

計算過程のモニタリングと検算方略

——小学3・4年生を対象にして——

天 岩 静 子

問 題 と 目 的

モニタリング (monitoring) とは、メタ認知 (metacognition) の下位概念の1つで、目標を達成するために、自分の遂行している認知過程の状態や方略を評価し、自分の行動の調整を行う過程をさす。従ってモニタリングは、認知状態や方略のチェック・評価の過程と、その後の行動の調整・制御過程の2つの下位過程から成り立つ。チェック・評価の過程では、問題解決過程における自分の認知活動が自己の基準に照らして適切かどうか、より適切な行動がないかどうかを判断し、それをもとに、第2の過程で必要に応じて修正活動が生起する。

しかし課題によっては、上記の2つの過程の前に、まず何が目標であるか、どのような方法を採用するか、を考える必要がでてくる。ガニエ (Gagné, 1985) は、文章の読解に関する研究から、文章の理解に関わるモニタリングには、目標設定 (goal setting)・方略の選択 (strategy selection)、目標到達のチェック (goal checking)・矯正 (remediation) の過程があるとしている。

目標設定と方略の選択——読解の初めでは、読み手は目標を設定し、その目標に達するための読解方略を選択する (熟練した読み手では、かなり自動的に行われる)。目標が情報のある部分を見つけるような場合、適切な方略は、望んでいる情報に結びついているキーワードをざっと読むことかもしれない。また、目標がある章の全体を把握する場合、適切な方略はその章の冒頭部を読むことかもしれない。

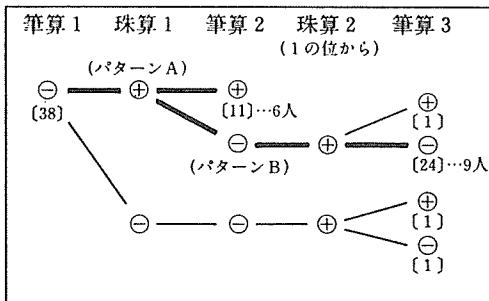
目標到達のチェックと矯正——目標到達のチェックの目的は、読み手がその目標に到達しているかどうかを検討することである。読解をすすめるうちに、読解の流れを中断するようなことがおきると矯正過程が活性化され、中断させているものに対処しようとする。文章を間違えて理解すると途中で意味が通じなくなり、元に戻ってどこに誤りがあったかを探し、矯正するのである。

このようなモニタリングに関係する要因として、フラベル (Flavell, 1979) はメタ認知的知識 (評価や調整に用いるために認識された知識)、メタ認知的経験 (モニタリングに伴う感覚・感情)、認知的目標 (課題)、認知的行為 (方略) の4つをあげ、これらの力動的相互作用によってモニタリングが生じるとしている。例えばある課題を解いている時に「うまくいかない」という感じがした場合 (メタ認知的経験)、今持っている目標 (認知的目標) や採用したやり方 (認知的行為) を吟味し直すであろう。その時に当面の課題解決に結びつい

たメタ認知的知識を引き出すことが多い。メタ認知的知識には、課題の構造や過程についての知識、課題を行う方略に関する知識、課題を行う自分の能力や特性に関する知識、およびそれらが組合わさった知識が含まれる。その結果、新しい目標をたてたり、行動の修正が行われたりすると考えられる。課題解決においてモニタリングが重視されるのは、認知過程を意識化することが、計画的な行動や行動の般化を可能にするからである。

計算課題の場合、目標は比較的明確で、計算をして正答を出すことである。従って自分で目標を設定する必要はないが、解決のための手段を考えること（方略の選択）は必要である。たし算、ひき算などの各種の計算によって方略は異なる。次に方略を実行する段になると、計算の1つ1つのステップが下位目標となり、各ステップを確実に遂行したか否かのモニタリングが適切に働けば、正答が得られることになる。たし算や引き算の場合は、計算過程で繰り上がりや繰り下がりの確認を行い（繰り上がりや繰り下がりの数字を小さく書くなど）、誤りを防いでいることが多い。

