信州大学教育学部附属教育実践総合センター紀要『教育実践研究』No. 7　2006

<実践報告>

算数科指導法の講義内容を検討する

岩永恭雄　　信州大学教育学部理数科学教育講座

An Examination of Themes of a Lecture on a Method for Teaching Mathematics

IWANAGA Yasuo: Natural Science, Faculty of Education, Shinshu University

研究の目的	算数の指導において生じる問題点を，その背景にある数学理論に基づいて解決し，算数を教えるために必要な数学的素養を明らかにすること．
キーワード	数体系　演算　演算法則　観念的理解　論理的理解
実践の内容	数学理論に基づいた算数科指導法の試み
実践者名	岩永恭雄
対象者	「算数科指導法基礎Ａ」の受講生 100 人
実践期間	2006 年 5 月 17 日〜6 月 21 日
実践研究の方法と経過	1. 指導事例に関する問題の提起 2. 問題解決のための数学理論を提供
実践から得られた知見・提言	学生の多くは，算数を教えるための自己の能力に不安を持っており，様々な事例について，その指導法を知りたがっている．しかし，図や絵を利用した説明に満足し，論証に基づいた思考をしていない．数学は直感力だけでなく，論理的思考の訓練にも最適の教科である．今回の実践からは，数学理論に基づいた指導法を，授業の状況に対応して自ら考案できる数学的素養の一部が提供されたと考える．

1．はじめに

この実践報告では，教育学部における講義「算数科指導法 A」の一部 12 コマを担当したときの講義内容に関連して，数学理論に基づいた算数の指導法を提供する試みを扱っている．

純粋数学の研究者である著者は，算数の指導法に関して，直観的・観念的理解から，論証を経て論理的理解にレベルアップする指導が必要であることを感じていたので，そのために教える側の教師が備えているべき数学的素養を論じることを，数に関する内容に限定して，講義の主テーマにした．

この報告の第１部では，算数の指導で知っておくべき数学の事実・誤った指導・考慮すべき事柄に関する事例と，それらの解決策や考察に必要な数学理論として，講義で取り上げたものを述べた．第２部では，算数・数学を義務教育で学ばせる必要性と効果，算数の指導法に限らず「○○ 科指導法」という題目の講義では，何を学生に提供すべきなのかについて，講義で著者が主張したことを述べた．また，学生は指導法の講義に何を期待しているのかを，レポートを通じた調査から述べる．

2．講義で取り上げた事例

講義中に提起した問題は，以下の 11 個である．

［問題提起１］　小学校２年の算数の授業で，『３枚の皿に林檎が２個ずつのっているとき，林檎は全部で何個あるか？』という問題が出題された．多くの生徒は $2 \times 3 = 6$ と計算して６個と解答するが，$3 \times 2 = 6$ と計算する生徒もいるであろう．このとき，教師の中には，答えの導き方として，前者は正しいが後者は誤りであるとする指導が多々見られる、そのような指導は正しいのであろうか？

［問題提起２］　ある自治体で小学校４年生 4457 人に対する学力調査があり，次のような算数の計算問題が出題された：

$$(1)\ 493 \times 100, \quad (2)\ 16 - 6 \times 2, \quad (3)\ 16 \div (4 - 2), \quad (4)\ \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

(1) の正答率は 85.8%，(2) の正答率は 85.6%，(3) の正答率は 94.5%，(4) の正答率は 86.0% であったが，算数を指導する者にとって，この結果をどのように判断するか．

［問題提起３］　数の加減乗除に関する計算などは，電卓やパソコンで答を出せればよく，計算問題で訓練する必要はないという主張をどのように判断するか？ 特に，九九を記憶させる必要性はあるのか？

［問題提起４］　どんな数に零をかけても零になるのはなぜか？ 割り算では零で割ることはできないのか？ 零という数は何であり，なぜ必要なのか？

［問題提起５］　分数の割り算を行うとき，次の等式はなぜ正しいのか：

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

分数を習うと，自然数の逆数さらには分数の逆数という問題が取り上げられる．自然数 m の逆数は $\dfrac{1}{m}$ と容易に答えられるのに，$\dfrac{1}{m}$ の逆数を容易に答えられないのはなぜか？

［問題提起６］　分数の足し算とかけ算は，次のように定義されている：

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd},\quad \frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

