

# FVA 論争について

都 築 幸 宏

## 1 概要

2007-08年の金融危機時に銀行の資金調達が困難になり、デリバティブの評価に資金調達コストを反映する調整項 FVA (Funding Value Adjustment) が導入されたが、その是非をめぐる実務家と理論家の間で論争が行われた。FVA の導入は従来のデリバティブ評価理論を再考させるものであり、様々な立場から広範囲な議論や主張がなされたが、実務家と理論家では観点が異なり議論が平行線であった。当時からすでに10年近く経ち FVA は金融業界に浸透してはいるが、本稿では、この論争を振り返り問題点を整理するとともに、私見を述べる。

## 2 はじめに

2007年8月のパリバ・ショックを契機として、それまで健全だと思われていた金融機関の倒産が市場参加者間で強く認識されるようになり、デリバティブ取引に資金調達コストを転嫁することが実務の慣例となった。このコストが FVA (Funding Value Adjustment) と呼ばれるものである。従来のデリバティブ評価理論では、資金の借り手は倒産せず、かならず借りた資金は返済されるという前提を置いた。この前提の下では、デリバティブ価格は取引から発生するキャッシュ・フローを金利で割引き、リスク中立測度の下で期待値をとることで得られるとされた。このとき適応される金利は無リスク金利と呼ばれ、理論の枠組みの中では資金調達金利であるが、実際の資金調達コストを反映していなかった。そこで、従来の理論の無リスク金利を資金調達金利に置き換え、キャッシュ・フローを資金調達金利で割引くという手法が提案された (Piterbarg (2010))。

このように、FVA は産業界では「必要なコストを価格に転嫁する」というわかりやすい理由で導入されたが、学界を代表する理論家の John Hull 教授と Alan White 教授は意見が異なり、Risk 誌上で FVA の是非をめぐる論争が行われた (Hull and White (2012))。両氏の主張は「リスク中立の枠組みでは、リスク中立測度の下、無リスク金利で割引くべきで、FVA は正当化できない」というものである。実務家と理論家の主張は後述するが、両者がともに納得できる結論に達することなく、現在では産業界で FVA は導入されたようである。

本稿では、この FVA 論争について私見を交えながら解説する。当時、筆者は日本の金融業界に籍を置きデリバティブ業務に携わっており、FVA の論争にも関心があった。筆者も実務の観点から、FVA は「必要なコストを価格に転嫁する」ために受け入れやすかったが、理論的に FVA を正当化することは困難であろうと感じており、理論家の主張の一部は理解できた。ただ、何よりも実務家と理論家の展開する議論のわかりづらさや、両者の主張の隔たりが一向に解消しない点を不思議に思っていた。また、デリバティブ評価の市場慣行がどうなるかについて、筆者の周りでも論争が行われていたが、論点が定まらず議論が噛み合わないこともあった。FVA をめぐる論争がわかりづらく、議論が平行線をたどりがちであった原因は、以下の 3 点であると筆者は考える。

まず第一に、資金調達コストをデリバティブ価格に反映させることを機にデリバティブの価格とは何かを再考する必要が生じたが、目的により異なる主張が展開されたにもかかわらず、目的を限定せずに議論をしたためである。例えば実務家の「必要なコストは価格に転嫁する」という主張は、その価格で約定すれば採算がとれる価格であり、デリバティブの提供者が顧客に提示する価格を計算することを目的としている。一方、すでに約定したデリバティブ取引の時価を財務諸表に載せるための会計上の価格は、出口価格、すなわち市場でいくらで取引できるかであり、上記の顧客への提示価格とは観点が全く異なる。

第二の理由としては、デリバティブの価格を裏付ける基本原理についての共通認識がなかった点であると考ええる。従来のデリバティブの理論は「リスクなく利益を上げることはできない」という無裁定条件を前提とし、リスク中立測度の下でデリバティブ価格を算出している。従来の理論では資金調達コストは考慮していなかったため、新たな理論が提唱されたが、資金調達コストの存在と無裁定条件が両立することを確認している理論は筆者の知る限りではなかった。また、無裁定条件に代わる新たな基本原理を提唱している手法もなく、既存の理論の一部を変更しているような理論が多い。