計算課題は、文章題などと比較すれば目標や下位目標、行うべき手段が明確であるが、それでも自分の計算の答えがあっているかどうかを自分で判断したり、なぜ誤りをしたのかを理解することは難しい。天岩（1987）は、珠算では3桁のひき算の正答を出すことができるが筆算になると誤りをする小学校3年生を対象に、誤りをした問題を珠算と筆算で交互に繰り返し解く①～⑤の経験をさせた。



⊕：正答，⊖：誤答，〔 〕内は反応数

図1 mapping experiment 1における反応パターン

- ① 筆算1：筆算で解く＋解き方を言語的に説明する
- ② 珠算1：珠算で解く＋言語的説明
- ③ 筆算2：筆算で解く
- ④ 珠算2：1の位から行なう珠算をする（計算の順序を筆算と一致させ、筆算の誤りに気づき易くすることをねらったもの）
- ⑤ 筆算3：筆算で解く

結果として、図1に示す2つの反応パターンが見いだされた。

筆算1での言語的説明で誤りに気づき、珠算1以降は正答をするパターンAと、珠算1、2では正答するが筆算1、2、3では誤りをし続けるパターンBである。大部分の者はパターンBを示した。このような対応づけによって筆算の誤りを修正することは、難しかったわけである。インタビューによると、子どもは、同一の問題を解いているのだから同じ答えにならなくてはいけないこと、正答は1つだけであることに気づいてはいるのだが、珠算も筆算も自分で正しいと信ずる手段をとっているので、なぜ異なる答えができるのかよくわからない状況にあった。

パターンBを示す被験者には、さらに次の経験をさせた。

- ① 筆算4 a：筆算で解く

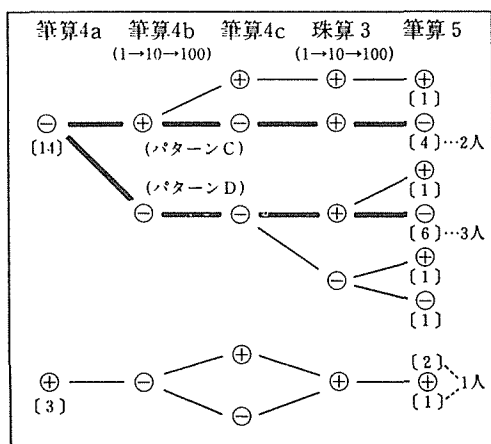
- ② 筆算4b：1の位，10の位，100の位と分けて行う筆算。位ごとに3回解答を書かせることになる。
- ③ 筆算4c：筆算で解く
- ④ 珠算3：1の位，10の位，100の位と分けて行う珠算。位ごとに3回解答を書かせることになる。
- ⑤ 筆算5：筆算で解く

図1のパターンBを引き継いで，2つのパターンが見いだされた(図2)。パターンCは，筆算4a，4c，5で誤答をするが，位を分解した筆算4b，珠算3の場合は正答するものである。位ごとに筆算をすれば正しい解答を出せるが，1度に3桁の筆算を行うと間違いをするのである。パターンDは，珠算3だけは正答するが，珠算では誤答を繰り返す。位を分けた筆算でも誤りをするので，3桁の筆算では当然誤答となる。すなわち，どちらのパターンも，珠算の手続きを筆算に適用することは困難であったわけである。

算数の課題について，一般的に答えは一つであり，その公式や法則は守るべきものととらえられ，解き方は一定のものが採用されると考えるのが普通であろう。教えられた通りに公式や法則を記憶し，一定の解き方で解く，という経験が固定化すると，なぜそのような法則が成り立つのかを考えたり，あえて別のやり方で解こうとする試みはなくなる。深く理解するには，このような経験は大きな意味を持つが，日常的にはあまり行われぬ。

各種の筆算結果を確かめる方法として検算があり，その具体的な方法については学校で教えられる。しかし，子どもは時間の余裕があっても計算のやり直しや見直しをしようとするのは少ないし，見直しをしても誤りを見つけられるとは限らない。計算結果があっているかどうかを確かめたい場合，小学生はどの程度適切な検算方略を採用するのであろうか。

本研究は小学校3～4年生を対象に，自分の行った筆算過程をいかにモニタリングするか，どのような検算方略を持っているかの2点を，インタビューを通して明らかにすることを目的とする。



