

中学校数学における統合的・発展的考察を促す授業づくり

横川 大我 教職基盤形成コース 教科授業力高度化プログラム

キーワード：統合的・発展的に考察する，子どもたち一人ひとりが問いもつ

1. 研究動機，研究問題

問題を解いて終わりにしないことは，算数・数学の問題発見・解決において大切なことである。中央教育審議会(2016)では，問題を解いて終わりにしない算数・数学の問題発見・解決の過程が2つ示されている(図1)。

「一つは，日常生活や社会の事象を数理的に捉え，数学的に表現・処理し，問題を解決し，解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程であり，もう一つは，数学の事象から問題を見だし，数学的な推論などによって問題を解決し，解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する過程である。」(文部科学省，2018，p.23)。(中央教育審議会答申，2016)

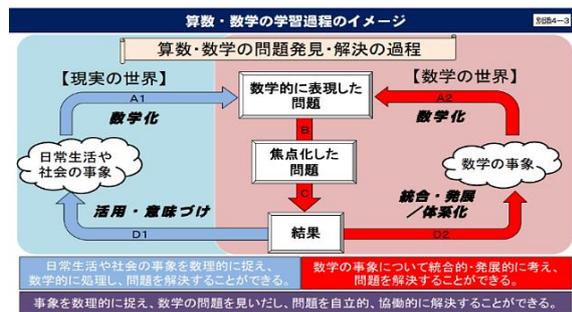


図1 算数・数学の問題発見・解決の過程

本研究では，2つの過程のなかでも，後者の統合的・発展的に考察する過程に着目した。

筆者の初期の授業実践を振り返ると，子どもが統合的・発展的に考察することを進めるのではなく，教師が進めて独り歩きする授業であった。教師が独り歩きする授業になった原因は，1時間の授業の枠で統合的・発展的に考察することまでを私(教師)が目指そうとしたためであると考えられる。そのため，「子どもが問題を解いて終わらず，統合的・発展的に考察することを促すための授業をどうつくるのか」という研究問題を設定した。そして，研究問題の解決のために，次の下位課題①から③を設定した。

①統合的・発展的に考察するとはなにか

②問題解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する子どもはどんな姿か

③統合的・発展的に考察することを促すために授業において教師は何をどうするのか

下位課題①は，中島(2015/1982)と片桐(2004)の先行研究を基にして答える。下位課題②と下位課題③は，私の授業実践における子どもの姿や授業実践後の省察から明らかにする。

2. 統合的・発展的に考察すること

統合について，中島(2015/1982)は「集合による統合」「拡張による統合」「補完による統合」の3つを述べている(pp.127-129)。片桐(2004)は，「高次の統合」「包括的統合」「拡張的な考え方」の3つを述べている(p.49)。なお，高次の統合の特別な場合が，包括的統合

である。そして、集合による統合と高次の統合、拡張による統合と拡張的な考え方は、それぞれ同じ意味の統合である。それゆえ、統合的に考察するとは、「集合による統合」「包括的統合」「拡張による統合」「補完による統合」の4つに整理することができる。

発展について、中島(2015/1982)は「固定的、終局的なものとしてみないこと」(p. 127)と述べている。片桐(2004)は、「広い意味での問題の条件を、変えてみること」「思考の観点を変えてみる」(pp. 51-52)の2つを述べている。発展の意味は、より詳述されている片桐(2004)を基にする。それゆえ、発展的に考察するとは、「広い意味での問題の条件を変えてみること」「思考の観点を変えてみる」の2つである。

統合と発展の関係について、中島(2015/1982)は、『発展の方向を表す代表的な観点として、「統合」ということを考えている。』(p. 40)。一方、片桐(2004)は、「統合的な考え方と発展的な考え方は、相互に刺激し合い、相補い、それぞれの力を発揮していくもの」(p. 54)と考えている。統合と発展の関係については、中島(2015/1982)の立場で発展のいくつかの方向のひとつに統合があると捉えることとする。

3. 問題解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する子どもの姿

下位課題②について、以下の3.1と3.2において授業実践から得た事例を例示する。

3.1 思考の観点を変えることでよりよい解法を見いだそうとした子どもの姿

二次方程式の利用の第2時「連続する2つの正の整数があります。それぞれを2乗し、和を求めると85になりました。2つの正の数は何と何でしょう。」において、S・M生は、ノートに2種類の解法を記した(図2)。

