right] \text{dpt } \frac{3\varphi}{f} \quad 2 \left[ \left\{ \right. \right. \\ & \left. \left. \int \right] e^{-x^{1/3}} \right) 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \text{tko } \frac{\varphi}{f} \right. \\ & \left. , e^{-2x^{1/3}} \right) \frac{2}{27}, \frac{2}{9} x^{1/3}, \frac{2}{23} x^{2/3} \left[ \text{tko } \frac{3\varphi}{f} \right] \left\{ \right. \\ & \text{A 3.2: } 7 * 21^{-9} \quad \text{)G/24+} \end{aligned}$$

となる/ここで- インフラトン場の質量はポテンシャルの真空中で定義されるため-

$$\begin{aligned} M_{\varphi}^2 \leq & \frac{\partial^2 V(\varphi_+)}{\partial \varphi^2} \left( \left. \left[ \frac{4L^2 m^6}{f^2 \pi^2 x^2} \right] e^{-x^{1/3}} \right) 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \right. \right. \\ & \left. \left. , e^{-2x^{1/3}} \right) \frac{2}{9}, \frac{2}{5} x^{1/3}, \frac{2}{7} x^{2/3} \left[ \right] \left\{ \right. \right) \quad \text{)G/25+} \end{aligned}$$

であり- )G/25+を用いると- )G/24+は

$$\begin{aligned} & \left. \left[ \frac{f^4 M_{\varphi}^2}{23\pi^2 M_G^6} \right] e^{-x^{1/3}} \right) 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \right] \text{dpt } \frac{\varphi}{f}, 2 \left[ \right. \\ & \left. , e^{-2x^{1/3}} \right) \frac{2}{43}, \frac{2}{27} x^{1/3}, \frac{2}{35} x^{2/3} \left[ \right] \text{dpt } \frac{3\varphi}{f} \quad 2 \left[ \left\{ \right. \right. \\ & \left. \left. \int \right] e^{-x^{1/3}} \right) 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \text{tko } \frac{\varphi}{f}, e^{-2x^{1/3}} \right) \frac{2}{27}, \frac{2}{9} x^{1/3}, \frac{2}{23} x^{2/3} \left[ \text{tko } \frac{3\varphi}{f} \right] \left\{ \right. \\ & \left. \left. \int \right] e^{-x^{1/3}} \right) 2, x^{1/3}, \frac{2}{4} x^{2/3} \left[ \right. \\ & \left. \left. , e^{-2x^{1/3}} \right) \frac{2}{9}, \frac{2}{5} x^{1/3}, \frac{2}{7} x^{2/3} \left[ \right] \left\{ \right. \right. \\ & \text{A 3.2: } 7 * 21^{-9} \end{aligned}$$

となり-

$$M_{\varphi} \text{ A 2.53} * 21^{13} \text{HfW} \quad \text{)G/26+}$$

が導かれる/ ここで-  $M_G \sim 3.5 * 21^{18} \text{HfW}$   $f \sim 21 M_G \sim 3.5 * 21^{19} \text{HfW}$   $x \sim 32631$ -  $\varphi \sim \varphi_* \sim 2.78 * 3.5 * 21^{19} \text{HfW}$ を用いた/

最後に  $M_\varphi \sim 2.53 * 21^{13} \text{HfW}$ より-  $L^2 m^6 \sim 8.6 * 21^{83} \text{HfW}^4$  であり- これを満たすコンパクト化円周  $L \sim U$   $U$   $2+$ 荷電マター場の質量  $m$  を求めていけば良いが-  $s_{\text{bel}} \rho_0$  場  $\chi$  を導入したことにより- いくつかのモデルパラメータは物理的なパラメータとして正当に評価する必要がある/ いま-  $U$   $2+$ 荷電マター場の質量を考える/  $L^2 m^6 \sim 8.6 * 21^{83} \text{HfW}^4$  は-  $x \sim L^3 m^3 \sim |\chi|$  と合わせ-  $U$   $2+$ 荷電マター場の物理的な質量  $m_{\text{phys}}$  は-

$$m_{\text{phys}} \sim 2.9 * 21^{20} \text{HfW} \quad )G/27+$$

となる/ 明らかに  $m_{\text{phys}} > M_G$  となっており- モデルが正当に評価出来ないことが分かった/  
 $\mu_{\text{phys}}, L_{\text{phys}}^{-1}$  についても同様にプランクスケールを超えてしまう/

