

令和元年5月31日現在

機関番号：13601

研究種目：若手研究(A)

研究期間：2015～2018

課題番号：15H05402

研究課題名（和文）動的幾何ソフトウェアを活用した協働型探究活動を促進する教材系列の開発と検証

研究課題名（英文）Design of task sequences for collaborative mathematical inquiry with dynamic geometry environment

研究代表者

小松 孝太郎 (KOMATSU, Kotaro)

信州大学・学術研究院教育学系・准教授

研究者番号：40578267

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 7,100,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、中学校数学科における証明の学習状況を改善するために、動的幾何ソフトウェアを活用した協働型探究活動に着目し、その活動を促進するための教材系列の開発と検証を行った。具体的には、協働型探究活動を促進するための教材の設計原理を設定した上で、その原理に基づいて教材や教材系列を開発した。そして、課題準拠型インタビューや中学校での介入研究を行い、開発した教材や教材系列の有効性を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

これまで証明と論駁の活動に関する研究は行われてきたが、その活動を授業の場で実現する方法は十分には明らかにされてこなかった。本研究はこの方法を教材系列の開発に焦点を当てて明らかにしたものであり、この点に学術的意義がある。また、学習指導要領や教育振興基本計画では、ICTの活用による協働型学習の推進が強く求められており、その推進に資する教材系列を開発したことに本研究の社会的意義がある。

研究成果の概要（英文）：This research project explored ways to engage students in collaborative mathematical inquiry with dynamic geometry environments. To this end, this project formulated task design principles for supporting students in this activity, and developed tasks and task sequences following the proposed principles. The project also examined the advantages of the designed tasks and task sequences by implementing task-based interviews and classroom-based interventions in lower secondary schools.

研究分野：教科教育学（数学教育学）、科学教育

キーワード：数学教育 数学的探究 教材系列 動的幾何ソフトウェア

様式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19（共通）

1. 研究開始当初の背景

中学校数学科における証明の学習は、批判的思考や問題解決に代表される21世紀型スキルの育成につながるため、学校教育において極めて重要である。ところが、証明の学習状況は国内外で望ましくない現状にあり、とりわけ最も深刻な課題として、多くの生徒が証明を単なる学校での「儀式」としてしか捉えていないことが指摘されている。

この現状を解決するために、本研究では以下の三点に着目した。第一は、証明と論駁に基づく協働型探究活動を学校数学に取り入れることであり、それにより生徒が証明を活動的なものとして捉えるようになることが期待された。第二は、生徒が証明と論駁の活動に取り組みやすくなるよう、動的幾何ソフトウェア（dynamic geometry software）を活用することである。第三は、個々の教材を系列化させた教材系列を開発することであり、それにより生徒の協働型探究活動が漸進的に促進されることを期待した。

2. 研究の目的

以上より、本研究では、動的幾何ソフトウェアを活用した協働型探究活動に着目し、その活動を促進するための教材系列を開発すること、そして、中学校で介入研究を実施し、その結果を分析することによって、開発した教材系列の有効性を明らかにすることを目的とした。

3. 研究の方法

本研究では、上述の研究目的を達成するために、次に示す手続きで研究を進めた。

- ・本研究の達成目標である協働型探究活動の概念規定を、数理哲学者ラカトシュの論考に基づいて行う。
- ・先行研究に基づく理論的考察や予備調査の結果をふまえて、協働型探究活動を促進するための教材や教材系列を開発する。
- ・開発した教材や教材系列の有効性を明らかにするために、数名の生徒及び学生を対象とした課題準拠型インタビューや、国立大学法人附属中学校や公立中学校での介入研究を行う。

4. 研究成果

(1) 協働型探究活動の概念規定

本研究ではまず協働型探究活動の概念規定を行った。具体的には、数理哲学者ラカトシュの名著『証明と論駁』(Lakatos,1976)に基づいて、協働型探究活動の意味を、推測、証明、論駁の三つの側面から構成される活動として捉えた(図1)。次に、中学校で行った授業を分析し、協働型探究活動を実現するためには「図が付された証明問題」が有効な教材であること、そして動的幾何ソフトウェアを活用することで様々な反例が生まれやすくなることを明らかにした。