最後に、「何で割り引くべきか」という、筆者の考えでは誤った問いに対して答えを求めようとした点である。当時、筆者の同僚の間でよく聞かれたのは「無担保取引は何で割り引いたらよいか?」という質問である。金融危機以前ではデリバティブのペイオフを無リスク金利で割り引き期待値を取れば、デリバティブの価格が求まるというわかりやすい公式が成り立っていた。金融危機後は、担保付取引に対しては担保に付利される金利（たいていはオーバーナイト金利）が割引金利であった。「何かで割り引いて期待値をとる」というわかり易い公式が成り立っていたため、次に上記の問いが議論になったが、筆者はこの問いは無用であると考ええる。この問いはトレーダーや営業などの金融工学の非専門家からも多く問われたが、これはFVAの問題が如何に関心を引き付けたかを表している。

本稿はFVAに関して独自の理論を展開するものではなく、FVA論争を解説することで、読者がFVAやデリバティブの評価理論を理解することに資することを目的とする。FVAに関してすでに優れた先行研究は多くあるが、中でも最も一読を推奨したい先行研究はBrigo et al. (2012)であり、主張の是非はともかくFVAの理論の整理になると思う。要約すれば、「既存の理論は修正する必要はなく、取引のキャッシュ・フローを変更すればよい」というものである。ただし、Brigo et al. (2012)はFVAは非実務的な特別な場合でのみ0になり、実務的な前提の下ではFVAは必要であると主張している。また、筆者は上記のBrigo et al. (2012)の枠組みは無裁定条件

を満たすとは考えておらず、結論に賛同しているわけでもない。にもかかわらず Brigo et al. (2012) を推奨するのは、従来の理論を踏まえその枠組みの中で理論を展開しており、非の打ち所がないというわけではないが、Brigo et al. (2012) を理解すれば無用な議論をする必要はかなりなくなると考えるからである。

本稿では、3章でFVAに関する問題点を整理し、4章で割引について解説する。FVAは単一の問題というよりは、資金調達スプレッドを考慮することにより生ずるいくつかの問題であり、要約すれば以下のとおりである。

- A 資金調達スプレッドをデリバティブ価格に反映するべきか？
- B 資金調達スプレッドをデリバティブ価格に反映するにはどうしたらよいか？
  - B-1 モデル内かモデル外か
  - B-2 評価モデルは無裁定か否か
  - B-3 評価の対象は何か

3章では、まず金融危機以前のデリバティブ理論を振り返り、次に上記の問題点をひとつずつ解説する。4章では、上記の通り「何で割り引くべきか」という問いを考え、この問いは筆者が無用であると考え理由を述べる。最後に5章で総括を行う。

### 3 FVA 問題

#### 3.1 従来のデリバティブ理論

デリバティブ評価理論では、投資対象の価格過程（以降、市場モデルと呼ぶ）を仮定し、デリバティブを取引する主体の投資行動を考えることで、合理的なデリバティブの価格を導出する。市場モデルの中には安全資産と呼ばれる資産が投資対象のひとつとして含まれる。安全資産とは瞬間的にリスクのない資産、つまり微小時間後の価格が既知な資産であり、多くの場合、銀行預金が安全資産の例として挙げられる。市場モデル上は、この銀行は倒産せず、預けた資金は利息とともに必ず返済され、この時の利回りを無リスク

金利やリスクフリー・レートなどと呼ばれる。また通常の理論では資産の売り買いに制約を設けないため<sup>1</sup>、安全資産を売却することは資金を調達することを意味し、デリバティブの取引主体は無リスク金利で資金調達できる。この「デリバティブの取引主体が倒産せず、無リスク金利で資金調達できる」という点が金融危機前後の理論で異なる点である。ここで「合理的なデリバティブの価格を導出する」と述べたが、この「合理的」とは「無裁定性」や「複製」により担保される。

複製の議論はわかりやすく、実務でもよく用いられる。デリバティブから生じるキャッシュ・フローと同じキャッシュ・フローを別の資産を売買することにより作り出すことを複製と呼び、複製する投資方法を複製戦略いう。複製ができれば、一物一価の原則により複製戦略に必要な資金の額がデリバティブの価格でなければならないという理論である。<sup>2</sup>

一方、無裁定とは「裁定取引は存在しない」つまり「リスクなく確実に利益をあげられるような取引は存在しない」という原則である。日常的な言葉で記述するとわかりやすいが、数学的に厳密に定義するのは上記ほど簡単ではなく、類似の概念が複数存在する (Delbaen and Schachermayer (2006), Fernholz and Karatzas (2010))。デリバティブ価格が裁定取引を可能にするような価格であれば、その価格は合理的とは言えないため、デリバティブ価格に無裁定性を要求することは理にかなっている。正確に述べると、まず市場モデル自体が無裁定であり、そのうえで、今考えているデリバティブ取引の価格過程を市場モデルに加えてもお無裁定であれば、その価格を無裁定価格と呼び、この意味で合理的であると言える。デリバティブが複製可能であれば、その複製から定まる価格過程は無裁定価格であることが知られている。ただし、実務ではすべてのデリバティブ取引が複製可能であるという仮定を置くことはないため、複製ではなく無裁定性によりデリバ