このように  $r_m \sim 1.2$  の解析は- コンパクト化スケールをどのように決めようと- マター場の物理的な質量がプランクスケールを超えてしまっているという問題が生じた/ 従って- 本論のような  $r_m \sim 1.4$  の状況での解析が必要であった/

## 謝辞

指導教授である川村嘉春教授には- 博士課程の4年間- 研究の議論だけでなく- 物理の考え方や研究に取り組む姿勢をご指導頂きました/ 研究を進める上での勉強- 研究会への参加- 海外での研究活動など様々なことにアドバイス・サポートをして下さりました/ また生活や日頃の生活も常に気にして下さり- 信州大で学び本当に良かったと改めて思います/ ありがとうございました/

小竹悟教授には- 学生達との関わり- セミナー世話人の考え方など- 研究室を率いる立場としての考え方や行動の仕方を教わりました/ 慎重に仕事が進むように気を配る姿勢は僕に足りない所であり今後も努力して身につけます/ ありがとうございました/

奥山和美准教授には- 場の理論の基礎的な勉強や初歩的な質問- ストリング理論に至る高級な知識- 英文の添削- ポスドク応募の際のアドバイス- 様々なことを議論・相談させて頂きました/ 多くのことは今後も自分の研究者としての生活に生きる重要なものです/ ありがとうございました/

共同研究者であり- 修士課程での指導教授である国立台湾大学の稲見武夫教授には- 信州大に移った後も大変お世話になりました/ 研究に関してのアドバイス- 生活に関してのアドバイス- 議論中や会議での考え方や振る舞い- 人との付き合い方- ポスドク応募の際のアドバイス- など大切なお時間を割いて僕に多くのアドバイスをして下さり- また日本帰国の際には議論・意見交換をする機会を必ず作って下さり- 大変感謝しております/ ありがとうございました/ 物理を楽しみ面白い研究をするという大切なこと- 研究の厳しい面や困難も多くあること- 突き詰めて考えて人生を楽しむことを忘れずにこの先も頑張ります/

国立台湾大学の Qf k N k o h I p 教授には- 博士課程3年次に台湾大物理の弦理論グループにて研究する機会を与えてくださり大変感謝しております/ 海外での研究活動や生活することは貴重な経験となりました/ ありがとうございました/

共同研究者である台湾 ODUTの小山陽次博士には- 共同研究に関しての長時間の議論- 基礎的なインフレーションの勉強- 国際会議での発表や議論の相談など多くの時間を僕に割いて頂きました/ 修士院生の時に小山さんの研究姿勢を見ていたおかげで博士課程でも頑張れました/ ありがとうございました/

共に研究室で過ごした E3 の後藤裕平さん- 堀越聖篤さんのお二人にも大学院生活において互いに勉強し- モチベーションの高い後輩がいることにとても励まされました/ ありがとうございました/

