

課題探究として証明することのカリキュラム開発
- 「内容-活動対応表」に基づく授業化の意味・役割 -
Curriculum Development of Explorative Proving:
The meaning and roles of realizing lessons based on
the 'contents/activities correspondence table'

宮崎樹夫
信州大学学術研究院教育学系

要 約

課題探究として証明することは数学として真正な営みであり、この営みを学校数学で実現することは汎用的スキルとして課題探究力を育成することになる。本研究は次の問いに答えようとするものである：我が国の中学校数学科において、課題探究として証明することを実現するために、どのようなカリキュラムの開発が可能か/開発されたカリキュラムには、どのような効果があるか。前者の問いに対し、本稿では、カリキュラム開発の進行状況として次の4点を概観する：課題探究として証明することの意味、カリキュラムとしての問題点の整理、学習レベルの移行過程の設定、「内容-活動対応表」の作成。その上で、後者の問いに必要となる、「内容-活動対応表」に基づく授業化について、授業化の意味と役割を理論知と実践知の相互作用に基づいて概観する。

キーワード：課題探究，証明すること，中学校数学，カリキュラム，授業化

1. 課題探究として証明することの重要性

今日、我が国を含む様々な国々・地域が学校教育での汎用的スキル育成に動き出している。この視点からすると、学校数学は汎用的スキル育成の場であり、如何なる内容・活動も汎用的スキル育成に対する一定の貢献可能性の保証を求められることになる。もちろん、証明・証明するという内容・活動も例外ではない。

本来、課題探究として証明することは数学として真正な営みである。この姿を学校数学に実現することは、数学教育として極めて重要であるだ

けでなく、汎用的スキルとして課題探究力を育成することにもなる(宮崎, 藤田(2013))。そのために、特に証明の本格的な学習が重視されている我が国の中学校数学科において、課題探究として証明することを実現するためのカリキュラム、学習指導法、評価法の開発が必要である。

2. 本研究の目的と達成概況

本研究の目的は次の問いに答えることである。我が国の中学校数学科において、課題探究として証明することを実現するために、

- どのようなカリキュラムの開発が可能か。

- 開発されたカリキュラムには、どのような効果があるか。

前者の問いに対し、課題探究として証明することを意味づけ、これに基づいてカリキュラムとしての問題点を整理した。その上で、問題点を解消するために、学習レベルの移行過程を設定し、各学年の内容と移行過程の関係について「内容－活動対応表」を作成した。

3. カリキュラム開発の進行状況

(1) 課題探究として証明することの意味

我が国の学校数学における証明の学習が、汎用的スキルである課題探究力の育成につながるためには、数学における証明するという営みに内在する知的な“息吹”を、学校数学の限られた領域のみならず全ての領域に、さらには数学教育そして教育全体に吹き込むことが必要である。そこで、本研究では、課題探究として証明することを、証明することにみられる、ことがらの生成、証明の生成(構想/構成)、評価・改善・発展という三側面の相互作用として捉えることにする(宮崎、藤田, 2013)。

この捉えによって、学校数学における証明の学習は、数学における証明することの本性に基づく真正さを有し得るようになるとともに、課題探究力を、数学という形而上学的な内容領域を通して育む学習として、学校数学のみならず、学校教育さらには教育全体の“支柱”として価値を有するようになり得る。

(2) カリキュラムとしての問題点

前記の捉えに基づき、課題探究として証明することの学習を実現するという視点からカリキュラムとしての問題点を次のように整理した。

【中学校第1学年】(茅野、岩田(2013))

- 領域「数と式」の問題点
 - ・ 根拠に基づいて、数量の関係や法則などを文字を用いた式に表したり、文字を用いた式の意味を読みとったりすることの充実
 - ・ 第2学年の準備として、第1学年における証明の構想や構成の導入
- 領域「図形」の問題点

- ・ 第1学年で意図される、証明することの意味の明確化
- ・ 小学校算数科と中学校第1学年における、証明することに関する接続の確立
- ・ 第1学年と第2学年における、課題探究として証明することに関する接続の確立

【中学校第2学年】(宮崎、佐々、辻山(2013))

- 領域「数と式」の問題点
 - ・ 第2学年の準備として、第1学年における、根拠に基づいて式をよむことの充実
 - ・ 第2学年と第3学年の教科書における、証明することの学習に関する差異の明確化
 - ・ 課題探究として証明することの充実、特に証明を構想すること/評価・改善・発展することの充実

