

生徒が数学の理解を深めるための教師の役割

宮坂 康平 教職基盤形成コース

キーワード：理解，道具的理解，関係的理解

1. 研究動機・研究課題・研究問題解決へのアプローチ

昨今、AI の発達により、公式に当てはめるような計算問題は瞬時に解けるようになった。そういった社会の状況を踏まえると、公式の適用で解ける事柄は AI に任せ、公式の適用や手順の適用とは異なる部分が問われるようになってきたものと考えられる。生徒が数学の理解を深める授業の実現は、そういった社会の状況を踏まえたうえでも、重要である。

しかし、私自身の授業を振り返った時、問題を解けるようにしようとするあまり、計算手順の指導や証明の書き方指導に偏ってしまうことがある。単に手順をなぞったり、公式に当てはめたりするだけでなく、その背後にあるアイデアや着想を学び、生徒自身が納得することが重要だと考える。この時、生徒が計算の法則や原理を単に「知識」として知っているだけでなく、「なぜそうなるのか」という腑に落ちる「理解」がキーワードとなる。そこで、本研究は以下の研究課題の解決に取り組む。

1. 生徒が数学の理解を深めるとはどのようなことか。
2. 教師は生徒が数学の理解を深めることができるようにするために何をどうするか。

研究課題を解決するために、本研究においては、まず、Skemp(1971)、藤井(1985)、及び小山(2010)と、授業参観や授業実践した際の生徒の様子を往還し、関係的理解と道具的理解を特徴づける。次に、生徒の数学に対する理解を深めることを意図した授業を実践する。最後に、関係的理解と道具的理解に着目して生徒の理解を分析し、生徒が数学の理解を深めることができるようにするための教師の役割を吟味する。

2. 数学の理解を深める

研究課題1『生徒が数学の理解を深めるとはどのようなことか。』に対する解答1は、以下の通りである。

生徒が数学の理解を深めるとは、関係的理解に至ることである。

- 関係的理解とは、問題解決を遂行する中で、行っていることやその理由をわかっている状態であり、目的とその理由を自覚している理解として特徴づけられる。
- 道具的理解とは、問題解決を遂行する中で、ある規則を適用し、解答にたどり着ける状態であり、目的や理由なしの理解として特徴づけられる。

関係的理解と道具的理解の先行研究に、Skemp(1971)、藤井(1985)、及び小山(2010)がある。例えば、関係的理解と道具的理解を小山(2010)は次のように特徴づけている。

(1)関係的理解とは、行っていることやその理由をわかっている状態である。

(2)道具的理解とは、ある規則を身に着け、正しい解答にはたどり着くことができるが、なぜそのような規則で解答にたどり着けるのか分かっていない状態である。

(小山, 2010, p. 108)

小山(2010)の関係的理解の特徴づけは、必ずしも問題解決の文脈に限定しているわけではないと考える。本研究では、道具的理解と関係的理解は、問題解決によって顕在化する生徒の数学の理解とする。生徒の数学の理解を、問題解決において、目的や理由に納得し、分かっているかどうかを特徴づけることで解答1を得た。

生徒の道具的理解の一例として、A 中学校での実践を挙げる。A 中学校での実践では、くじ引きが公平であることを、樹形図等を用いて確かめ、どの順番で引いても確率は等しくなることを求めた。B 生は、本時前提としていた樹形図の書き方に戸惑った。納得できなかった B 生は黒板にある樹形図をワークシートに書き写し、「どういうふうに樹形図を選んでいけばいいのかが難しかった(中略) どうやって何通りかを調べていくか分からなかった」と記述している。このように、「当たりを引く確率は、くじを引く順番には関係がない」という事柄を知った B 生であった。しかし、樹形図を基にした確率が等しいことが、腑に落ちていないと捉えられる。B 生は、くじを引く順番によって当たりを引く確率は変わるか問われれば、変わらないと答えられるであろう。しかし「なぜか」と問われれば、答えることができないのではないだろうか。すなわち、目的や理由なしの理解であると考えられる。したがって、このような B 生の姿は、道具的理解である。