かけ算は分子・分母どうしをかければよいのに，なぜ足し算は複雑なのか？

［問題提起７］　分数の計算問題で，

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{3+1}{6}=\frac{4}{6}$$

と解答されたとき，これを $\dfrac{2}{3}$ と修正させる指導は正しいことであろうか？そもそも「既約分数」という概念はなぜ必要なのか？

［問題提起８］　分数の大小関係をどのように指導したらよいのか？ 例えば，$\dfrac{2}{3}$ と $\dfrac{3}{2}$ とは $\dfrac{2}{3}$ の方が大きいと誤答する生徒がいるが，$\dfrac{2}{3}$ と $\dfrac{6}{4}$ では $\dfrac{6}{4}$ の方が大きいと答える．

［問題提起９］　小学校高学年になると，分数の加減乗除に関する計算問題として，$10\times\dfrac{1}{6}\times3$ といった類いのものが出題される．この解答として，次のように解答する生徒がいたが，この答えは正しいか：

$$10\times\frac{1}{6}\times3=1.666\cdots\times3=4.999\cdots$$

そもそも $0.999\cdots=1$ なのであろうか，また小数は数なのか？

［問題提起 10］　円周率の値を，それまで 3.14 として計算を行っていたものが，3 で計算してもよいという指導要領の改編が数年前にあり，議論を生んだ．この改編にはどんな問題があるのだろうか？

［問題提起 11］　２つの自然数の最大公約数を求めるとき，共通因数を捜すように指導されるが，この方法は数が大きくなると有効ではない．最大公約数を求めるアルゴリズム（手順）はあるのだろうか？

これらの問題を解決するために必要な数学の知識は，ほとんどの場合に共通していて，それは数の演算（加減乗除）に関する演算法則である．自然数には個数や回数を表す機能と順位や順番を表す機能の２種類があり，自然数の演算にはそれぞれに応じて意味を持たせることが可能である．例えば，加法や減法は個数の増減または順番の前後を求める操作，乗法や除法はそれぞれ倍率または等分を求める操作に対応する．

しかしながら，分数の段階になると演算にこのような意味を持たせることは困難なので，演算の性質そのものに着目する必要が生じる．

演算法則　数の和と積に課せられている演算法則は，次の３つである：

(1)交換法則　$a+b=b+c,\quad ab=ba;$
(2)結合法則　$(a+b)+c=a+(b+c),\quad (ab)c=a(bc);$
(3)分配法則　$a(b+c)=ab+ac,\quad (a+b)c=ac+bc.$

これらの演算法則を確認することは，自然数に対してなら，絵や図を用いて行うことも可能であるが，分数に対しては，分数の概念を確立しておかなければ不可能である．

演算法則が計算問題に利用される例を与えておこう：

$$(1)\ 1234+987+13,\quad (2)\ 1234\times 1001$$

以下のように，(1) には結合法則を，(2) には分配法則を利用すれば，計算がずっと容易になり，演算法則の威力を感じ取ってもらえる：

$$(1)\ 1234+(987+13),\quad (2)\ 1234\times(1000+1)$$

問題提起 1 では，2×3 という式を書いた段階で，$2\times 3=3\times 2$ という等式が成り立つ（交換法則）から，左辺と右辺のどちらの式にも意味を持たせる説明が存在するはずで，どちらも解答を導く過程では正しい思考をしている．人が物事を把握する方法が人の主観によるものである限り，それに依存した考察では，問題の解決は望めないのであって，数学の理論に基づいた客観的な考察をしなければならない．本来，数は人の思考に関わる抽象的な概念であり，自然数といえどもどこかに存在するわけではない．小学校低学年では，絵や図を用いて説明するしかないが，適切なものを選択できる能力が教師には求められる．また，絵や図による確認は直観的・観念的な理解に留まっており，高学年では，論証を経た論理的な理解にレベルアップさせることを，教師は心掛けるべきである．

問題提起 2 で，493×100 というやさしい問題の誤答が多かった原因は，位取り記数法の指導において，10 倍，100 倍，1000 倍することは，それぞれ位が 1 つ，2 つ，3 つ上がって末尾に 0 がそれだけの個数付くことと同じであることに気付かせていないからである．位取り記数法の指導はとても重要であり，小数の加減乗除に関する計算問題では，次のように計算する方法を指導すれば，小数の位取りで間違いを犯すことも避けられる：

$$0.34\times 0.567=\frac{34}{10^2}\times\frac{567}{10^3}=\frac{34\times 567}{10^5}=\frac{19278}{10^5}=0.19278$$

さらに，位取り記数法の指導は，10 進法という数学的な考え方に発展させるという教育的効果がある．コンピュータが行う計算は 2 進法で，数学的構造の上に形式的操作がうまくできているという現代的な話題を取り上げることもできる．