---

<sup>1</sup> ただし、負債総額には制約を設けることが多い

<sup>2</sup> ただし、厳密には複製戦略は一意とは限らないため、必要な資金が最も安い複製戦略の資金額をデリバティブ価格としなければならない。

タイプの価格を導出する必要がある。市場モデルが無裁定性に関連する条件として、同値マルチンゲール測度の存在がある。同値マルチンゲール測度とは、基準になる資産（基準財）を決め、その価格に対する相対価格が局所マルチンゲールになり、市場モデルを定義する確率測度と同値<sup>3</sup>な確率測度である。<sup>4</sup>同値マルチンゲール測度の存在を仮定すれば市場は無裁定になり、デリバティブのキャッシュ・フローの相対価格の期待値としてデリバティブの無裁定価格の公式が得られる。通常は基準財として安全資産を用いるため、「無リスク金利で割り引いて期待値をとる」という表現がよく用いられる。

### 3.2 FVA 問題とは

第2章で述べた通り、金融危機時には資金調達金利が高騰したため、従来の理論の「デリバティブの取引主体が安全資産と同じ金利で資金調達できる」という仮定が現実的ではなくなった。当然、金融危機以前から健全な金融機関でも倒産する可能性はゼロではないため、国債の利回りよりも調達金利は高かったが、考慮しなくてもよい水準と考えられてきた。しかし金融危機当時は、金融機関の資金調達金利は国債の利回りと比べてかなり高く、無視できる水準とは考えないのが市場慣行となった。第2章では、「資金調達にはコストがかかる」という表現を用いたが、資金調達スプレッドがコストか否かは主観的な問題であるため、単に資金調達金利と国債の利回りが等しくないという客観的事実のみに注目し、資金調達スプレッドという表現を使い、資金調達コストという表現は用いないこととする。

このような環境の下で、デリバティブの価格をどう導出すべきかを問うのがFVAの問題である。ただし、この問題は単一の問題というよりも、いくつかの問題を含んでいる。FVAの議論がわかりにくい理由のひとつとし

---

<sup>3</sup> 2つの確率測度が同値であるとは、一方の測度で零集合ならば他方の測度でも零集合であるような測度のことである

<sup>4</sup> 上記の通り無裁定性の定義は複数あるが、同値マルチンゲール測度が存在すれば、無裁定であると言える。なお、市場が完備、つまりすべてデリバティブが複製可能であることと同値マルチンゲール測度が一意に存在することは同値である。

て、問題が多岐にわたり複数の論点があるのだが、当事者間でどの問題を論じているかが共有できていないことも挙げられる。まず問題を大別して、2つの問題を考える：

- A 資金調達スプレッドをデリバティブ価格に反映するべきか？
- B 資金調達スプレッドをデリバティブ価格に反映するにはどうしたらよいか？

前者はデリバティブの価格とは何かに関する問いであり、フロント・オフィスや会計など目的や立場に応じて議論すべきであろう。後者は計算技術の問題であり、金融工学が答えを出すべき問いである。また、資金調達スプレッドを考慮した結果、デリバティブ価格は資金調達スプレッドに依存しないという結果になることもあり得るので、反映すべきであっても、FVAが正当化されるわけではないことを注意しておく。これらについては節を改めて考察していく。

### 3.3 デリバティブの評価に資金調達スプレッドを考慮するか否か

まず、第一として、「デリバティブの評価に資金調達スプレッドを考慮するか否か」という問題が挙げられる。FVAに関して論争が平行線であった理由の一つとして、立場が異なると主張も異なるためであると考えられる。

実務家の議論を主導しているのは、金融機関の収益を担っているフロント・オフィスのトレーダーおよびクオンツである。彼らは、「資金調達にはコストがかかり、コストがかかるならば価格に織り込まなければビジネスが成り立たない」と主張する。フロント・オフィスでは、デリバティブの売値と買値を提示するためにデリバティブの価格を計算するが、売買の意思決定の判断材料となる損益分岐点を知るために、かかっているコストを価格に織り込む必要がある。これに対して、まったく意見が異なるのが学者であり、学者は会計や規制の観点から主張している。会計上の価格は出口価値であり、市場でいくらで取引できるかが重要であるため、いくらのコストがかかっているかは関係ない。フロント・オフィスの主観的な価格ではなく、会