また- 研究費助成をしてくださった長野県科学振興会- 信大物理の仲間- 生活を共にした思誠寮生- 応援してくれた高野洋平さん- 古澤絵里子さんにも感謝致します/

## 参考文献

- ‘2<sup>^</sup> [ /Bcf- U/Jobn k [ /L bx bn vsb boe [ /L pzb n b- ] S belpo tubckk<sup>~</sup>bulpo ko ui f qsftfodf pg X ktpo rkhof qi btf-%Qsph/Ui f ps/Fyq/Qi zt/2014 184C15 )3125+]
- ‘3<sup>^</sup> [ /Bcf- U/Jobn k [ /L bx bn vsb boe [ /L pzb n b- ] Jo<sup>-</sup>bulpo gspn sbelpo hbvhf.I khht qpufoukmbu Qrhodl tdbfr-%Qsph/Ui f ps/Fyq/Qi zt/2015 1: 4C14 )3126+]
- ‘4<sup>^</sup> Q/Bef *et al*/ ‘Qrhodl Dprhc psbulpo<sup>^</sup> ] Qrhodl 3126/YY/Dpotusblout po ko<sup>-</sup>bulpo-% bsYkw=2613/13225 ‘btusp.qi /DP ^/
- ‘5<sup>^</sup> B/I /Hvui - ] Ui f Jo<sup>-</sup>bulpobsz Volkwstf=B Qpttkr<sup>n</sup> Tpmulpo up ui f I psk<sup>~</sup>po boe Ghuoftt Qspcr<sup>n</sup> t-% Qi zt/S fw/E 23- 458 )2: 92+]
- ‘6<sup>^</sup> L /Tbup- ] Gstu Psefs Qi btf Usbotk<sup>~</sup>ulpo pgb Wdvv n boe Fyqbotk<sup>~</sup>po pg ui f Volkwstf-% N po/Opu/S pz/Btusp/ Tpd/195- 578 )2: 92+]
- ‘7<sup>^</sup> B/E/Moef- ] B Ofx Jo<sup>-</sup>bulpobsz Volkwstf Tdfobslp=B Qpttkr<sup>n</sup> Tpmulpo pg ui f I psk<sup>~</sup>po- Ghuoftt- I pn phofkz- Jtuspqz boe Qskn psekmN popqpr<sup>n</sup> Qspcr<sup>n</sup> t-%Qi zt/Muu/C 108- 49: )2: 93+]
- ‘8<sup>^</sup> U/Bqqfmvktu boe B/Di pept- ] Ui f Rvboun Ezobn kdt pg Lbm<sup>~</sup>b.L r<sup>n</sup>ko Ui f psk<sup>~</sup>t-% Qi zt/S fw/E 28- 883 )2: 94+]
- ‘9<sup>^</sup> F/Qpoupo boe F/Qpqqk<sup>~</sup>- ] Dbtkn ks fofshz boe sbekvt tubckk<sup>~</sup>bulpo ko flw.ekn fotk<sup>~</sup>pobmpsc<sup>~</sup>kg<sup>n</sup>at boe tky.ekn fotk<sup>~</sup>pobmpsc<sup>~</sup>kg<sup>n</sup>at-%KI FQ0106- 12: )3112+]
- ‘<sup>^</sup> [ /I ptpubok ] Ezobn k<sup>~</sup>bmHbv<sup>~</sup>hf Tzn n fusz Csfbl koh bt ui f Dbtkn ks Ffifdu<sup>~</sup>% Qi zt/Muu/C 129- 2: 4 )2: 94+]
- ‘21<sup>^</sup> B/Ef<sup>n</sup>hbep- B/Qpn bsp<sup>n</sup>mboe N/Rvkspt- ] Tvqfstzn n fusz boe f<sup>n</sup>idusp<sup>n</sup>xfbl csfbl koh gspn fyusb ekn fotk<sup>~</sup>pot bu ui f UfWtdbfr-%Qi zt/S fw/E60- 1: 6119 )2: : : +]
- ‘22<sup>^</sup> J/Boupolbekt- L /Cfobl r<sup>n</sup>boe N/Rvkspt- ] G<sup>~</sup>okuf I khht n btt x ki pvu tvqfstzn n fusz-% Ofx K/Qi zt/3- 31 )3112+]
- ‘23<sup>^</sup> O/Bsl bokI bn fe- I /D/Di foh- Q/Dsfn kof<sup>n</sup>aboe M/S boebm] Fyusb obuvsb<sup>n</sup>ko<sup>-</sup>bulpo-% Qi zt/S fw/Muu/90- 332413 )3114+]
- ‘24<sup>^</sup> [ /Gvl b<sup>~</sup>bx b- U/Jobn kboe [ /L pzb n b- ] S belpo Jo<sup>-</sup>bulpo ko I khi fs.Ekn fotk<sup>~</sup>pobnHsbw<sup>~</sup>kz Ui f psz-% Qsph/Ui f ps/Fyq/Qi zt/2013 132C12 )3124+]
- ‘25<sup>^</sup> Q/Bef *et al*/ ‘CJDFQ30Lfdl boe Qrhodl Dprhc psbulpo<sup>^</sup> ] Kpkou Bobntk pg CJDFQ30Lfdl Bssbz boe Qrhodl Ebub-%Qi zt/S fw/Muu/114- 212412 )3126+]
- ‘26<sup>^</sup> B/E/Moef- ] Di bpukd Jo<sup>-</sup>bulpo-%Qi zt/Muu/C 129- 288 )2: 94+]
- ‘27<sup>^</sup> B/E/Moef- ] I zcsle ko<sup>-</sup>bulpo-%Qi zt/S fw/E 49- 859 )2: : 5+]

