

数学的なプロセスに基づく学力の評価に関する研究
- 「思考力・判断力・表現力等」に関する評価枠組みの提案 -
Evaluating Competencies based on Mathematical Process: Proposal of
Evaluation for Competencies to Think, Judge, Represent etc.

宮崎樹夫
信州大学教育学系

要 約

本研究では、数学的に考える資質・能力の「思考力・判断力・表現力等」を数学的なプロセスに基づいて評価するために、評価の枠組みとして何が必要とされるかについて、全国学力・学習状況調査の「活用」の問題の枠組み（中学校）及び「算数・数学の問題発見・解決の過程」の特徴に基づいて考察した。その結果、評価の枠組みでは、「数学化」、「問題解決」、「解釈」に関して、現実の世界と数学の世界それぞれに特有な数学的なプロセスが顕在化されるとともに、2つの世界に跨がる数学的なプロセスが顕在化されることが必要であることを示した。

キーワード：学力，数学的なプロセス，評価，思考力・判断力・表現力等

1. 評価の重要性と課題

ジェネリック・スキルの育成が教育界のみならず産業界の強い牽引で国際的に希求され（清水禎文, 2012），我が国でも「育成されるべき資質・能力」に基づいて教育課程が教科を横断して構造的に見直されている。これに伴い、算数・数学教育においても「数学的に考える資質・能力」が育まれるよう目標、内容、指導法、評価等の抜本的な革新が必要とされている。

特に、評価は教育課程とともに教育を次世代に相応しく調べていくための“両輪”を成すものであり、教育実践に対しては評価問題及び評価規準のデザインに留まらず、教科書や学習・指導法の望ましい姿をも強く規定することになる。そのため、評価は、ジェネリック・スキルや「育成されるべき資質・能力」を可能な限り明確に捉えることができ、授業改善の具体的な指標や手掛かりとなることが不可欠である。

評価に関して、PISA等の国際的な大規模調査では、数学的なプロセス等に基づいて評価の枠組みが設定されている(OECD, 2016)。我が国では平成19年度より全国学力・学習状況調査が実施され、主として「活用」に関する問題を作成するための枠組みが設定されている(国立教育政策研究所, 2017)。特に、中学校数学科の調査では、「どのような場面で、どのような数学的知識・技能などが用いられるか、また、それぞれの場面で生徒のどのような力を評価しようとするかを明確にして出題することにした。」(ibid, p. 7)とされ、「活用する力」が中学校数学科の特性に応じて「数学的なプロセス」として“紐解かれ”(Pepper, 2011)、「活用」の問題の枠組みが設定されている。このことから、この枠組みでは、数学的に考える資質・能力として主に「思考力・判断力・表現力等」の評価が意図され続けていることがわかる。

こうした枠組みを、数学的に考える資質・能力の育成を志向する教育課程に適したものとするためには、数学的に考える資質・能力のうち「思考力・判断力・表現力等」に焦点をあて、それによって実現されるべき数学的なプロセスを捉え直す必要がある。そこで、本研究は次の問に答えることを目的とする：数学的に考える資質・能力の「思考力・判断力・表現力等」を数学的なプロセスに基づいて評価するために、評価の枠組みとして何が必要とされるか。

2. 評価の枠組みをデザインする視点

(1) 「活用」の問題の枠組み(中学校)

この枠組みでは、活用する力 α 「知識や技能などを実生活の様々な場面で活用する力」と β 「様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力」が中学校数学科の特性に応じて次の数学的なプロセスとして明記されている(各下位プロセスは

省略)。なお、 γ は α と β の両方に関わる力として位置づけられている(国立教育政策研究所, 2017, p. 7)。

α 1: 日常的な事象等を数学化すること

α 2: 情報を活用すること

α 3: 数学的に解釈することや表現すること

β 1: 問題解決のための構想を立て実践すること

β 2: 結果を評価し改善すること

γ 1: 他の事象との関係を捉えること

γ 2: 複数の事象を統合すること

γ 3: 事象を多面的に見ること

また、問題作成の枠組みとして問題形式は「選択式」、「短答式」、「記述式」の3種類とされ、特に「記述式」として次の3種類が定められている(ibid, p. 8)。

- 見いだした事柄や事実を説明する問題(事柄・事実の説明)
- 事柄を調べる方法や手順を説明する問題(方法・手順の説明)
- 事柄が成り立つ理由を説明する問題(理由の説明)

(2) 「算数・数学の問題発見・解決の過程」

「算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ」(文部科学省教育課程部会, 2017)では、「算数・数学の問題発見・解決の過程」は次の2つのサイクルが相互に関わりあって展開するとされている(p. 5)。