問題提起 3 に関して，次の計算問題を算数の授業で出題したとする：

$$(1)\ 35\times 12,\quad (2)\ 210\div 35,\quad (3)\ 10000-2845$$

生徒全員に筆算でこの計算を一通りさせた後，1 つの計算方法として，次のような方法を紹介し，そこにある数学的な考え方を示すことは，生徒に計算に対する興味を持たせることになる：

$$\begin{aligned}
&(1)\quad 35\times 12=(35\times 2)\times 6=70\times 6=420;\\
&(2)\quad 210\div 35=(210\div 7)\div 5=30\div 5=6;\\
&(3)\quad 10000-2845=(9999-2845)+1=7154+1=7155
\end{aligned}$$

(1), (2) の解法の共通点は，１つの自然数を複数の因数に分解する操作にある．数の加減乗除は単なる計算であり，それだけの訓練なら電卓やパソコンを利用すればよいであろう．しかし，数を分解する操作は人間の思考に関わることで，(1), (2) の計算では後に続く計算が単純になるような因数を捜すことになる．それは自然数の「素因数分解」という数学の深い事実へと発展されるのである．また (1) では，１の位が５である数を偶数倍すれば，必ず１の位に０が現れることを気付かせることになる．(3) では，１つ上の位と併せて引き算をすると計算間違いをしやすいので，１桁の数で最大の数９を登場させれば，それを防ぐ効果があるとともに，引き算を１の位から計算せず，最上位の位から計算する方法があることを知るようになり，計算能力が向上する効果を生むことになる．

数を分解するという操作を学ぶことは，中学校で式の因数分解を学ぶ段階になったとき，具体的な数の分解から式の分解への発展が円滑に進む効果を生む．

問題提起４の解決のためには，２つのことを把握しておけばよい．１つ目は，零という数が果たす役割に注目することで，それは１という数が果たす役割と同じである．数の和 $+$ と積 $\times$ のどちらかを記号 $*$ で表すとき，

どんな数 x に対しても，$x * e = x$ を満たす数 e

は単位の数と呼ばれ，$*$ が和なら e は零，積なら１である．２つ目は，加法と減法及び乗法と除法はどちらも互いに逆演算だということ，すなわち，次の等式が成り立つことである：

$$(a+b)-b=a=(a-b)+a, \quad (a\times b)\div b=a=(a\div b)\times b$$

これは，$a+b=c$ と $a=c-b$ が，$a\times b=c$ と $a=c\div b$ が共に同値なことを意味している．

自然数の乗法には倍率という意味を，除法には等分という意味を持たせることによって，乗法と除法は独立に定義することができるが，分数の乗法・除法にはこのような意味がなく，除法を乗法の逆演算として定義するしかない．この視点に立てば，問題提起５も解決される．除法の基盤は「逆数」という概念にあり，逆数を基にして除法は説明される．

再び記号 $*$ を用いて，数 a, b が $a * b = 1$ を満たすとき，b を a の逆数，a を b の逆数と呼ぶ．逆数は唯１つに決まることも示され，$*$ が和なら $b=-a$, $a=-b$, 積なら $b=\dfrac{1}{a}$, $a=\dfrac{1}{b}$ である．この定義には重要な意味が込められていて，それは逆数という概念が２つの数の関係を示すものであり，逆数の関係にある２つの数を同等に扱っていることである．

この定義に基づけば，3 の逆数が $\dfrac{1}{3}$ だから，$\dfrac{1}{3}$ の逆数が 3 であることはきわめて自明なことであり，これを算数の指導において問題にすること自体がおかしいのである．さらに，乗法と除法が逆演算の関係にあることを留意すれば，$1\div b=c$ とは，$1=b\times c$ のことだから，$c=1\div b$ は b の逆数であり，次の等式を得る：

$$a\div b=(a\times 1)\div b=a\times(1\div b)=a\times\frac{1}{b}$$

『分数のできない大学生』というタイトルの本が数年前に出版され，分数の加減乗除をできない大学生が多くいることが指摘されている．その原因は，小学校での算数の授業で分数をよく理解できなかったからであろうが，分数は算数の授業内容としてはレベルの高いものであることを教師が理解していないことにもある．演算という点に着目すれば，分数の加減乗除に関する全ての問題は解決される．しかし，数には大小関係という重要な面もあって，この指導には困難が伴い，特に，分数の大小関係の指導は難しい．整数の大小関係と分数の大小関係の違いは，数の表記方法に関係している．問題提起７と関連することであるが，１つの整数を表記する方法は唯１通りであるのに対して（2 を $5-3$ と表すような，演算が含まれた形を除いて），１つの分数を表記する方法は無限にあり，それは分数の計算方法にも影響する．

