高校数学の項目別理解度の解析

岡村　和樹　　片長　敦子

キーワード：高校数学の理解度、大学初年次教育、微分積分学

１．　はじめに

信州大学全学教育機構は、主に学部初年次の学生教育と企画を担当している組織であり、数学では担当科目の一部として、大学１年生の微分積分学（１変数の微分積分学）と微分積分学Ⅱ（多変数の微分積分学）の講義 （以下、特に断りのない限り「微分積分学」と略す）を担当している。微分積分学においては、高校数学Ⅲの知識の差が単位の修得に大きく影響していることが予測される。

本研究において、数学Ⅲ履修者と未履修者を比較し、数学Ⅲを履修するかどうかに影響を与えうる数学Ⅰ、Ⅱ、A、B の項目ごとの「理解度」と「好き嫌い」に注目したアンケート調査を行った。それを基に、高校数学の項目間の理解度の関連について詳しく調べ、考察した結果を報告する。

２．　調査方法

２．１　対象者

2018 年度と 2019 年度において、微分積分学Ⅰが必修もしくは選択必修である信州大学工学部全学科と繊維学部、教育学部、農学部の一部学科の１年生総計 1308 名を対象に調査を行った。ただし、外国人留学生は除いた。数学Ⅲ 履修者は 1243 名、未履修者は 65 名であった。

２．２　調査時期および調査内容

微分積分学Ⅰの受講開始時に 2018 年度は紙媒体、2019 年度は web 上でアンケート調査を行った。調査内容は高校数学の各項目についての「理解度」と「好き嫌い」である。理解度は 3､2､1､0 とし、それぞれ「十分に理解している」､「ほぼ理解している」､「やや不安である」､「理解していない」を意味する。好き嫌いは 1､0､-1 の 3 段階と

し、それぞれ「好き」、「ふつう」、「嫌い」を意味する。本研究ではこれらの数値を間隔尺度とみなして分析を行い、欠測値は0を代入した。

アンケート調査では、東京書籍の教科書（平成25年発行）数学Ⅰ、Ⅱ、A、B の章タイトル計15個を項目名に利用した（参考文献、1～4)。15項目の略記号と学習指導要領の分類との対応は表1である。なお、左側のローマ数字は数学Ⅰ、Ⅱ、A、B の項目であることを意味する。ただし、数学 B の「確率分布と統計的な推測」は欠測値が多かったため予め分析から除外した。

表１　略記号の内容

Ⅰ式	数と式	Ⅱ式	いろいろな式
Ⅰ集	数と式(集合と命題)	Ⅱ図	図形と方程式
Ⅰ２	二次関数	Ⅱ３	三角関数
Ⅰ図	図形と計量	Ⅱ指	指数関数・対数関数
Ⅰデ	データ分析	Ⅱ微	微分・積分の考え
A 場	場合の数と確率	B 数	数列
A 整	整数の性質	B べ	ベクトル
A 図	図形の性質		

３．分析手法

数学Ⅲ履修者と未履修者の項目別の理解度と好き嫌いについて、平均、標準偏差、Cohen の効果量を調べた。Cohen の効果量は以下で定義される量であり、平均の差が同じでも散らばりが大きいデータの方が効果量は小さく出るため、２つのデータの差異を測る指標として、単純に平均の差を考えるより適切である:

$$\frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\dfrac{(N_1 - 1){S_1}^2 + (N_2 - 1){S_2}^2}{N_1 + N_2 - 2}}}$$

ここで、上式の分子の M_1、M_2 はそれぞれ履修者、未履修者の各項目の理解度または好き嫌いの平均を表す。分母の N_1、N_2 はそれぞれ履修者数、未履修者数を表し、本稿においては $N_1 = 1243$、$N_2 = 65$ である。また、S_1、S_2 はそれぞれ履修者、未履修者の各項目の理解度または好き嫌いの不偏標準偏差を表す。結果については小数第 3 位を四捨五入した。

以下の４、５節では各項目の距離を考える。距離として Euclid 距離を用いたが、サンプル数が増加するほど距離が長くなりやすいという標本サイズの違いの影響を取り除くため、サンプル数（N_1 または N_2）の平方根で割った。距離は Pearson の積率相関係数とは異なり平均値の差が影響する概念であるが、データごとの差の絶対値を考慮

