

令和元年6月6日現在

機関番号：13601

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K20919

研究課題名(和文) 実解析学と偏微分方程式の相互的研究

研究課題名(英文) Research of Harmonic analysis and Partial differential equations

研究代表者

筒井 容平 (Yohei, Tsutsui)

信州大学・学術研究院理学系・助教

研究者番号：40722773

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：実解析学での研究成果は、maximal Riesz 平均と関連する作用素の sparse bound を得たことである。Maximal Riesz 平均は、Keakeya 予想と深く関連するものであり、そのことが本研究の動機である。Sparse bound とは、近年、この分野で注目されている評価の方法の一つである。偏微分方程式での研究結果は、主に非圧縮粘性流体の解の定量的解析である。実解析的手法を用いて、ある種の端点評価を応用したものや、よい性質を持たない領域上での Stokes 作用素の解析が挙げられる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

実解析的研究で得られた結果については、さらなる発展が不可欠ではあるが、sparse bound を用いた Keakeya 予想への貢献への第1歩であると考えている。

偏微分方程式での結果について：Navier-Stokes 方程式は大気などの動きを記述する方程式であるため、その解の様々な情報は、風力発電、天気予報などの分野で有益である。

研究成果の概要(英文)：The result in Harmonic analysis we obtained is a sparse bound for an operator related to the maximal Riesz means. The maximal operator is deeply connected to the Keakeya conjecture. The method of sparse bound is recently developed.

The results in PDEs we obtained mainly are related to incompressible Navier-Stokes equations. Using techniques in Harmonic analysis, we gave estimates of the solutions. Moreover, we analyzed the Stokes operator on domains that do not satisfy a condition.

研究分野：実解析学

キーワード：Sparse bound Navier-Stokes equations

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

(1) 実解析の研究について:

Sparse bound について、いくつかの作用素に対する結果が得られていた。Local smoothing conjecture を念頭においた作用素に関する sparse bound は当初研究されていなかった。

(2) 偏微分方程式の研究について:

非圧縮 Navier-Stokes 方程式の数学的研究は、非常に多くある。時間周期解についての研究では、外力項が発散形である場合がほとんどであった。

領域上の Stokes 作用素の解析については、領域が Helmholtz 分解を許す場合は盛んに研究されており、そうとは限らない場合の研究は多くなかった。

2. 研究の目的

(1) 実解析の研究について:

実解析全般の発展。特に、興味を向けたのは sparse bound の方法を用いた、Keakeya 予想への貢献を与えること。

(2) 偏微分方程式の研究について:

非圧縮 Navier-Stokes 方程式の定量的解析の発展が目的である。時間周期解に関しては、外力が発散形であれば、半群の時間減衰評価が得られやすいが、非発散形でも同様な評価が得られるか? の解明を目指した。

3. 研究の方法

(1) 実解析の研究について:

Lerner and Nazarov により、sparse bound を得るための十分条件が与えられており、それに帰着させる方法を取った。問題とする作用素の sparse bound を与えた。主な手法は、Miyachi による波動発展作用素の Hardy 空間上での時間減衰評価と smoothing effect を抽出するための Fourier 級数展開である。

(2) 偏微分方程式の研究について:

外力が非発散形である Navier-Stokes 方程式の時間周期解については、Meyer による半群の端点評価を応用した。

Stokes 作用素の解析性については、 L^2 と BMO との補間により示す方法を取った。そのため、Stokes 作用素の BMO における解析が主たる部分となった。

定常解の漸近安定性については、上述の端点評価を Besov 空間に拡張しそれを用いる方法を取った。

4. 研究成果

(1) 実解析の研究について:

上述の方法を用いて、問題としていた作用素の sparse bound を得た。

それ以外にも、J. Cunanan 氏との共同研究では、modulation 空間に類似する Wiener amalgam 空間に対する、全空間から半空間への trace 作用素の有界性についても、ある結果を得た。

(2) 偏微分方程式の研究について:

岡部氏との共同研究で、外力が非発散形の場合の Navier-Stokes 方程式の時間周期解の存在と一意性についての結果を得た。

M. Bolkart, 儀我, 三浦, 鈴木氏らとの共同研究で、Stokes 作用素の BMO での解析性を示し、 L^2 との補間により L^p での解析性を得た。

また、J. Cunanan, 岡部氏らとの共同研究で、Besov 空間において定常解の漸近安定性を得た。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 7 件)

M. Bolkart, Y. Giga, T. Suzuki and Y. Tsutsui, Equivalence of BMO-type norms with applications to the heat and Stokes semigroups, Potential Anal. 49 (2018) no. 1, 105-130. 査読あり DOI 10.1007/s11118-017-9650-x

