

# 関数の学びから数学的リテラシーを育む

升内 由依 教職基盤形成コース

キーワード：関数，数学的リテラシー

## 1. 研究動機・研究課題

教師として現場に立った私は、授業が学級集団に向けたものになっており、個の学びになっていないと感じた。生徒一人ひとりの考えに沿った授業を構想したいと考えた。そこで、数学における個人の能力を議論している数学的リテラシーに着目した。私自身、物理学を学んできた経験から、物理と関係の深い、関数を選んだ。

数学的リテラシーとは、「様々な文脈の中で定式化し、数学を適応し、解釈する個人の能力であり、数学的に推論し、数学的な概念・手順・事実・ツールを使って事象を記述し、説明し、予測する力を含む。これは、個人が世界において数学が果たす役割を認識し、建設的で積極的、思慮深い市民に必要な確固たる基礎に基づく判断と決定を下す助けとなるものである」(国立教育政策研究所,2013,p.3)。

藤村(2014)は数学的リテラシーを「できる学力」と「わかる学力」に分けている。定型的な手続き的知識やスキルを適用する力を「できる学力」、概念的理解やそれに関わる思考プロセスを表現する力を「わかる学力」と表現する(p.274)。そして日本の子どもの数学的リテラシーの問題として、「できる学力」は高いが、「わかる学力」が高くないということを挙げている(p.274)。「わかる学力」を育むとは、生徒自身による知識の関連づけが必要なのではと推定した。したがって、数学的リテラシーを育む授業の実現は個の学びという観点からみて重要であると考えようになった。

そこで、研究課題 1「関数の学びから数学的リテラシーが育まれた生徒の姿とは何か」、研究課題 2「数学的リテラシーを育むための教師の在り方とは何か」を設定した。

## 2. 実践の概要

熊倉(2003)は関数を学ぶ意義を「変化する 2 つの量を調べること」と考えており、その応用として「未知なる部分を予測すること」があると述べている(p.41)。前者は表にまとめる、など一定の手続きを適用し明らかにすることができるので「できる学力」、後者は予測値を求めるための解法や予測値の解釈が多様であり知識を関連づけて考えることが必要なので「わかる学力」に対応する、と考えた。「わかる学力」を育みたいと考えた私は、関数を用いて未知な部分を予測することに焦点を置き、(1)～(3)の順に実践を行った。

- (1) マドラーの重さから本数を予測する授業(Y 中学校 1 年)
- (2) ペットボトルキャップの重さからワクチンの個数を予測する授業(N 中学校 2 年)

(3) ペットボトルキャップの重さから個数を予測する授業(Y 中学校 2 年)

### 3. 関数の学びから数学的リテラシーを育む

#### 3.1 比例定数をどのように工夫するのかを考える生徒

研究問題 1 への解答の一つは「比例定数をどのように工夫するのか考える生徒」である。これは数学的リテラシーの定式化に対応する。

藤村(2014)は日本の数学的リテラシーの問題の一つとして無答率の高さを挙げている(p.274)。(1)の授業の I 生は、重さから本数を予測するとき、当初、何も書くことができなかった。授業実践前、無答とは何も考えることができない生徒の姿と私は捉えていた。無答の生徒には教師が解法を教えるべきと考えていた。しかし、I 生の姿から考えが変容した。周囲に「何÷何？」と尋ねる I 生の姿は、(重さ)÷(本数)なのか、(本数)÷(重さ)なのか、分からず悩む姿だった。ここで I 生が無答から抜け出すきっかけになったのは、1 本あたりの重さを  $x$  とおき、(重さ) =  $x \times$  (本数) と立式してから、 $x$  の値を求める友達の考えと出会ったことである。この姿から、解法を教えるのではなく、今その生徒がわからないことは何かを明確にすることが、無答の生徒の考えを引き出すきっかけになると考えるようになった。