生徒の関係的理解の一例として、同実践での C 生の姿をあげる。C 生はワークシートにくじを引く順番を場合分けして樹形図をかき、「同じ確率で当たりが出る→先でも後で一緒!」と記している(図1)。宿題として、くじの本数を増やし、5本の中に3本の当たりがあるくじを、3人で引くと当たる確率はどうなるか理由を含めて提出とした。C 生は、そこでも樹形図を

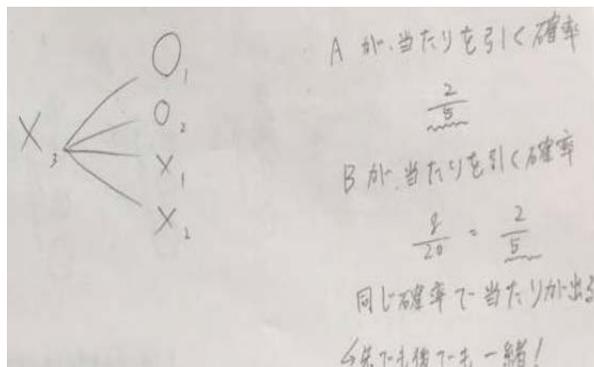


図1 事柄と理由を記述する C 生のノート

かき、くじを引く順番によらず確率が等しいと述べている。このことから、「当たりを引く確率は、くじを引く順番には関係がない」という事柄の理由として「樹形図をかき、確率を計算すると、くじを先に引いても後に引いても等しいから」ということが分かった姿と捉える。このような C 生の姿は、関係的理解である。

本研究では、生徒のワークシートや授業内の発言等を参考とし、道具的理解と関係的理解を視点にその生徒の理解を捉える。また、生徒の数学の理解の深まりを道具的理解と関係的理解に着目して捉え、教師のはたらきかけが、生徒が数学の理解を深めるために有効

であったかをリフレクションする。

3. 生徒が数学の理解を深めることができるようにするための教師の役割

研究課題 2『教師は生徒が数学の理解を深めることができるようにするために何をどうするか。』に対する解答 2 は、以下の通りである。

生徒が関係的理解をするために、授業内で次の二つの要素を意図して工夫を行う。

- 生徒が自らの考えに沿って問題解決できるようにするために
 - (1) なぜだろうか、と問いを持つことのできる場面をつくる。
 - (2) 解決の見通しが立つ場面をつくる。
 - (3) 数学の不思議さ、有用性を感じることでできる場面をつくる。
- 行っていることの目的とその理由を分かっているようにするために
 - (4) 目的と理由と方法を分けて板書する。
 - (5) 思考の順に沿った発問を行う。

解答 2 は、「生徒が自らの考えに沿って問題解決ができるようにする」という関係的理解の要素と、「行っていることの目的とその理由を分かっている」という要素に分け、得たものである。この二つの要素は A 中学校での授業実践(2018 年 3 月)における B 生の姿と、D 中学校での授業実践(2018 年 6 月)の E 生の姿から得た示唆である。B 生も、E 生も、授業の中で問題解決ができず、迷ってしまう姿がみられた。その姿を授業者は授業内で捉え切れていない。この授業では、振り返りに注目して他の授業場面の計画がおろそかになってしまった。以下は、当該授業に対するリフレクションである。

子どもに伝えるべきことを伝え、子どもが考えたうえで、振り返りが出てくるなら意味がある。しかし、この時はそうではなく、(中略)自分の見たいものが出てこないか、出てこないか、と血眼になって探すようなことをしていた。 (2018.10.29)

これらの実践を通し、生徒が関係的理解に至るためには、授業終末での振り返りを工夫することに留まらず、生徒自身が問いを持ち、自らの考えによって問題解決をした上で、問題解決の目的とその理由を自覚するために振り返ることが必要だと考えた。