に入れてあるため、Cauchy-Schwarz の不等式から、2 つのデータの間の距離はそれらの平均値の差の絶対値以上である。従って、平均値の差が 0 であっても各データが完全に一致しない限り距離は正になり、距離の方が平均値の差の絶対値より詳細にデータの間の差異を測定していると言える。この距離の概念はクラスター分析でも用いる。

４　分析結果

４．１　理解度の平均、標準偏差、効果量（表２）

理解度の平均について述べる。数学Ⅲ履修者の平均は高い方から I2、I 式、Ⅱ微であり、低い方から I デ、A 整、I 集である。一方で未履修者の平均は高い方から I2、I 式、I 図であり、低い方から A 整、B 数、Ⅱ微である。数学Ⅲ履修者と未履修者に共通して平均が高い項目は I2、I 式であり、共通して平均が低い項目は A 整である。

理解度の標準偏差について述べる。数学Ⅲ履修者の標準偏差は大きい方から A 整、A 図、A 場であり、小さい方から I2、I 式、Ⅱ3 である。一方で未履修者の標準偏差は大きい方から B べ、I 図、A 整であり、小さい方からⅡ微、Ⅱ式、I 式である。なお数学Ⅲ履修者と未履修者に共通して大きい項目は A 整であり、共通して小さい項目は I 式である。

Cohen の効果量について、<u>数学Ⅲ履修者と未履修者の差が大きい項目はⅡ微、Ⅱ3</u> であり、最も差が小さい項目は I デである。

表２　数学Ⅲ履修者（履）と未履修者（未）における「理解度」の
平均（AV）、標準偏差（SD）、 効果量

	Ⅰ式	Ⅰ集	Ⅰ2	Ⅰ図	Ⅰデ	A場	A整	A図	Ⅱ式	Ⅱ図	Ⅱ3	Ⅱ指	Ⅱ微	B数	Bべ
履AV	2.45	1.95	***2.6***	2.23	**1.74**	2.06	1.89	2.02	2.29	2.19	2.4	2.35	2.43	2.12	2.16
未AV	2.09	1.69	***2.17***	1.95	1.68	1.74	**1.42**	1.71	1.92	1.77	1.62	1.72	1.57	1.46	1.6
履SD	0.59	0.65	**0.55**	0.67	0.71	0.74	***0.77***	0.76	0.63	0.66	0.61	0.65	0.63	0.7	0.71
未SD	0.65	0.68	0.69	0.75	0.66	0.66	0.74	0.72	0.62	0.7	0.67	0.69	**0.58**	0.68	***0.76***
効果量	0.61	0.4	0.79	0.41	**0.09**	0.43	0.62	0.41	0.58	0.63	1.28	0.96	***1.37***	0.95	0.79

４．２　好き嫌いの平均、 標準偏差、 効果量（表３）

好き嫌いの平均について述べる。数学Ⅲ履修者の好き嫌いの平均は高い方から I2、Ⅱ微であり、低い方から I デ、I 集である。一方で未履修者の好き嫌いの平均は高い方から I2、I 式であり、低い方から B 数、I デである。数学Ⅲ履修者と未履修者に共通して平均が高い項目は I2 であり、低い項目は I デであった。

好き嫌いの標準偏差について述べる。数学Ⅲ履修者の好き嫌いの標準偏差は大きい

方からＡ場、Ａ整であり、小さい方からⅠ式, Ⅰ2 である。一方で未履修者の標準偏差は大きい方からＡ場、Ａ図であり、小さい方からⅡ式、Ⅰ式である。数学Ⅲ履修者と未履修者に共通して大きい項目はＡ場であり、小さい項目はⅠ式である。