- ‘28<sup>^</sup> L /Gsf t f- K/B/Gs k f n bo boe B/W/P r k o u p- ] O b u v s b m k o ~ b u l p o x k i q t f v e p . O b n c v . H p i n t u p o f c p t p o t - % Q i z t / S f w / M f u u / 6 5 - 4 3 4 4 ) 2 : : 1 + /
- ‘29<sup>^</sup> B U M B T D p r h c p s b u l p o - ] P c t f s w b u l p o p g b o f x q b s u k d r i k o u i f t f b s d i g p s u i f T u b o e b s e N p e f m l k h t c p t p o x k i u i f B U M B T e f u f d u p s b u u i f M D - % Q i z t / S f w / M f u u / C 7 1 6 - 2 ) 3 1 2 3 + /
- ‘2: <sup>^</sup> D N T D p r h c p s b u l p o - ] P c t f s w b u l p o p g b o f x c p t p o b u b n b t t p g 2 3 6 H f W x k i u i f D N T f y q f s k n f o u b u u i f M D - % Q i z t / S f w / M f u u / C 7 1 6 - 4 1 ) 3 1 2 3 + /
- ‘31<sup>^</sup> T / X f l o c f s h - ] B N p e f m p g M q u p o t - % Q i z t / S f w / M f u u / 1 9 - 2 3 7 5 ) 2 : 7 8 + /
- ‘32<sup>^</sup> B / T b r h n boe K / D / X b s e - ] F r i d u s p n b h o f u k d boe x f b l k o u f s b d u l p o t - % Q i z t / M f u u / 1 3 - 2 7 9 ) 2 : 7 5 + /
- ‘33<sup>^</sup> [ / I p t p u b o k ] E z o b n k l b m N b t t H f o f s b u l p o c z D p n q b d u F y u s b E k n f o t k p o t - % Q i z t / M f u u / C 1 2 6 - 4 1 : ) 2 : 9 4 + /
- ‘34<sup>^</sup> [ / I p t p u b o k ] E z o b n k l t p g O p o k o u f h s b c r i f i Q i b t f t boe H b v h f T z n n f u s z C s f b l k o h - % Q i z t / M f u u / C 1 9 0 - 3 4 4 ) 2 : 9 : + /
- ‘35<sup>^</sup> I / I b u b o b l b - U / J o b n k boe D / T / M n - ] H b v h f i k f s b s d i z q s p c r i f n boe i k h i f s e k n f o t k p o b m h b v h f u i f p s k f t - % N p e / Q i z t / M f u u / B 1 3 - 3 7 1 2 ) 2 : : 9 + /
- ‘36<sup>^</sup> O / I b e b - L / U b l f o b h b boe U / [ b n b t i k i b - ] I k h t n b t t k o u i f h b v h f . I k h t v o l k f d b u l p o - % Q i z t / M f u u / C 6 1 5 - 3 5 8 ) 3 1 1 6 + /
- ‘37<sup>^</sup> O / N b s v boe L / U b l f o b h b - ] F f i d u t p g c v i h n b t t k o h b v h f . I k h t v o l k f d b u l p o - % Q i z t / M f u u / C 6 3 7 - 3 9 8 ) 3 1 1 7 + /