計や規制上の価格は客観性や公正性などが重視される。また、デリバティブの価値が倒産に関係すると、倒産して初めて実現する利得は誰のものかという点も重要である。この点を考慮すれば、経営者、株主、債権者にとっての価値は異なるものになるであろう。

このように、デリバティブの評価は目的に応じて観点が異なる。筆者の意見では、フロント・オフィスが価格の提示のためにどのようにデリバティブを評価するかは、フロント・オフィスの自由であり、論争に発展する必要はない。ただ、そのほかの目的ではフロント・オフィスの主張は無理があると考えている。3.2章の冒頭で述べたが、フロント・オフィスでは当然の前提となっている「資金調達にコストがかかる」というのは主観的であり、客観的な観点からは当然とは言えない。金融機関のフロント・オフィスには優秀な人材が集まり、デリバティブの価格はビジネス上喫緊の課題であるため議論が活発であり、FVAの議論を主導しているが、フロント・オフィス以外の観点も忘れてはいけないであろう。<sup>5</sup>一方、概念上はデリバティブ価格は目的や立場によって異なるとしても、運用はかなり困難になるであろう。ただ、「デリバティブの価値は誰にとっても一意である、またはそうすべきである」ということが通用する時代は終わったのかもしれない。

### 3.4 デリバティブの評価に、資金調達スプレッドを考慮するならば、どうすべきか

金融工学が答えを出すべき問題は、「デリバティブの評価に資金調達スプレッドを考慮するか否か」ではなく、「デリバティブの評価に、資金調達スプレッドを考慮するならば、どうすべきか」であろう。後者の問題に関しては、さらに以下の問題が考えられる。

**B-1** モデル内かモデル外か

**B-2** 評価モデルは無裁定か否か

---

<sup>5</sup> FVAを公正価値に含めるかどうかの議論は、富安弘毅（2014）の第3章第3節で論じられている。

## B-3 評価の対象は何か

### 3.4.1 モデル内かモデル外か

3.1節で述べたように、デリバティブの理論では市場モデルを仮定する。資金調達スプレッドを考慮する方法として考えられるのは、市場モデルの中に資金調達スプレッドを織り込むか否かである。このような市場モデルから導出されたデリバティブの価格は説得力があるといえるが、資金調達スプレッドを考慮して、さらに無裁定であるような市場モデルを構築するのは困難であると筆者は考える(3.4.2を参照)。代替的な方法としては、資金調達スプレッドを織り込まないモデルで価格を算出し、その後にスプレッドを考慮する方法がある。ここでは、前者をモデル内と呼び、後者をモデル外と呼ぶことにする。

モデルの外で、ある要因を考慮するやり方はFVA以外でも用いられるため、まずブラックショールズ・モデルのベガを例に説明する。ブラックショールズ・モデルでは原資産のボラティリティは一定であるので、ボラティリティが変動するという効果はモデル価格には織り込まれていない。しかし、実際の市場で観測されるインプライド・ボラティリティは行使価格に依存し、日々確率的に変動している。また、原資産価格も実証研究の観点から一定であるとは考えられないため、ボラティリティが一定であるという仮定は現実的ではない。そこで、ボラティリティに関するオプション価格の感応度(ベガ)を計算し、リスク管理や価格の提示に利用する。モデルにボラティリティの変動という要因は考慮されていないので、モデルの外で考慮するのである。この方法は簡易ではあるが、理論的根拠は乏しい。ただし、ほとんどの金融機関では確率ボラティリティ・モデルや局所ボラティリティ・モデルというボラティリティが変動するモデルやを用いているため、上記のような方法は実際は使われていない。

市場の現象をモデル外で考慮する方法は理論的な枠組みからは外れるが、実際にモデルの運用ではよく行われる手法である。モデルを使うときは通

常、カリブレーションという作業を行い、定数であるモデル・パラメータを決めるが、モデル内では定数としたパラメータがカリブレーションするごとに変化することはよくある。例えば、ボラティリティが変動するモデルである確率ボラティリティ・モデルや局所ボラティリティ・モデルでは、ボラティリティの変動はいくつかの定数（パラメータ）で記述されるが、その定数はカリブレーションごとに変化するのである。パラメータの変動が小さいほうが好ましいモデルではあるが、実際に毎日変わるパラメータを変えずにモデルを運用するよりは良いであろう。モデルをこのように運用しているので、資金調達スプレッドをこのようにモデル外で扱ってもこれだけを問題視する必要はない。ただしFVAの問題に限らず、新たに提案された手法がモデル内で理論的に正しく扱われているのか、モデルの外で扱われているかは、注意する必要がある。モデル外の手法は理論の枠組みから外れるので、受け入れるか否かの判断は主観的になり、議論しても結論に達するとは限らないであろう。

