

U字曲がり管内を流れる単一粒子の挙動解析

NUMERICAL SIMULATION OF MOTION OF A PARTICLE IN U-CURVED SQUARE PIPE FLOWS

吉野 正人¹⁾, 鈴木 崇司²⁾, 村山 寿郎³⁾

Masato YOSHINO, Takashi SUZUKI and Toshiro MURAYAMA

- 1) 信州大学工学部 機械システム工学科 (〒 380-8553 長野県長野市若里 4-17-1, E-mail: masato@shinshu-u.ac.jp)
 2) 信州大学大学院 工学系研究科 (〒 380-8553 長野県長野市若里 4-17-1)
 3) 信州大学大学院 総合工学系研究科 (〒 380-8553 長野県長野市若里 4-17-1)

The two-phase lattice Boltzmann method is applied to motion of a particle in U-curved square pipe flows. On the wall with curvature, we use a no-slip boundary condition for a rounded wall, which is based on the interpolation and extrapolation techniques by using the velocities at near-wall lattice points. In order to examine the validity and accuracy of the method, tangential annular flow in gap between two coaxial cylinders is calculated, and the error analysis is performed for various lattice resolutions. Using this method, two-phase flows containing a particle in a U-curved square pipe are simulated. The results show that the particle released from various initial positions laterally migrates toward an equilibrium position between the centerline of the pipe and the inner or outer wall. Also, the particle released from the same initial position migrates to respective equilibrium positions according to Reynolds numbers.

Key Words: Lattice Boltzmann Method, U-Curved Square Pipe Flows, Solid-Fluid Two-Phase Flows, Dean Vortex

1. はじめに

曲がり管は、多くの工学分野で用いられる機械要素であり、その内部の流れは基本的な流れとして様々な分野で見ることができる。曲がり管内流れの特徴のひとつに二次流れがあげられ、流体に作用する遠心力および外側と内側の管壁間に生ずる圧力勾配により、ダクト中央から外側管壁へ向かって上下に一对の渦(ディーン渦⁽¹⁾)が発生する。近年、この曲がり管の二次流れを利用し、流体中に含まれる固体粒子を取り除く分離や、大きさごとに分ける分級が試みられている。

例えば、Ookawara ら⁽²⁾は、粒子を含む円弧状のマイクロチャンネル内流れの数値計算を行い、流入口の様々な位置から粒子を流した場合、流出口断面における粒子の数密度分布が粒子径によって異なること示し、これを利用して、特定の直径の粒子を外側管壁方向に分離することができることを報告している。その後、Ookawara ら⁽³⁾は、円弧状のマイクロチャンネルの流出口に分岐を設けた装置を用いて、実験および数値計算の両アプローチにより、従来の遠心分離器では困難である周囲流体と密度差がほとんどない中立浮遊粒子の分離が可能であると述べている。また、Bhagat ら⁽⁴⁾は、らせ

ん状のマイクロチャンネルを用いて、粒子の分級を実験により行っている。このように、流体中に含まれる粒子の分離・分級についての応用例はいくつか見られるが、曲がり管内を流れる個々の粒子挙動の詳細なメカニズムについて、系統的に調べた研究はあまり見られないのが現状である。

曲がり管内を流れる粒子の挙動は、流路の幾何形状、流れのレイノルズ数、粒子の直径および初期位置など種々のパラメータが影響すると考えられるため、数値計算によるアプローチが有効な手段である。近年、Inamuro ら⁽⁵⁾によって提案された二相系格子ボルツマン法(Lattice Boltzmann Method, 以下ではLBMと呼ぶ)は、複雑流れに対してもアルゴリズムが簡単で、質量・運動量の保存性に優れており、二相の界面を陽に追跡する必要がないという特長をもっている。しかしながら、LBMは、デカルト座標系に基づく計算手法であるため、円管や曲がり管のような境界と格子点が一致しない曲率をもつ壁面を表現することが困難である。したがって、境界上で規定された条件が満たされるように、境界近傍の格子点を用いた何らかの補間近似によって、境界を精度よく表現する必要がある。