なお、別解を考える指示は、授業中にしていない。一つは、2つの整数の小さい方の整数を文字でおき方程式を用いる解法であることが分かる。もう一つは、具体数で調べた規則性を文字式で統合したことを用いる解法であることが分かる。

S・M生が、方程式を用いる解法から規則性を用いる解法へ繋がったのは、効率のよい解法を求めようとしたためだと考える。S・M生は、「(前略)積が42になるものをいっこずつ探さなくちゃいけない

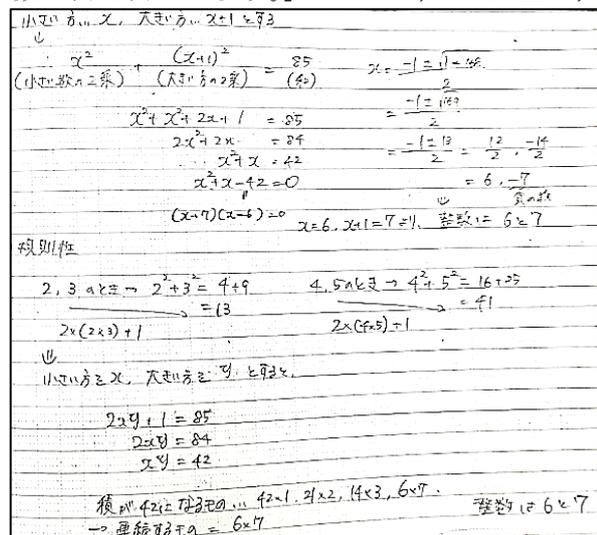


図2 S・M生がノートに記した2つの解法

で、数が大きくなったりするとめんどくさいかなって思います。」(2022年7月21日の授業より)と発言しており、規則性を用いる解法が効率的か捉え直そうとしているとみられるためである。それゆえに、S・M生の姿は、ひとつの解法を求めた後に思考の観点を変えるという発展的に考えたことで、より効率的な解法を見いだそうとした姿といえる。

3.2 学んだ方法を一般的に捉えようとする子どもの姿

二次方程式の利用の第3時「動点の問題」で、Y・M生は、本時の振り返りに解の吟味について記した(図3)。なお、第3時は、求めた2つの解がどちらも問題に合うことと、解の範囲の

振り返り
 ① 二次方程式の解が2つになっても、解の吟味をした時にどちらも問題に合っていないなら、2つとも成り立たないから、また、解の範囲が大きいから、
 ② 解の方程式に着目して解の吟味をすることによって、ポイントと見えた。

図3 Y・M生の第3時の振り返り

不等式に基づいて吟味をすることを扱った。①からは、解の吟味の捉えが一般的になっているとみられる。②からは、解の吟味の方法を一般的に捉えようとしているとみられる。

Y・M生が、解の吟味の方法を一般的に捉えようとしたのは、少なくとも本時と似たような動点の問題にも用いるためだと考える。そのため、振り返りにおけるY・M生の姿は、似たような問題にも用いるために、学んだ方法を一般的に捉えようとしている姿といえる。

4. 子どもが統合的・発展的に考察することを促すための授業における教師のあり方

下位課題③への解答は、少なくとも「極端な条件の場合を含めて問題場面の設定をする」、「用いた方法の異同に子どもが目を向けることを促す場面の設定をする」、「統合・発展の結果のみではなく過程もみることが心かける」ことである。

4.1 極端な条件の場合を含めて問題場面の設定をする

算数・数学の導入場面では、問題場面についての把握だけではなく、問題場面への疑問をもてるようにすることで、その後の問題提示に繋げることが大切である。例えば、水谷ら(2022)は、「驚きや疑問を生み出す課題提示のスキル」の中で、ゲーム・パズルの要素を取り入れることや、ストーリー性をもたせ徐々に課題提示することで、子どもの疑問が生まれやすいことを述べている(pp. 54-57)。