Cohen の効果量について、数学Ⅲ履修者と未履修者の差が大きい項目はⅡ微、Ⅱ3 であり、最も差が小さい項目はⅠ集である。

表３　数学Ⅲ履修者（履）と未履修者（未）における「好き嫌い」の
平均（AV)、標準偏差（SD)、 効果量

	Ⅰ 式	Ⅰ 集	Ⅰ 2	Ⅰ 図	Ⅰ デ	A 場	A 整	A 図	Ⅱ 式	Ⅱ 図	Ⅱ 3	Ⅱ 指	Ⅱ 微	B 数	B べ
履 AV	0.34	-0.13	***0.56***	0.24	**-0.24**	0.1	0.07	0.15	0.24	0.24	0.42	0.37	0.52	0.26	0.32
未 AV	0.18	-0.12	***0.26***	0.11	-0.29	-0.15	-0.17	-0.09	0.05	-0.03	-0.18	-0.09	-0.12	**-0.31**	0.05
履 SD	**0.54**	0.63	0.54	0.6	0.64	***0.75***	0.68	0.63	0.55	0.58	0.57	0.58	0.55	0.65	0.63
未 SD	0.52	0.57	0.59	0.66	0.6	***0.75***	0.67	0.72	**0.51**	0.66	0.6	0.63	0.6	0.7	0.69
効果量	0.28	**-0.02**	0.56	0.21	0.08	0.33	0.36	0.37	0.35	0.46	1.04	0.8	***1.16***	0.88	0.43

４．３　理解度と好き嫌いの相関係数（表４）

ここでは相関係数として Pearson の積率相関係数を用いて分析した結果、正の相関のみが得られた。数学Ⅲ履修者の相関係数は 0.2 から 0.3 の間に安定してあり、一番高い項目はⅠ図であり、一番低い項目はⅠ式である。一方で、未履修者の相関係数は 0.31 から 0.67 の間にあり、未履修者の方が相関係数の幅が大きく、一番高い項目は、Ａ図であり、一番低い項目はⅡ式である。

各項目の相関係数について、未履修者の理解度と好き嫌いの相関係数が最も小さい項目（Ⅱ式の 0.31）が、履修者の理解度と好き嫌いの相関係数が最も大きい項目（Ⅰ図の 0.3）より大きい。

表４　数学Ⅲ履修者（履）と未履修者（未）の「理解度」と「好き嫌い」の相関係数

	Ⅰ 式	Ⅰ 集	Ⅰ 2	Ⅰ 図	Ⅰ デ	A 場	A 整	A 図	Ⅱ 式	Ⅱ 図	Ⅱ 3	Ⅱ 指	Ⅱ 微	B 数	B べ
履	**0.2**	0.25	0.22	***0.3***	0.25	0.27	0.28	0.26	0.22	0.21	0.26	0.24	0.25	0.26	0.28
未	0.45	0.5	0.42	0.51	0.46	0.57	0.54	***0.67***	**0.31**	0.49	0.47	0.33	0.51	0.49	0.5

これ以降、理解度を中心に分析する。

４．４　項目間の理解度の相関係数（表５、６）

相関係数の幅について、数学Ⅲ履修者が 0.26 から 0.65 の間にあるのに対し、未履修

者は 0.05 から 0.75 の間にあり、未履修者の方が相関係数の幅が大きい。
数学Ⅲ履修者の理解度の相関係数が高い項目から、Ⅱ指とⅡ3、Ⅱ微とⅡ指、Ⅱ微とⅡ3 であり、相関係数が低い項目から A 場とⅠ図、B べと A 場、A 整とⅠ2、Ⅱ図と A 場である。一方で未履修者の理解度の相関係数が高い項目から、Ⅰ図と I2、Ⅱ3 とⅡ図、Ⅱ式とⅠ集であり、相関係数が低い項目から A 図と A 整、Ⅱ3 と A 場、A 整と A 場である。全体的に未履修者の方が相関は高めであったが、注意として、A 図と A 整、A 整と A 場 のように未履修者の方が大幅に低い項目もある。
数学Ⅲ履修者と未履修者の間で相関係数の差についても調べた。差が高い方から、A 図と A 整、A 整と A 場であり、低い方から、Ⅱ式とⅠ集，A 図とⅠ2 であった。一方で、履修者と未履修者の間で差がほとんどないものは、Ⅰデ とⅠ図、A 図と A 場、Ⅱ図と A 場、Ⅱ指とⅡ式である。
参考文献 5 にある微分積分学の学修のために直接的に必要とされる項目（I2、Ⅰ図、Ⅱ式、Ⅱ3、Ⅱ指、Ⅱ微）について、項目間の理解度の相関係数について述べる。
数学Ⅲ履修者は、Ⅱ指とⅡ3 が 0.65、Ⅱ微とⅡ指が 0.64、Ⅱ微とⅠ2 が 0.6 と高いが、Ⅱ3 とⅠ図、Ⅱ指とⅠ図がともに 0.46 と低い。一方、未履修者については、Ⅰ図と I2 が 0.75、Ⅱ微とⅡ指が 0.7 と高いが、Ⅱ3 とⅠ図が 0.39 と低い。
注意として、表２の理解度の平均と合わせて考察すると、未履修者において、Ⅰ図と I2 は他の項目に比べて平均点が高めであり、更にこれらの間の相関係数が高いことので、Ⅰ図と I2 の 2 項目は他の項目に比べて理解できている可能性が高い。