- 日常生活や社会の事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する、という問題解決の過程
- 数学の事象について統合的・発展的に捉えて新たな問題を設定し、数学的に処理し、問題を解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする、という問題解決の過程

次期学習指導要領では、この「算数・数学の問題発見・解決の過程」に基づいて数学的に考える資質・能力が捉えられ、その

育成が求められることになる。そこで、この過程（以下、「数学的なプロセス」）を基盤として評価の枠組みをデザインする。

(3) デザインの視点と方法

「算数・数学の問題発見・解決の過程」では、現実の世界と数学の世界が明確に区別され、前記の2つのサイクルが位置づけられている。一方、「活用」の問題の枠組み（中学校）では2つの世界と2つのサイクルが鮮明になっていないため、各世界における数学的なプロセスの特性が十分に顕在化されていない。そこで、現実の世界と数学の世界それぞれに特有な数学的なプロセスの顕在化を視点として、「活用」の問題の枠組み（中学校）について「数学化」、「問題解決」、「解釈等」に分けて考察し、評価の枠組みをデザインしていくことにする。

3 評価の枠組みのデザイン

(1) 「事象の数学化」に関する特性の顕在化

「活用」の問題の枠組み（中学校）には、活用する力 α 「知識や技能などを実生活の様々な場面で活用する力」に対応する数学的なプロセス $\alpha 1$ 「日常的な事象等を数学化すること」がある。ここに「日常的な事象等」とあることから、数学化の対象として日常生活や社会の事象とともに、数学の事象が考慮されていることが伺えるが潜在的なものに留まっている。

そこで、評価の枠組みをデザインする視点に基づいて、現実の世界と数学の世界それぞれに特有な数学的なプロセスを次のように顕在化する。

A1：日常生活や社会の事象を数学化すること

A2：数学の事象を数学化すること

A1「日常生活や社会の事象を数学化すること」には、例えば、日常生活や社会の事象の特徴を数・量・図形等に着眼して的確に捉えること、日常生活や社会の事象から

数学的な問題を見いだすこと、理想化・単純化することが含まれる。このうち、第一のものは「活用」の問題の枠組み（中学校）の数学的なプロセス $\alpha 1(1)$ 「ものごとを数・量・図形等に着眼して観察すること」及び $\alpha 1(2)$ 「ものごとの特徴を的確に捉えること」を現実の世界に特化したものであり、第三のものは $\alpha 1(3)$ に対応する。

一方、A2「数学の事象を数学化すること」には、例えば、数学の事象の特徴を数・量・図形等に着眼して的確に捉えること、数学の事象から数学的な問題を見いだすこと、拡張・一般化することが含まれる。第一のものは、「活用」の問題の枠組み（中学校）の数学的なプロセス $\alpha 1(1)$ 及び(2)を数学の世界に特化したものである。

(2) 「解釈等」に関する特性の顕在化

「活用」の問題の枠組み（中学校）には、活用する力 α 「知識や技能などを実生活の様々な場面で活用する力」に対応する数学的なプロセス $\alpha 3$ として「数学的に解釈することや表現すること」がある。前述のとおり、プロセス $\alpha 1$ に「日常的な事象等」とあることから、このプロセスについても、事象として日常生活や社会の事象とともに、数学の事象が考慮されていることが伺えるが、プロセス $\alpha 1$ に比べ一層潜在的なものとなっているのは否めない。

そこで、評価の枠組みをデザインする視点に基づいて、現実の世界と数学の世界それぞれに特有な数学的なプロセスを次のように顕在化する。

D1：日常生活や社会の事象で活用したり意味づけたりすること

D2：統合・発展／体系化すること

D1「日常生活や社会の事象で活用したり意味づけたりすること」には、例えば、解決について日常生活や社会の事象に即して解釈すること、日常生活や社会の様々な事象に活用することが含まれる。前者は「活

用」の問題の枠組み（中学校）の数学的なプロセス $\alpha 3(1)$ 「数学的な結果を事象に即して解釈すること」を現実の世界に特化し、解釈の対象を解決の過程と結果に広げたものである。また、後者は、活用する力 α 「知識・技能などを実生活の様々な場面で活用する力」を数学的なプロセスとして現実の世界に特化したものである。

一方、D2「統合・発展／体系化すること」には、例えば、統合的・発展的に考えること、体系的に整理したり組み立てたりすること、数学的な見方・考え方のよさを見いだすことが含まれる。これらは、「活用」の問題の枠組み（中学校）における次の数学的なプロセス $\alpha 2(1)$, $\beta 2(3)$, $\gamma 1$, $\gamma 2$ に主に対応し、算数・数学の世界に特化したものである。