「二次方程式の利用」の第2時の導入場面では、数当てゲームを行った。数当てゲームの内容は、子どもが連続する2つの正の整数を自由に決め、それぞれ2乗し和を求めて、私が和を聞いて最初の2数を当てるというものである。授業では、5, 761, 113, 1201, といった和の数を子どもから聞いて、瞬時に最初の2数を当ててみせた。特に、761や1201のときに最初の2数を瞬時に当てたときに、子どもたちは驚きの反応を示していた。子どもたち一人ひとりが数を瞬時に当てる方法に問いをもつために、5や113より極端に大きい761や1201でも最初の2数を当てる場面を設定できたと振り返る。そして、最初の2数を瞬時に当てる方法に問いをもつことを促したことが、3.1の子ども姿のようにひとつの解法で終わらずよりよい解法をみいだそうとすることに繋がったといえる。

4.2 用いた方法の異同に子どもが目を向けることを促す場面の設定をする

二次方程式の利用の第3時の「動点の問題」は、求めた2つの解がどちらも問題に合っている問題場面であった。そのため、求めた2つの解がどちらも問題に合っていることを確かめる場面が大切になると考えた。そこで、2つの解がどちらも問題に合うならば、 $\triangle PBQ = 24$ が2回あることを確かめるための動的な様子をTVモニターに示した(図4)。

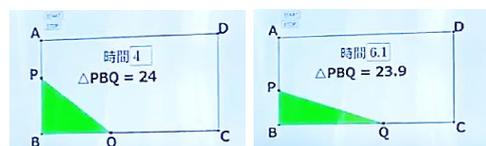


図4 モニターに示した動的な様子

子どもたちは、2回目に $\triangle PBQ=24$ になる瞬間に「あー」と、2回あることを確かめたような反応を示した。解の吟味そのものや方法を一般的に捉えることを促すために、方程式を解いて求められた2つの解がどちらも問題に合うというこれまでの問題場面との異同を確かめることができた。異同を確かめたことで、解の吟味そのものや解の吟味の方法を一般的に捉えることを促したと振り返る。そのため、用いた方法の異同に子どもが目を向ける場面を設定することが、一般的に捉えることを促すための一つのきっかけになる。

4.3 統合・発展の結果のみではなく過程もみることを心がける

授業において、4.1や4.2に示した場面を設定するうえでの教師の心構えとして、統合・発展の結果のみではなく過程もみることを心がけることが必要である。

二次方程式の利用の第2時において、3.1に示したような別解を子どもが発表してくれた場面があった。そのときに、私が子どもの考えの過程が分からず通り過ぎようしたことを、授業実践後に振り返った。授業実践をきっかけに、子どもの取り組みの結果のみではなく過程もみることを優先したいという意識があることを自覚し始めた。実際、子どもが統合・発展しようと条件変えや別解探しに取り組んだとしても上手くいかなかったということは少なくないと考える。そのため、結果のみではなく子どもが何のために取り組もうとしたのかという過程も教師がみることを場面設定において心がけることが大切である。

5. 研究の結論の意義と今後の課題

本実践研究での、研究問題に対する解答の意義は、実践した授業を改善していくための視点を得られたことにある。授業改善していくための視点とは、「子どもが何のために何をしたのかということに私(教師)がどう関わっていたのか」である。統合的・発展的に考察することに対しても、何を統合・発展したのかより、何のために統合・発展したのかを考えることを大切にするようになった。例えば、何のために一般化に向かったのかという、これまではなかった視点をもって振り返るようになった。

今後の課題は、より広い期間で統合的・発展的に考察することに関わって実践しながら、本実践研究では取り組めなかった評価について考察していくことである。

文 献

中央教育審議会 (2016). 幼稚園, 小学校, 中学校, 高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申) 別添資料(2/3).

片桐重男 (2004). 数学的な考え方の具体化と指導 算数・数学科の真の学力向上を目指して. 明治図書.

水谷尚人 (2022). 中学校数学 指導スキル大全. 明治図書.

文部科学省 (2018). 中学校学習指導要領(平成 29 年告示)解説数学編. 日本文教出版.

中島健三 (2015). 算数・数学教育と数学的な考え方 (復刻版). 東洋館出版社. (原著出版 1982)