授業の最後に「重さと本数はどんな関係にありますか?」「なぜそう言えますか?」と質問した。予測値と実測値が異なった I 生は「比例でも反比例でもない。よくわからない。式にすることもできない。」「 $x$  (本数) が 2 倍になっても  $y$  (重さ) が 2 倍や 1/2 にならないから。」と答えた。I 生は予測値と実測値が同じはずと考えていたと思われる。1 本 1 本の重さは厳密には異なるが、等しいと考えることにより、比例を用いることができる。I 生は考えの自覚がなかったため、疑問が残ったと考えられる。つまり I 生は重さと本数の関係を事実として見ており、数学化している自覚がなかった。これは重さと本数の 2 つの量を調べることが「できた」だけであり、未知な部分を予測することが「わかった」とは言えない。「わかる」ためには判断の理由などを自分のことばで説明できなくてはならない。

まず、無答の生徒の考えを引き出すことが数学的リテラシーを育む第一歩である。そこには生徒のわからないことは何かを明確にする教師の支援が必要である。また、予測値を求めるだけでなく、なぜ求めることができたのかを自覚することが重要である。以上より、「わかる学力」が生まれ、定式化の力を育むことになる。1 本あたりの重さ及び 1g あたりの本数を等しいと考えたという自覚のあった T 生は 2 通りの定式化を行うことができていた。よって、比例定数をどのように工夫したのかを考えることは、関数の学びから数学的リテラシーを育むために重要であり、定式化する力を育むことに繋がる。

#### 3.2 予測値を意味づけることができる生徒

研究課題 1 への解答のもう一つは、「予測値を意味づけることができる生徒」である。これは数学的リテラシーの解釈に対応する。

(3)の授業ではペットボトルのキャップを扱った。2g と 3g が混ざっており、10 個だと

22 g, 20 個だと 47 g だった。以上より、重さから本数をより正確に予測する授業だった。A 生は 2 g と 3 g の平均からキャップ 1 個の重さを 2.5 g として予測を行った。しかし、A 生はこの考えではより正確に、の視点からは物足りないと感じた。A 生には比例定数が予測結果に大きな影響を及ぼす認識があった。そして既知のデータを用いて、キャップ 1 個の重さを 2.2 g, 2.35 g, 2.275 g と考えていく姿が見られた。キャップ 1 個の重さを工夫することにより、より正確に、という目標に近づくことができるという見通しを持ち、考えを巡らせる姿が見られた。予測値を出すだけでなく、予測値から新しい問題「キャップ 1 個の重さを工夫して考え、より正確に予測する」を見つけ、解決していく姿があった。

3.1 での I 生は、予測値に問題があると認識はしたが何をどのように改善すべきか分からなかった。I 生と A 生との違いは予測結果を振り返る視点の有無と考える。(1)の授業には、誰が何のために予測するのか、がなかった。そこで、(3)の授業では、ある学校の先生が集まったペットボトルのキャップの数をなるべく正確に報告しなければいけません、と場面設定をした。以上より、A 生は予測値を振り返る視点を得た。そして「2g と 3g が同じ数ずつ存在するのはありえない」と考えた A 生は、より正確にという視点で自身の予測を振り返り、比例定数を変え複数回の予測を行った。私は A 生の姿を目的に応じた解釈を行い、再び定式化していく姿と捉えた。そして、判断の理由に言及している A 生には「わかる学力」が育まれていると判断した。よって、予測値を意味づけることは、関数の学びから数学的リテラシーを育むために重要であり、解釈する力を育むことに繋がると考える。

### 3.3 関数と判断することのできる理由を顕在化する教師

研究課題 2 への解答は、「関数と判断することのできる理由を顕在化する教師」である。

個の学びを大切に、いう動機より研究課題 2 を設定した私は、生徒一人ひとりが考えを表に出すことのできる学習環境づくりを考えた。そして、考えを共有することは、相手にわかり易く考えを示すことであり、思考プロセスを表現する力に繋がると考えていた。