⊕：正答，⊖：誤答，〔 〕内は反応数
 図2 mapping experiment 2における反応パターン

方 法

1. 被験者

長野市内の小学校3年生14名，4年生14名（珠算塾に通った経験はない）。

2. 課題内容

3年生にはひき算5問、4年生にはかけ算5問を行った。課題内容は次の通りである。

ひき算（3年）

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
405	740	925	904	500
<u>-188</u>	<u>-342</u>	<u>-458</u>	<u>-208</u>	<u>-297</u>

かけ算（4年）

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
239	568	408	293	520
<u>× 65</u>	<u>× 70</u>	<u>× 78</u>	<u>× 54</u>	<u>× 45</u>

3. 手続き

ひき算、かけ算ともに、2分の制限時間を設けた。教示：「これからこの5問の計算をやってもらいます。制限時間は2分です。2分間に全部の問題を解いて下さい」（2分を過ぎた場合でも、そのまま計算を続けさせた）。いずれの課題についても、解く際の子どもの手の動きをビデオカメラで撮影し、計算時間の測定を行った。また計算課題の終了後に、計算過程を振り返って誤りを見つけられるか、検算方法を適用できるかについて、次のインタビューを行った。下記の項目以外にも、必要に応じて1人1人の考えを明らかにするための質問を加えた。

- 1) この計算の答えは全部あっていると思う？
- 2) (間違っているかもしれないと答えた場合) 間違っているかもしれないと思うのは、どの問題？
- 3) どこで間違ったと思うの？
- 4) どうして間違ったのかしら？（計算過程にそって詳しく聞く）
- 5) この答えがあっているかどうか確かめるときは、どのようにするの？
- 6) (検算方法としてもう一回やると答えた場合) もう一回やる以外に、確かめる方法を知っている？
- 7) それは、どうやるの？

自分が計算した用紙を見ても、どこが間違っているか、なぜ間違ったのかについて答えられない場合や忘れてしまった場合は、ビデオを再生して見せ（1～2回）考えさせた。

結果と考察

1. 誤答数と誤答の一致度

ひき算、かけ算での誤答のあらわれ方は表1の通りである。ひき算では誤答数ゼロ、1、3を示した者が多いが、かけ算では誤答数ゼロと1の者が多い。平均誤答数（表2）には大きな差はないが、引き算の理解の不十分な者がかなり含まれていることがわかる。「答が違っているかもしれない」と答えた問題が実際に誤答であった数を総誤答数で割った値（平均誤答一致度）は、表2の通りである。誤答であった問題の半数近くを自分で誤答かもしれない

いとみなしている。しかし、誤答を正答とみなしたり、正答を誤答かもしれないと考えるケースも半数あるわけで、計算終了後に自分の計算結果の正誤を判断することはそれほど確実ではないといえる。

表1 各課題で誤答を示した人数

誤答数	3年(ひき算)	4年(かけ算)
0	4	4
1	4	6
2	1	2
3	4	0
4	1	2
	14	14

表2 平均誤答数と誤答一致度

	3年(ひき算)	4年(かけ算)
平均誤答数	1.57	1.26
平均誤答一致度	52%	44%

2. 誤り箇所と誤りをした理由の推定

表3と表4は、引き算の22の誤答、かけ算の18の誤答について、誤り箇所の推定結果と誤りをした理由の指摘についてまとめたものである。

表3 誤り箇所の指摘(反応数)

誤りの指摘	3年(ひき算)	4年(かけ算)
誤りに気づく	5	10
誤りに気づかず正答とみなす	8	5
別の箇所を誤りとする	6	3
無答・分からない	3	0
	22	18

表4 誤りをした理由の推定(反応数)

理由	3年(ひき算)	4年(かけ算)
理由を述べる	3	9
急いだ・間違った	4	2
言及なし	15	7
	22	18

3年生では、自分が行った計算結果の用紙(又はビデオ)を見ても、計算の誤り箇所を見つけられることは少なかったが、4年になると、誤り箇所に気づくことが多くなる。何度も見直しをすると(ビデオを見て誤りに気づいた2ケースを含めて)誤りを発見できるようになる。モニタリングが働くようになるといえる。そして、誤り箇所が見いだせるようになると、その理由の推定も可能になる。