問題提起６を解決するには，整数と分数とを厳然と区別しなければならない．分数は２つの整数の比として導入され，その表記方法として，整数 a, b に対して $\frac{a}{b}$ が用いられる．このとき，分数を導入する目的から，分数に要請された条件がある：

1. 任意の整数 m は $\frac{m}{1}$ という分数表記によって，分数の一種とみなしているから，整数の和・積と，整数を分数表記したときの和・積とは一致する；
2. 分数の和・積に関する交換法則・結合法則・分配法則が成り立つ；
3. 分数では除法が可能である．すなわち，任意の分数 $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ に対して，$c \neq 0$ なら，$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ という分数がある．
4. 任意の分数 q に対して，整数 n で $n \times q$ が整数になるものがある．

このことは，$m = n \times q$ とおけば，q が $\frac{m}{n}$ という分数表記を持つことと同値であるが，分数が２つの整数の比で表される数であると定義する根拠になっている．

要請１によれば，２つの整数 m, n の和はそれらを整数として扱えば $m+n$ であり，一方，分数表記による和は $\frac{m}{1}+\frac{n}{1}$ である．よって，分数の和を定義するとき，これらが同じ整数になる，すなわち，等式

$$\frac{m+n}{1} = \frac{m}{1} + \frac{n}{1}$$

を満たすようにしなければならないから，分数の和を分子・分母それぞれの和と定義できない理由がわかる．

さらに，分数の和と積は

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}, \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \qquad (*)$$

と定義されなければならない理由があり，これが唯一の定め方であることも，分数に関する演算法則と分数に要請された条件から示される．分数が除法を常に可能にするために導入されたので，積はごく自然に定義されるが，その影響を受けて，和が複雑になってしまうことになるのである．そこで，積についての確認を先に行う．

最初は，整数と分数の積を区別しなくてはならないので，整数 a, b の積を ab で表し，分数に定義されるべき積を $\otimes$ で表す．$q = \frac{a}{b} \otimes \frac{c}{d}$ が $\frac{ac}{bd}$ という分数表記を持つ分数である

ことを示せばよいが，それは等式 $\frac{bd}{1}\otimes q=\frac{ac}{1}$ が成り立つことと同値なので，この等式を証明する：

$$\begin{aligned}\frac{bd}{1}\otimes\left(\frac{a}{b}\otimes\frac{c}{d}\right)&=\left(\frac{b}{1}\otimes\frac{d}{1}\right)\otimes\left(\frac{a}{b}\otimes\frac{c}{d}\right)\\&=\left(\frac{b}{1}\otimes\frac{a}{b}\right)\otimes\left(\frac{d}{1}\otimes\frac{c}{d}\right)\\&=\frac{a}{1}\otimes\frac{c}{1}=\frac{ac}{1}\end{aligned}$$

次に，分数の積を従来通り $\times$ で，和については整数の和を $+$ で，分数に定義されるべき和を $\oplus$ で表す．$q=\frac{a}{b}\oplus\frac{c}{d}$ が $\frac{ad+bc}{bd}$ という分数表記を持つ分数であることを示せばよいが，それは等式 $\frac{bd}{1}\times q=\frac{ad+bc}{1}$ が成り立つことと同値なので，この等式を証明する：

$$\begin{aligned}\frac{bd}{1}\times\left(\frac{a}{b}\oplus\frac{c}{d}\right)&=\left(\frac{bd}{1}\times\frac{a}{b}\right)\oplus\left(\frac{bd}{1}\times\frac{c}{d}\right)\\&=\left(\left(\frac{d}{1}\times\frac{b}{1}\right)\times\frac{a}{b}\right)\oplus\left(\left(\frac{b}{1}\times\frac{d}{1}\right)\times\frac{c}{d}\right)\\&=\left(\frac{d}{1}\times\left(\frac{b}{1}\times\frac{a}{b}\right)\right)\oplus\left(\frac{b}{1}\times\left(\frac{d}{1}\times\frac{c}{d}\right)\right)\\&=\left(\frac{d}{1}\times\frac{a}{1}\right)\oplus\left(\frac{b}{1}\times\frac{c}{1}\right)\\&=\frac{ad}{1}\oplus\frac{bc}{1}=\frac{ad+bc}{1}\end{aligned}$$