表５　数学Ⅲ履修者の項目間の理解度の相関係数

	Ⅰ集	Ⅰ2	Ⅰ図	Ⅰデ	A場	A整	A図	Ⅱ式	Ⅱ図	Ⅱ3	Ⅱ指	Ⅱ微	B数	Bべ
Ⅰ数	0.47	0.58	0.53	0.34	0.31	0.34	0.34	0.58	0.47	0.47	0.47	0.52	0.38	0.35
Ⅰ集		0.39	0.43	0.43	0.48	0.41	0.35	0.46	0.4	0.39	0.41	0.38	0.35	0.29
Ⅰ2			0.54	0.28	0.3	0.27	0.33	0.55	0.52	0.56	0.56	0.6	0.42	0.45
Ⅰ図				0.37	**0.26**	0.29	0.52	0.5	0.6	0.46	0.46	0.51	0.41	0.45
Ⅰデ					0.33	0.36	0.35	0.33	0.31	0.31	0.35	0.32	0.35	0.3
A場						0.41	0.29	0.35	0.27	0.31	0.31	0.28	0.33	0.26
A整							0.34	0.41	0.35	0.33	0.33	0.31	0.38	0.27
A図								0.36	0.5	0.33	0.32	0.35	0.35	0.42
Ⅱ式									0.57	0.51	0.53	0.53	0.43	0.39
Ⅱ図										0.52	0.47	0.54	0.45	0.48
Ⅱ3											***0.65***	0.63	0.51	0.44
Ⅱ指												0.64	0.49	0.43
Ⅱ微													0.5	0.47
B数														0.53

表６　数学Ⅲ未履修者の項目間の理解度の相関係数

	Ⅰ集	Ⅰ 2	Ⅰ図	Ⅰデ	A場	A整	A図	Ⅱ式	Ⅱ図	Ⅱ 3	Ⅱ指	Ⅱ微	B数	Bべ
Ⅰ式	0.59	0.62	0.51	0.54	0.44	0.4	0.45	0.67	0.59	0.43	0.43	0.47	0.32	0.42
Ⅰ集		0.54	0.42	0.4	0.47	0.35	0.51	0.72	0.6	0.38	0.44	0.44	0.44	0.42
Ⅰ 2			***0.75***	0.46	0.47	0.25	0.56	0.64	0.69	0.6	0.55	0.56	0.52	0.51
Ⅰ図				0.37	0.41	0.32	0.63	0.46	0.62	0.39	0.45	0.45	0.4	0.5
Ⅰデ					0.41	0.43	0.29	0.39	0.27	0.24	0.38	0.28	0.26	0.45
A場						0.19	0.29	0.4	0.27	0.15	0.28	0.23	0.34	0.28
A整							**0.05**	0.47	0.36	0.32	0.43	0.38	0.29	0.29
A図								0.44	0.6	0.31	0.27	0.4	0.37	0.6
Ⅱ式									0.71	0.56	0.53	0.47	0.56	0.53
Ⅱ図										0.73	0.6	0.63	0.48	0.55
Ⅱ 3											0.6	0.56	0.52	0.39
Ⅱ指												0.7	0.6	0.55
Ⅱ微													0.42	0.45
B数														0.59

４．５　項目間の理解度の距離（表７、８）

距離は Pearson の相関とは異なり、平均の大小が数値の大小に影響するため項目間の差異がわかる。数学Ⅲ履修者の距離の長い方から、Ⅰデと I2、A 整とⅠ2、Ⅱ微とⅠデであり、距離の短い方から、Ⅱ指とⅡ3、Ⅱ微とⅡ3、Ⅰ2 とⅠ式である。一方、未履修者の距離の長い方から A 整と I2、A 整とⅠ図、A 図と A 整であり、距離の短い方から、Ⅱ図とⅡ式、Ⅱ3 とⅡ図、Ⅱ微とⅡ指である。