$\alpha 2(1)$ 「与えられた情報を分類整理すること」

$\beta 2(3)$ 「発展的に考えること」

$\gamma 1$ 「他の事象との関係を捉えること」

$\gamma 2$ 「複数の事象を統合すること」

(3)「問題解決」に関する特性の顕在化

「活用」の問題の枠組み（中学校）には、活用する力 β 「様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力」に対応する数学的なプロセス $\beta 1$ として「問題解決のための構想を立て実践すること」があり、次の3つが含まれている。

$\beta 1(1)$ 「筋道立てて考えること」

$\beta 1(2)$ 「解決の方針を立てること」

$\beta 1(3)$ 「方針に基づいて解決すること」

特に $\beta 1(2)$ 「解決の方針を立てること」は平成 22 年度まで「立式や証明（説明）の方針を立てること」とされていたことから、その適用範囲が現実の世界と数学の世界における様々な問題解決に広げられ、2つの世界それぞれにおける数学的なプロセスの特性が不鮮明になっている。

そこで、評価の枠組みをデザインする視点に基づいて、現実の世界と数学の世界そ

れぞれに特有な数学的なプロセスを次のように顕在化する。

B1：日常生活や社会の事象に関する問題について解決の方針を立てること

C1：方針に基づいて日常生活や社会の事象に関する問題を解決すること

B2：数学の事象に関する問題について解決の方針を立てること

C2：方針に基づいて数学の事象に関する問題を解決すること

このように、日常生活や社会の事象に関する問題と、数学の事象に関する問題とで解決の方針を分けるのは、学校数学で求められる方針の姿がそれぞれ異なることによる。実際、日常生活や社会の事象に関する問題を解決する方針は、例えば、「記述式」の「事柄を調べる方法や手順を説明する問題」として「用いるもの」とその「使い方」の記述が求められていることに対応する。一方、数学の事象に関する問題を解決する方針は、例えば、「証明の方針」として、結論から解析的に推論する／仮定から総合的に推論する／両者を組み合わせることの記述が求められていることに対応する。

(4) 2つの世界に跨がる数学的なプロセス

数学的なプロセスには、現実の世界と数学の世界に峻別し難いものがある。これに該当するのは「活用」の問題の枠組み及び「算数・数学の問題発見・解決の過程」を基にすると、少なくとも次の通りである。

E1：批判的に検討すること

E2：筋道立てて考えること

E3：情報を活用すること

E4：事象を多面的に見ること

E5：問題発見・解決を振り返り、評価・改善すること

E6：数学的な表現を用いて説明すること及びそれを理解し評価すること

E1「批判的に検討すること」は「算数・数学の問題発見・解決の過程」の全てで必

要とされる。E2「筋道立てて考えること」は「活用」の問題の枠組みで $\beta 1(1)$ 「筋道を立てて考えること」に該当する。E3「情報を活用すること」は「活用」の問題の枠組みで $\alpha 2$ に該当する。E4「事象を多面的に見ること」は「活用」の問題の枠組みで $\gamma 3$ に該当する。これらは、現実の世界と数学の世界における各プロセスで必要とされる。実際、E3について特定の課題に関する調査では日常生活の考察（例「貯金箱の問題」）に算数・数学を生かすために必要とされるとともに、「円の分割の問題」に関して「必要な情報を選択するなどして、的確に判断できるようにする」(国立教育政策研究所, 2006, p. 24)ことが指摘されている。

E5「問題発見・解決を振り返り、評価・改善すること」は「活用」の問題の枠組みで $\beta 2$ 「結果を評価し改善すること」に対応するが、振り返りの対象は結果に限らず問題の発見・解決全体であり、振り返り及び評価・改善は現実の世界と数学の世界の両世界における各プロセスで必要とされる。

E6「数学的な表現を用いて説明すること及びそれを理解し評価すること」は、「活用」の問題の枠組み（中学校）の問題形式「記述式」に対応する。実際、ある数学的なプロセスについて数学的な表現を用いて説明できるかどうかを評価する際、「記述式」の問題形式として3種類のなかから、問題場面や設問状況から相応しいものが選択されることが想定される。

2つの世界に跨がる数学的なプロセスは、他の数学的なプロセスと互恵的に作用し合うものである。評価の枠組みを問題作成等に運用するにあたっては、2つの世界に跨がる数学的なプロセスの軸と他のプロセスの軸を置き、その“交差点”に着目することによって、評価問題等を作成し、その相互関係を明確にすることが可能になる。