(1)~(5)は、必ずしもすべてそろっている必要があるとは考えておらず、生徒が関係的理解に至ることができるようにするための工夫として捉えている。解答 2 「(1) なぜだろうか、と問いを持つことのできる場面をつくる。」は D 中学校での授業(2018 年 6 月)に基づいている。しかし、E 生は、何をどうすればいいのか、考える対象も方法も分からない状態のまま個人追究に入ってしまった。どのように問題に取り組めばいいのか分からず、問題自体に取り組んでもいない状態になってしまった。問題解決に取り組み、解決に至らなければ、関係的理解に至るのは難しいものと考えられる。生徒の実態に合わせるために、(2)が必要となると考えた。(3)は、D 中学校での別の授業実践(2018 年 6 月)に基づいている。(1)、(2)を意図し、二乗引く二乗の計算を因数分解によって一瞬で計算して見せた。次に、見通しを持てるよう、因数分解の公式を提示した。すると、机間指導中、F 生が「二乗を

一つずつずらしていくと、20の時には20ずつ、30の時には30ずつ増えていっているよ。」と話す姿に出会った。このことは、(1)、(2)を意図し、加えて、生徒が「(3)数学の不思議さ、有用性を感じることでできる場面をつくる」ことができたからであると考え。このことは関係的理解の要素である「自らの考えによって問題解決を遂行する」という姿と重なると考えられる。(4)、(5)はA中学校での実践(2018年12月)に基づいている。共有の場面で関係的理解に至ることを意図して授業を行った。ワークシートは関係的理解に至っているように見えるものが多い。しかし、共有の場面で関係的理解に至ることを意図したにも関わらず、共有は答え合わせのようになってしまった。(4)、(5)は、共有において関係的理解に至ることができるようにするために得た示唆である。

4. 研究結論の意義と今後の課題

本研究を通して、数学の理解が深まることに対する私の捉えが変容した。一年次までは生徒の数学の理解自体しか見ていなかった。生徒の中にある数学の理解しか見ようとしていなかったのである。つまり、他ならぬ私自身に、生徒とともに理解する、という認識が無かったのである。そのような見方であった私が、授業を実践する中で授業を構成する多様な側面に気づき、改めて研究の主題として据えたものが何であったのかを捉え直すこととなった。現在は、生徒の数学の理解は、生徒と生徒、生徒と教師の関係の中で深まるのであり、生徒個人だけで数学の理解が深まるものではないと認識している。そのような認識のもとで、改めて主題を捉え直すと、私が関心を抱いたことは、私と生徒、生徒と生徒の相互の関係の中であって、生徒はどのように数学の理解を深め、私自身は生徒の数学の理解が深まるために、「どんな役割を担えるのだろうか」ということであった。結論は上述した通りである。私の感覚ではあるが、二年前と比べ、私と生徒の関係の中で数学をつくっていくようなイメージをもつようになった。

今後の課題は二つある。一つ目は、解決や共有の場面で、生徒が関係的理解に至ることができるような教師の役割である。私は、共有の場面が答え合わせのようになってしまう。共有によって、さらに数学の理解を深めるような場面にするにはどうすれば良いか検討することである。二つ目は、関係的理解の質の違いをどう捉えるか検討することである。生徒の数学の理解は、二元論のように関係的理解と道具的理解に分けることはできない。関係的理解に至るための理由それ自体についても、関係的理解と道具的理解という視点で見なければならないであろう。そのような意味で、関係的理解も、質の違いがあると考え。

文 献

藤井齊亮 (1985). 「理解」とは何か: R. R. Skemp の理解のモデルを手掛かりに. 『日本数学教育学会誌』, 43・44, 34-37.

小山正孝 (2010). 『算数教育における数学的理解の過程モデルの研究』. 聖文新社.

Skemp, R. R. (1973). 『数学学習の心理学』(藤永保 ほか 訳). 新曜社.(原著出版 1971)