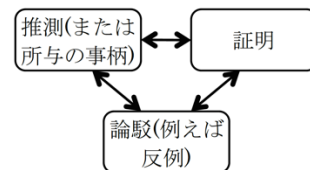


図1：枠組み①

(2) 協働型探究活動を促すための教材設計原理

数学教育に関する先行研究に基づき、協働型探究活動を促すための教材の設計原理として、次の三つを設定した。

- ・条件を意図的に曖昧にした問題を用いることで反例が生まれるようにすること
- ・反例の生成を促すツールを活用し、その際はツールの使用目的を明らかにすること
- ・推測や証明の洗練に生徒が自ら取り組むよう、生徒の中に葛藤を誘発すること

そして、これらの原理を観点として実際に教材を開発し(図2、3)、数名の中学生、高校生、及び大学生を対象として課題準拠型インタビューを実施した。その結果、生徒が動的幾何ソフトウェアを活用しながら協働型探究活動に取り組む様子が観察され、本研究で開発した教材の有効性が示された。

問1

(1) 図のように、円O上に4点A, B, C, Dをとり、直線ACとBDの交点をPとします。このとき、 $\triangle PAB$ と $\triangle PDC$ の関係について、どのようなことが成り立つと思いますか？あなたの予想を書きなさい。

(2) (1)で書いた予想を証明しなさい。

問2 GeoGebraで問1の図を作図しよう。そして、円O上で点A, B, C, Dを色々な場所に動かして、次のことについて調べよう。

- (1) 問1で書いた「予想」はいつでも成り立ちますか。
- (2) 問1で書いた「証明」はいつでも成り立ちますか。

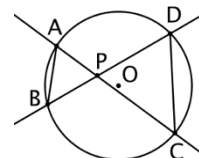


図2：教材例①

問1 平行四辺形 ABCD において、点 A, C から、対角線 BD へ、それぞれ垂線 AE, CF を引きます。このとき、四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。

問2 GeoGebra で問1の図を作図してみよう。そして、頂点を動かして平行四辺形の形を変え、四角形 AECF がいつでも平行四辺形になるか調べてみよう。

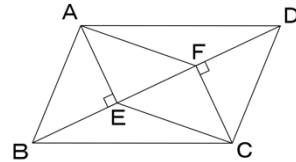


図3：教材例②

(3) 証明と論駁を通じて数学的知識を生成する活動の促進

本研究では、協働型探究活動それ自体に加えて、そうした活動を通じて数学的知識を生成する活動を実現することも目標とした(図3)。そのために上述の教材設計原理に修正を加え、さらに教師の役割として次の二つを設定した。

- ・ 問題解決の見通しを生徒が立てそれを全体で共有する機会を設けること
- ・ 活動が進展していく中で価値ある課題がさらに追究されるよう生徒の考えを意図的に選択すること

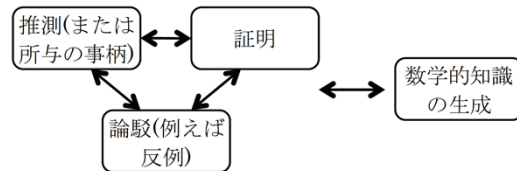


図4：枠組み②

そして、中学校第三学年の単元「円周角と中心角の関係の活用」において教材系列を開発し、国立大学法人附属中学校の3クラス、公立中学校の3クラスでそれぞれ3時間の介入研究を行った。その結果、教師の導きの下、生徒が動的幾何ソフトウェアを活用しながら証明と論駁を通じて数学的知識(円に内接する四角形の性質や接弦定理)を生成する様子が観察され、本研究で開発した教材系列の有効性が示された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計10件)