### 3.4.2 評価モデルは無裁定か否か

資金調達スプレッドをモデル内で扱う場合に注意すべきなのは、市場モデルが無裁定か否かである。3.1節で指摘したとおり、従来のデリバティブ価格は、無裁定なモデルから算出された無裁定な価格であることを根拠にしていた。資金調達スプレッドを考慮した評価モデルは、従来通り無裁定であることを根拠とするのか、それともほかの原理を根拠とするのかに二分されるが、後者を提唱している理論は筆者の知る限りではない。

通常、資金調達スプレッドは倒産リスクと流動性プレミアムから成ると説明されるが、まず前者を無裁定なモデルに反映させることを考える。筆者の考えでは以下で説明する通り、資金調達スプレッドを考慮してもデリバティブ価格には影響はない。この議論は厳密ではないが、無裁定の条件の下ではどのように取引しても平均的には、つまり期待値としては無リスク金利以上に収益をあげることも損失を被ることもないということからの帰結であ

る。

金融工学では、リスクなく利益をあげることができる取引は存在しないという無裁定条件のもとで評価する。この時、すべての取引可能な資産価格の期待収益率が等しくなるような確率測度であるリスク中立測度のもとで議論をする。特に、期待収益率は安全資産の利回りである無リスク金利と等しくなる。資金調達には、社債の発行と考えられるため、社債の無裁定価格を考える。リスク中立測度を用いると社債の価値は以下のように表される：

$$e^{-(r+s)T} = e^{-rT} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [1_{\{\tau > T\}}]. \quad (3.1)$$

ここで、 $r$ は無リスク金利、 $s$ は社債のスプレッドであり、簡単のため確定的で一定とした。特に $s > 0$ である。 $\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[\cdot]$ はリスク中立測度の下での期待値であり、 $\tau$ は社債の発行体が倒産する時刻で、 $T$ は社債の満期である。右辺の期待値の中の式は、社債の発行体が社債満期 $T$ までに倒産しなければ、社債の元本である1円が支払われることを意味する。左辺は、社債の利回りは無リスク金利よりも高いことを示しているが、右辺は、発行体が倒産する確率を考慮すると社債の収益率は無リスク金利に等しいことを示している。リスク中立測度の下では、社債のスプレッドは倒産するかもしれないことに対する見返りであり、平均的には無リスク金利だけしか収益は期待できない。無リスク金利の影響を無視するため、すべてを無リスク金利の銀行預金に対する相対価格で考えてみれば、無裁定な市場モデルでは株式に投資する取引戦略は確率積分で表され、これはマルチンゲールになり<sup>6</sup>平均的には収益も損失も生まない。これと同様に、資金調達からは平均的には収益も損失も生まないため、デリバティブ価格に影響は与えない。つまり、発行体の倒産可能性とスプレッドを考慮した結果、デリバティブ価格はスプレッドに依存しないという結果になる。

次に流動性プレミアムのみを考慮してみる。実際の市場では、社債のスプ

---

<sup>6</sup> 正確には局所マルチンゲールになるが簡単のためマルチンゲールとした。

レッドと CDS のスプレッドには差があり、通常社債のスプレッドのほうが高い。この差を流動性によるものとみなし、流動性プレミアムと呼んでいる。一方、多くのデリバティブ理論では、摩擦の無い市場を前提としている。ここで摩擦の無い市場とは、手数料などのコスト、取引の量に対する制限、取引機会に対する制約などを考慮しない市場であり、流動性に関する要因は摩擦であり考慮されていない。つまり、このようなモデルに流動性プレミアムを考慮しても、流動性は考慮せず流動性に対する対価のみを考慮することになる。この市場で資金を運用する投資家は、国債などの無リスク金利しか生まない資産に投資するよりも、流動性プレミアムのついた資産を運用することで、流動性に対する対価のみを享受でき、無リスク金利以上の収益を得られるであろう。資金調達スプレッドの一部が流動性プレミアムであるようにモデル化した場合には、従来の無裁定の議論がそのまま使えず、むしろ市場に摩擦がある場合（例えば、取引コストがあるなど）と同様な扱いが適切であるのではないか。