特に、Ⅱ微と微分積分に関連の高い項目であるⅠ式と I2 の間の距離に注目すると、数学Ⅲ履修者は他の項目とⅡ微の距離より相対的に短くなるが、未履修者は相対的に長くなるという顕著な差が認められた（表７、８の中の太字)。

数学Ⅲ履修者と未履修者の理解度の距離の差も調べた。差が大きい方から、Ⅰデと I 2、Ⅱ微とⅠデ、ⅠデとⅠ式であり、一方で差が小さい方から、Ⅱ微とⅠ2、Ⅱ3 と I 2、Ⅱ3 とⅠ式である。差がほとんどないものは、Ⅱ3 と A 場、B 数と A 整、B べとⅡ式である。

表７　数学Ⅲ履修者の理解度の距離

	Ⅰ 式	Ⅰ 集	Ⅰ 2	Ⅰ 図	Ⅰ デ	A 場	A 整	A 図	Ⅱ 式	Ⅱ 図	Ⅱ 3	Ⅱ 指	Ⅱ 微	B 数
Ⅰ 集	0.81													
Ⅰ 2	0.54	0.93												
Ⅰ 図	0.65	0.76	0.7											
Ⅰ デ	1.03	0.75	***1.15***	0.92										
A 場	0.88	0.72	0.95	0.88	0.9									
A 整	0.97	0.78	1.08	0.93	0.85	0.84								
A 図	0.9	0.81	0.97	0.74	0.88	0.89	0.89							
Ⅱ 式	0.58	0.74	0.64	0.65	0.95	0.82	0.86	0.83						
Ⅱ 図	0.7	0.76	0.73	0.6	0.92	0.86	0.88	0.74	0.61					
Ⅱ 3	0.62	0.83	0.58	0.69	1.02	0.88	0.96	0.89	0.63	0.67				
Ⅱ 指	0.65	0.81	0.62	0.69	0.99	0.87	0.95	0.89	0.62	0.7	**0.53**			
Ⅱ 微	**0.6**	0.86	**0.56**	0.67	1.04	0.9	0.99	0.9	0.62	0.66	0.53	0.55		
B 数	0.79	0.79	0.83	0.75	0.89	0.84	0.85	0.84	0.73	0.72	0.71	0.72	0.73	
B べ	0.8	0.84	0.81	0.73	0.94	0.89	0.94	0.81	0.75	0.7	0.74	0.75	0.74	0.68

表８　数学Ⅲ未履修者の理解度の距離

	Ⅰ 式	Ⅰ 集	Ⅰ 2	Ⅰ 図	Ⅰ デ	A 場	A 整	A 図	Ⅱ 式	Ⅱ 図	Ⅱ 3	Ⅱ 指	Ⅱ 微	B 数
Ⅰ 集	0.72													
Ⅰ 2	0.59	0.81												
Ⅰ 図	0.71	0.81	0.55											
Ⅰ デ	0.75	0.73	0.86	0.84										
A 場	0.77	0.69	0.82	0.8	0.72									
A 整	1.02	0.86	***1.16***	1.14	0.79	0.95								
A 図	0.81	0.69	0.8	0.68	0.82	0.82	1.05							
Ⅱ 式	0.54	0.54	0.61	0.72	0.74	0.72	0.87	0.74						
Ⅱ 図	0.69	0.62	0.68	0.66	0.82	0.82	0.89	0.63	**0.53**					
Ⅱ 3	0.85	0.75	0.82	0.86	0.82	0.88	0.85	0.82	0.68	0.53				
Ⅱ 指	0.8	0.72	0.79	0.79	0.75	0.81	0.82	0.85	0.67	0.62	0.62			
Ⅱ 微	**0.82**	0.68	**0.85**	0.81	0.75	0.79	0.76	0.73	0.71	0.59	0.59	0.53		
B 数	1	0.75	0.98	0.93	0.84	0.82	0.85	0.82	0.76	0.76	0.68	0.67	0.69	
B べ	0.91	0.78	0.92	0.83	0.75	0.87	0.91	0.67	0.75	0.71	0.79	0.7	0.72	0.67