本研究では、上述の二相系LBMを用いて、曲がり管内を

流れる流体中に含まれる単一粒子の挙動解析を行うことを目的とした。曲がり部分に用いるすべりなし境界条件の取り扱いについては、近年、LBM に埋め込み境界法⁽⁶⁾ (Immersed Boundary Method) を組み合わせた手法 (IB-LBM) が提案されており、特に移動境界問題を中心に、IB-LBM に関する研究が数多く行われてきている。しかしながら、本研究では、LBM がもつ計算アルゴリズムの簡単さを損なわないようすることを優先に考え、壁面近傍のいくつかの格子点上の物理量を用いて内挿し、補間近似の考えに基づくすべりなし境界条件を用いた。まず、曲率をもつ壁の境界条件を用いて同心円筒間のクエット流れの計算を行い、本手法の精度の検証ならびに誤差解析を行った。次に、U 字曲がり管内を流れる粒子の挙動計算を行い、粒子の初期位置およびレイノルズ数が粒子の挙動に与える影響について調べた。なお、流体中を流れる変形しない粒子としては、流体と密度が等しく、かつ粘性係数および界面張力がじゅうぶん大きな液滴を近似的に粒子とみなして計算を行った⁽⁷⁾。

2. 数値計算法

2.1. 二相系格子ボルツマン法

使用される物理量はすべて、代表長さ L 、粒子の代表速度 c 、時間スケール $t_0 = L/U$ (U : 流れの代表速度)、基準 order parameter ϕ_0 、および基準密度 ρ_0 を用いて無次元化したものである⁽⁸⁾。本研究では、等密度比の二相系 LBM⁽⁵⁾ を用いて計算を行った。この計算手法では、流体を有限個の速度 (本研究では 3 次元 15 速度モデルを用いる) をもつ多数の仮想粒子の集合体 (格子気体モデル) で近似し、各粒子の衝突と並進とを粒子の速度分布関数を用いて逐次計算することにより、巨視的流れ場を求める。全領域を同一の立方体格子に分割し、各格子点において二つの速度分布関数 f_i および g_i ($i = 1, 2, \dots, 15$) の時間発展方程式を計算する。まず、 f_i を用いて液液 (本研究では固液) 界面を識別する order parameter ϕ を計算し、次に、 g_i により二相流体の圧力 p および流速 u を計算する。なお、二相流体間の界面張力は界面内の密度分布より求めることができる。 f_i および g_i の時間発展方程式ならびに手法の詳細については、文献 (5, 8) を参照されたい。

2.2. 曲率をもつ壁に対する境界条件

Fig. 1 に示すような曲率をもった境界 (図中の太線) を考える。ただし、法線方向を定義することができる境界とする。その境界で囲まれた内側の領域 (図中の Ω) を計算対象とし、境界の外側の領域 (図中の灰色部) と区別する。また、計算領域の壁面近傍において、隣接する格子点の中に境界の外側の点が少ないとも一つ含まれる格子点を計算上の境界点 (図中の \bullet) と定義し、内側の格子点 (図中の \circ) と区別する。ここで、 \circ の格子点における order parameter ϕ 、圧力 p および流速 u は、通常の設定式を用いて計算可能である。本手法では、壁面から内側の領域に向かって引かれる法線上の点における各物理量を用いて、境界点における各物理量を内挿および外挿により近似的に与えた。なお、本計算アルゴリズムは LBM を拡張した Lattice Kinetic スキーム⁽⁸⁾ に基づく手法

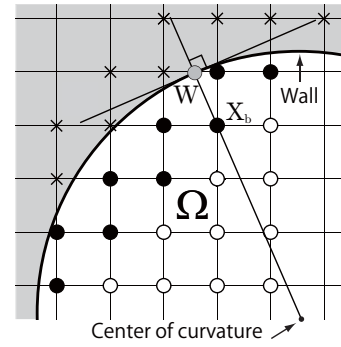


Fig. 1 Rounded wall boundary: \circ , regular lattice point; \bullet , boundary lattice point; \times , lattice point used for calculation of derivatives of macroscopic variables. Ω is the fluid region.

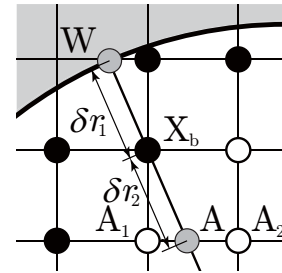


Fig. 2 Definition of near-wall lattice points.