T. Okabe and Y. Tsutsui, Time periodic strong solutions to the incompressible Navier-Stokes equations with external force of non-divergence form, J. Differential Equations, 263 (2017) no. 12, 8229-8263. 査読あり DOI 10.1016/j.jde.2017.08.038

M. Bolkart, Y. Giga, T.-H. Miura, T. Suzuki and Y. Tsutsui, On analyticity of the L^p -Stokes semigroup for some non-Helmholtz domains, *Math. Nachr.* 290 (2017) no. 16, 2524-2546. 査読あり DOI 10.1002/mana.201600016

Y. Tsutsui, Bounded global solutions to a Keller-Segel system with non-diffusive chemical in \mathbb{R}^n , *J. Evol. Equ.* 17 (2017) no. 2, 627-640. 査読あり DOI 10.1007/s00028-016-0330-x

T. Okabe and Y. Tsutsui, Navier-Stokes flow in the weighted Hardy space with applications to time decay problem, *J. Differential Equations*, 261 (2016) no. 3, 1712-1755. 査読あり DOI 10.1016/j.jde.2016.04.014

J. Cunanan and Y. Tsutsui, Trace operators on Wiener amalgam spaces, *J. Funct. Spaces*, (2016) Art. ID 1710260, 6pp. 査読あり DOI 10.1155/2016/1710260

Y. Tsutsui, Div-curl lemma with critical power weights in dimension three, *Math. Nachr.* 289 (2016) no. 2-3, 360-376. 査読あり. DOI 10.1002/mana.201400291

[学会発表](計 38 件)

筒井容平, A sparse bound for a time-integral operator with wave propagator, 調和解析セミナー, 茨城大学, 2019 年 3 月 6-8 日.

筒井容平, A sparse bound for an integral operator with wave propagator, Workshop on Analysis in Kagurazaka 2019, 東京理科大学, 2019 年 1 月 25-26 日.

筒井容平, A sparse bound for local smoothing operators, Linear and Nonlinear Waves, 滋賀県立県民交流センター, 2018 年 10 月 30 日-11 月 1 日.

筒井容平, A sparse bound for local smoothing operators, 日本数学会 2017 年度秋季総合分科会, 実函数論分科会, 岡山大学, 2018 年 9 月 24-27 日.

Yohei Tsutsui, Asymptotic stability of the stationary Navier-Stokes flows in Besov spaces, Workshop on the Navier-Stokes Flow, 名古屋大学 多元数理, 2018 年 9 月 18 日.

Yohei Tsutsui, A sparse bound for local smoothing operators, 山崎昌男先生還暦記念研究集会, 早稲田大学, 2018 年 9 月 8-9 日.

Yohei Tsutsui, Sparse bounds for local smoothing operators, The 6th East Asian Conference in Harmonic Analysis and Applications, Osaka University, August 3-7, 2018.

Yohei Tsutsui, Sparse bounds for local smoothing operators, RIMS 「調和解析と非線形偏微分方程式」, 京都大学, 2018 年 6 月 25-27 日.

岡部孝宏, 筒井容平, Remark on the strong solvability of the Navier-Stokes equations in the weak L^n space, 日本数学会 2018 年度年会, 函数方程式論分科会, 東京大学, 2017 年 3 月 18-21 日.

筒井容平, Asymptotic stability of the stationary Navier-Stokes flows in Besov spaces, 京都大学 NLPDE セミナー, 京都大学, 2017 年 12 月 8 日.

Jayson Cunanan, 岡部孝宏, 筒井容平, Asymptotic stability of stationary solutions to the Navier-Stokes equations in Besov spaces, 日本数学会 2017 年度秋季総合分科会, 函数方程式論分科会, 山形大学, 2017 年 9 月 11-14 日.

Yohei Tsutsui, Asymptotic stability of the stationary solution to the incompressible Navier-Stokes equation in Besov spaces, Conference "New perspectives in the theory of function spaces and their applications", Mathematical Conference and Research Center Bedlewo, Poland, 17-23 September, 2017.

Yohei Tsutsui, Asymptotic stability of the stationary Navier-Stokes flows in Besov spaces, Harmonic Analysis and its Applications in Tokyo 2017, Nihon University, 2-4 August, 2017.

Yohei Tsutsui, Asymptotic stability of stationary solutions to the Navier-Stokes equations in Besov spaces, The 5th East Asian Conference in Harmonic Analysis and Applications, Hangzhou, China, 8-13, June 2017.

岡部孝宏, 筒井容平, Time periodic strong solutions to the incompressible Navier-Stokes equations with external forces of non-divergence form, 日本数学会 2017 年度年会, 函数方程式論分科会, 首都大学東京, 2017 年 3 月 24-27 日.