４．６　項目別理解度のクラスター分析（図１）

ここではサンプル数が等しいデータの間の類似度をいくつかのグループに分けること、すなわちクラスタリングによって考察する。クラスタリングとしては階層的手法、すなわち各データセットをそれのみからなる 1 つのグループとした初期状態から始め、群平均法に従いクラスターを形成する手法を採用する（参考文献、6)。群平均法とは、データの間の距離を Euclid 距離 d とし、2 つのクラスターA、B の間の距離 D(A, B)を以下で定義し、この距離が最小になるような 2 つのクラスターを結合させて新たなクラスターとする作業を繰り返していく方法である。

$$D(A,B)=\frac{1}{|A||B|}\sum_{x\in A,y\in B}d(x,y)$$

ただし、|A|、|B|はクラスターA、B 内のデータの個数（サンプル数ではない）とする。図 1 はクラスターが生成されていく過程をデンドログラムの形式で可視化して書いたものであり、縦軸はクラスター間の群平均法による距離を表す。ただし、スケーリングを行っていないため図 1 の左右で数値が異なるが、単に定数を掛けるかどうかの違いなので、本質的な違いはなくクラスターの形状は変わらない。

履修者、未履修者ともに、数学Ⅰ、Ⅱ、A、B ごとに固まりやすく、また類似している項目同士が近接している傾向にはある。しかし、数学Ⅲ履修者は、抽象性が高く、発想力や論証力を要求される機会の多い項目（Ⅰ集、A 整、A 場、 A 図）が近接しているが、未履修者はそこまでは言えない。