であるため、一般的な流体計算の場合と同様に、巨視的変数に関する境界条件を考えればよいことに注意すべきである。

まず、Fig. 1 に示すように、計算上の境界点 X_b を通る壁面上の点 W における法線を定義する。流速については、壁面においてすべりなし境界条件を満足するように、境界点 X_b における流速を以下のように近似的に与えた。すなわち、Fig. 2 に示すように、法線上の壁面の点 W および点 A における流速 u_W 、 u_A を用いて、境界点 X_b における流速 u_b を二次の二次曲線により補間して求めた。ここで、点 A は境界点 X_b を通る壁面の法線と線分 $\overline{A_1 A_2}$ の交点である。

$$u_b = \frac{R^2 - (R - \delta r_1)^2}{R^2 - (R - \delta r_1 - \delta r_2)^2} (u_A - u_W) + u_W, \quad (1)$$

ここで、 R は流路半径、 δr_1 は点 W から点 X_b までの距離、 δr_2 は点 X_b から点 A までの距離である。流速 u_A は、近傍の二つの格子点 A_1 、 A_2 における既知の流速より内挿して求めた。特に、静止した壁面では $u_W = 0$ とすればよい。

圧力についても同様に、壁面における法線方向 (n 方向) の圧力勾配が $\partial p / \partial n = 0$ となるように、壁面近傍の格子点における既知の圧力を内挿および外挿することによって、境界点 X_b での圧力を近似した。

なお、点 X_b における物理量の空間微分については、境界の外側の領域にも同種の流体が静止した状態で満たされるとみなし、境界の外側の格子点 (Fig. 1 中の \times) の物理量も使用して、二次精度の中心差分近似により計算した。

3. 同心円筒間のクエット流れ解析

本手法の妥当性および精度を検証するため、Fig. 3 に示

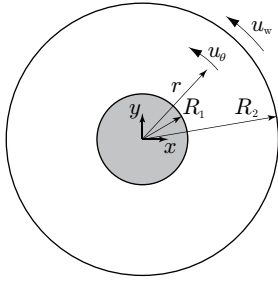


Fig. 3 Computational domain of tangential annular flow in gap between two coaxial cylinders.

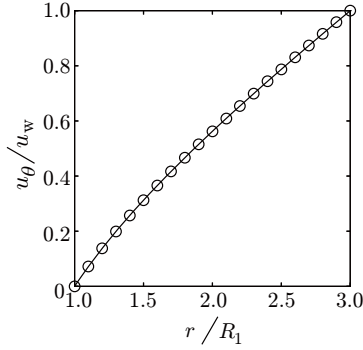


Fig. 4 Circumferential velocity profile of the tangential annular flow at $Re = 80$: \circ , calculated results; $—$, exact solution.

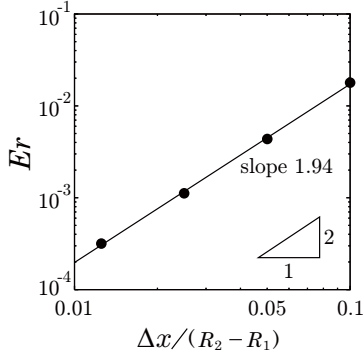


Fig. 5 Error norms of the calculated results with the present boundary condition at $Re = 80$.

すような内円筒 (半径 R_1) と外円筒 (半径 R_2) を配置し、内円筒が静止し、外円筒が一定の周方向速度 u_w で回転する同心円筒間のクエット流れの計算を行った。管軸方向には周期境界条件を用い、内円筒および外円筒においては、2.2 節で述べた曲率をもつ壁に対するすべりなし境界条件を用いた。流体の密度および粘性係数をそれぞれ $\rho_F = 1$, $\mu_F = 0.001\Delta x$ (Δx : 立方格子の間隔) とし、レイノルズ数を $Re = \rho_F u_w (R_2 - R_1) / \mu_F$ で定義した。また、半径比を $\eta = R_2 / R_1$ とした。計算における収束判定条件は、すべての格子点における流速に対し、1 ステップ前の流速との相対誤差の大きさが 10^{-8} より小さくなるまで計算を繰り返した。本問題の定常状態における厳密解 u_θ^* は、次式で与えられる。

$$u_\theta^* = \frac{R_2 u_w}{R_2^2 - R_1^2} r - \frac{R_1^2 R_2 u_w}{R_2^2 - R_1^2} \frac{1}{r}, \quad (2)$$

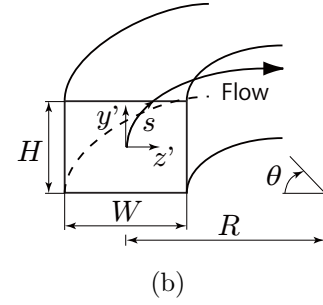
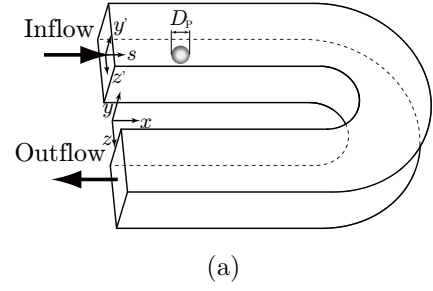


Fig. 6 Computational domain of curved square pipe flow: (a) overall view; (b) cross-sectional view.