問題提起 9，10 のように小数を扱うときに留意しなければならないことは，分数の場合と同様に，それらが数の表記方法であるという点にある．0 から 9 までの自然数 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ を用いて，$0.a_1a_2\cdots a_n$ と表記された有限小数及び $0.\dot{a}_1a_2\cdots\dot{a}_n$ と表記された循環小数は，次の数を表している：

$$0.a_1a_2\cdots a_n=\frac{a_1a_2\cdots a_n}{10^n},\quad 0.\dot{a}_1a_2\cdots\dot{a}_n=\frac{a_1a_2\cdots a_n}{10^n-1}$$

この結果，$0.\dot{1}4285\dot{7}\times 3=0.\dot{4}2857\dot{1}$ のような計算が可能であり，$x=0.\dot{9}$ とおけば，$10x-x=9$ から，$x=1$ を得るという議論の正当性が保障される．

円周率を 3.14 として計算することを支持する人達は，3 で計算したのでは，小数計算の訓練にならず，小数計算の指導に問題を生じると主張しているが，この主張には何の根拠もない．小数計算の訓練なら，どんな小数を使ってもその効果は変わらない．円周率は無理数であり，小数表示に現れる数の並び方には何の規則性もないので，どれだけの桁数の小数を使っても，しょせん近似値しか得られないのである．円周率の指導ではこのことを強調し，分数で表されない数があることを説明することが重要である．

分数や小数が数の表現方法の 1 つであるという理解は，指導上重要なことである．例えば，$\frac{1}{3}$ という分数表記を持つ数の表現方法には，$\frac{2}{6},\frac{3}{9},\cdots$ という分数表記，$0.333\cdots=0.\dot{3}$

という小数表記の他にも，1次方程式 $3x = 1$ の解，さらには2次方程式 $3x^2 + 5x - 2 = 0$ の正の解などの多様な表現方法がある．どの場合にも同じ数を表していて，どれを用いて計算しても同じ結果が得られるのは当然のことである．この思考方法は数学では重要で，状況に応じた適切な表現方法を選択する訓練をさせることが必要である．

2．「算数科指導法」の講義で主張したこと

(1) 算数・数学を義務教育の学校で教える意義と必要性

子供が社会現象・自然現象等を理解する過程には段階がある．始めは直感的・観念的な理解で，それが論証という思考を経て論理的な理解へと発展する．直観的・観念的な理解の段階に留まっていたのでは，先の事，未来に起こる現象を推測することができず，創造的な仕事もできないが，論理的理解の段階に到達すると，それが可能になる．子供のときからこのような教育を受けることが，子供の成長に大事なことで，社会で生きるための手段を提供することになる．算数・数学はこのための訓練に最適の教科であり，直観的・観念的な理解から始め，論証を通して論理的思考を促し，創造的な仕事ができるように育成することは，教育の重要な目的である．

算数・数学の指導で重要なことは，教師が直感的・観念的な理解による先入観で指導してはならないということである．ユークリッド幾何の5つの公理の中で，「平行線の公理」は他の公理に比較して，その表現が複雑であったため，多くの数学者がそれを他の4つの公理から証明できる命題だと考えて，多くの誤った証明を生んだ．『直線とは何か？』が論証によって考察された結果，平行線の公理が成り立たない幾何が発見され，それが一般相対性理論へ適用されて，宇宙空間は曲っていることがアインスタインによって提唱され，観測によって確認された．平行線の公理の呪縛から解放されるのに2000年かかったのである．真理は，我々が見聞したり体験したりすることにはつながっていないことがあり，自分の頭でできる制約の無い想像から，新しい世界が見えることになる．先入観に捕われない思考形態を育成するにも，数学は効果的な教科である．

(2) 算数を教えるのに必要な数学的素養

算数を教える教師は，教える内容についての直観的・観念的理解に留まっていてはいけない．背後にある数学理論に対する理解がなければ，個々の生徒に合った適切な指導法を考え出すことができない．数の指導については，どんな数学的素養が必要であるかを，問題提起の部分ですでに述べてあり，それらが必要最小限のものである．算数の授業で，数学の事実を絵や図で確認させることは，小学校低学年の段階では必要だが，適切なものを選択することと，教師は論証による証明も理解していることが必要であり，そうでないと，何が適切な指導なのかを判断できない．さらに，生徒の理解度・理解力に応じて，教師は様々な方法を考え出す必要があり，実践による経験を積むことも重要であり，そこに臨床の「知」という理念が生かされるのではないか．