■ 領域「図形」の問題点

- ・ 第2学年との接続のための、第1学年で意図される証明の明確化
- ・ 第2学年における学習の漸進性の設定、特に、証明することについて学習するまでの説明の質に関する段階的な向上。
- ・ 課題探究として証明することの充実、特に証明を構想し構成すること、ことがら及び証明の生成について評価・改善・発展することの充実

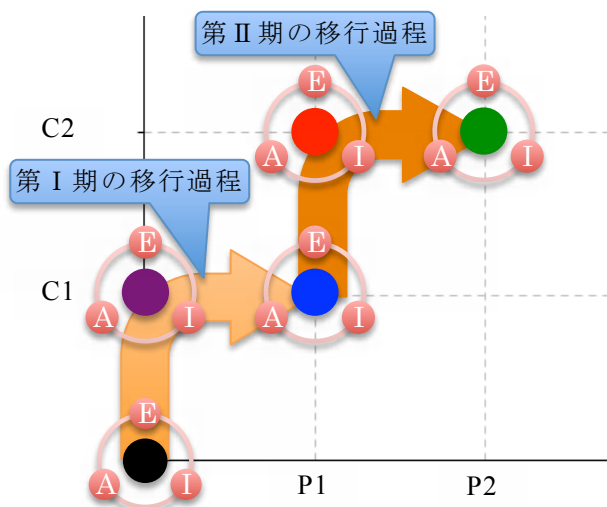
【中学校第3学年】(永田、小松、中川(2013))

- 領域「数と式」の問題点
 - ・ 第2学年と第3学年の教科書における、証明することの学習に関する差異の明確化
 - ・ 課題探究として証明することの充実、特に証明を構想することの充実
- 領域「図形」の問題点
 - ・ 第3学年における学習の接続性、特に第2学年における証明することの学習を第3学年の学習の初期段階で振り返ることの重要性
 - ・ 課題探究として証明することの充実、特に、義務教育最終段階として、子どもの主体的な学習場面としての位置づけの明確化

- ・ 図形の性質や関係を基に、具体的な長さや角の大きさなどを求める過程を説明する学習の補充

(3) 学習レベルの移行過程に関する枠組み

整理された問題点を解消するために、証明を生成することに焦点化し、証明を構想すること(横軸)と、証明を構成すること(縦軸)に基づいて、学習レベルの移行過程に関する枠組みを次のように設定した(宮崎・永田・茅野, 2012)^{*1}。



証明を構想することの学習に関するレベルとして次の二つを設定する。

P1: 前提と結論を結びつけるための着想, 必要となる対象と方法を捉える。

P2: 前提と結論を結びつけるために双方から中間命題の関係網を拡充する。

一方, 証明を構成することの学習に関するレベルとして次の二つを設定する。

C1: 前提と結論の間に命題の演繹的な連鎖を形づくり表現する。

C2: 演繹的な推論を普遍例化と仮言三段論法に分化して前提と結論の間に命題の演繹的な連鎖を形づくり表現する。

それぞれのレベルの組み合わせと学習レベルの移行可能性により, 第 I 期の移行(学習レベル $O \Rightarrow (P1, C1)$)と, 第 II 期の移行(学習レベル $(P1, C1) \Rightarrow (P2, C2)$)が定まり, いずれの学習レベルでも, ことがら及び証明の生成について評

価・改善・発展(EIA)が意図される。学年との対応については, 第 I 期の移行が第 1 学年で, 第 II 期の移行が第 2 学年及び第 3 学年で達成されることにした。

なお, 領域「数と式」では, 我が国の中等学校数学科で意図されている証明に即し, 第 II 期の移行過程を(P1, C1)から(P2, C1)として, 学習レベルの移行過程を準用する。

(4) 内容-活動対応表

カリキュラムの内容とその順序については, 中学校学習指導要領解説数学編の「第 2 章目標及び内容 第 3 節 各学年の内容」を参考とする。各内容で意図される学習レベル及び移行を整理したものが, 内容-活動対応表である。

① 第 1 学年の内容-活動対応表

領域	項目	学習レベル・移行
数と式	式を用いて表したり読み取ったりすること	$O \rightarrow C1$
		$C1 + EIA$
		$C1 \rightarrow (P1, C1)$
図形	平行移動, 対称移動及び回転移動	$O \rightarrow C1$
	基本的な作図とその活用	
	平面図形の運動による空間図形の構成	$C1 + EIA$
	空間図形の平面上への表現と読み取り	$C1 \rightarrow (P1, C1)$