ここで、 r は $z = \text{一定}$ の断面における同心円の中心からの距離である。

本問題は、円筒が軸方向にじゅうぶん長く層流であるときには、二次元平面内の流れになる。したがって、以下では円筒軸に垂直な同心円内で計算結果の整理を行った。一例として、 $\eta = 3.0$, $Re = 80$ に対して、 x 軸上における周方向の定常流速 u_θ を Fig. 4 に示す。ここで、 $R_1 = 40\Delta x$, $R_2 = 120\Delta x$ であり、同心円内における計算領域の総格子点数は 40200 点である。図には比較のために、同条件における厳密解 u_θ^* が併記されている。この図より、本計算結果は壁面上ですべりを生じることなく厳密解と良く一致していることがわかる。また、厳密解との相対誤差を $Er = \Sigma |u_\theta - u_\theta^*| / \Sigma |u_\theta^*|$ によって定義するとき、本ケースでは $Er = 3.2 \times 10^{-4}$ となった。

次に、半径比を $\eta = 3.0$ で固定して、同心円間隙を $R_2 - R_1 = 10\Delta x, 20\Delta x, 40\Delta x, 80\Delta x$ と変化させ、 $Re = 80$ となるように u_w を変化させて計算を行った。格子間隔 Δx と相対誤差 Er の関係を Fig. 5 に示す。図より、本手法における誤差の収束速度 (Fig. 5 の直線の傾き) は 1.94 であり、ほぼ二次精度が保証されることがわかった。

4. 曲がり管内を流れる単一粒子の挙動解析

4.1. 計算条件

Fig. 6 に示すように、矩形断面 ($H \times W$) をもち、流入口から流出口までの管軸長さ L の曲がり管内に直径 D_p の粒子を一つ配置し、流入口と流出口の圧力差で駆動される流れ場における粒子の挙動を計算した。計算領域は、 $H \times W = 40\Delta x \times 40\Delta x$, $L \sim 356\Delta x$, 曲がり部の曲率半径は $R = 40\Delta x$ とした。計算領域全体の総格子点数は、594008 点である。以下では、流入口断面の中心を原点とし管軸に沿う軸を s 軸と定義する。また、 y' 軸および z' 軸を Fig. 6(b) のように定義し、 θ を曲がり部開始地点から流れ方向に $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$

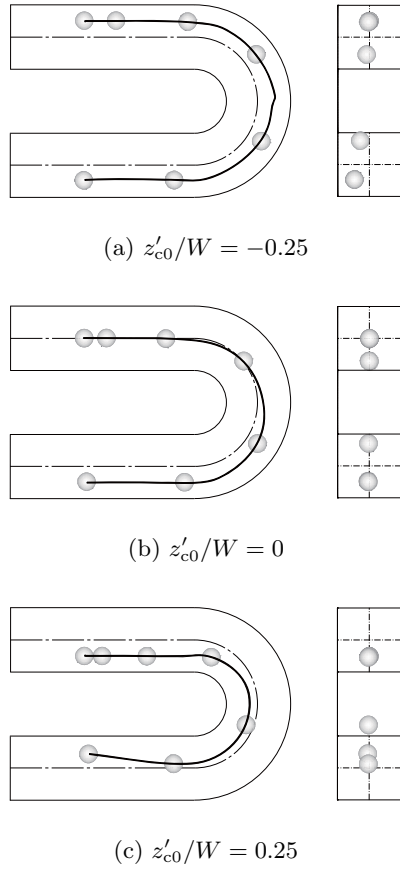


Fig. 7 Motion of a particle released from various initial positions at $Re = 12$: top view (left); right-side view (right). The solid line indicates trajectory of the particle.