計算の誤りをした理由としては、「繰り上がり(繰り下がり)を間違えた」「ゼロがあると(繰り下がり)がよく分からなくなる」「この九九を間違ったから」等、繰り下がり(繰り上がり)や九九など計算の理解が不十分であることによると答えた者が多かった。

計算結果及びインタビューの一部を以下に示す。Eは実験者、Cは子どもを示す。

Y.O.(3年, No.5) 誤答数: 4

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
405	740	925	904	500
<u>-188</u>	<u>-342</u>	<u>-458</u>	<u>-208</u>	<u>-297</u>
313	398	477	694	204
(誤答)		(誤答)	(誤答)	(誤答)

- E: 今5問やってもらったけど、この計算あってと思う？
- C: あってない。
- E: そう、どの問題があってないの？
- C: ……えー、……この問題。
- E: 5番と、まだある？
- C: ……1番。
- E: 1番が違う。まだある？
- C: ないと思います。
- E: ないと思う？
- C: 3番。
- E: 3番も違うの？ 沢山あるのね。
- C: あとは無いと思います。
- E: 2番と4番はあってる？
- C: うん。
- E: それじゃ、5番からね。どうして間違ってたって分かるの？
- C: ……0から7は引けないから、隣の、0の位っていうか、に、まだ9っていうか、あるから、そこから借りてきて、10-7をやって、4って出て、で1貸しちゃったから、9から9を引いて、で、ここはあってると思う。なんか混同しちゃって、違うかなって思った。
- E: えーと、最初0から7引いて、引けないから上の位から借りてくるのね。そうすると、10から7を引くわけでしょ。違う？
- C: そう。
- E: 答え、4でいい？
- C: ……3。
- E: 3ね。どうして4って思ったのかな？
- C: ……
- E: どう考えたんだろう。10から7引くと4って覚えてたのかな？
- C: ……計算したら……
- E: なっちゃったのね。そう。じゃ、1の位のこたえは3ね。ここに小さく書いておこうね。
- C: うん。
- E: 10の位は0引く9だから、ここ0で、数ないね。1の位の計算したとき、どこから数を借りてきたの？
- C: 百の位。
- E: そうすると百の位はいくつになるの？
- C: ……4。
- E: 百の位からいくつの数を借りてきたのかな？
- C: 10。100。あれ、10借りてくるの？
- E: 10借りてくるのかな？ 100借りてくるのかな？
- C: 100。
- E: そう。そうして10から7引くのね。そうすると3。で、10の位はどうするの？
- C: うん。だから9引く9。
- E: この9はどこから出てきたの？
- C: ……

- E：じゃ、この問題は後回しにしようね。3番にいこう。これはどこが違ったの？
 C：……この百の位。
 E：百の位がいくつになればいいの？
 C：百の位が……6？
 E：6？……じゃ、1の位から説明して、5から8が引けないから、
 C：……借りてくる。
 E：で？
 C：（自分で下に計算し直す）
 E：上の位から借りてきて、15引く8で7ね？
 C：うん。
 E：10の位の2はどうなるの？・・・貸しちゃったから。
 C：ない、ないっていうか・・・
 E：ゼロになるの？
 C：……1になるの。
 E：で、1から5は引けないから？
 C：10から5引いて、
 E：そうすると？
 C：……6？
 E：そう、6だね。そして9は何になるの？
 C：8になるかな。
 E：うん。8から4を引くから？
 C：4だ。ここ。

M. T. (4年, No.13) 誤答数：2

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
239	568	408	239	520
× 65	× 70	× 78	× 54	× 45
<u>1195</u>	<u>39760</u>	<u>3264</u>	<u>1462</u>	<u>2600</u>
1434		<u>2856</u>	<u>1465</u>	<u>2080</u>
<u>15535</u>		<u>31824</u>	<u>15112</u>	<u>33400</u>
			(誤答)	(誤答)

- E：今5問やってもらったけど、この計算 あっていると思う？
 C：……
 E：首まげちゃったね。わかんない？
 C：うん。
 E：答えが違っているかもしれないな、って思うのがある？
 C：うん。
 E：何番？
 C：……4番。
 E：どうして違っているかもしれないって分かるの？
 C：たし算間違えたかもしれない。
 E：たし算間違えたかもしれない、どこだろう？ これ（用紙）を見てすぐ分かる？
 C：……分かる。