② 第 2 学年の内容-活動対応表

領域	項目	学習レベル・移行
数と式	文字を用いた式でとらえ説明できること 目的に応じた式の変形	$(P1, C1) \rightarrow (P2, C1)$
		$(P2, C1) + EIA$
図形	平行線と角の性質	$(P1, C1) \rightarrow (P1, C2)$
	多角形の角についての性質	$(P1, C2) + EIA$
	合同の意味と三角形の合同条件	
	証明の必要性和意味及び方法	$(P1, C2) \rightarrow (P2, C2)$
	三角形や平行四辺形の性質	$(P2, C2) + EIA$

③第3学年の内容-活動対応表

領域	項目	学習レベル・移行
数と式	文字を用いた式でとらえ説明すること	(P1, C1) → (P2, C1)+EIA
図形	三角形の相似条件	(P1, C2) → (P2, C2)
	平行線と線分の比についての性質	(P2, C2)+EIA
	相似な図形の性質の活用	
	円周角と中心角の関係が証明できることを知ること	(P2, C2)+EIA
	円周角と中心角の関係の活用	
	三平方の定理が証明できることを知ること	(P2, C2)+EIA
	三平方の定理の活用	

4. 内容-活動対応表に基づく授業化

(1) 本研究における「授業化」の意味

カリキュラムは意図される教育の“魂”であり、学校教育で授業としてその“肉体”を得る。カリキュラムが授業として形づくられるまでには、「企画・立案→実践→評価・改善」という循環・発展的なプロセスがある。

意図されたカリキュラムは、ややもすると実行し難く夢物語に終わってしまう。こうした事態を避けるため、カリキュラムの開発途上では、理論知と実践知の相互作用が重要であり、そのためにカリキュラム開発に携わる研究者と実践者の真摯な連携・協働が不可欠である。実際には、研究者と実践者が子ども達のために価値あることをしたいと願い合い、互いの専門性を尊重し合い、授業実践の喜びと責任を共有することが求められるであろう。

本研究では、理論知と実践知の相互作用に基づいてカリキュラムを授業として形づくるプロセスを「授業化」と呼ぶ。

(2) 授業化の役割

授業化によって、カリキュラムのうち授業として実現可能な部分と更に工夫を要する部

分が明らかとなる。前者は学習指導案等を通じ現場での普及が期待できる。後者については研究者と実践者がより固い絆で協働し合う契機となるであろう。

5. 今後の展開

- ・ 学習レベル及びその移行過程に関する枠組みの改善
- ・ 内容-活動対応表における学習レベル・移行の再考
- ・ 領域「数と式」、「図形」での授業化の拡充
- ・ 領域「関数」、「資料の活用」における学習レベルの設定とカリキュラム開発
- ・ カリキュラムの有効性と限界の特定
- ・ 授業実践に必要な資料（指導案等）の公開

註

*1: 記号を次のように変更した：証明の構成(旧 D→新 C), 評価・改善・発展(旧 CIA→新 EIA)。

参考文献

茅野公穂・岩田耕司(2013), 「課題探究として証明することのカリキュラム開発: 中学校第1学年数学科の領域「数と式」及び「図形」における学習の構想」, 日本数学教育学会 第1回春期研究大会論文集, pp. 9-16.

宮崎樹夫・佐々祐之・辻山洋介(2013), 「課題探究として証明することのカリキュラム開発: 中学校第2学年数学科の領域「数と式」及び「図形」における学習の構想」, 日本数学教育学会 第1回春期研究大会論文集, pp. 17-24.

宮崎樹夫・永田潤一郎・茅野公穂(2012), 「中学校数学における課題探究としての証明学習カリキュラムに関する研究: カリキュラム開発のための枠組みの構築」, 日本数学教育学会 第45回数学教育論文発表会論文集, pp. 887-892.

宮崎樹夫・藤田太郎(2013), 「課題探究として証明することのカリキュラム開発: 我が国の中学校数学科における必要性和、これまでの成果」, 日本数学教育学会 第1回春期研究大会論文集, pp. 1-8.

永田潤一郎・小松孝太郎・中川裕之(2013), 「課題探究として証明することのカリキュラム開発: 中学校第3学年数学科の領域「数と式」及び「図形」における学習の構想」, 日本数学教育学会 第1回春期研究大会論文集, pp. 25-32.

* 本研究は科研費(No. 23330255, 23330251, 24243077, 26282039)の支援を受けています。