の範囲で定義する．なお， $0 \leq s < 0.32L$ を流入口直線部， $0.32L \leq s \leq 0.68L$ （この範囲は $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ と対応する）を曲がり部， $0.68L < s \leq L$ を流出口直線部と呼ぶことにする．流体が静止した状態で粒子を初期位置に配置し，じゅうぶん時間がたち平衡状態に達した後，時刻 $t = 0$ で流入口 ($s = 0$) と流出口 ($s = L$) の間に圧力差 $\Delta p = 10^{-4}$ を与えて粒子を流した．また流速に関する条件として，流入・流出口において，流れ方向 (s 方向) の速度勾配一定の条件⁽⁹⁾ ($\partial^2 u / \partial s^2 = 0$) を用いた．曲がり部の壁面には曲率をもつすべりなし壁の境界条件を用い，その他の壁面にはすべりなし境界条件を用いた．粒子の密度および粘性係数をそれぞれ $\rho_p = 1$ ， $\mu_p = 0.01\Delta x$ とし，界面厚さおよび界面張力に関するパラメータをそれぞれ $\kappa_f = 0.01(\Delta x)^2$ ， $\kappa_g = 0.02(\Delta x)^2$ で一定とした．その他の計算パラメータは， $a = 9/49$ ， $b = 2/21$ ， $T = 0.55$ ， $\phi_{\max} = 4.937$ ， $\phi_{\min} = 2.251$ とした．さらに，レイノルズ数を $Re = \rho_F \bar{u}_{in} D_h / \mu_F$ で定義する．ここで，流体の密度を $\rho_F = 1$ とし， \bar{u}_{in} は各時刻における入口断面平均流速を，粒子が初期位置より平衡位置に到達するまで時間平均したものとした．また， D_h は水力直径（矩形断面においては $D_h = 2HW/(H+W)$ となる）であり，本計算では， $D_h = 40\Delta x$ となる．以下の計算では， $0.124 \leq Re \leq 180$ となる範囲で μ_F を変化させた．

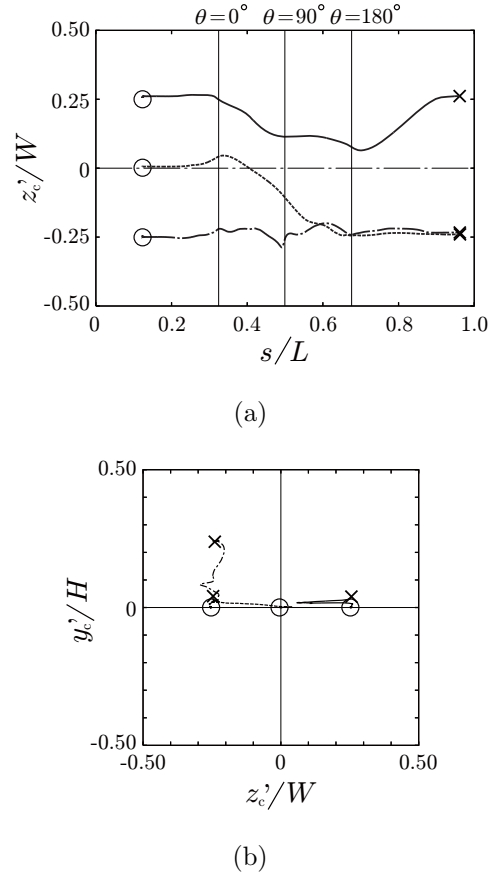


Fig. 8 Trajectories of the centroid of the particle released from various initial positions at $Re = 12$. \circ and \times indicate the initial and equilibrium positions, respectively: (a) on z' - s plane; (b) on y' - z' plane.

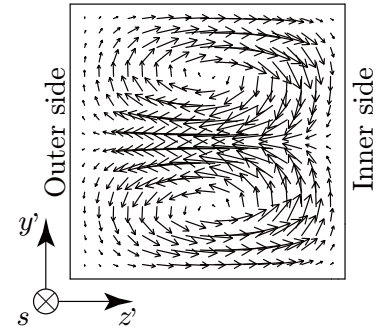


Fig. 9 Velocity vectors of fluid flow without particle for $\theta = 90^\circ$ at $Re = 12$.