E：どこ？

C：えーと、……1が繰り上がっているのに、……

E：うん。

C：1、あれ、 $4+1$ で5、5でやって……で、上がっているのを書くのを忘れた。

E：繰り上がっているのを足すのを忘れたんだ。

C：うん。

(略)

E：今4番のビデオ見てもらったけど、どこか違っているところ見つかったかな？

C：……あった。

E：どこ？

C：えーと、……しく36なのに、……46だった。

E：36なのに、46ってやったんだ。でそれから後は？

C：しにが8で、……

E：うん。

C：……で、……4だから、14ってやる。……14ってやって、

E：8と4をたして？

C：たして14。

E：8と4たすといくつだろう？

C：12。……間違えた。

E：今ビデオみて分かったの？

C：うん。

3. ひき算・かけ算の検算方略

インタビューにより調べられた検算方略は、最初に述べられた反応（初出反応）と初出反応以外に検算方略がないのかを繰り返し質問した結果（複数回答）に分けて分析された。表5は初出反応をまとめたものである。検算方略としては「たし算/わり算をする」、次いで計算を「もう一回やる」方略が用いられた。また、「無答・習ったけれど忘れた」等の反応も3割近くあり、ほぼ3割の生徒は検算の方略をすぐには思い出せない状態にあった。

複数回答を見ると、4年生では無答が減って、もう一回やる、わり算をすると答えるケースが増加した（表6）。しかし、わり算をして確かめると答えた者のうち、どの数字をどの数字で割るのか答えられないなど、正確な知識を持っていない者が3名あった。以下にその例を示す（Eは実験者、Cは生徒を示す）。

表5 筆算の検算方略（初出反応）

(単位：人)

	3年	4年
もう一回やる	3	4
たし算/わり算	8	4
友達とあわせる	0	1
無答・忘れた	3	5
	14	14

表6 筆算の検算方略（複数回答）

(単位：人)

	3年	4年
もう一回やる	3	6
たし算/わり算	9	7
友達とあわせる	0	1
無答・忘れた	3	2
	15	16

K. S. (4年, No.10) 問題：239×65

- E：何か確かめる方法あるかな？
C：えーと、確か……うーんと、……
E：この答は、15,432 よね？ これをどうするの？
C：……65？
E：ん？
C：で、あっ、……これにこれをかける？
E：15,432 に 65 をかける。そうすると239 になるの？
C：……これを、これで割るの。
E：65 を 15,435 で割るの？
C：うん。
E：65 割る 15,435 なの？
C：うん。

K. M. (4年, No.6) 問題：239×65

- E：答があっているかどうか確かめるやり方、ないかな？
C：……
E：答があっているかもしれないし、間違っているかもしれないっていう時にどうするの？
例えば1番だったら、どうやって確かめるの？
C：こ、これ、どうやって確かめるか？
E：うん。
C：……もう一回この計算をやります。
E：そう。もう一回やるのね？ それ以外に、なにかやり方ないかな？
C：これとこれを割って、……答を出します。
E：どれとどれを割るの？ もう一回言って？
C：これとこれを割って。
E：えーと、15,535 を、
C：65, で割って、
E：239 になればいいの？
C：うん。
E：じゃあ、15,535 を、239 で割って、65 になってもいい？
C：……ならない。
E：……うん。どうしてならないと思う？
C：わからない。
E：じゃ、答を割るのは、いつも下の方の数字じゃなくちゃいけない？
C：うん。

C. Y. (4年, No.1) 問題：520×45

- E：答えがあっているかどうか確かめるやり方、ないかな？
C：ない。
E：じゃ、この答えがあっているかどうか、知りたかったらどうするの？
C：……もう一回やる。
E：もう一回やるのね？ 他に、なにかやり方ないかな？