- ‘38<sup>^</sup> [ / I p t p u b o k O / N b s v - L / U b l f o b h b boe U / [ b n b t i k i b - ] U x p M p p q f l o k u f o f t t p g I k h t n b t t boe q p u f o u k b n k o u i f h b v h f . I k h t v o l k f d b u l p o - % Q s p h / U i f p s / Q i z t / 1 1 8 2 1 6 4 ) 3 1 1 8 + /
- ‘39<sup>^</sup> [ / B e b d i k D / T / M n boe O / N b s v - ] G i h w p s N k y k o h k o u i f H b v h f . I k h t V o l k f d b u l p o - % Q i z t / S f w / E 7 9 - 1 8 6 1 2 9 ) 3 1 1 : + /
- ‘3: <sup>^</sup> N / B / S v c k o boe C / E / S p u i - ] G f s n k p o t B o e T u b c k i z J o G k w f . e k n f o t k p o b m L b m ~ b . l r f i k o U i f p s z - % Q i z t / M f u u / C 1 2 7 - 6 6 ) 2 : 9 4 + /
- ‘41<sup>^</sup> X / E / H p i n c f s h s boe N / C / X k f - ] N p e v m t t u b c k i ~ b u l p o x k i c v i h f f i r a t % Q i z t / S f w / M f u u / 8 3 - 5 : 3 3 ) 2 : : + /
- ‘42<sup>^</sup> O / N b s v boe O / P l b e b - ] T v q f s t z n n f u s k l s b e k v t t u b c k i ~ b u l p o k o x b s q f e f y u s b e k n f o t k p o t - % Q i z t / S f w / E 7 0 - 1 3 6 1 1 3 ) 3 1 1 5 + /
- ‘43<sup>^</sup> O / N b s v boe [ / T b l b n v s b - ] N p e v m t t u b c k i ~ b u l p o boe J S . c s b o f l l o f u k d u f s n t k o h b v h f . I k h t v o l k f d b u l p o - % K I F Q 0 4 - 2 1 1 ) 3 1 2 1 + /
- ‘44<sup>^</sup> L / L p i s k D / T / M n boe D / N / M o - ] E k t u l o h v k t i k o h c f u x f f o F y u s b O b u v s b m k o ~ b u l p o boe O b u v s b m J o ~ b u l p o b g f s C . J D F Q 3 - % K D B Q 2 5 1 9 - 1 1 2 ) 3 1 2 5 + /

- “45” T/X flocfsh- *Cosmology*- P ygpse- VL =P ygpse Volkw/Qs/)3119+6: 4q/
- “46” E/I /Mæui boe B/S /Mæeif- *The primordial density perturbation: Cosmology, Infation and the origin of structure*- Dbn cslehf- VL =Dbn cslehf Volkw/Qs/)311: +5: 8q/
- “47” 須藤 靖- 一般相对論入門- 第2版第3刷- 日本評論社 )3117+298q/
- “48” 佐藤 勝彦- 相对性理論- 第2版第: 刷- 岩波書店 )3116+334q/
- “49” 松原 隆彦- 現代宇宙論- 初版第3刷- 東京大学出版会 )3123+498q/
- “4: ” 藤井 保憲- 超重力理論入門- 初版第6刷- 産業図書 )3119+278q/