4.2. 粒子の挙動に及ぼす初期位置の影響

まず，初期位置による粒子の挙動の違いを調べるため，粒子の初期位置 (s_{c0}, y'_{c0}, z'_{c0}) に関して， $s_{c0} = 0.13L$ ， $y'_{c0} = 0$ で固定し，管中心軸上の $z'_{c0} = -0.25W, 0, 0.25W$ の3ケースに対して計算を行った．はじめに， $Re = 12$ のとき，各初期位置より運動を開始した粒子の挙動を Fig. 7 に示す．左図は計算領域を上側 ($y = +\infty$) から見た図，右図は計算領域を右側 ($x = +\infty$) から見た図である．図より，(a) のケースでは，粒子は上壁 ($y' = 0.50H$) 方向へ運動しながら，管軸

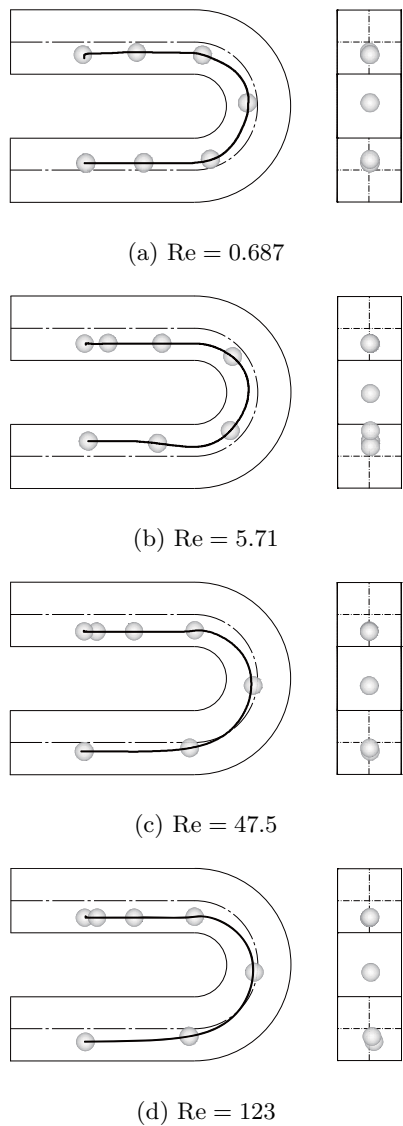


Fig. 10 Motion of a particle released from the same initial position at various Reynolds numbers: top view (left); right-side view (right). The solid line indicates trajectory of the particle.

$(y' = z' = 0)$ と外側管壁 ($z' = -0.50W$) 間を流れる様子が見られる。また、(b) および (c) のケースでは、粒子は曲がり部において外側管壁方向へ移動していき、(b) のケースでは管軸を越えて管軸と外側管壁間を、(c) のケースでは管軸を越えることなく管軸と内側管壁 ($z' = 0.50W$) 間をそれぞれ流れる様子が見られる。さらに、このときの粒子の重心の軌跡を Fig. 8 に示す。(a) は粒子の重心の軌跡を $z'-s$ 平面に投影した図、(b) は $y'-z'$ 平面へ投影した図である。これらの図からも、各初期位置 (図中の \circ) より運動を開始した粒子は、曲がり部通過後の流出口直線部において、管軸と内側管壁間あるいは管軸と外側管壁間の平衡位置 (図中の \times) に到達し、 s 軸と平行に流ることがわかる。

本計算で得られた粒子の挙動は、曲がり部における二次流れの影響によるものと考えられる。この影響を調べるために、 $Re = 12$ における粒子を含まない場合の $\theta = 90^\circ$ の断面

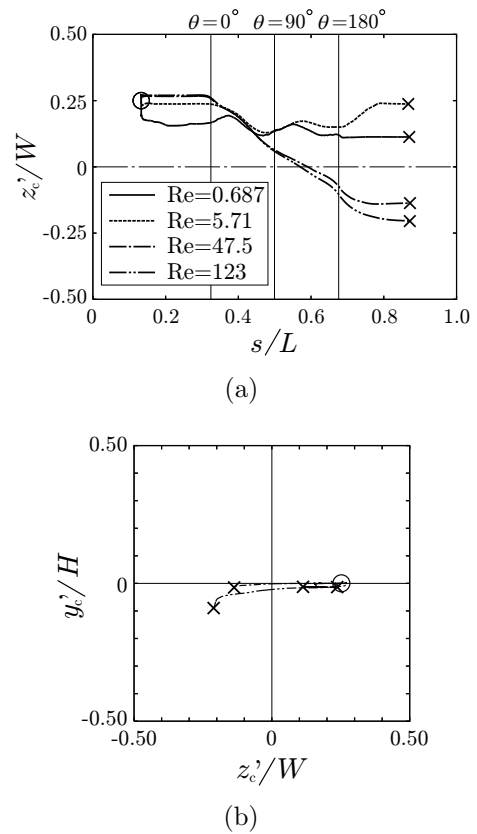


Fig. 11 Trajectories of the centroid of the particle released from the same initial position at various Reynolds numbers: \circ and \times indicate initial and equilibrium positions, respectively: (a) on $z'-s$ plane; (b) on $y'-z'$ plane.