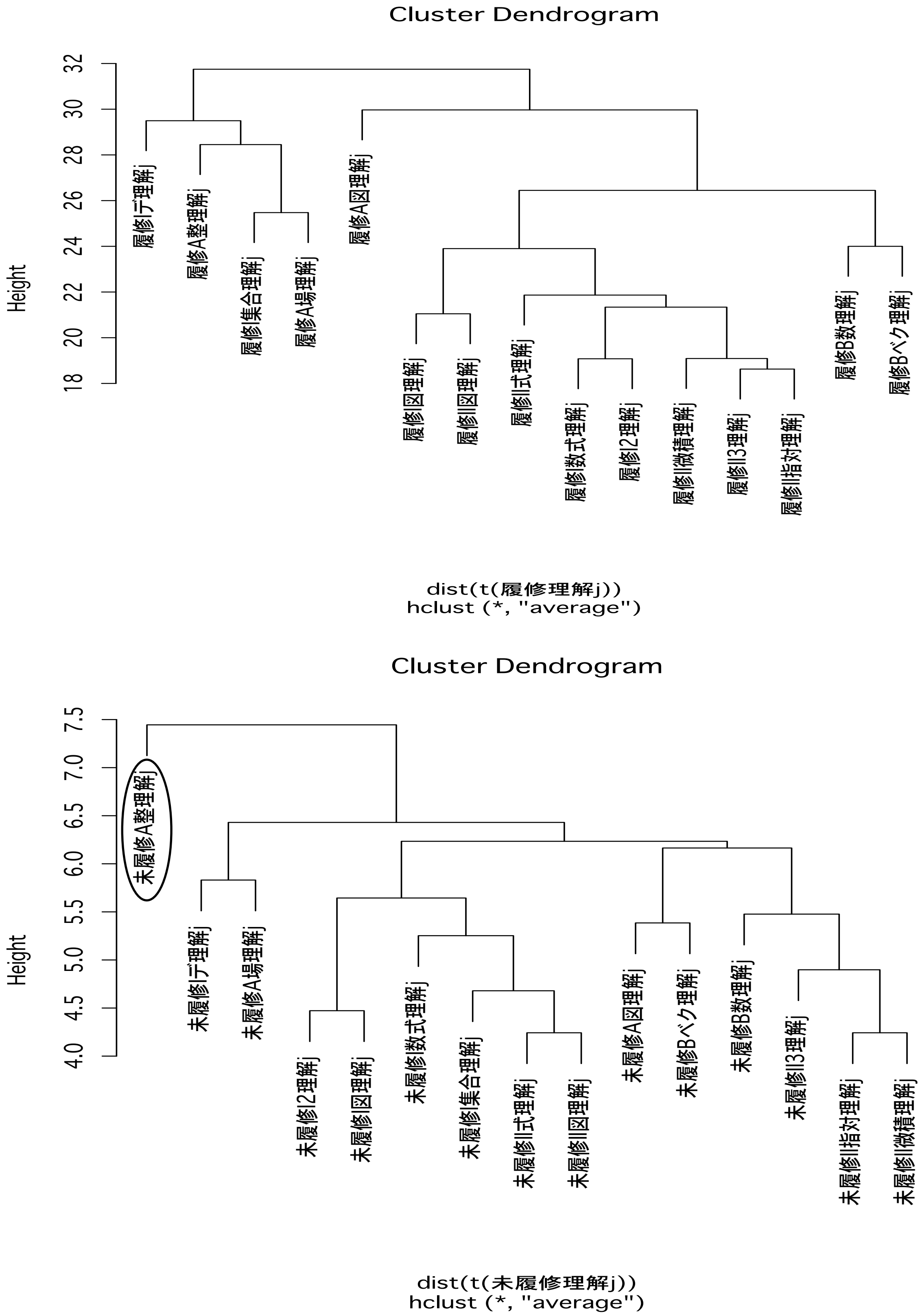

図１：項目別理解度のクラスター分析（上が数学Ⅲ履修者、下が数学Ⅲ未履修者）

４．７　理解度の主成分分析（表９）

理解度に関して主成分分析を行い、第 1 主成分と第 2 主成分を求めた。大まかにいうと、第 1 主成分は散らばりの意味でデータの全体の傾向を最もよく表す指標であり、第 2 主成分は、第 1 主成分と「直交」する空間（第 1 主成分の方向の直交補空間）において、散らばりの意味でデータの全体の傾向を最もよく表す指標である。以降同様に第 n 主成分（n が 3 以上）も定義できるがここでは扱わない。主成分の寄与率は、それが全体の説明に寄与する「度合い」である。主成分の番号が増加するに従って減少し、その総和は 1 である。また、各主成分に対する各項目の負荷量は、その項目が主成分に与える影響の度合いである。（参考文献、7）

数学Ⅲ履修者の理解度の第 1 主成分（PC1）は、およそ各項目の平均であり、第 2 主成分（PC2）は A 場と A 整である。一方で、未履修者の理解度の第 1 主成分は、他の主成分に比べると、各項目の平均に近いが、Ⅱ図と I2 の負荷量が相対的には大きく、第 2 主成分は A 整の負荷量が大きかった。まとめると、<u>履修者、未履修者を合わせた全体の傾向を最もよく反映しているのは各項目の平均であり、次に A 整が影響している</u>と言える。

表９　主成分分析

	寄与率	Ⅰ 式	Ⅰ 集	Ⅰ 2	Ⅰ 図	Ⅰ デ	A 場	A 整	A 図	Ⅱ 式	Ⅱ 図	Ⅱ 3	Ⅱ 指	Ⅱ 微	B 数	B べ
履修 PC1	**0.45**	0.23	0.24	0.22	0.28	0.23	0.23	0.26	0.27	0.26	0.28	0.26	0.27	0.27	0.28	0.27
履修 PC2	0.09	0.06	-0.27	0.18	0.17	-0.29	**-0.55**	-0.52	-0.04	0.04	0.18	0.18	0.17	0.23	0.08	0.23
未履修 PC1	**0.50**	0.26	0.26	0.31	0.30	0.20	0.18	0.19	0.26	0.27	0.32	0.25	0.27	0.22	0.25	0.30
未履修 PC2	0.10	0.04	0.02	-0.16	-0.42	0.14	-0.09	**0.65**	-0.46	0.12	-0.03	0.15	0.25	0.11	0.08	-0.09

４．８　個人ごとの標準偏差

各項目の理解度について個人ごとの標準偏差を求めた。数学Ⅲ履修者の標準偏差の平均は 0.52、未履修者の標準偏差の平均は 0.49 であった。数学Ⅲ履修者の方が若干大きいが、<u>未履修者について項目ごとの理解度のばらつきが著しく大きいとまでは言えない</u>。

５．考察

表２の効果量によれば、数学Ⅲ未履修者は数学 I、Ⅱ、A、B の主観的な理解度において、I デを除く全項目で既に履修者と差がついている。理解度の観点から、履修者の I2 の理解の平均点は 3 点満点中 2.6 点と高く、かつ標準偏差は小さいので、多くの数学Ⅲ履修者が自分自身では確実に I2 を理解していると考えていると言える。一方、未

履修者のI2の理解度は履修者に比べ標準偏差は大きく、また効果量も差が大きいことから、I2の段階で既に数学Ⅲ履修者と未履修者の間で主観的な理解度に差があることがわかる。