### 3.4.3 評価の対象は何か

最後に評価対象の特定について述べる。ここで評価対象とはデリバティブの価値を評価するうえで考慮するキャッシュ・フローである。デリバティブの評価は、1990年代以前の取引の当事者が倒産しないことを前提とした理論から、2000年代になり取引相手の倒産を前提とした CVA (Credit Value Adjustment) の導入、金融危機後の担保付取引の評価と発展してきた。この発展は、それまでに考慮していなかったキャッシュ・フローを考慮することで実現された。例えば、CVA はそれまでの取引相手の倒産を考慮していなかった理論に倒産を織り込むことで生じた調整項である。ただし正確に言えば、取引相手の倒産により予定されていたキャッシュ・フローが得られなくなることをモデルに反映させた。倒産という事象そのものよりも、倒産によりどのようにキャッシュ・フローが影響を受けるかが重要である。同様に担保付取引の評価では、担保に付利される金利というキャッシュ・フローを考

慮する結果、それまでの評価式の無リスク金利が担保に付利される金利で置き換わった。

資金調達スプレッドを考慮する場合に、キャッシュ・フローがどのように変わるかは評価方法次第ではあるが、論争の焦点になるのはデリバティブの評価主体が倒産した場合に負債が免除されることにより生ずるキャッシュ・フローであろう。これは FVA の問題というよりも DVA (Debt Value Adjustment) の問題であり、考慮した場合どうなるかよりも考慮すべきか否かが争点である。資金調達スプレッドが信用リスクで説明されるようなモデルにおいては、FVA の概念と DVA の概念は重複するため同じ問題を考えていることになる。私見では、FVA の問題の難しさのほとんどは DVA によるものであると考える。理論や議論をわかりやすくするためには、資金調達スプレッドを考慮することでキャッシュ・フローがどのように影響を受けるかは明確にする必要があるであろう。

## 4 割引について

### 4.1 「割引金利は何であるべきか？」という問い

実務家の間でよく聞かれたのは、「割引金利は何であるべきか？」という問いである。この問いの意味するところを解説する前に、何故このような問いが聞かれるのかということの説明したい。

金融危機以前の金融工学では、「デリバティブの現在価格は、将来のキャッシュ・フローを無リスク金利で割り引いて、リスク中立測度のもとで期待値をとる」という公式があった。例えば、現時点を時刻 0 とし、時刻  $T$  での株価  $S_T$  に依存するペイオフ (ペイオフ関数を  $g$  とする) を支払うデリバティブの価格  $V_0$  は、

$$V_0 = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [e^{-rT} g(S_T)], \quad (4.1)$$

である。ここで、 $r$  は無リスク金利で、簡単のため一定とし、 $\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[\cdot]$  はリス

ク中立測度 $\mathbb{Q}$ の下での期待値である。また、金融危機以前は銀行の信用力が高いとみなされ、LIBORが無リスク金利として使われてきた。

ところが2008年以降、銀行の倒産が懸念され、LIBOR-OIS スプレッドやLIBORの異なるテナーのスプレッドが拡大したことをうけ、LIBORを無リスク金利とみなさないという慣例が広まった。そこで、まず担保付取引の評価理論の修正が行われた。銀行間の取引は通常、現金または国債が担保として提供され、取引相手が倒産しても、倒産による損失は担保により限定される。通常、担保にはオーバーナイト金利が付利される。Fujii and Takahashi (2011 b), Fujii and Takahashi (2011 a), Fujii et al. (2011)によれば、担保付取引については、次の式で評価するようになった。

$$V_0 = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [e^{-cT} g(S_T)], \quad (4.2)$$

ここで、 $c$ は担保に付利する金利であり、簡単のため一定とした。式(4.1)との違いは、 $r$ が $c$ に代わっただけであり、期待値に対応する確率測度は変わっていない。金融危機以前は、この担保の付利によるキャッシュ・フローは無視されていたが、このキャッシュ・フローもデリバティブのキャッシュ・フローとして考慮した結果、式(4.2)が得られる。注意したいのは、無視していたキャッシュ・フローを考慮した結果であり、担保に付利される金利を無リスク金利とみなしているわけではない。また、最終的な評価式には無リスク金利は表れないが、導出の前提には無リスク金利を仮定している。リスク中立測度 $\mathbb{Q}$ は、無リスク金利 $r$ で運用される銀行預金を基準財とする相対価格がマルチンゲールになるような測度であり、担保に付利される金利 $c$ とは関係ない。

LIBORというすべてのデリバティブ評価の根幹をなす要因の前提が大きく変わったにも関わらず、デリバティブの評価に関しては、割引金利を担保金利に変更するだけにとどまった。これだけでも実務上は大きな変化ではあったが、少なくとも数式上は小さな変化で、実務の現場でも受け入れやす