の流速ベクトル図を Fig. 9 に示す。管中央では内側管壁から外側管壁に向かう二次流れが見られ、上下壁近傍では外側管壁から内側管壁に向かう二次流れが見られる。その結果、上下で対称な一対の渦 (ディーン渦) が形成されることがわかる。Gossett ら⁽¹⁰⁾ は、曲がり管内を流れる粒子 (粒子と管の直径比 $D_p/D_h = 0.1$) について、(i) 管中央の内側管壁近傍の粒子は、内側管壁から外側管壁に向かう二次流れの影響を受けて外側管壁方向へと移動し、(ii) 外側管壁近傍の粒子は、外側管壁から内側管壁に向かう二次流れの影響を受けて、上下のいずれかを經由して内側管壁方向へと移動していく結果を示している。本計算結果においては粒子の管断面内における移動量は小さいが、Fig. 7 (b) および Fig. 7 (c) のケースにおける曲がり部での粒子の外側管壁方向への運動は上記 (i) と対応し、Fig. 7 (a) のケースにおける粒子の上壁方向への運動は、上記 (ii) と対応していると考えられる。以上の結果より、曲がり管内を流れる単一粒子に関して、初期位置の違いにより曲がり部通過後の流出口直線部における平衡位置が、管軸と内側管壁間あるいは管軸と外側管壁間に分類されることがわかった。

4.3. 粒子の挙動に及ぼすレイノルズ数の影響

次に、粒子の挙動におよぼすレイノルズ数の影響を調べるため、粒子を初期位置 $(s_{c0}/L, y'_{c0}/H, z'_{c0}/W) = (0.17, 0, 0.25)$

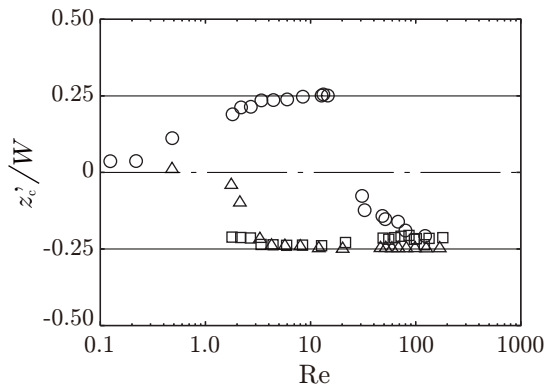


Fig. 12 Equilibrium positions of the centroid of the particle at various Reynolds numbers: \square , $z'_{c0}/W = -0.25$; \triangle , $z'_{c0}/W = 0$; \circ , $z'_{c0}/W = 0.25$.

に配置し，レイノルズ数を $0.124 \leq Re \leq 180$ の範囲で変化させて計算を行った．計算結果の一例として， $Re = 0.687, 5.71, 47.5, 123$ における粒子の挙動を Fig. 10 に示す．図より，レイノルズ数の低い (a) および (b) のケースでは，曲がり部を通過する粒子は管軸を越えることなく管軸と内側管壁間を流れている．一方，レイノルズ数の高い (c) および (d) のケースでは，粒子は曲がり部において遠心力の効果が大きく，外側管壁方向へ移動していき，管軸を越えて管軸と外側管壁間を流れている．さらに，このときの粒子の重心の軌跡を Fig. 11 に示す．図より，いずれのケースにおいても，曲がり部において粒子は外側管壁方向へ移動していくが，レイノルズ数の違いにより，粒子が管軸を越えないケース ($Re = 0.687, 5.71$) と管軸を越えるケース ($Re = 47.5, 123$) に分類されることがわかる．これは，曲がり部において管中央における外側管壁方向への二次流れの影響と，流速分布形状による内側管壁方向へのせん断流れの影響の優劣が，レイノルズ数によって変化するためであると考えられる．以上の結果から，曲がり管内を流れる粒子に関して，レイノルズ数により平衡位置が異なることがわかった．