4. 結論・意義・今後の課題

本研究の結論は次の通りである：数学的に考える資質・能力の「思考力・判断力・表現力等」を数学的なプロセスに基づいて評価するために、評価の枠組みとして、「数学化」、「問題解決」、「解釈等」に関して、現実の世界と数学の世界それぞれに特有な数学的なプロセスが顕在化されるとともに、2つの世界に跨がる数学的なプロセスが顕在化されることが必要とされる。（数学的なプロセスの詳細は、資料参照）

これまでにも、「活用」の問題の枠組み（中学校）を資質・能力に基づいて分析し、学校数学として新たに顕在化されるべきものがあることが指摘されてきた（宮崎, 2015）。これに対し、本研究で提案された評価の枠組みは、「活用」の問題の枠組み（中学校）を、現実の世界と数学の世界それぞれに特有な数学的なプロセスに基づいて精緻化したものである。そのため、本枠組みは「活用」の問題の枠組み（中学校）と一定の整合性を有することで評価の連続性を確保するとともに、数学的に考える資質・能力の「思考力・判断力・表現力等」を、「算数・数学の問題発見・解決の過程」に即して捉えることが期待できる。

次期学習指導要領において、育成すべき数学的に考える資質・能力には、他に「知識・技能」、「学びに向かう力・人間性等」がある。特に「学びに向かう力・人間性等」には次のものが含まれる：「過程や結果を吟味し、評価・改善する態度／多面的に考え、粘り強く問題の発見や解決に取り組む態度」（文部科学省教育課程部会, 2017）。「学びに向かう力・人間性等」について、非認知的スキル等に注目して評価の枠組みをデザインし、「思考力・判断力・表現力等」の枠組みと組み合わせる必要がある。

謝辞 本研究は, JSPS 科研費 (No. 16H03792, 24243077, 16H02068, 16H03057, 26282039) の助成を受けたものです.

引用・参考文献

国立教育政策研究所 (2017). 「平成28年度 全国学力・学習状況調査解説資料【中学校 数学】」. Retrieved from

http://www.nier.go.jp/16chousa/pdf/16kaisetsu_chuu_suugaku.pdf

国立教育政策研究所 (2006). 「特定の課題に関する調査 (算数・数学) 調査結果 (主 学校・中学校)」. Retrieved from

<http://www.nier.go.jp/kaihatsu/tokutei/04002030200004000.pdf>

宮崎樹夫 (2015). 「学校数学における学力の 顕在化: 「活用する力」と「数学的に考える力」 の関係から」, 日本数学教育学会 第3回春 期研究大会論文集, pp. 121 – 126.

文部科学省教育課程部会 (2017). 「算数・ 数学ワーキンググループにおける審議の 取りまとめ」. Retrieved from

http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/sonota/_icsFiles/afieldfile/2016/09/12/1376993.pdf

OECD (2016). PISA 2015 Mathematics Framework, in *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*, OECD Publishing, Paris. DOI:

<http://dx.doi.org/10.1787/9789264255425-5-en>

Pepper, D. (2011). Assessing key competences across the Curriculum - and Europe, *European Journal of Education*, 46(3), 335 - 353.

清水禎文 (2012). 「ジェネリック・スキル 論の展開とその政策的背景」, 東北大学大 学院教育学研究科研究年報, 61(1), pp. 275 – 287

資料: 数学的に考える資質・能力の「思考力・判断力・表現力等」に関する評価枠組み (案)

現実の世界		数学の世界	
日常生活や社会の事象を数学化すること ・日常生活や社会の事象の特徴を数・量・図形等に着目して的確に捉えること ・日常生活や社会の事象から数学的な問題を見いだすこと ・理想化・単純化すること	A1	A2	数学の事象を数学化すること ・数学の事象の特徴を数・量・図形等に着目して的確に捉えること ・数学の事象から数学的な問題を見いだすこと ・拡張・一般化すること
日常生活や社会の事象に関する問題について解決の方針を立てること	B1	B2	数学の事象に関する問題について解決の方針を立てること
方針に基づいて日常生活や社会の事象に関する問題を解決すること	C1	C2	方針に基づいて数学の事象に関する問題を解決すること
日常生活や社会の事象で活用したり意味づけたりすること ・解決について日常生活や社会の事象に即して解釈すること ・日常生活や社会の様々な事象に活用すること	D1	D2	統合・発展／体系化すること ・体系的に整理したり組み立てたりすること ・数学的な見方・考え方のよさを見いだすこと
E1: 批判的に検討すること E2: 筋道立てて考えること E3: 情報を活用すること E4: 事象を多面的に見ること E5: 問題発見・解決を振り返り, 評価・改善すること E6: 数学的な表現を用いて説明すること及びそれを理解し評価すること			