かった。付利に使われるのはオーバーナイト金利であったが、デリバティブの評価ではオーバーナイト金利と固定金利を交換する OIS (Overnight Index Swap) 取引の固定レート (OIS レート) が使われるため、「担保付取引は OIS で割り引く」という言葉が標語のようによく聞かれた。

担保付取引の評価は「OIS で割り引く」ことで解決した次の問いは、自然と「無担保取引は何で割り引くのか？」であった。「割り引く」とは、「将来の現金の価値を現在の現金の価値に変換する」という金融界では日常的な概念であり、経済学でも使われる用語である。ただし、筆者はこの割引という言葉が FVA 論争を混乱させる一因と考えているので、デリバティブの評価に関して割引をいうことを節を改めて再考してみたい。

#### 4.2 割引の曖昧さ

金融工学の入門書で最もよくある設定は、安全資産と危険資産の 2 つの資産に投資できる市場を仮定することである。ここで安全資産とは、債券や銀行預金で、価格の動きが確定的な資産である。特に、利回りが一定値  $r$  である場合が多い。ここでは、 $B_0 = 1, B_t = e^{rt}$  とする。一方、危険資産とは株式などで、価格が確率的に変わる資産であり、 $S_t$  で表すことにする。ここで、この危険資産を原資産とするデリバティブを考え、その価格を  $V_t$  とする。簡単のため、満期  $T$  のみに  $g(S_T)$  のペイオフをもつとする。安全資産を基準財とし、株価やデリバティブの価格を基準財で割った価格を相対価格といい、それぞれ  $\tilde{S}_t := \frac{S_t}{B_t}, \tilde{V}_t := \frac{V_t}{B_t}$  とする。

無裁定条件の下では、 $\tilde{S}_t$  がマルチンゲールになるような測度  $\mathbb{Q}$  が存在し、デリバティブの相対価格もマルチンゲールにならなければならないため、

$$\tilde{V}_t = \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} \left[ \tilde{V}_T \right], \quad (4.3)$$

が成立する。ここで、 $\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}}[\cdot]$  は、 $\mathbb{Q}$  による時点  $t$  までの情報による条件付

き期待値である。つまり、

$$V_t = B_t \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ \frac{g(S_T)}{B_T} \right] = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ e^{-r(T-t)} g(S_T) \right] \quad (4.4)$$

である。この式は「デリバティブの現在価格は、将来のキャッシュ・フローを無リスク金利で割り引いて、リスク中立測度のもとで期待値をとる」ということを表している。

ここで注意したいのは、最終的に得られた式では確かに将来のキャッシュ・フローを無リスク金利で割り引いているが、割引の金利を自由に決めてよいというわけではない。「無担保取引は何で割り引くのか？」という問いに対しては、理論を展開した結果、無担保取引の価格が式 (4.4) のようになれば、 $r$  に相当する量はその答えと言えるだろう。実際、担保付取引ではそうであった。ただし、これは正当な理論の結果であり、「無担保取引を評価するには、式 (4.4) の  $r$  を何に置き換えるのが適切か」ということではない。投資理論などでは、「資産の現在価値は投資家の期待収益率で割り引いた現在価値」とする理論もあるが、デリバティブの理論では、少なくとも無裁定やリスク中立測度を使った理論では、投資家のリスク選好や期待収益率などを決めてデリバティブ価格を導出するわけではない。

仮に答えが得られたとしても、混乱を招く恐れもある。例えば、社債などのクレジット商品で満期時刻  $T$  までに発行体が倒産していなければ、ペイオフ  $G$  が支払われるような取引は、発行体の倒産時刻を  $\tau$ 、社債のスプレッドを  $s$  とすると、式 (3.1) と同様に以下のように2通りに表される。

$$V_t = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ e^{-r(T-t)} 1_{\{\tau \geq T\}} G \right] = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[ e^{-(r+s)(T-t)} G \right]. \quad (4.5)$$

この場合、第1の表現は、「将来のキャッシュ・フローを無リスク金利  $r$  で割り引いて、リスク中立測度のもとで期待値をとる」という意味では無リスク金利  $r$  が割引率であるが、第2式に注目すれば、社債の利回り  $r + s$

が割引率である。また、デリバティブのペイオフを外貨建てに変換し、外貨の無リスク金利  $r^{\$}$  で割り引き、外貨建てのリスク中立測度  $\mathbb{Q}^{\$}$  の下で期待値をとり、円建てに変換すれば、

$$V_t = X_t \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^{\$}} \left[ e^{-r^{\$}(T-t)} \frac{g(S_T)}{X_T} \right] = B_t^X \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^{\$}} \left[ \frac{g(S_T)}{B_T^X} \right] \quad (4.6)$$