最後に， z' 軸上の各初期位置 $z'_{c0}/W = -0.25, 0, 0.25$ より運動を開始した粒子について，レイノルズ数と平衡位置の関係を Fig. 12 に示す．この図から， $z'_{c0}/W = -0.25, 0$ より運動を開始した粒子の平衡位置は， $3.29 \leq Re \leq 180$ の範囲において $z'_c/W = -0.25$ 付近に現れることがわかる．一方， $z'_{c0}/W = 0.25$ より運動を開始した粒子の平衡位置は，レイノルズ数の上昇に伴い， $0.124 \leq Re \leq 14.6$ の範囲では $z'_c/W = 0.25$ に漸近し， $30.9 \leq Re \leq 180$ の範囲では $z'_c/W = -0.25$ に漸近していくことがわかる．なお， $14.6 < Re < 30.9$ において，粒子の平衡位置が $z'_c/W = 0.25$ から $z'_c/W = -0.25$ へと移行する過程を今後詳細に調べる必要があると言える．以上の結果から， $30.9 \leq Re \leq 180$ の範囲において， z' 軸上のいずれの初期位置より運動を開始した粒子も管軸と外側管壁間を流れ，また，レイノルズ数の上昇に伴い粒子の平衡位置は $z'_c/W = -0.25$ に漸近していくことがわかった．

5. おわりに

曲率をもつ壁の境界条件を組み込んだ二相系 LBM を用いて，U 字曲がり管内を流れる単一粒子の挙動解析を行った．レイノルズ数が $0.124 \leq Re \leq 180$ の範囲において，粒子の初期位置を管中央の内側管壁と外側管壁の間で変化させて計算を行い，粒子の挙動ならびに平衡位置について調べた．

粒子の挙動に与える他の要因としては，粒子直径および流路の幾何形状（管断面のアスペクト比および曲がり部の曲率比）などが考えられる．また，粒子の分離・分級問題への応用を考えると，複数個の粒子の挙動解析も重要である．これらの解析は今後の課題である．

謝 辞

本研究の一部は，JSPS 科研費 23560192 の助成を受けたものである．また，データ解析の一部を信州大学大学院 理工学系研究科 修士課程 2 年生の天野慎也 君にお手伝いいただいた．ここに記して謝意を表します．

参考文献

- (1) W.R. Dean : Fluid Motion in a Curved Channel, Proc. R. Soc. Lond. A, **121** (1928), pp. 402–420.
- (2) S. Ookawara, M. Agrawal, D. Street and K. Ogawa : Quasi-Direct Numerical Simulation of Lift Force-Induced Particle Separation in a Curved Microchannel by Use of a Macroscopic Particle Model, Chem. Eng. Sci., **62** (2007), pp. 2454–2465.
- (3) S. Ookawara, N. Oozeki, K. Ogawa, P. Löb and V. Hessel: Process Intensification of Particle Separation by Lift Force in Arc Microchannel with Bifurcation, Chem. Eng. Process., **49** (2010), pp. 697–703.
- (4) A. A. S. Bhagat, S. S. Kuntaegowdanahalli and I. Pauptsky : Continuous Particle Separation in Spiral Microchannels Using Dean Flows and Differential Migration, Lab Chip, **8** (2008), pp. 1906–1914.
- (5) T. Inamuro, R. Tomita and F. Ogino: Lattice Boltzmann Simulations of Drop Deformation and Breakup in Shear Flows, Int. J. Mod. Phys. B, **17** (2003), pp. 21–26.
- (6) C. S. Peskin: Flow Patterns around Heart Valves: A Numerical Method, J. Comput. Phys., **10** (1972), pp. 252–271.
- (7) T. Inamuro and T. Ii : Lattice Boltzmann Simulation of the Dispersion of Aggregated Particles under Shear Flows, Math. Comput. Simulat., **72** (2006), pp. 141–146.
- (8) T. Inamuro : Lattice Boltzmann Methods for Viscous Fluid Flows and for Two-Phase Fluid Flows, Fluid Dyn. Res., **38** (2006), pp. 641–659.
- (9) M. Junk and Z. Yang: Outflow Boundary Conditions for the Lattice Boltzmann Method, Prog. Comput. Fluid Dyn., **8** (2008), pp. 38–48.
- (10) D. R. Gossett and D. Di Carlo: Particle Focusing Mechanisms in Curving Confined Flows, Anal. Chem., **81** (2009), pp. 8459–8465.