- ① Komatsu, K., Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (in press). Task design for developing students' recognition of the roles of assumptions in mathematical activity. In *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. 査読有.
- ② Miyazaki, M., Nagata, J., Chino, K., Sasa, H., Fujita, T., Komatsu, K., & Shimizu, S. (2019). Curriculum development for explorative proving in lower secondary school geometry: Focusing on the levels of planning and constructing a proof. *Frontiers in Education*, 4(31). doi: 10.3389/feduc.2019.00031. 査読有.
- ③ Komatsu, K., & Jones, K. (2019). Task design principles for heuristic refutation in dynamic geometry environments. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(4), 801–824. doi: 10.1007/s10763-018-9892-0. 査読有.
- ④ Miyazaki, M., Nakagawa, H., Chino, K., Iwata, K., Komatsu, K., & Fujita, T. (2018). Domain-specific frameworks for curriculum development of explorative proving in junior high school mathematics. In Y Shimizu, & R. Vithal (Eds.), *School mathematics curriculum reforms: Challenges, changes and opportunities (ICMI Study 24 conference proceedings)* (pp. 269–276). Tsukuba, Japan. 査読有.
- ⑤ Komatsu, K., Yamazaki, M., Fujita, T., Jones, K., & Sue, N. (2018). Secondary school students' appraisal of mathematical proofs. In Bergqvist, E., Österholm, M., Granberg, C., & Sumpter, L. (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 227–234). Umeå, Sweden: PME. 査読有.
- ⑥ Komatsu, K., Fujita, T., Jones, K., & Sue, N. (2018). Explanatory unification by proofs in school mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 38(1), 31–37. 査読有.
- ⑦ 青山和裕・永田潤一郎・辻山洋介・小松孝太郎 (2017). 「課題探究として証明することのカリキュラム開発と実践：領域「資料の活用」における取り組み」. 『愛知教育大学数学教育学会誌イブシロン』, 第59巻, pp. 27–36. 査読無.
- ⑧ Komatsu, K. (2017). Fostering empirical examination after proof construction in secondary school geometry. *Educational Studies in Mathematics*, 96(2), 129–144. doi: 10.1007/s10649-016-9731-6. 査読有.
- ⑨ Komatsu, K., Jones, K., Ikeda, T., & Narazaki, A. (2017). Proof validation and modification in secondary school geometry. *Journal of Mathematical Behavior*, 47, 1–15. doi: 10.1016/j.jmathb.2017.05.002. 査読有.
- ⑩ Komatsu, K. (2016). A framework for proofs and refutations in school mathematics: Increasing content by deductive guessing. *Educational Studies in Mathematics*, 92(2), 147–162. doi: 10.1007/s10649-015-9677-0. 査読有.

〔学会発表〕（計 17 件）

- ① Jones, K., & Komatsu, K. (2019). Task design with DGEs: The case of students' counterexamples. In *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Utrecht, Netherlands.
- ② 小松孝太郎・Keith Jones (2017). 「証明と論駁を通じての数学的知識の生成」. 『日本数学教育学会第 50 回秋期研究大会発表集録』 (pp. 405–406). 愛知教育大学.
- ③ Komatsu, K., & Jones, K. (2017). Interpretation of diagrams in dynamic geometry environments. In B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh, & B. H. Choy (Eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 226). Singapore: PME.
- ④ Komatsu, K., Fujita, T., Jones, K., & Sue, N. (2017). Unification by proofs: The case of star polygon. *British Society for Research into Learning Mathematics*. London, UK.
- ⑤ Komatsu, K., & Jones, K. (2017). Proofs and refutations in school mathematics: A task design in dynamic geometry environments. In T. Dooley, & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 187–194). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- ⑥ Jones, K., & Komatsu, K. (2017). Diagrams in students' proving activity in secondary school geometry. In T. Dooley, & G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 689–690). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
- ⑦ Komatsu, K., & Jones, K. (2016). Interpretation and production of diagrams when tackling proof problems in a dynamic geometry environment. *British Society for Research into Learning Mathematics*. Brighton, UK.
- ⑧ Komatsu, K., Ishikawa, T., & Narazaki, A. (2016). Proof validation and modification by example generation: A classroom-based intervention in secondary school geometry. In *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education*. Hamburg, Germany.

〔図書〕（計 5 件）

- ① Komatsu, K., & Jones, K. (in press). Virtual manipulatives and students' counterexamples during proving. In G. Hanna, D. Reid, & M. de Villiers (Eds.), *Proof technology in mathematics research and teaching*. Cham, Switzerland: Springer.
- ② 小松孝太郎 (2019). 「小数・分数の乗法・除法」. 算数科教育学会 (編), 『新版算数科教育研究』 (pp. 54–64). 東洋館出版社.
- ③ 小松孝太郎 (2019). 「算数科教育の実践②：図形の学習指導」. 吉田武男 (監修) 清水美憲 (編著), 『初等算数科教育 (MINERVA はじめて学ぶ教科教育 2)』 (pp. 57–68). ミネルヴァ書房.
- ④ Komatsu, K., Ishikawa, T., & Narazaki, A. (2018). Proof validation and modification by example generation: A classroom-based intervention in secondary school geometry. In A. J. Stylianides, & G. Harel (Eds.), *Advances in mathematics education research on proof and proving: An international perspective (ICME-13 Monographs)* (pp. 131–144). Cham, Switzerland: Springer.
- ⑤ 小松孝太郎 (2015). 「作図と論証」. 藤井齊亮 (編著), 『算数・数学科教育 (教科教育学シリーズ第 3 巻)』 (pp. 191–197). 一藝社.

## 6. 研究組織

(1) 研究分担者

(2) 研究協力者

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。