が得られる。ここで、 $X_t$  は時刻  $t$  における為替レート（円で測った1外貨あたりの価値）とし、 $B_t^X := e^{r^{\$}t} X_t, B_T^X := e^{r^{\$}T} X_T$  とした。式 (4.4) と同様の形式になることがわかるであろう。??節では円の安全資産を基準財としたが、技術的な条件を満たせば、ほかの資産を基準財に取ることもできる。基準財に応じて期待値をとる測度が変わるが、式 (4.6) のように、 $V_t$  の値は変わらない。このように  $V_t$  の表現方法は一意ではないため、数式の表現方法から「何で割り引くか」を決めることはできない。

「割り引く」とは、確かにわかりやすい表現でありコミュニケーション上は便利な言葉である。通常、円の取引でわざわざ為替レートとドルの金利を用いて、式 (4.6) のようにすることはなく、混乱を招くものではない。ただし、理論の根幹が再検討されるような状況で、このような曖昧な表現を用いては健全な議論に発展しないであろう。

## 5 終わりに

FVA 論争から10年近く経ち、金融業界ではFVAの算出式について一定のコンセンサスができつつあり、定着し始めたと聞く。またFVAを扱った文献も多く、日本語によるすぐれたワーキング・ペーパー（安達哲也（2015）、斎藤祐一（2017））や書籍（Gregory（2018））も入手可能な現在において、本稿でFVA論争を振り返る意義は小さいかもしれない。しかし、デリバティブ産業は欧米の金融機関が主導し、我が国の金融機関は数年遅れて追隨しているのが現状である。FVAに関して、邦銀は欧米の金融機関で開発された業界標準の評価モデルを導入することになるかもしれない

い。産業界の流れに追従するにしても、盲目的にモデルを導入するのではなく、理論を理解することにも重きを置いてほしいというのが筆者の願いであり、本稿がその役に立てば望外の喜びである。

本稿ではFVAに関する問題点の整理と割り引きについて解説することにとどまったが、筆者は現在、資金調達スプレッドを考慮したデリバティブの理論の研究に取り組んでいる。新たな理論の構築により学会・産業界に貢献できれば幸いである。

## 参考文献

- Brigo, D., Pallavicini, A., and Perini, D. (2012). Funding, collateral and hedging: uncovering the mechanics and the subtleties of funding valuation adjustments. <https://arxiv.org/abs/1210.3811>.
- Delbaen, F. and Schachermayer, W. (2006). *The Mathematics of Arbitrage*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Fernholz, D. and Karatzas, I. (2010). On optimal arbitrage. *Ann. Appl. Probab.*, 20(4):1179-1204.
- Fujii, M., Shimada, Y., and Takahashi, A. (2011). A market model of interest rates with dynamic basis spreads in the presence of collateral and multiple currencies. *Wilmott Magazine*, 2011(54):61-73.
- Fujii, M. and Takahashi, A. (2011a). Choice of collateral currency. *Risk Magazine*, January:120-125.
- Fujii, M. and Takahashi, A. (2011b). Modeling of interest rate term structures under collateralization and its implications. In Kijima, M., Hara, C., Muromachi, Y., Nakaoka, H., and Nishide, K., editors, *Recent Advances In Financial Engineering 2010 -Proceedings Of The Kier-Tmu International Workshop On Financial Engineering 2010*, pages 83-104. Wspc.
- Gregory, J. (2018). *XVA チャレンジ：デリバティブ評価調整の実際*。金融財

- 政事情研究会。KPMG/ あずさ監査法人 金融事業部訳。
- Hull, J. and White, A. (2012). The fva debate. *Risk magazine*, pages 83–85.
- Piterbarg, V. (2010). Funding beyond discounting: Collateral agreements and derivatives pricing. *Risk magazine*, pages 97–102.
- 安達哲也 (2015)。金融危機後の OTC デリバティブ価値評価～公正価値測定にかかる諸問題を中心に～。**金融研究所ディスカッション・ペーパー**, (2015-J-13)。日本銀行金融研究所。
- 斎藤祐一 (2017)。金融規制の複合的影響を考慮した XVA。**金融研究**, 36 (2) : 109.152。
- 富安弘毅 (2014)。**カウンターパーティーリスクマネジメント：金融危機で激変したデリバティブ取引環境への対応**。金融財政事情研究会, 2 edition。