(2)の授業は当初、まずペットボトルの重さから個数を予測し、次にワクチン何人分になるのか予測しようと考えていた。しかし、U 生の「これ、個数求める必要はないですか？」「ワクチン 1 人分にはペットボトルのキャップが何 g 必要なのが分かればいいですよね？」という発言を契機に、重さからワクチンの人数分を予測する授業に変わった。私の構想とは異なる展開に戸惑ったが、生徒の考えを大切に、という思いからこの方向へと舵を切った。このとき、U 生は  $(\text{集めたキャップの重さ}) \div (\text{ワクチン 1 人分のキャップの重さ})$  からワクチン何人分になるのかを予測した。しかし、予測値をさらに吟味する姿はなかった。一方、私は、授業の方向性が変わったとき、これから生徒と何を考えるかについて明確な道筋を持っていなかった。思考プロセスの何を共有できるようにするのかについてのビジョンが私にはなかった。その結果、授業が生徒に丸投げになってしまった。生徒の考えについて行くのが精一杯で、生徒に振り回されている教師である私がいた。

合成関数は面倒くさい、が U 生の考えだった。しかし、本時はいかに楽に予測するか、ではなく、いかに正確に予測するかを考える授業であったはずだった。この生徒と教師の

間に生じたズレは、なぜその関数と判断するのか、理由を考えることで埋めることができたのでは、と考えた。3.1 で述べた比例定数の違いが予測結果に大きく影響するという認識はU生にはなかったと推定している。予測の精度にどのような違いがでるのか、合成関数の考えとU生の考えを比較吟味する時間が必要だった。前提の違いを顕在化することにより、3.2 のB生のように予測値から新たな問題を見つけることができたのではないだろうか。以上より、関数と判断することのできる理由を顕在化する教師が数学的リテラシーを育む教師の在り方であり、定式化及び解釈の力を育むために重要であると考え。

#### 4. 結論の意義

私は当初、関数を用いて予測することができていれば、その生徒は関数を用いる根拠を自覚している、と考えていた。そのため、授業で生徒一人ひとりが関数を用いて予測値を求めることが関数の学びからの数学的リテラシーと考えていた。しかし授業実践より、予測値を求めることができたとしても、その生徒がなぜ関数を用いて予測することができたのかを自覚できているとは限らない、ということが分かった。何をどのように考えたから解決することができたのかを生徒が自覚することができるようにするための意図的な支援の必要性が見えてきた。3.2 で述べた比例定数が予測値に与える影響を認識していたA生の事例より、自覚できるようになると、予測値から新たな問題を見つけたり、同じような考えを他の事象でも見つけたりすることができるようになってきた。

このような能力が関数の学びからの数学的リテラシーであり、知識を関連づけることにより、概念的な理解を深めることができるのではないかと考えられる。

また、私は無答の生徒は何も考えることができていない生徒、と捉えていた。しかし、授業実践を通し、これは生徒が悩んでいる姿であると捉えるようになった。以前は、分からないのだから、教えてあげなくては、という意識で解法を解説してしまっていた。しかし、生徒は今、何が分からずに悩んでいるのか、原因を探る支援をするように私自身が変容した。つまり、私が一方的に教える、ということから、その生徒は今何が分からずに困っているのかを生徒自身が明確にするための手立てを考えるという支援に変わった。このようにすることにより、生徒一人ひとりの思考プロセスに沿った支援ができるのではないかと考える。

#### 文 献

- 藤村宣之 (2014). フィンランドの児童の思考の特質とそれに関連する環境要因. 『東京大学大学院教育学研究科紀要』. 53. 273-283.
- 国立教育政策研究所 (2013). 『生きるための知識と技能 5 OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA) 2012 年調査国結果報告書』. 明治書店.
- 熊倉啓之 (2003). 学ぶ意義を実感させる関数の指導に関する研究. 『日本数学教育学会誌』. 85(11). 40-49.