- C : ……わり算。
 E : わり算。どれとどれを割るの？
 C : 520 割る 45。
 E : 520 割る 45 をやるの？
 C : うーん, 違う。
 E : 違うの？
 C : ……
 E : どれをどれで割るの？
 C : ……
 E : 520 割る 45 でないとすると, どうやるの？
 C : 答えを割る。
 E : 答えを割る？
 C : 520 割る ……
 E : 答えはこれね。23,400 割る 520 でいいの？
 C : ……
 E : 分からない？
 C : ……
 E : 23,400 割る 45 でいいの？
 C : ……
 E : 分からない？
 C : うん。

たし算, 引き算など各種の筆算に関する検算方法は学校で教えられるが, 子どもにとって検算の正確な知識をもつことはそれほど容易ではないと思われる。どのように行うかという検算の手順は知っていても, なぜ一定の操作を行うかについては, たし算と引き算, かけ算とわり算の関係についての概念的理解が必要とされるからである。

筆算の誤りは, モニタリングの欠如, すなわち自分で計算過程を適切にチェックし修正することができないことによると思われるが, このモニタリングの欠如を補うものの1つに概算の適用がある。この概算を使って計算結果があっているかどうか見当をつけようとしたケースは1例だけみられた。

A. K. (3年, No.1) 誤答数: 1

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
4 0 5	7 4 0	9 2 5	9 0 4	5 0 0
<u>− 1 8 8</u>	<u>− 3 4 2</u>	<u>− 4 5 8</u>	<u>− 2 0 8</u>	<u>− 2 9 7</u>
2 1 7	3 9 7	4 6 7	6 9 6	2 0 3

(誤答)

- E : 今5問やってもらったけど, この計算みんなあっていると思う？
 C : ……1つ違っていると思う。
 E : 違ってると思うのはどの問題？
 C : 3番。
 E : 3番, どうして違ってるって分かるの？
 C : ……んーと, ……えーとね, 9, 900だから, で900から, 458位引けば, 500何とかになると思って。

E：うん。900いくつかから、458を引けば、500を超えるんじゃないかって思ったのね。答えが500を超えなかったから、違っていると思ったんだ。

C：うん。

天岩（1992）は、概算をすることによる利点として次の4点をあげている。

1. 速やかに求める答（およその答）を出すことができる。
2. 日常生活のさまざまな場面で、紙や鉛筆で計算することなしにおよその答がわかり、適切な行動がとれる（持っている金額の範囲で買物をしたり食事をとる、釣銭のおよその額を確かめるなど）。
3. 数の大きさ（範囲）の見当をつけることができ、位取りの誤りを防ぐ。
4. 電卓を使用する際、数の押し間違いや計算結果の誤りをチェックすることができる。

日常生活場面では、1の位まで正確に答えを出せなくても「およその答」が得られればよく、複雑な計算の正確な答えを求めたい時は電卓を使う。しかし算数教育においては、「正確な答」を出すことの必要性を学ぶ。計算した結果は、どの位の数もすべて正しくなくてはならない。1の位の数が1だけ違っていても「誤った答え」とみなされるのである。このような教育からは、「正確な答」を出すことと「およその答」を出すことは相反するように見える。しかし、おおよその計算をしおよその答を出すことは、より正しく適切に問題を処理することにつながる。概算もモニタリングの1つの側面として大きな意味をもつので、小学校での系統的な指導が必要と考えられる。

文 献

- 天岩静子 1987 珠算・筆算間の減算手続きの転移 教育心理学研究 35巻, 1号, p.41~p.48.
- 天岩静子 1992 小学生の概算解決方略 ——珠算経験との関係を中心に—— 珠算春秋 第39巻 1号 p.122-134.
- 天岩静子 1995a 珠算と筆算におけるモニタリングの働き 日本発達心理学会第6回大会発表論文集 p.22.
- 天岩静子 1995b 小学生の持つ筆算の検算方略 日本教育心理学会第37回総会発表論文集 p.209.
- 天岩静子 1995c 概算 (吉田甫・多鹿秀継編著 認知心理学からみた数の理解, 2章, p.34-54.) 北大路書房
- 天岩静子 1996 他人の行った減算過程に関する小学生の推論 日本発達心理学会第7回大会発表論文集 p.145.
- Flavell, J. H. 1979 Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34, 906-911.
- Gagné, E. D. (赤堀・岸 監訳) 1989 学習指導と認知心理学 パーソナルメディア (1997年11月28日 受理)