Jayson Cunanan, 筒井容平, Trace theorems on Wiener amalgam spaces, 日本数学会 2017 年度年会, 実函数論分科会, 首都大学東京, 2017 年 3 月 24-27 日.

筒井容平, Critical estimates and asymptotic stability of steady incompressible Navier-Stokes flows in Besov spaces, 第 9 回名古屋微分方程式研究集会, 名古屋大学, 2017 年 3 月 21-22 日.

筒井容平, Three rearrangements and medians, 調和解析セミナー, 石川県政記念 しいのき迎賓館, 2017 年 3 月 3-5 日.

- 筒井容平, Estimates for integral equations with real interpolation technique, RIMS 研究集会「関数空間の構造とその周辺」, 京都大学数理解析研究所, 2017年2月6-9日.
- 筒井容平, Time periodic strong solutions to the incompressible Navier-Stokes equations with external forces of non-divergence form, 第14回浜松偏微分方程式研究集会, 静岡大学工学部, 2016年12月22-23日.
- ②① 筒井容平, Time periodic strong solutions to the incompressible Navier-Stokes equations with external force of the non-divergence form, 代数解析奈良研究集会, 奈良女子大学理学部, 2016年11月25日 - 27日.
- ②② 筒井容平, Navier-Stokes flow in the weighted Hardy space with applications to time decay problem, 談話会, 埼玉大学, 2016年10月28日.
- ②③ Yohei Tsutsui, Navier-Stokes flow in the weighted Hardy space with applications to time decay problem, Harmonic Analysis and its Applications in Beijing 2016, Beihang University, 29 September - 1 October, 2016.
- ②④ Yohei Tsutsui, Div - curl estimate with critical power weight, Special session SS119 "'Geometric functional inequalities and application to PDEs'" of The 11th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Orlando, U.S., 1-5, July, 2016.
- ②⑤ 筒井容平, Navier-Stokes flow in the weighted Hardy space with applications to time decay problem, 応用解析セミナー, 東北大学, 2016年4月28日.
- ②⑥ Yohei Tsutsui, Applications of weighted Hardy spaces to the incompressible Navier-Stokes equations, JSPS-DFG Japanese-German Graduate Externship, The 12th Japanese-German International Workshop on Mathematical Fluid Dynamics, 早稲田大学, 2016年3月1 - 4日.
- ②⑦ 筒井容平, Applications of weighted Hardy spaces to incompressible Navier-Stokes equations, 微分方程式の総合的研究, 東京大学, 2015年12月19-20日.
- ②⑧ 筒井容平, Div - curl lemma with critical power weights, 第5回弘前非線形方程式研究会, 弘前大学, 2015年12月12日.
- ②⑨ Yohei Tsutsui, Div - curl estimates with critical power weights, Harmonic Analysis and its Applications in Tokyo 2015 (HAAT 2015), Waseda University, 27-29, November, 2015.
- ③⑩ 筒井容平, Div-curl estimates with critical power weights, RIMS 研究集会「非圧縮性粘性流体の数理解析」, 京都大学数理解析研究所, 2015年11月16-18日.
- ③⑪ 筒井容平, Div-curl estimates with critical power weights, 名古屋大学微分方程式セミナー, 名古屋大学, 2015年11月9日.
- ③⑫ 岡部孝宏, 筒井容平, Navier-Stokes flow in the weighted Hardy space with applications to time decay problem, 2015年度秋季総合分科会, 京都産業大学, 2015年9月13-16日.
- ③⑬ 筒井容平, Div-curl lemma with critical power weights in dimension three, 金沢解析研究会 2015, 金沢大学サテライトプラザ3階集会室, 2015年8月27-28日.
- ③⑭ Yohei Tsutsui, Div-curl lemma with critical power weights in dimension three, 10th International ISAAC Congress, Macau, China, 3-8, August, 2015.
- ③⑮ Yohei Tsutsui, Div - curl lemma with critical power weights in dimension three, 3rd East Asian Conference in Harmonic Analysis and Applications, The University of Tokyo, 10-14, August, 2015.
- ③⑯ 筒井容平, Div-curl lemma with critical power weights in dimension three, 微分方程式セミナー, 大阪大学理学部数学科, 2015年6月19日.
- ③⑰ 筒井容平, Div-curl lemma with critical power weights in dimension three, 金曜セミナー, 茨城大学理学部, 2015年5月1日.
- ③⑱ 筒井容平, Div-curl lemma with critical power weights in dimension three, 信州大学理学部数学科 談話会, 2015年4月16日.

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号（8桁）：

(2)研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。