算数の指導に限らず，教育では先入観を持って判断することは絶対に避けなければならない．算数及び数学の指導で最悪なことは，教師が生徒の質問に答える数学の能力・素養

がないことと，数学的に誤った指導をすることである．例えば，次に述べるような，ある教師による実践報告が過去にあった．

分数の足し算の指導において，分子・分母を足してしまう生徒が多いので，そのような誤りをしないように，$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ を例として明示し，この足し算は半分と半分の和だから１になると指摘すれば生徒は納得しやすいと，その教師は主張していた．しかし，$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ はなぜ１なのであろうか．半分ということと分数 $\frac{1}{2}$ とは同一ではないことを，この教師は理解していない．また，算数教育に関するある著書には，『余りのある小数の割り算』などという小数を全く理解していない記述も見られる．論証を経て得た論理的理解は，このような先入観によって起こす誤りを防いでくれる．

(3) 「○○ 科指導法」という題目の講義

信州大学教育学部におけるこの種の講義は通常半期であるが，そのうちの４分の１程度を，教科に関連する内容を研究している教員が担当することは，これまでに述べた主張に基づけば，意義のあることだと考える．教科専門の講義と指導法の講義の間には大きなギャップがあり，前者の講義で指導法について触れることは稀であり，事例に対応して指導法を解説するだけでは，学生は論理的な理解のレベルまで到達できない．今回の講義において学生が提出したレポートからは，教師として教える教科の知識に対して不安を抱いていることが感じられた．指導法の講義では，それが少しでも解消されることを，学生は期待している．算数の場合には，問題提起で取り上げた問題の解決法を，多くの学生が知りたがっていた．授業でどんな状況に直面しても，必ず解決できる能力を獲得させることが，指導法という講義の目的であろう．

学生に提出してもらったレポートの内容は，次の３項目である：

１．指導法という講義の目的は何であると考えているか；

２．これまでに受講した指導法の講義の中で，印象に残った内容や話題；

３．指導法の講義に期待すること．

信州大学教育学部における指導法の講義の内容は，担当する教員によって様々であるが，概ね２つのタイプに分類される．１つ目は，ある教科が学校の授業に取り入れられた歴史的経緯と指導要領を通して見たその後の変遷や，その教科を学校の授業で扱う意義を講義形式で述べるもの，２つ目は，授業の進め方を模擬授業形式で解説し，より良い授業の進め方を指摘するものである．どちらの場合にも，学生の反応で共通しているのは，担当教員が講義中に発言する言葉の中に感銘を受けることが多く見られるということである．ある学生のレポートには，受講しているいずれの指導法の講義も，授業で扱うべき事柄，教材研究の方法，評価の仕方，その教科を学ぶ意義のどれかが関わっているという指摘があった．別の学生のレポートには，指導法すなわち教え方ではなく，将来教員になる学生達が授業で教える教科に魅力を感じ，好きになる糸口を教育という状況設定の下で模索することが指導法という講義の目的であると書かれていた．

教科専門の講義に対して，指導法の講義は教員になる教育学部学生にとって現実味があり，具体性を持った内容である．特に，数学の講義は現代数学がその内容の中心になるの

で，抽象的な議論が展開され，学生はこれら２つのタイプの講義の間に距離感を抱いている．しかし，現代数学の優れた点は，それまでの多くの未解決問題を解決してきたことからも保障されているので，算数・数学の指導法にそれを生かすことは有意義なことである．過去に，米国の数学教育でこれを実践する試みがSMSGによってなされたが，成功しなかったのは，数学者と数学教育の専門家との十分な議論が不足していたからである．教科専門の講義の必修単位が減少している状況では，この試みが教育学部の講義では必要なことではないだろうか．

この実践報告を，次のカントの言葉で終える：『数学は観測できる世界の感覚や知覚には左右されず，想像力や論理の厳密さといったことをどうとらえるかに左右される．』

参考文献

1. 伊藤武広，荻上紘一，原田実：『算数を教えるのに必要な数学的素養』－「2×3か3×2」の数学－，信州大学教育学部紀要第79号，1993年8月，pp. 15-17
2. 守一雄：『環と加群についての知識は算数を教えるのに必要な最小限の数学的素養か』－伊藤・荻上・原田(1993)論文へのコメント－，信州大学教育学部紀要第81号，1994年3月，pp. 41-45

(2006年6月30日　受付)