予想されることではあるが、表4にあるように数学Ⅲ未履修者における「理解度」と「好き嫌い」の相関は、履修者の相関に比べて強いことから、未履修者は「嫌い」と「苦手」が強く結びつきやすいと考えられる。対策として、興味を引く題材を用意するなどで「嫌い」を改善することで「苦手」の改善につながりうると思われる。

数学Ⅲ未履修者については、主成分分析の第2主成分はA整の負荷量が相対的に大きい。クラスター解析（図1）からもA整は他の項目からは独立した「特異」科目であることがわかる。

また、履修者の主観的な理解度は類似した項目が近接しているが、未履修者の主観的な理解度はそうでない。特に表5、6から未履修者は、A整とA場、A図とA場、A整とA図のように、同じ科目内の項目の相関が履修者のそれに比べて低い。これらのことを考慮すると、未履修者は、1つの項目の理解を他の項目の理解に繋げられていないことがわかる。

表7、8の項目間の理解度の関係において、微分積分の理解に重要なI式やI2とⅡ微の間の距離は、数学Ⅲ履修者と未履修者の間で顕著な差がみられた。表2からもわかるように、未履修者はこれらI式とI2の項目の主観的な理解度は相対的に高いが、Ⅱ微はそうではないので、I式とI2の内容の理解をⅡ微の理解に繋げられていない可能性があると推測される。Ⅱ微は未履修者の主観的な理解度の平均が低く標準偏差も小さいため、多くの未履修者において、実際の理解が低いと推測される。

6．今後の課題

表3から、数学Ⅲ未履修者は、I式とI2以外は全体的に苦手意識があることがわかるが、 その原因については解明が必要である。

表6にあるように、A整と他の項目との相関はあまり高くないため、A整ができないから直接的に他の項目ができないとまでは言い難いが、表2にあるように数学Ⅲ未履修者の主観的な理解度のうち最も低いのがA整である。整数に関しては中学校でも重点的に学習するが、その内容の理解が十分でない可能性や、平成28年12月の中央教育審議会答申（参考文献の8）の中で言及されているように、「事象を式で数学的に表現したり論理的に説明したりすること」に困難を抱えている可能性がある。例えば、定義文を読み具体例が定義を満たしているかどうかの判定力、問題文を理解する読解力、そして問題解決に何か必要になるのかという推理力、解答に向けて論理を積み重ねる論理力という「広い意味での問題解決能力」が不足している可能性があるのではないかと思われる。これらについては、検証が必要である。

７．まとめ

本研究における数学Ⅲ履修者と未履修者の高校数学Ⅰ、Ⅱ、A、B の理解度の比較の観点から、すでに多くの項目において差があることが確認できた。特に、未履修者は履修者に比べ項目間の「つながり」が意識できていないことと、「広い意味での問題解決能力不足」という問題が明らかになった。数学Ⅲ履修者でも、大学の授業についていけない学生は同様の問題を抱えていると予想され、大学 1 年生で学修する微分積分学の理解度に影響している可能性が大きいと考えられる。

項目ごとの「つながり」を意識できていない学生へは、理解が不十分な項目を何度でも戻って勉強をやり直す根気を持つように励ますことが重要である。また、「広い意味での問題解決能力不足」の学生には、丁寧に文章を読んで理解し、じっくりと時間をかけて問題に取り組むことを奨励することが必要である。さらに授業においては、新しい項目へ入る際に、以前に学んだこととの「つながり」が認識できるような説明や定義の大切さを伝える工夫が推奨される。

参考文献

1. 東京書籍：教科書 数学Ⅰ、2013 年 2 月.
2. 東京書籍：教科書 数学Ⅱ、2013 年 2 月.
3. 東京書籍：教科書 数学 A、2013 年 2 月.
4. 東京書籍：教科書 数学 B、2013 年 2 月.
5. 久保泉、本田竜広、横田壽：履修歴別授業による数学教育の実施と評価、工学教育、56-6、pp.147-151、 2008 年.
6. 新納裕幸：R で学ぶクラスタ解析、オーム社、2007 年。
7. 原田史子、島川博光：線形代数学に基づくデータ分析法、共立出版、2016 年。
8. 文部科学省：高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説 数学編 理数編、2018 年 7 月.

2021 年 2 月 5 日受理　2021 年 2 月 20 日採録決定